

다중완화시간 격자 볼츠만기법을 이용한 다양한 종횡비의 리드드리븐 공동유동 수치해석연구

황팅팅* · 송주현** · 임희창†

SIMULATION OF LID DRIVEN CAVITY FLOW WITH DIFFERENT ASPECT RATIOS BY MULTI-RELAXATION-TIME LATTICE BOLTZMANN METHOD

Tingting Huang*, Juhun Song* and Hee-Chang Lim*[†]

Abstract This study performs a numerical simulation of lid driven rectangular cavity flow with different aspect ratios of $k = 0.5$ to 4 under Reynolds $100, 1,000, 10,000$ by using multi-relaxation time (MRT) Lattice Boltzmann Method (LBM). In order to achieve better convergence, well-posed boundary conditions in the domain should be defined such as no-slip condition on side and bottom solid wall surfaces and uniform horizontal velocity on the top of the cavity. This study focuses on the flow inside different shape of rectangular cavity with the aim to observe the effect of the Reynolds number and aspect ratio on the flow characteristics and primary/secondary vortex formation. In order to validate the study, the results have been compared with existing works. The result shows that the Reynolds number and the aspect ratio both has substantial effects on the flow inside the lid-driven rectangular cavity.

Key Words : Multiple relaxation time(다중완화시간), Lattice Boltzmann method(격자 볼츠만기법), lid-driven cavity flow(리드 드리븐 공동유동)

1. 서론

격자 볼츠만기법(LBM)은 다양한 수치공학문 제들, 특히, 비압축성유동, 다공물질유동, 전자기 수력학, 단상 및 다상유동 등 을 해결하는데 중요한 역할을 최근 들어 해오고 있다.⁽¹⁻⁵⁾ 또한,

기존 Navier-Stokes 방정식을 기반으로 거시 유체 유동의 특성을 해석하는 수치유체역학(CFD)의 분야에 새로운 접근방법으로 불리고 있다.⁽²⁾ 격자 볼츠만 기법은 동적모델을 사용하며 다양한 인자들을 사용하는데, 분포함수라 불리는 유체의 입자들의 움직임과 채배치를 기술하는 인자도 그 중의 하나이다.⁽¹⁾ 이 입자들은 연속적인 유체의 흐름(streaming)과 충돌(collision)과정을 통해서 격자 노드에 안정하게 되면서 유동의 흐름을 표현하게 된다. 격자 볼츠만기법은 여러 가지 장점 들을 가지고 있는데 그 중 높은 병렬화에 근거한 단순한 알고리즘이 그 중에 하나이며, 복잡한 경계조건에 비해 격자를 변환하지 않고 상대적

[†] School of Mechanical Engineering,
Pusan National University, Professor.
Email: hclim@pusan.ac.kr

^{*} School of Mechanical Engineering,
Pusan National University, M.S. Candidate

^{**} School of Mechanical Engineering,
Pusan National University, Professor

으로 빠르게 해를 구할 수 있다.⁽⁶⁾ 이러한 사실과 함께, 거시 압력분포는 다양한 Re 수에 대해서 2차 근사의 상태방정식을 이용하여 안정된 결과를 얻을 수 있다.

격자 볼츠만기법을 이용하여 계산된 리드 드리븐 공동유동은 비압축성 유체유동문제에서 많은 벤치마크 연구들 중 하나이다. 해석하는 형상이 단순하기 때문에 LBM 지배방정식의 신뢰성 및 강건성을 확인하는데 많이 사용된다. 그럼에도 불구하고 도메인 상부의 일정유속에 의해 만들어지는 내부유동은 생각보다 예측하기가 어려우며 심지어 다양한 비압축성 유동 문제들 (미소 예디, 2차유동, 유동불안정성, 랜덤 유체유동, 천이 및 난류 등)을 포함하고 있어 계산이 쉽지가 않다. 따라서, 이러한 유동은 다양한 수치해석문제들을 검증하는데 광범위하게 사용되며, 공동 내 수평과 수직유동분포장의 경우 벤치마크 문제로 많이 다루어져왔다.⁽²⁾

리드 드리븐 공동유동의 경우 많은 연구자들이 다루어 왔다. Erturk와 Dursun⁽⁷⁾은 두 개의 서로다른 레이놀즈 수 100과 1,000에서 비틀어진 공동유동을 해석하였으며, Hou 등⁽⁸⁾은 LBGK 모델을 이용하여 레이놀즈 수 7,500 이하에서 리드 드리븐 공동유동의 압축성 특성에 대해 연구한 바 있다. 이들은 정상상태에서 격자의 크기에 따라 수렴성 및 레이놀즈 5,000에서 Hopf 분산을 얻고자 다양한 시도를 하였다. 보다 복잡한 형상의 공동에 대해서는 Aslan⁽⁹⁾은 SRT(Single Relaxation Time)와 MRT (Multiple-Relaxation Time)를 사용하여 다양한 레이놀즈 수에 따라 LBGK모델 기반의 공동유동에 대한 안정성을 연구하였다. Ghia 등⁽²⁾은 MRT 모델을 사용하여 레이놀즈 수 100에서 10,000까지의 리드 드리븐 공동유동을 계산하였으며, 대부분의 기존 연구결과들과 잘 일치하는 특성을 나타내었다.

