

직렬 배열된 두 기포의 bursting jet에 대한 수치적 연구

이창걸* · 이선엽* · Cong-Tu Ha** · 이재화†

Numerical Study of Bursting Jet in Two Tandem Bubbles

Chang Geol Lee*, Sun Youb Lee*, Cong-Tu Ha** and Jae Hwa Lee†

Abstract When a bubble reaches a free surface, a bursting of the bubble produces a high speed jet. Despite its practical importance, significant effort has been devoted to investigate a bursting jet by a single bubble near a free surface. In the present study, we perform numerical simulations of bubbles in a tandem arrangement at $Bo=0.05$. The configuration of the tandem bubbles is systematically varied by changing a radius of a following bubble (R_F) and the gap distance between two bubbles (L). Compared to a single bubble case, we show that the bursting bubble in the tandem arrangement accelerates, and the jet velocity increases. Moreover, we find that a critical gap distance at which the jet velocity unexpectedly changes exists in the tandem case.

Key Words : Bubble bursting (버블 버스팅), Free surface flow (자유표면 유동), Two-phase flow(이상 유동)

1. 서론

기포가 자유표면(Free surface)에 도달할 때, 기포 폭발(Bubble explosion)에 의해 버블 버스팅(Bubble bursting)이 발생하는 것으로 알려져 있다⁽¹⁾. 버블 버스팅은 기포폭발에 의해 자유표면에 노출된 열린 기포(Opened bubble)의 벽이 무너지고, 이 때 발생하는 표면장력 파동(Capillary wave)이 기포 바닥에 충돌하여 공기 중으로 버

스팅 제트(Bursting jet)와 액적(Droplet)을 분사하는 현상이다. 이러한 현상은 기포 변화부터 바이러스 전파까지 다양한 영역에서 관찰되므로 버블 버스팅에 관한 연구는 학문적 가치가 크다고 할 수 있다^(1,2).

자유표면에 단일 기포만 존재하는 경우, 물성치 변화에 따른 버블 버스팅 특성 변화에 대한 연구가 활발히 진행되었다. Duchemin 등⁽³⁾은 자유표면에 위치한 버스팅 기포(Bursting bubble)의 반경을 마이크로미터 스케일에서 밀리미터 스케일까지 다양하게 변화시켜가며 수치 해석을 수행하였다. 이를 통해 기포 반경의 증가에 따라 버스팅 제트의 속도가 증가하는 기포 반경 범위를 제시하였으며, 이러한 결과는 버스팅 제트의 속도가 감소한다는 기존 연구결과⁽⁴⁾와 대치된다. 또한, 시간에 따른 기포 벽 관찰을 통해, 버블

† Mechanical Engineering, UNIST, UNIST-gil 50, Ulsan, 689-789, Professor
E-mail: jhlee06@unist.ac.kr

* Mechanical Engineering, UNIST, UNIST-gil 50, Ulsan, 689-789, Graduate student

** Mechanical Engineering, UNIST, UNIST-gil 50, Ulsan, 689-789, Post-doctor

버스팅에서 표면장력과 관성이 지배적인 특이 유동(Singular flow)에서의 자기 유사성(Self-similarity) 거동이 나타남을 확인하였다. Ghabache 등⁽⁵⁾는 다양한 점성 유체를 고려하여 점성에 따른 기포 벽 무너짐을 실험을 통해 확인하였다. 점성이 낮은 유체에서는 표면장력 파동에 앞서 발생하는 이차 표면장력 파동(Secondary capillary wave)에 의해 자기 유사성이 억제되어 발산하는 특이 유동의 특징이 사라지고 이로 인해 낮은 속도의 버스팅 제트가 발생된다고 보고하였다. 또한, 그들은 높은 점성 유체의 경우 점성 소산(Viscous dissipation)에 의해 낮은 진폭의 이차 표면장력 파동이 형성되고, 그 결과 자기 유사성이 보존되어 높은 속도의 버스팅 제트가 형성됨을 보여주었다. Deike 등⁽⁶⁾은 수치 해석을 통해 중력에 따라 결정되는 기포 초기 모양⁽⁷⁾이 버스팅 제트에 미치는 영향을 조사하였다. 그들은 중력영향이 증가할 때 표면장력 파동의 파장이 증가하는 것을 확인하였으며, 파동의 파장 증가에 따른 표면장력 파동속도 감소가 버스팅 제트의 속도를 감소시킨다고 보고하였다.

단일 버스팅 기포에 대한 연구와 비교하여, 버스팅 기포 주위에 다른 기포가 존재할 경우 주위 기포가 자유표면의 버스팅 기포에 미치는 영향에 대한 연구는 제한적으로 수행되었다. Boulston-stone 등⁽⁴⁾은 수치해석을 통해 버스팅 기포 하단에 버스팅 기포보다 큰 후행 기포(Following bubble)를 배치하였을 때 버스팅 제트의 속도가 증가함을 확인하였고, 버스팅 기포 하단에서 발생하는 음압에 의해 후행 기포가 상승함을 보여주었다. 또한, Singh & Das⁽⁸⁾은 자유표면에 수평방향으로 배치된 주변 기포들의 구조가 중심에 위치한 버블의 버스팅에 미치는 영향을 수치해석을 통해 분석하였다. 주변 기포가 대칭적 구조를 갖는 경우, 주변 기포가 버스팅 기포 방향으로 가속되어 버스팅 기포의 표면장력 파동속도를 증가시키는 압축효과가 발생하였고 이에 따라 버스팅 제트의 속도가 증가함을 확인하였다. 비대칭 구조를 갖는 경우, 주변 기포가 존재하는 영역의 표면장력 파동의 속도와 주변 기포가 부재한 영역의 표면장력 파동의 속도 차

이로 인해 버스팅 제트가 발생하는 위치와 방향이 결정됨을 보여주었다.