본 연구와 같이 다양한 종횡비에 대한 기존연구들을 살펴보면, Lin 등⁽¹⁰⁾은 SRT모델의 레이놀즈 수의 한계를 극복하기 위하여 MRT를 기반으로 한 격자 볼츠만 코드를 개발하여 레이놀즈 수 100에서 5,000 사이에서 1에서 4의 종횡비 ($k = L/W$)를 가지는 리드드리븐 공동유동을 계

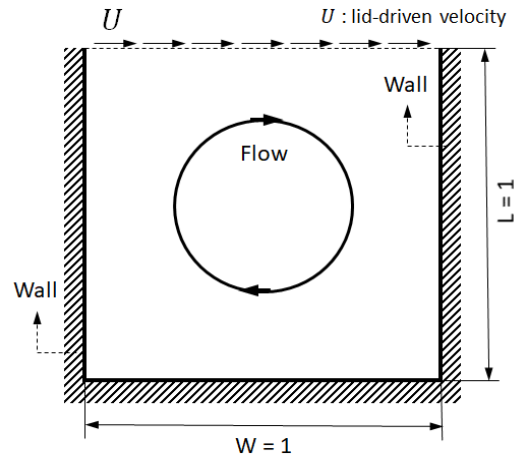


Fig. 1. Schematic of lid-driven cavity flow ($k=1$).

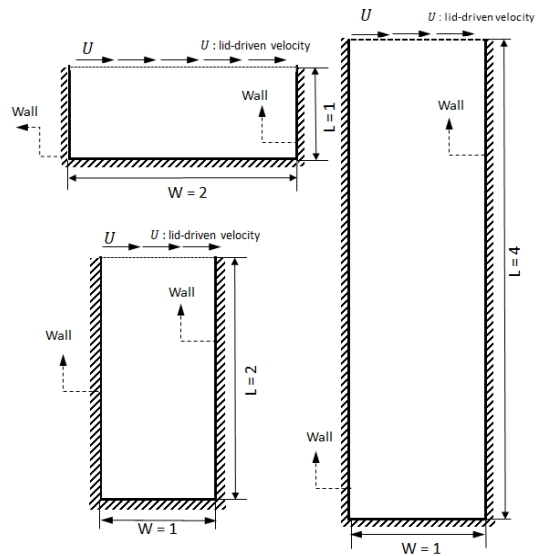


Fig. 2. Schematic of lid-driven cavity flow with different aspect ratios ($k=0.5, 1.5, 4$)

산하였으며, 기존의 연구결과와 잘 일치한 것을 확인한 바 있다. 그러나, 대부분의 경우 종횡비가 2~3보다 커지는 경우는 발생하는 와류가 점점 많아지며 극히 드물게 시도된 바 있다. 그리고, 레이놀즈 수에 있어서도 5,000까지의 한계를 가지고 있어, 이와 관련된 유동의 특성을 파악 및 관찰하는데, 기존 연구들은 많은 제약 가지고 있어 논문이 가지는 의미는 크다.

본 논문에서는 리드 드리븐 공동유동의 계산

을 위해 격자 볼츠만기법을 사용하였으며, 기존 연구와의 차별을 위해 레이놀즈수는 100에서 10,000까지로 변화시켰으며 종횡비의 경우 0.5에서 4까지 바꾸어 보다 넓은 범위의 공동유동에 대해 유동특성을 관찰하고자 하였다. 특히 레이놀즈 수의 경우, $Re = \rho UL/\nu$ 를 사용하였으며, 유속 U 는 1을 사용하였고, 다양한 형상비의 일관성을 지키기 위해, 특성길이(L)의 경우 $k=0.5$ 과 1의 경우 특성길이를 L 을 사용하였으며, $k=1.5$ 와 4의 경우 특성길이를 W 으로 사용하였다. 리드 드리븐 공동유동을 만들기 위하여 좌우 및 바닥은 벽으로 고정시켰으며, 일정한 수평유동성분을 공동의 상부에 가할 수 있도록 하였다. 특히, 높은 레이놀즈 수로 인한 시간의 변동에 따른 수치해석계산의 불안정성을 피하기 위하여 우선 레이놀즈 수 5,000에서의 수치해석결과를 기존의 결과들과 비교하여 수치해석의 안정성을 확인하였다.

본 연구를 위하여 공동의 형상은 우선 1:1 비율을 가지는 정사각형상(종횡비 $k = L/W = 1$, Fig. 1)을 시작으로 1:0.5 및 1:4의 직사각형상($k = 0.5, 4$)의 공동형상 내 유동을 관찰하고자 하였다. (Fig.2 참조) 특히, 양쪽 벽면 및 바닥면은 고정된 점착조건의 벽면조건을 사용하였으며, 상부의 벽면은 일정한 수평방향속도의 움직이는 벽면(moving wall)조건을 적용하여 속도단위(U)를 0.1로 사용하였다. 수치 계산에서 유동안정성을 관찰하기 위하여 레이놀즈 수는 100에서 10,000까지의 범위로 변화시켜 유동특성을 관찰하였다.

2. 수치해석 기법

격자 볼츠만기법은 격자 가스 오토마타(Lattice Gas Automata, LGA) 기법에 기본적인 골격을 가지고 있으며, 이는 유체를 격자의 노트에 일련의 입자들을 분포시킨다는 가정에서 출발한다. 이러한 유체 입자들은 움직임에 있어 흐름과 충돌이라는 규칙을 따르며 운동한다. 그러나, 속도와 압력에 만 제한된 물리적인 입자들에 의존하기 때문에 이 또한 단점으로 작용할 수 있다.

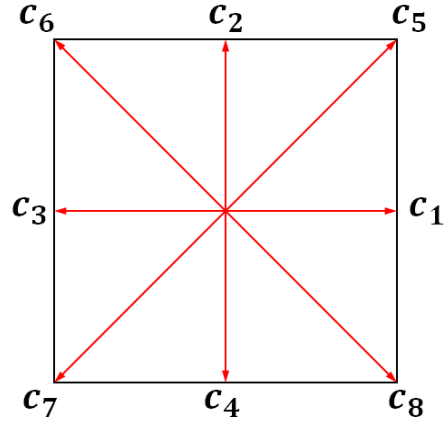


Fig. 3. Schematic diagram of Marangoni-flow

2.1 싱글완화시간 (SRT)

충돌 항을 가지는 격자 볼츠만 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$f_i(\vec{x} + c_i \delta t, t + \delta t) - f_i(\vec{x}, t) = -\frac{f_i - f_i^{eq}}{\tau} \quad (1)$$

여기서 f_i 와 f_i^{eq} 항은 각각 이산 분포 및 평형상태 함수를 나타내며, Fig. 3에 나타난 대로 9개 점에 대해 D2Q9 격자를 형성할 수 있다. 또한, \vec{x} 와 c_i 는 각각 공간상의 위치벡터와 i 번째 방향의 이산속도를 나타내며, 또한 τ 는 평형상태로 접근하는 분포함수의 시간변화율을 조절하는 싱글완화시간을 나타낸다. 평형분포함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_i^{eq} = \rho \omega_i \left[1 + 3 \vec{c}_i \cdot \vec{u} + \frac{9}{2} (\vec{c}_i \cdot \vec{u})^2 - \vec{u} \cdot \vec{u} \right] \quad (2)$$

식 (2)에서 ω_i 는 가중계수이며, 벌크속도 u , 밀도 ρ 그리고 압력 p 는 다음 식으로 얻어질 수 있다.

$$\rho = \sum_i f_i \quad (3)$$

$$\rho u = \sum_i c_i f_i \quad (4)$$

$$p = \rho c_s^2 \quad (5)$$

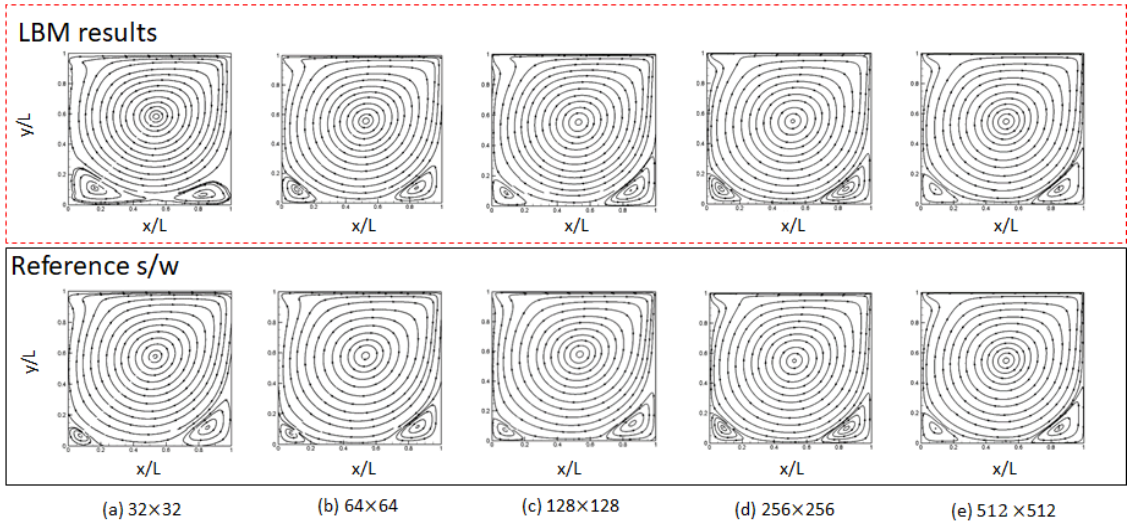


Fig. 4. Mesh dependence check in terms of the size of the grid under $Re=2,000$, which compared with those obtained using the commercial software Ansys Fluent

여기서 $c_s = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\Delta x}{\Delta t}$ 는 격자 음속 (lattice sound speed)으로 정의한다. 또한, w_i 와 c_i 는 D2Q9에서 다음과 같이 표현된다.

$$w_i = \begin{cases} \frac{4}{9} & , i = 0 \\ \frac{1}{9} & , i = 1, 2, 3, 4 \\ \frac{1}{36} & , i = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (6)$$

$$c_i = \begin{cases} c_0 = 0 & , i = 0 \\ c_{2i+1} = c(\cos(\frac{i\pi}{4}), \sin(\frac{(i-1)\pi}{4})) & , i = 1, 2, 3, 4 \\ c_{2i} = \sqrt{2}(\cos(\frac{(2i-1)\pi}{4}), \sin(\frac{(2i-1)\pi}{4})) & , i = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (7)$$

채프만-엔스코그 (Chapman-Enskog) 근사를 통해 격자 볼츠만 방정식이 연속 및 운동량 방정식을 만족시킨다고 알려져 있다. 주어진 상태를 제어하는 식은 다음의 두가지 흐름(streaming) 및 충돌(collision)과정으로 이루어진다.

$$\text{흐름: } \bar{f}_i(x, t) = f_i(x, t) - \frac{1}{\tau}(f_i(x, t) - f_i^{eq}(x, t)) \quad (8)$$

$$\text{충돌: } f_i(x + c_i \delta t, t + \delta t) = \bar{f}_i(x, t) \quad (9)$$

위 식(6)과 (7)에서, \bar{f}_i 는 충돌후의 분포함수를 나타낸다. 실제 격자 볼츠만기법은 완화시간이 채프만-엔스코그 근사를 통해 유체의 점성항으로 기술되며, 여기서 유도된 변수들은 나비에 스톱스 (Navier-Stokes) 방정식을 2차 정밀도로 만족시킬 수 있다.⁽⁷⁾ 완화시간 τ 는 동점성계수 ν , 격자거리 Δx , 단위 격자에서의 시간간격 Δt 그리고 유체의 점성 ρ 의 함수로 다음과 같이 기술된다.

$$\tau = \frac{1}{2} + \frac{\nu}{\rho \Delta t c_s^2} \quad (10)$$

여기서 격자간격 Δx 와 Δt 는 기본단위로 설정하였다.