본 연구에서는 버스팅 기포 하단에 후행 기포를 직렬 배열하여 단일 기포 대비 버블 버스팅 현상 변화를 살펴보고자 한다. 후행 기포에 의한 기포 무너짐과 버스팅 제트 형성 변화에 대한 연구를 진행하기 위하여 두 기포 간 거리(L)와 후행 기포의 반경(R_p)을 체계적으로 변화시켜가며 수치모사를 수행하였으며, 그 결과를 단일 기포의 결과와 비교 분석하였다.

2. 수치 해석 기법

본 연구에서 사용된 균질 혼합류 모델(Homogeneous mixture model)이 적용된 연속방정식, 나비에-스톡스(Navier-stokes) 방정식 및 수송 방정식(Advection equation)을 벡터형으로 나타내면 다음과 같다.

$$\Gamma_p \frac{\partial Q}{\partial \tau} + \Gamma_\epsilon \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(E-E_s)}{\partial x} + \frac{\partial(F-F_s)}{\partial y} = S + \sigma \kappa \left(\frac{\partial E_s}{\partial x} + \frac{\partial F_s}{\partial y} \right), \quad (1)$$

$$Q = \begin{pmatrix} p \\ u \\ v \\ \alpha \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} u \\ \rho_m u^2 + p \\ \rho_m uv \\ \alpha u \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} v \\ \rho_m v u \\ \rho_m v^2 + p \\ \alpha v \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$E_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad S = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho_m g_x \\ \rho_m g_y \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$E_s = \begin{pmatrix} 0 \\ \alpha \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F_s = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$\Gamma_\epsilon = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_m & 0 & u(\rho_g - \rho_l) \\ 0 & 0 & \rho_m & v(\rho_g - \rho_l) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Gamma_p = \begin{bmatrix} 1/\beta\rho_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/\beta\rho_m & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기에서 x 와 y 방향에 대하여 대류항은 (E, F) , 점성항은 (E_v, F_v) , 표면장력항은 (E_s, F_s) 로 나타내었고, 소스항(Source term)은 S 로 표기하였다. 또한, τ 는 가상 시간, β 는 수렴성에 영향을 미치는 압축성 계수, p 와 $u_i = (u, v)$ 는 압력과 속도, σ 는 표면장력계수, x 는 상 경계면의 곡률, ρ_l, μ_l 는 액체의 밀도와 점성, ρ_g, μ_g 는 기체의 밀도와 점성, $g_i = (g_x, g_y)$ 는 중력 가속도 이고 α 는 기체의 부피 분율로 VOF 방법에서 액체-기체 경계면 추적에 사용되는 값이다. 균질 혼합류 모델의 혼합 물성치는 다음과 같이 정의한다.

$$\rho_m = \alpha\rho_g + (1-\alpha)\rho_l, \quad (6)$$

$$\mu_m = \alpha\mu_g + (1-\alpha)\mu_l. \quad (7)$$

식 (1)은 연속방정식의 시간항에 가상 압력항 $(p/\beta\rho_m)$ 을 추가한 형태로, 타원(Elliptic)형태의 연속 방정식을 쌍곡선(Hyperbolic)형태의 방정식으로 변형시키는 Chorin⁽⁹⁾의 가상 압축성 방식(Artificial compressibility method)을 적용하였다. 가상 압력항은 계산결과가 수렴하게 되면 제거되므로 수렴된 계산결과에 영향을 미치지 않는다⁽⁹⁾. 가상 압력항이 계산결과에 미치는 영향을 제거하고자 내부 반복계산을 통해 가상 시간에서의 계산결과를 수렴시킨 후 실제 시간을 전진(Time advancement)하는 이중시간전진법(Dual time stepping)⁽¹⁰⁾을 사용하였다. 점성항은 6차 중심 차분을 적용하였고, 대류항과 표면장력항은 격자 중심을 기준으로 좌우의 유속(Flux)를 9th polynomial으로 재구성한 후, 각각을 소산항이 추가된 Central FDS(Flux difference splitting)과 Upwind FDS를 이용하여 차분하였다. 급격한 구배(Steep gradient)가 존재하는 유동변수를 고차 재구성할 때 수치적 불안정성이 발생하므로, 이를 억제하기 위해 Ha & Lee⁽¹¹⁾가 제안한 제한자(Limiter)를 사용하였다. 차분화된 지배방정식은 3th Runge-kutta 법을 이용하여 외재적 시간 전진을 수행하였다.