2.2 다중완화시간 (MRT)

다중완화시간 격자 볼츠만기법은 싱글완화시간 기법에 비해 수치안정성과 정확도에 있어 뛰어난 성능을 발휘해서 복잡한 유체유동 및 다상 유동분야에 많이 적용되고 있다. 충돌연산자를 포함한 다중완화시간 격자 볼츠만 방정식은 다음과 같은 행렬(M)형태로 표현될 수 있다.

$$f_i(x+c\delta t, t+\delta t) = f_i(c, t) - M^{-1}S[m - m^{eq}] \quad (11)$$

식 (11)에서 행렬(M)은 f_i 분포함수를 속도 모멘트 ($m = Mf$)로 변환시키며, S 는 완화행렬을 나타낸다. 2차원의 9개의 속도모델(D2Q9)과 속도 모멘트 벡터 m 는 다음과 같이 정의된다.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & -1 & -1 & -1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$m = (\rho, e, \varepsilon, j_x, q_x, j_y, q_y, p_{xx}, p_{xy}) \quad (13)$$

변환 행렬과 그 역행렬은 다음과 같이 계산된다.

$$L = MM^T, \quad M^{-1} = M^T L^{-1} \quad (14)$$

여기서 L^{-1} 은 교정계수의 행렬로 정의된다. 식(12)에서 사용된 변수들 중 $\rho, e, \varepsilon, j_x, j_y, q_x, q_y, p_{xx}, p_{xy}$ 는 각각 밀도, 운동에너지, 운동에너지 분산, x와 y 방향의 운동량성분, x와 y 방향의 에너지 플럭스, 그리고 응력텐서들을 나타낸다. 그리고, S 는 상당하는 대각완화행렬이며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S = \text{diag}(s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8) \quad (15)$$

여기서, $s_0 = s_3 = s_5 = 0$ 의 조건으로 충돌전 후에서 질량 및 운동량보존을 적용하게 된다.⁽¹¹⁾ 또한, 여기서 $s_7 = s_8 = 1/\tau$ 의 조건을 통해 싱글완화시간의 점성식과 동일하게 사용할 수 있다. 또한, 다중완화시간 모델은 $s_1 = s_2 = s_4 = s_6 = s_7 = s_8 = 1/\tau$ 의 조건에서 싱글완화시간 모델로 전환될 수 있다.

2.3 경계조건

본 연구는 다양한 종횡비를 가지는 리드 드리

븐 공동내부의 유동을 분석하고자 한다. 이는 단순한 형상의 유동특성을 파악하는 것 이외에도 보다 복잡한 유동특성을 파악하고, 격자 볼츠만 기법을 개발하기 위하여 공동유동 모델을 계산하였다.

Fig. 1에서 보는 바와 같이 공동 내 측면과 바닥 표면은 점착조건(no-slip condition)을 부여하였으며, 공동의 상부에는 일정한 수평방향의 유속 ($U = 0.1$)을 가지도록 하였다. 이와 함께 종횡비의 다른 공동($k = 0.5, 1.5$, 그리고 4)에 대해 유체유동의 특성을 파악하고자 하였다. (Fig. 2 참조)

3. 해석결과 및 토의

3.1 격자의존성 (격자크기)

격자 볼츠만 방정식을 이용한 리드드리븐 정방향 공동유동의 격자의존성을 확인하기 위하여 레이놀즈 수 2,000에서 5 가지의 서로 다른 격자 크기를 이용하여 유동특성의 변화를 관찰하였다. 격자의 크기는 $32 \times 32, 64 \times 64, 128 \times 128, 256 \times 256, 512 \times 512$ 로 하였으며 그 결과는 Fig.4에 나타내고 있다. 본 격자 볼츠만 방정식을 이용한 공동 내 유동을 검증하기 위하여 상용 유동해석 프로그램인 ANSYS Fluent를 사용하여 계산한 결과들을 비교하였다. 그림에서 볼 수 있듯이, 공동 내 유선들이 주 와류(중간에 큰 순환)와 부차적 와류들(가장자리의 소규모 순환 에디들)이 격자의 크기에 의존해서 변하는 것을 볼 수 있다. 특히 격자의 크기가 32×32 와 64×64 의 경우 기존 격자 볼츠만 해석결과와 기준해석결과가 서로 차이가 있었으나, 격자가 128×128 로 더 미세한 격자의 경우 유동특성의 차이가 거의 나타나지 않으며 수렴하는 것을 확인하였다. 따라서, 격자 128×128 를 기준으로 종횡비 1인 경우들의 결과들을 제시하였다.

3.2 공동 내 유동장 검증

본 절에서는 리드드리븐 정방향 공동유동의 유동특성을 관찰하여 유동장특성을 검증하였다.