본 연구에서는 분석하고자 하는 현상의 특성을 고려하여 축 대칭 경계조건을 적용하여 2차

원 수치모사를 진행하였으며, 상단 벽면은 Zero gradient boundary 조건, 그 이외의 벽면은 점착 조건(No-slip condition)을 사용하였다. 계산영역은 벽면영향을 배제하기 위해 자유표면에 평행한 방향과 수직인 방향으로 각각 $(L_x, L_y) = (16R_B, 20R_B)$ 을 사용하였으며, 버블 버스팅이 발생하는 영역 $(0 < L_x < R_B, 5R_B < L_y < 12R_B)$ 의 해상도는 $256/R_B$, 그 이외 영역은 $48/R_B$ 을 사용하였다. 액체와 기체의 밀도비 및 점성비는 물과 기체의 비율에 해당하는 $\rho_l/\rho_g = 10^3$, $\mu_l/\mu_g = 10^2$ 을 사용하였다.

Fig. 1은 본 연구에서 사용된 초기 기포 배치를 나타낸다. 버스팅 기포의 반경(R_B)은 0.0005m로 고정하였고 두 기포 간 거리(L)은 일반적인 기포 군집에서 나타나는 기포 간 거리인 $0.2R_B$ ⁽⁸⁾에서부터 $1.0R_B$ 까지 고려하였으며 후행 기포의 반경(R_f)는 $0.5R_B$ - $1.5R_B$ 를 사용하였다. Bond 수 $(Bo = \rho g R_B^2 / \sigma)$ 와 Ohnesorge 수 $(Oh = \mu_l / \sqrt{\rho \sigma R_B})$ 는 각각 0.05, 0.022로 고정하였다. 이는 Ghabache 등⁽⁵⁾에서 사용한 40%의 물-글리세린 혼합액에 해당하는 값이다. 계산에 필요한 초기 기포 ($t=0$)는 폭발에 의해 버스팅 기포의 상단이 일부 제거된 열린 기포를 가정하였으며, 이는 $Bo=0.05$ 에 대한 Young-Laplace 방정식을 사용하여 계산되었다. 후행 기포는 구형으로 가정되었으며, 후행 기포 내부 압력은 Laplace pressure를 적용하였다.

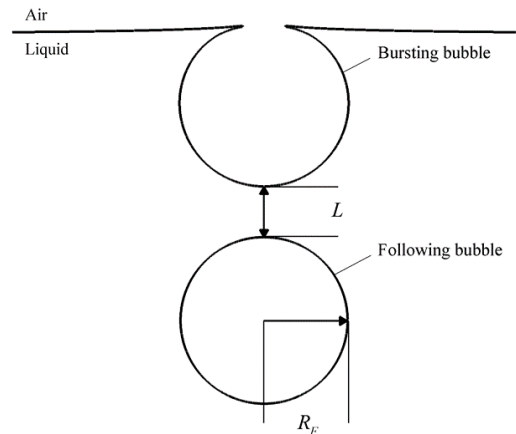


Fig. 1. Configuration of tandem bubble bursting.

3. 결과

3.1 단일 기포

직렬 배열된 기포 버스팅 현상을 살펴보기 이전에, 단일 기포에서 발생하는 버블 버스팅 현상을 살펴보기 위하여 시간에 따른 기포 벽 변화를 Fig. 2(a)에 표시하였다. 이때, 반경, Bond 수 그리고 Ohnesorge 수는 $R_b=904\mu\text{m}$, $Bo=0.14$, $Oh=0.02427$ 을 사용하였다. Fig. 2(a)는 자유표면에서 버스팅 기포가 폭발한 후, 버스팅 기포의 상단이 일부 제거된 열린 기포를 나타내며, 이를 기준시간 $t=0\text{s}$ 로 표시하였다. 시간이 지남에 따라, 높은 곡률을 가진 열린 기포 상단에서 표면장력에 의해 기포 벽 무너짐(Bubble collapse)이 발생하는 것을 확인할 수 있다 ($0\text{s} < t \leq 0.0014\text{s}$). 이 때, 기포 벽 일부에서 형성된 표면장력 파동은 자기 유사 거동^(3,5,6,18)을 나타내며 점차 기포 바닥으로 집중되는 것을 알 수 있다. 기포 바닥 중심에서 표면장력 파동이 충돌함에 따라, 강한 정체 압력(Stagnation pressure)이 발생하며⁽¹²⁾, 그 결과 버스팅 제트가 시간 $t=0.0016\text{s}$ 에서 발생하는 것을 알 수 있다. 버스팅 제트가 형성된 후, 자유 표면으로부터 버스팅 기포의 반경만큼 떨어진 위치에서 액적이 형성되는 것을 알 수 있다