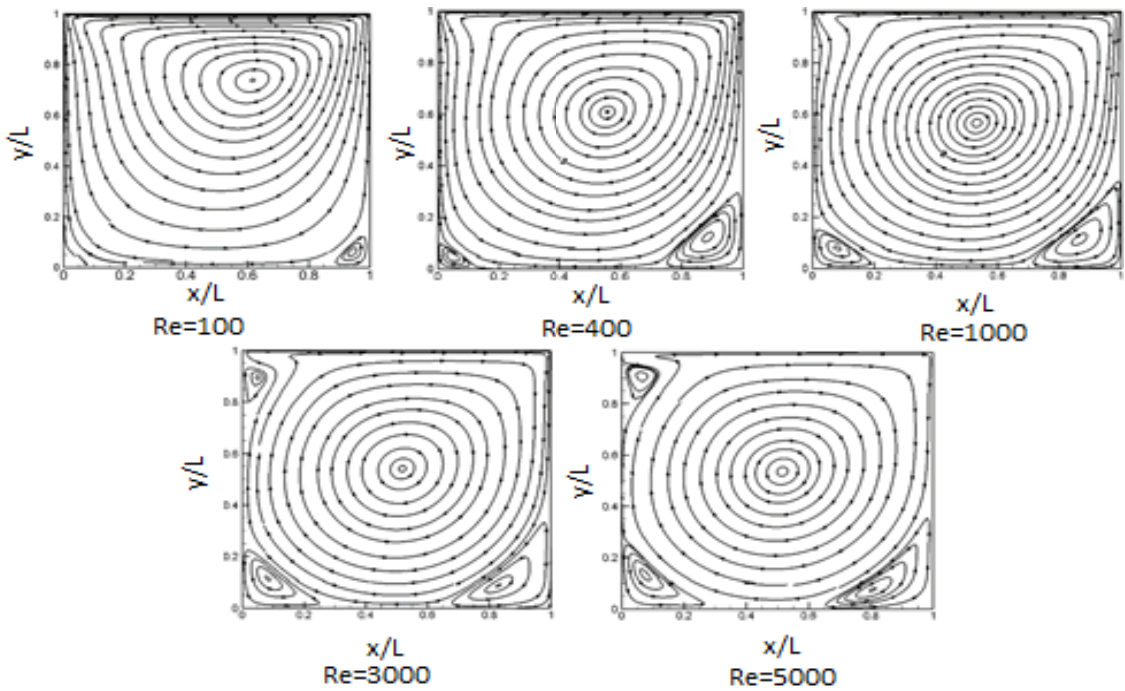


Fig. 5. Streamline distributions with the changing Re number

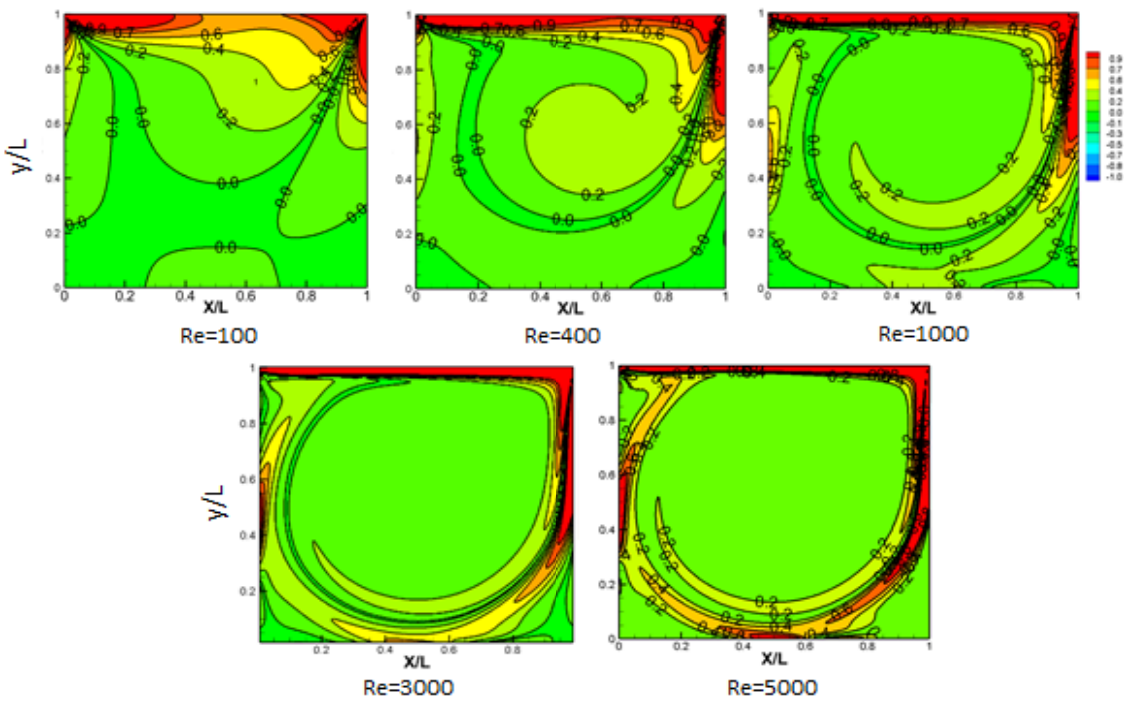


Fig. 6. Vorticity contours for various Re

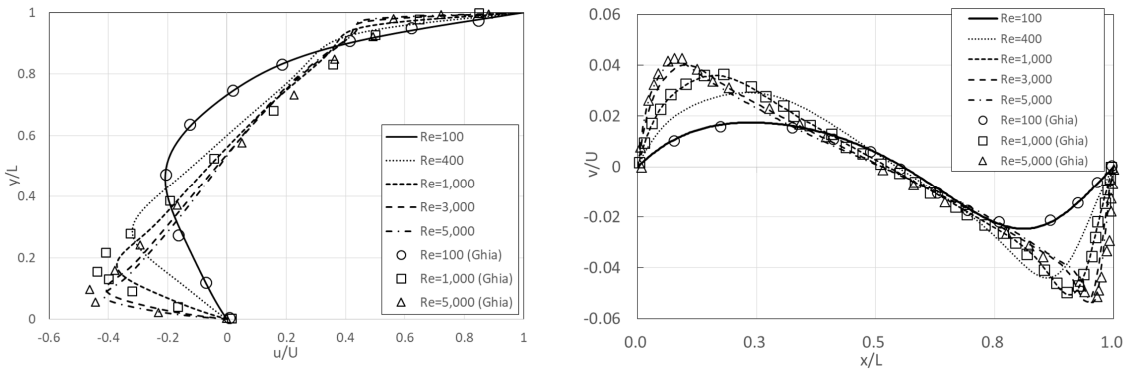


Fig. 7. Vertical and horizontal velocity profiles for various Re

앞서 언급하였듯이 정방형 공동유동의 경우 잘 알려진 벤치마크 참조문헌들이 많이 있었으며 그들의 결과들을 본 연구결과와 비교하였다.⁽¹⁰⁾

우선 Fig. 5에서 볼 수 있듯이, 레이놀즈 수에 따른 리드드리븐 정방형 공동유동의 변화특성을 관찰하기 위하여 레이놀즈 수에서 점성계수의 크기를 변화시켜 레이놀즈수를 100에서 5,000까지 (Re = 100, 400, 1,000, 3,000, 그리고 5,000) 50배의 크기로 변화시켰다.

그림에서 볼 수 있듯이, 레이놀즈 수가 증가함에 따라, 코너의 와류들이 점점 공동의 바닥의 양 측면에서 성장하여 커지고 있는 것을 확인할 수 있다. 또한 주 와류의 중심은 우측 상부영역에 위치하다가 점점 정방형 공동의 중심으로 이동하는 것을 볼 수 있다. 흥미롭게도 레이놀즈수가 3,000보다 커지면서 왼쪽 상부의 구석 가장자리에서 코너와류가 유도되며 점점 뚜렷하게 나타나는 것을 볼 수 있다.

Fig. 6은 레이놀즈 수의 변화에 따른 와도분포를 나타내고 있다. 그림에서 와도의 정의는 $\Omega = \nabla \times u$ 로 정의하였으며, 여기서 ∇ 는 구배 연산자이다.⁽¹²⁾ 레이놀즈 수에 따른 와도 강도의 변화를 관찰하기 위하여 각 등고선은 동일한 값을 가지는 점들을 연결하였다. 등고선의 간격이 좁을수록 기울기의 크기가 크게 기울어진다. 그림에서 볼 수 있듯이 와도의 강도는 공동내에서 균일하게 분포되어 있으나, 낮은 레이놀즈 수의 경우 (즉, Re = 100과 400) 상부의 코너영역에서 크게 변하는 것을 볼 수 있다. 그러나, 레이놀즈

수가 증가함에 따라 리드 드리븐유동의 크기가 증가하면서 상부의 와도중심이 오른쪽과 오른쪽 하부 코너쪽으로 움직이며, 마지막으로 레이놀즈 수 5,000에서 와도의 강도가 모든 코너로 집중되어 퍼지는 것을 볼 수 있다. 이와 반대로 레이놀즈 수가 증가함에 따라 (즉, Re = 3,000 - 5,000) 중앙부위의 코어영역에서는 거의 일정한 분포 및 완전 발달하는 특성을 보여주고 있다.

Fig. 7은 공동의 수평과 수직 중심선을 따라 수평과 수직속도를 서로 비교한 결과이다. 이는 기존의 연구결과와의 속도성분이 잘 일치하는지를 확인하기 위함이다. 레이놀즈 수의 효과가 공동 내 유동에 영향을 미치는지 확인하기 위하여 레이놀즈 수는 100에서 5,000까지 변화시켰다. Fig. 7(a)에서는 속도분포가 상부영역에서 양의 값을 가지지만, 아래 하부로 내려오면서 음의 속도분포를 보여준다. 이것은 당연하게도 리드 드리븐 유동이 상부에서는 최대속도를 가지고 아래 하부로 내려오면서 감소하는 특성을 가지며 공동 내 유동의 순환으로 인해 하부영역에서 음의 속도로 변하는 것을 나타내주는 것이다. 흥미롭게도 표면에서 접촉조건으로 인해 음의 최대값은 벽면 가까이에서 일어나지만 벽면에 있지는 않다. 또한, 최대 수평유속 U 은 레이놀즈 수에 따라 크게 변화한다. 레이놀즈 수가 증가하면서, 최대 수평속도가 증가하며 최대값의 위치는 벽면쪽으로 이동하는 것을 볼 수 있다. Fig.7(b)에서는 레이놀즈 수가 증가함에 따라 최대 수직 속도값이 또한 증가하고, 최대값의 위치도 벽면

으로 이동하는 것을 알 수 있다. 이러한 결과들로 본 수치해석 결과는 기존의 결과들과도 잘 일치하는 것을 알 수 있다.^(2,12)