($t=0.0017\text{s}$)⁽¹³⁾. Fig. 2(a)에서 Deike 등⁽⁶⁾의 결과와의 비교를 통해, 표면장력에 의해 무너지는 기포 계면이 시간에 따라 정확히 수치 모사됨을 확인할 수 있다. 또한, 기포 바닥 중심으로 집중되는 표면장력 파장에 의한 버스팅 제트의 속도를 기존연구들과 비교하기 위하여 Fig. 2(b)에 Oh 수 변화에 따른 Ca 수의 변화를 나타내었다. 이때, 버스팅 제트의 속도는 액적이 형성되기 전 속도가 평형상태를 이룰 때 측정하였으며, 이는 Deike 등⁽⁶⁾의 방법과 동일하다. Oh 가 0.03보다 작을 때, Oh 증가에 따른 버스팅 제트의 속도 증가가 Ghabache 등⁽⁶⁾의 실험결과와 동일한 경향을 보여주는 것을 확인할 수 있다. Oh 가 0.03보다 큰 경우, Oh 가 증가함에 따라 버스팅 제트 속도가 급격하게 감소하는 것을 확인할 수 있으며, 이러한 결과는 기존의 Deike 등⁽⁶⁾의 수치해석결과와 일관된다. Oh 증가에 따라 $Oh=0.03$ 을 기준으로 상반되는 속도경향이 나타나는 이유는 다음과 같다. Oh 가 0.03보다 작을 때 Oh 증가에 의한 점성효과 증가에 따라 기포 벽 무너짐에서 나타나는 이차표면장력 파동의 진폭이 감소⁽⁶⁾하고, 그에 따라 기포 벽의 자기 유사 거동이 보전되어 발생하는 성질⁽¹⁷⁾을 나타내므로 빠른 속도의 버스팅 제트를 형성하게 된다. 반면 Oh 가 0.03보다 클 때, 이차표면장력 파동이 존재하지 않기 때

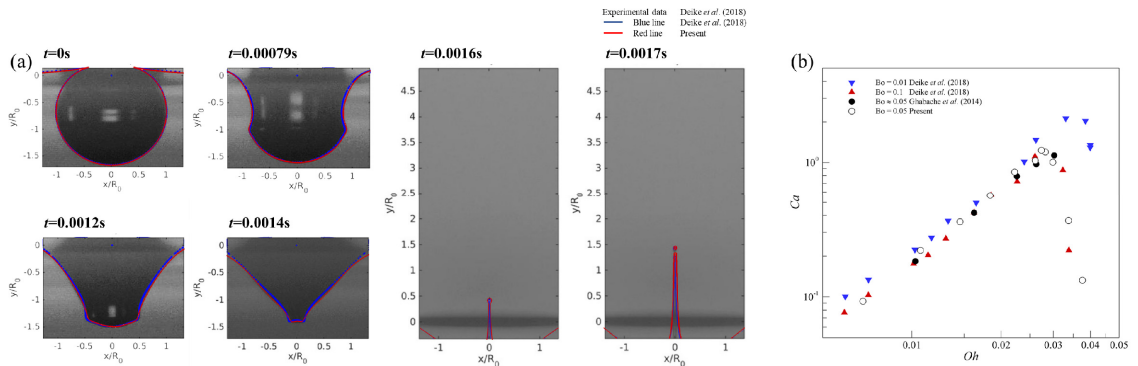


Fig. 2. (a) Time evolution of bubble bursting. Bursting bubble radius is $R_b=904\mu\text{m}$. Bond number is 0.14 and Ohnesorge number is 0.02427. Experimental data (gray contour) and simulation data (blue line) of Deike et al. (2018) are compared with our data (red line). (b) Variation of the Capillary number ($Ca=V_{tip} \mu / \sigma$) with respect to the Ohnesorge number. Here, V_{tip} is defined by a plateau value immediately before a drop ejection. Previous data from Deike et al. (2018) and Ghabache et al. (2014) are included for comparison.

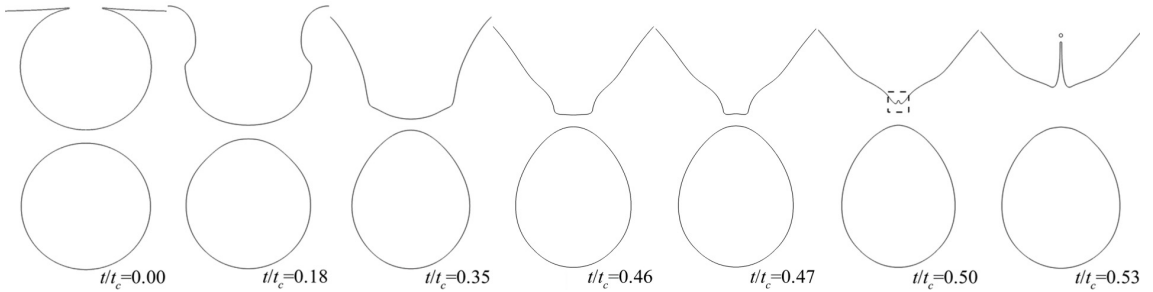


Fig. 3. Time evolution of the liquid-gas interface during tandem bubble bursting. Here, a gap distance between bursting and following bubbles is $L=0.2R_B$ and the radius of the following bubble is $R_F=1.0R_B$. The snapshots are extracted at $t/t_c=0, 0.18, 0.35, 0.46, 0.47, 0.50$ and 0.53 , where $t_c = \sqrt{\rho_l R^3 / \sigma}$ is the characteristics time scale. Bubble collapse is shown before $t/t_c=0.50$. After $t/t_c=0.50$, the jet formation and droplet ejection are displayed. Dashed box at $t/t_c=0.50$ represents an interface immediately after the jet forms.

문에 점성효과가 기포 벽 무너짐 및 제트 형성 과정에 강하게 영향을 끼쳐 버스팅 제트의 속도가 급격히 감소하게 된다^(5,14).

3.2 직렬 배열된 기포

3.2.1 버스팅 제트 형성 메커니즘

단일 기포 버스팅 제트 형성 대비, 직렬 배열된 버블 버스팅 현상을 살펴보기 위하여 시간 변화에 따른 기포 벽 거동을 Fig. 3에 나타내었다. 후행 기포의 경우, 시간이 지남에 따라 후행 기포 하단의 위치 변화없이 후행 기포 상단의 상승만 나타나는 것을 알 수 있다. 이는 Bo 에 비례하는 버블 버스팅의 시간 스케일이 ($\sqrt{\rho_l R^3 / \sigma}$)가 기포상승의 시간 스케일($\sqrt{2R/g}$)⁽¹⁵⁾에 비해 매우 작기 때문에 나타나는 현상으로, 중력의 영향이 거의 없음을 나타내며, $Bo \ll 1$ 에서 중력 영향을 무시할 수 있다는 기존 연구결과⁽¹⁶⁾와 일치한다. 후행 기포 상단은 버스팅 기포 하단에서 발생하는 음압⁽⁴⁾에 의한 후행 기포 내외부의 압력 불균형으로 인해 상승함을 알 수 있다. 또한, 버스팅 제트와 함께 발생하는 중력방향 유동에 의해 후행 기포상단이 하강함을 시간 $t/t_c=0.50, 0.53$ 에서 확인 할 수 있다. 버스팅 기포의 경우, 단일 버블 버스팅 현상과 동일하게 버스팅 제트가 발생하기 전 ($t/t_c < t_0$)에 기포 벽이 자기 유사

성 거동을 보임을 시간 $t/t_c=0.46, 0.47$ 에서 확인할 수 있다. 여기서, t_0 는 버스팅 제트가 발생하는 시간을 의미하며, 시간 $t_0=t/t_c=0.50$ 을 나타낸다. 하지만, 버스팅 제트가 발생한 후($t/t_c > t_0$), 자유표면보다 높은 위치에서 액적이 발생하는 단일 버블 버스팅⁽¹³⁾과는 다르게 자유표면보다 낮은 위치에서의 액적이 발생함을 알 수 있다. 이전 연구⁽¹⁷⁾를 통해 증가된 제트 속도에 의해 액정 형성 시간(Pinch-off time)이 감소함을 알 수 있으므로, 이를 통해 직렬 배열된 버블 버스팅의 제트 속도가 증가함을 예측할 수 있다.

후행 기포가 직렬 배열된 버블 버스팅 제트에 미치는 영향을 더욱 자세히 분석하기 위해 단일 버블 버스팅과 직렬 배열된 버블 버스팅의 기포 벽 무너짐을 Fig. 4(a)에 비교하였다. 앞선 그림에서 예측할 수 있듯이, 단일 버블 버스팅과 비교하여 후행 기포의 상승으로 인해 버스팅 기포의 바닥 상승이 빨리 발생하는 것을 확인할 수 있다. 또한 $t/t_c=0.4, 0.45$ (see the pink and brown lines in Fig. 4a)에서 직렬 배열된 버블 버스팅의 표면장력파동의 파장이 감소함을 알 수 있다. 파장의 분산 관계($v = w/k = \sqrt{2\pi\sigma / \rho\lambda}$)에 의해, 감소된 파장은 기포 바닥 중심으로의 표면장력 파동의 속도를 증가시키므로 직렬 배열된 버블 버스팅의 경우 표면장력 파동이 기포 바닥 중심에 도달한 반면, 단일 버블 버스팅의 경우 표면장력

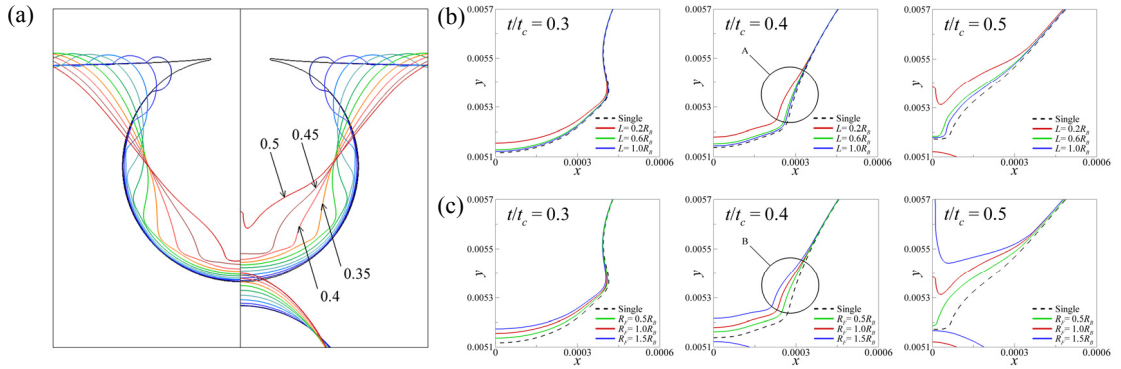


Fig. 4. (a) Temporal evolution of the gas-liquid interface for the single (left) and tandem (right) bubbles. Bond number and Ohnesorge number are 0.05 and 0.022 for the single and tandem bubbles. For the tandem bubbles, $L=0.2R_B$ and $R_f=1.0R_B$. Time difference between the curves in (a) is $\Delta t/t_c=0.05$. (b, c) Temporal evolution of the interface for the tandem bubbles (b) with varying $L=0.2R_B$ (green), $0.6R_B$ (red) and $1.0R_B$ (blue) when $R_f=1.0R_B$ and (c) with varying $R_f=0.5R_B$ (green), $1.0R_B$ (red) and $1.5R_B$ (blue) when $L=0.2R_B$. Black dashed lines in (b) and (c) indicate interfaces corresponding to single bursting bubble.