3.3 종횡비에 따른 리드드리븐 공동유동

Fig. 8은 종횡비 $k = 0.5$ 에서 레이놀즈 수 100에서 10,000까지 변화시켰을 경우 내부 유동의 유선 분포특성을 나타내고 있다. 그림에서 레이놀즈 수가 1,000보다 커질 경우, 와류가 좌측 가장자리에 있던 소규모 와류가 점점 커지고 있으며, 레이놀즈 수가 더 커짐에 따라 주 와류와 상응하는 크기로 커지는 것을 볼 수 있다. 또한, 공동 하부에서 소규모의 와류들이 나타나는 것을 알 수 있다. 이는 레이놀즈 수가 공동 내부의 와류 개수를 증가시키며, 주 와류와 소 와류들이

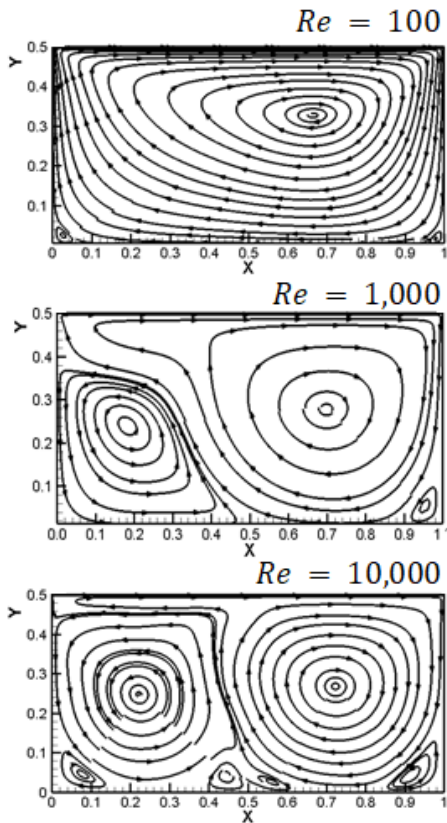


Fig. 8. Streamline distributions with different Reynolds numbers and aspect ratio k as 0.5

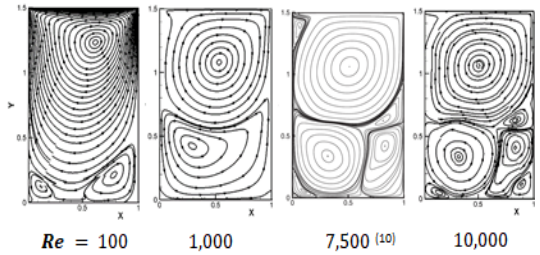


Fig. 9. Streamline distributions with different Reynolds numbers and aspect ratio k as 1.5. The case of $Re=7,500$ represents the existing data of Lin et al.⁽¹¹⁾

발생하는 현상들이 레이놀즈 효과를 나타내는 것임을 나타내는 것이다.

Fig. 9는 종횡비 $k = 1.5$ 의 공동 내 유동을 레이놀즈 수 100에서 10,000까지 변화시켰을 때 유선의 변화를 보여주고 있다. 레이놀즈 수가 증가할 때, 레이놀즈 효과에 의해 와류들이 바닥의 코너에서 발생하고 있는 것을 볼 수 있다. 그리고 레이놀즈 수가 더 증가하여 1,000에 이르면서 바닥 코너의 와류들이 합쳐져 주 와류유동에 상응하는 큰 와류 형성하는 것을 확인할 수 있다. 레이놀즈 수가 10,000에 도달했을 때, 하부에 있는 와류가 부서지면서 작은 스케일의 와류들로 나누어지며 복잡한 유동특성을 보여준다. 그러나, 공동의 상부에서 형성된 주와류의 경우 와류의 특성을 유지하면서 (특히, 레이놀즈 수 1,000 이상부터) 그리 큰 변화가 없는 것을 확인할 수 있다. 특히, 기존연구 중 Lin 등의 결과 중 $Re = 7,500$ 의 유선분포를 비교하였을 때, 유사한 특성 (특히, 레이놀즈 수 10,000과 유사)을 보여주는 것을 알 수 있다.

Fig.10 종횡비 4의 공동내부의 유동특성을 레이놀즈수의 변화에 따라 가시화한 수치해석 결과이다. 흥미롭게도 레이놀즈 수가 100에서 1,000의 경우 주 와류는 뚜렷하게 보이지만, 주 와류에 붙어있는 부차적 와류는 그 윤곽이 보이지만 명확한 형상을 보여주지 못하였다. 특히, 부차적 와류의 밑에는 뚜렷한 와류를 형성하지 못하였다. 그러나, 레이놀즈 수 10,000의 경우 5개의 주요 와류를 완전히 보여주고 있는 특성을

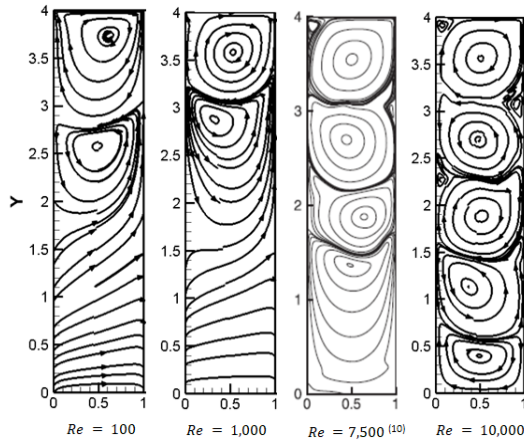


Fig. 10. Streamline distributions with different Reynolds numbers and aspect ratio $k=4$. The case of $Re=7,500$ represents the existing data of Lin et al.⁽¹¹⁾

관찰하였다. 이는 종횡비가 큰 경우, 레이놀즈 수가 크면 클수록 내부에 만들어지는 주요와류들이 뚜렷하게 존재하며, 이는 레이놀즈 수에 영향을 크게 받는다는 것을 확인하는 것이다. 종횡비가 4인 경우의 기존연구 결과 (Lin 등⁽¹¹⁾)와 유선분포를 비교하였을 때, 레이놀즈 수에 따라 유선분포가 발달하는 것이 명확히 보이는 것을 알 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 리드 드리븐 공동유동의 계산을 위해 격자 볼츠만기법 및 다중완화시간을 사용하였으며, 기존연구와의 차별을 위해 레이놀즈 수는 100에서 10,000까지로 변화시켰으며 종횡비의 경우 0.5에서 4까지 바꾸어 보다 넓은 범위의 공동유동에 대해 유동특성을 관찰하고자 하였다. 리드 드리븐 공동유동을 만들기 위하여 좌우 및 바닥은 벽으로 고정시켰으며, 일정한 수평유동성분을 공동의 상부에 가할 수 있도록 하였다. 연구결과를 요약해서 나타내면 아래와 같다.

1. 리드드리븐 공동유동의 검증을 위하여 격자의존성 시험을 레이놀즈 수 2,000에서 다양한 격자사이드로 검증하였다. 격자가 128×128 로

더 미세한 격자의 경우 유동특성의 차이가 거의 나타나지 않으며 수렴하는 것을 확인하였다.

2. 리드드리븐 정방향 공동유동의 유동장 특성을 검증하기 위하여 레이놀즈 수를 100에서 5,000까지 변화시켰다. 레이놀즈 수가 3,000보다 커지면서 왼쪽 상부의 구석에 코너와류가 유도되었으며 점점 뚜렷해졌다.

3. 공동 내 수평과 수직속도를 비교하였을 때, 기존의 연구결과와 잘 일치하였으며, 최대 수평 유속은 레이놀즈 수 효과에 의해 크게 변화하는 것을 확인하였다.

4. 종횡비에 따른 리드드리븐 공동유동의 경우 종횡비 및 레이놀즈수에 따라 만들어지는 와류 특성이 많이 달라졌다. 특히, 종횡비 $k=0.5$ 의 경우 레이놀즈 수가 커짐에 따라 주와류와 상응하는 크기로 부차적 와류가 커지면서 공동 하부에 소규모 와류가 나타났으며, 종횡비 $k=4$ 의 경우 레이놀즈 수가 낮은 경우 부차적와류가 뚜렷한 형상을 형성하지 못하였으나, 레이놀즈 수가 커짐에 따라 뚜렷한 5개의 주요와류를 만드는 것을 확인하였다.

후 기

2016년도 지식경제부의 재원으로 한국에너지기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제입니다(No.20164030201230). 이 논문은 2019년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임.(No. 2019R111A3A01058576) 또한, 이 논문은 국가 초고성능 컴퓨팅센터로부터 초고성능 컴퓨팅 자원과 기술지원을 받아 수행된 연구 성과임(KSC-2020-INO-0025).

REFERENCE

- 1) Guo Z.L., Shin B.C., Wang N., 2000, "Lattice BGK model for incompressible Navier-Stokes equation" J Comput Phys, Vol. 165, pp288-306.
- 2) Ghia U., Ghia K.N., Shin C.T., 1982, "High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method" J

- Comput. Phys., Vol. 48, pp387-411.
- 3) Hasert M., Bernsdorf J., Roller S., 2011, "Lattice Boltzmann simulation of non-Darcy flow in porous media" *Procedia Comput. Sci.* Vol.4, pp1048-1057.
 - 4) Chen S., Chen H., Martinez D.O., Matthaeus W.H., 1991, "Lattice Boltzmann model for simulation of magnetohydrodynamics" *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 67, pp3776-3779.
 - 5) Yan Y.Y., Zu Y.Q., Dong B., LAM, 2011, "A useful tool for mesoscale modelling of single-phase and multiphase flow" *Appl. Therm. Eng.*, Vol. 31, pp649-655.
 - 6) Chang C., Liu C.H., Lin C.A., 2009, "Boundary conditions for lattice Boltzmann simulations with complex geometry flows" *Comp. Math. with Appl.*, Vol. 58, pp940-949.
 - 7) Erturk E., Corke T., Gokcol C., 2005, "Numerical Solutions of 2-D Steady Incompressible Driven Cavity Flow in a driven skewed cavity High Reynolds Numbers" *I. J. Numerical Methods in Fluids*, Vol. 48, pp747-774.
 - 8) Hou S., Zhou Q., Chen S., Doolen G., Cogley A.C., 1995, "Simulation of cavity flow by the lattice Boltzmann method" *J. Comput. Phys.*, Vol. 118, pp329-347.
 - 9) Aslan E., Taymaz I., Benim A.C., 2014, "Investigation of the Lattice Boltzmann SRT and MRT Stability for Lid Driven Cavity Flow" *J. Material Mech. Manu.*, Vol. 2, pp317-324.
 - 10) Lin L.S., Chen Y.C., Lin C.A., 2011, "Multi relaxation time lattice Boltzmann simulations of deep lid driven cavity flows at different aspect ratios" *Comput & fluids*, Vol. 45, pp233-240.
 - 11) Lallemand P., Luo L.S., 2000, "Theory of the lattice Boltzmann method: dispersion, dissipation, isotropy, Galilean invariance, and stability" *Phys Rev E*, Vol.61, pp6546-62.
 - 12) Barragy E., Carey G.F., 1997, "Stream function-vorticity driven cavity solution using p finite elements" *Comput & Fluids*, Vol. 26, pp453-468.