파동이 아직 기포 바닥에 이르지 못한 것을 알 수 있다 (see the red lines at $t/t_c=0.50$).

매개변수 변화에 따른 직렬 배열된 버블 버스팅의 특성을 분석하기 위해 시간에 따른 기포 벽 변화를 두가지 분류로 나눠 비교 분석하였다. Fig. 4(b)에서는 R_f 를 $1.0R_B$ 로 고정하고 L 을 $0.2R_B, 0.6R_B, 1.0R_B$ 로 변화시켜가며 두 기포 간 거리가 버블 버스팅에 미치는 영향을 분석하였고, Fig. 4(c)에서는 L 을 $0.2R_B$ 로 고정하고 R_f 를 $0.5R_B, 1.0R_B, 1.5R_B$ 로 변화시켜가며 후행 기포 크기가 버블 버스팅에 미치는 영향을 분석하였다. Fig. 4(b)의 시간 $t/t_c=0.3$ 에서 모든 L 에 대하여 버스팅 기포 바닥이 단일 기포 대비 상승하는 것을 확인할 수 있고, L 이 증가함에 따라 바닥 상승 속도가 감소하는 것을 알 수 있다. 시간 $t/t_c=0.4$ 에서 $L=0.2R_B$ (red line)는 후행 기포 상승에 따른 표면장력 파장의 단축을 보여주며 (see A), $t/t_c=0.5$ 에서 버블 버스팅 제트가 형성된다. 반면에, $L=0.6R_B$ 와 $L=1.0R_B$ 는 $t/t_c=0.5$ 에서 표면장력파동의 위치 차이는 존재하지만, 버스팅 제트가 형성되지 않음을 알 수 있다. 시간 $t/t_c=0.3$ 에서 R_f 가 증가함에 따라 바닥 상승 속도가 증가함

을 알 수 있고 (Fig. 4c), 시간 $t/t_c=0.4$ 에서 R_f 가 증가함에 따라 파장이 단축되는 것을 알 수 있

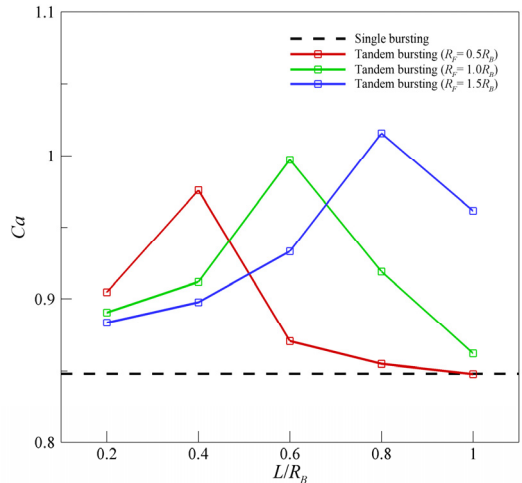


Fig. 5. Variation of the Capillary number as a function of the spacing (L) between bursting and following bubbles: $R_f=0.5R_B$ (red), $R_f=1.0R_B$ (green) and $R_f=1.5R_B$ (blue). Dashed line indicates the Capillary number of a bursting jet in a single bubble case.

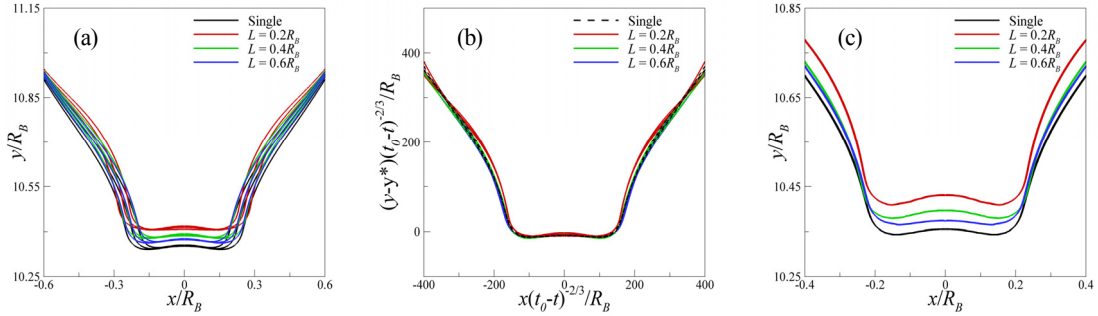


Fig. 6. (a) Time evolution of the bursting bubble interfaces for $L=0.2R_B$ ($0.456 < t/t_c < 0.469$), $0.4R_B$ ($0.475 < t/t_c < 0.488$) and $0.6R_B$ ($0.481 < t/t_c < 0.494$) at $R_f=1.0R_B$. Black line represents self-similar behavior of bursting bubble interface for a single bubble bursting ($0.500 < t/t_c < 0.513$). The bubble interfaces in (a) are scaled in (b) using a length scale $l \sim (t_0 - t)^{2/3}$. Here, y^* is the position at which self-similar behavior ends. (c) Variation of the bursting bubble interfaces before the jet forms ($t/t_c = t_0 - 0.03$).

다(B). 단축된 파장은 버스팅 제트 형성 시간을 감소시키는 것을 시간 $t/t_c=0.5$ 에서 확인할 수 있다. Fig. 4(b)와 Fig. 4(c)를 통해 두 기포 사이 거리가 가깝거나 후행 기포의 반경이 클 때, 표면장력 파동의 파장은 단축되고 그에 따라 버스팅 제트 형성 시간이 감소함을 알 수 있다.

3.2.2 버스팅 제트 속도

Fig. 5는 두 기포 간 거리 변화에 대한 버스팅 제트 속도 변화를 보여 준다. 여기서, R_f 는 $0.5R_B$, $1.0R_B$, $1.5R_B$ 를 고려하였다. 각각의 후행 기포 반경에서 최대의 속도 값을 갖는 임계거리(L^*)이 나타나는 것을 확인할 수 있다. $L > L^*$ 일 때, L 의 증가에 따라 표면장력파동의 속도 감소 (Fig. 4b)가 버스팅 제트의 속도를 감소시키는 것을 알 수 있다. 이는 표면장력 파동과 버스팅 제트 간 관계를 밝힌 Deike 등⁽⁶⁾의 연구결과와 일치한다.

하지만 $L < L^*$ 에서는 L 이 증가할 때 표면장력 파동의 속도감소 (Fig. 4b)에도 불구하고 버스팅 제트 속도가 증가하는 것을 알 수 있다. 이러한 현상을 이해하기 위해서는 버스팅 제트가 발생되기 전 L 의 변화에 따라 기포 벽 무너짐이 어떤 차이를 보이는지 면밀히 분석할 필요가 있다.

Fig. 6(a)는 구간 $L < L^*$ 에서 L 이 증가할 때 시간에 따른 기포 벽의 변화를 나타낸다. 여기서

나타내지는 않았지만, 임계거리 근방에서 각각의 R_f 에 따른 기포 벽 무너짐이 유사하므로 $R_f=1.0R_B$ 를 대표적으로 고려하였다. Fig. 6(a)에서 기포 벽 변화를 관찰했을 때, 자기 유사성을 갖는 단일 버블 버스팅^(3,5,6)과 유사하게, 모든 L 에서 특정 시간영역에서 기포 벽이 자기 유사성 거동을 보이며 무너지는 것을 확인할 수 있다.

이를 바탕으로, 해당 기포 벽들에 Z_{eff} 등⁽¹⁸⁾의 스케일링($l \sim (t_0 - t)^{2/3}$)을 적용했을 때, 하나의 기포 벽으로 중첩됨을 Fig. 6(b)에서 알 수 있다. 이는 직렬 배열된 버블이 버스팅 과정에서, 자기 유사 거동을 보이며, 그 이후 발생하는 버스팅 제트가 특이점(t_0)에서 발산하는 특이 유동임을 의미한다.

기포 벽이 무너지면서 나타나는 버스팅 제트의 발산하는 특성은 표면장력 파동에 앞서 발생하는 이차 표면장력 파동의 진폭이 증가함에 따라 억제되는 것으로 알려져 있다⁽⁵⁾. 버스팅 제트의 발산하는 특성에 영향을 미치는 이차표면장력 파동을 분석하기 위해 버스팅 제트가 형성되는 시점(t_0)로부터 동일한 시간만큼 떨어진 시간대의 기포 벽을 Fig. 6(a)에서 추출하여 Fig. 6(c)에 나타내었다 ($t/t_c = t_0 - 0.03$). $L < L^*$ 일 때 (즉, $L=0.2R_B$, $0.4R_B$), L 이 증가함에 따라 기포 바닥에서 발생하는 이차 표면장력 파동의 진폭이 감소하는 것을

확인할 수 있다. 반면 $L=L^*$ 인 경우($L=0.6R_b$), 기포 바닥에서 발생하는 이차 표면장력 파동의 진폭이 단일 버블 버스팅에서 나타나는 것과 유사한 것을 확인할 수 있다. 이를 통해 $L \geq L^*$ 의 경우, 버스팅 제트의 발산하는 특성이 변하지 않기 때문에 버스팅 제트의 속도는 표면장력파동의 속도에 의해 결정되는 것을 알 수 있고, $L < L^*$ 의 경우, 후행 기포의 상승효과는 표면장력파동의 속도를 증가시키지만 버스팅 기포의 바닥에서 생성되는 이차 표면장력파동의 진폭을 증가시켜 버스팅 제트의 발산하는 특성을 억제하고 그 결과 버스팅 제트의 속도가 감소됨을 확인할 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 직렬 배열된 버블 버스팅 현상을 분석하기 위하여 두 매개변수(두 기포 간 거리 및 후행 기포 반경)변화에 따른 수치모사를 진행하였다. 이를 위해 두 매개변수(두 기포 간 거리 및 후행 기포 반경)변화에 따른 후행 기포의 버스팅 변화를 조사하였으며, 그 결과를 단일 버블 버스팅의 결과와 비교분석하였다. 임계거리보다 두 기포 간 거리가 크거나 같은 경우($L \geq L^*$), L 이 증가함에 따라 기포 바닥에서 발생하는 이차 표면장력파동의 진폭변화가 발생하지 않았고, 두 기포 간 거리가 임계거리보다 작은 경우($L < L^*$), L 이 증가함에 따라 이차 표면장력 파동의 진폭이 감소함을 확인하였다. 이차 표면장력 진폭에 의해 결정되는 버스팅 제트의 발산하는 특성을 고려했을 때, 이차 표면장력 파동의 진폭 변화가 없는 경우($L \geq L^*$), 표면장력 파동 속도에 의해 버스팅 제트의 속도가 결정됨을 확인하였다. 이차 표면장력 파동의 진폭변화가 있는 경우($L < L^*$), 발산하는 특성 변화에 의해 버스팅 제트 속도가 결정됨을 확인하였다.

후 기

본 연구는 교육부와 과학기술정보통신부의 지원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행되었습니다(NRF-2019R1A2C108385812).

REFERENCE

- 1) Veron, F., 2015, "Ocean spray," *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 47, 507.
- 2) Baylor, E. R., Peters, V., Baylor, M. B., 1977, "Water-to-air transfer of virus," *Science.*, Vol. 197, pp.763-764.
- 3) Duchemin, L., Popinet, S., Josserand, C., Zaleski, S., 2002, "Jet formation in bubbles bursting at a free surface," *Phys. Fluids.*, Vol. 14, pp.3000-3008.
- 4) Boulton-Stone, J. M. and Blake, J. R., 1993, "Gas bubbles bursting at a free surface," *J. Fluid Mech.*, Vol. 254, 437.
- 5) Ghabache, E., Antkowiak, A., Josserand, C., Seon, T., 2014, "On the physics of fizziness: how bubble bursting controls droplets ejection," *Phys. Fluids.*, Vol. 26, 121701.
- 6) Deike, L., Ghabache, E., Liger-Belair, G., Das, A. K., Zaleski, S., Popinet, S., Seon, T., 2018, "Dynamics of jets produced by bursting bubbles," *Phys. Rev. Fluids.*, Vol. 3, 013603.
- 7) Toba, Y., 1959, "Drop production by bursting of air bubbles on the sea surface (ii) theoretical study on the shape of floating bubbles," *J. Oceanogr. Soc. Jpn.*, Vol. 15, 121.
- 8) Singh, D. and Das, A. K., 2019, "Numerical investigation of the collapse of a static bubble at the free surface in the presence of neighbors," *Phys. Rev. Fluids.*, Vol. 4, 023602.
- 9) Chorin, A. J., 1997, "A numerical method for solving incompressible viscous flow problems," *J. Comput. Phys.*, Vol. 135, pp.118-125.
- 10) Kunz, R. F., Boger, D. A., Stinebring, D. R., Chyczewski, T. S., Lindau, J. W., Gibeling, H. J., Venkateswaran, S., and Govindan, T. R., 2000, "A preconditioned Navier-Stokes method for two-phase flows with application to cavitation prediction," *Comput. Fluids.*, Vol. 29, 849.
- 11) Ha, C. T. and Lee, J. H., 2020, "A modified

- monotoni-city preserving high-order scheme with application to computation of multi-phase flows,” *Comput. Fluids.*, Vol. 197, 104345.
- 12) Macintyre, F., 1972, “Flow patterns in breaking bubbles,” *J. Geophys. Res.*, Vol. 77 (27), pp.5211–5228.
 - 13) Gañán-Calvo, A. M., 2017, “Revision of Bubble Bursting: Universal Scaling Laws of Top Jet Drop Size and Speed,” *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 119, 204502.
 - 14) Gordillo, J. M. and Rodriquez-Rodriquez, J., 2019, “Capillary waves control the ejection of bubble bursting jets,” *J. Fluid Mech.*, Vol. 867, pp.556-571.
 - 15) Bhaga, D. and Weber, M. E., 1981, “Bubbles in viscous liquids: shapes, wakes and velocities,” *J. Fluid Mech.*, Vol.105, pp.61-85.
 - 16) Walls, P., Henaux, L., Bird, J., 2015, “Jet drops from bursting bubbles: How gravity and viscosity couple to inhibit droplet production,” *Phys. Rev. E.*, Vol.92, 021002(R).
 - 17) Ghabache, E. and Seon, T., 2016, “Size of the top jet drop produced by bubble bursting,” *Phys. Rev. Fluids.*, Vol.1, 051901(R).
 - 18) Zeff, B. W., Kleber, B., Fineberg, J., Lathrop, D. P., 2000, “Singularity dynamics in curvature collapse and jet eruption on a fluid surface,” *Lett. Nature.*, Vol.403, 401.