

사각용기의 강한 비선형 슬로싱 문제에서 발생하는 페러데이파와 슬로싱파의 상호작용

박준상*†

Interactions of Faraday Wave and Sloshing Wave Generated in the Strong Nonlinear Sloshing Problem of Rectangular Open Tank

Jun Sang Park*†

Abstract An experiment, in the cases that satisfies deep water condition, has been performed to observe the strongly nonlinear sloshing flow in a rectangular tank. A variety of parametric study on oscillating frequency and amplitude was conducted and we found that two types of wave motions, sloshing wave and Faraday wave, could be persisting simultaneously even in horizontal sloshing problem. Moreover, it is observed both of symmetric and skewed symmetric Faraday wave exist. A comprehensive explanation is given to the generation mechanism of those waves and how to interact among them.

Key Words : Faraday Wave(페러데이파), Natural Oscillation(고유진동), Resonance Frequency(공진 주파수), Sloshing Wave(슬로싱파)

1. 서론

중력장 하에서 액체를 담고 있는 오픈탱크(open tank)에서 발생하는 자유표면 문제는 다양한 관점에서 유체공학 연구자들에게 항상 관심의 대상이 되어왔다. 이와 연관된 대표적인 2-종류의 연구가 페러데이파(Faraday wave)와 슬로싱파(Sloshing wave)에 대한 것이다. 페러데이파는 외부에서 가해지는 가진의 방향이 중력방향(이후로 수직방향으로 부름)에 평행한 경우에 발생하는 파이고, 슬로싱파는 가진의 방향이 중력

에 수직방향(이후 수평방향으로 부름)으로 가해질 때 발생하는 파이다.

페러데이파와 슬로싱파에 대한 연구는 유동물리 및 응용측면에서의 중요성으로 인해 오랫동안 서로 독립적인 관점에서 따로따로 진행되어 온 것이 사실이다^(1,2).

본 논문에서는 강한 비선형 슬로싱파가 발생하는 사각용기의 슬로싱 문제에서 페러데이파와 슬로싱파가 동시에 발생하고 이들이 상호작용을 할 수 있다는 것을 가시화를 통한 실험결과를 통해 보여줄 것이다. 그리고 두 파동이 동시에 발생하게 되는 원인을 설명할 것이다. 이것이 본 연구의 주된 목적이다.

먼저 본 연구와 연관된 페러데이파와 슬로싱파에 대한 이전연구를 살펴보면 다음과 같다.

*† School of Mechanical & Automotive Engineering, Halla University, Professor
E-mail: jspark@halla.ac.kr

페리데이파는 1983년 Faraday가 진동하는 얇은 판 위에 담겨있는 수은의 자유표면이 일정한 패턴을 그리며 움직이는 현상을 보고한 이후 그동안 다양한 형태의 연구가 진행되어왔다. 가진 강도가 매우 약한 선형문제에 대한 해석을 통해 수직방향 가진 주파수(f)가 시스템 고유주파수(f_N)의 1/2이 되면 페리데이파가 발생하고 이 현상은 그네타기와 같은 진자운동에서 발생하는 문제를 지배하는 마티유방정식(Mathieu equation)으로 나타나는 분수조화공진(subharmonic resonance) 현상이라는 것이 밝혀졌다. 그리고 유동현상에서 관찰되는 페리데이파의 주된 파동모드가 f_N -모드가 아닌 $1/2f_N$ -모드인 이유도 유동에 존재하는 점성소산작용이 f_N -모드보다 $1/2f_N$ -모드에서 작게 나타나기 때문이라는 것이 밝혀졌다²⁾.

앞서 언급한 내용 이외에 최근까지 이루어진 페리데이파에 대한 대표적인 연구를 살펴보면 비선형가진 효과에 대한 Miles³⁾, Jiang et al.⁴⁾ 등이 수행한 페리데이파의 패턴에 대한 연구를 포함하여 수많은 연구가 지속적으로 진행되어 오고 있다.

본 논문의 연구결과와 밀접하게 연관된 반드시 언급해야 할 이전의 주요 연구로 Su⁵⁾와 Merion, Saffman & Yuen⁶⁾의 연구가 있다. 이들은 심수조건에서 중력에 의해 발생하는 자유표면의 정상파가 전파되는 방향을 기준으로 바라볼 때 대칭적으로 형성되는 대칭파(symmetric wave)와 경사지게 형성되는 경사파(skewed symmetric wave)가 존재한다는 것을 이론적, 실험적 관점에서 보여줬다.

본 논문에서는 슬로싱 문제에서도 앞선 연구자들이 밝혔던 2종류의 안정적인 대칭파와 경사파가 존재할 수 있다는 것을 실험적으로 보여줄 것이다.

슬로싱파에 대한 연구를 살펴보면 포텐셜유동 이론에 기반을 둔 Faltinsen⁷⁾의 해석적 연구가 있다. Faltinsen⁷⁾은 약한 비선형해석을 통해 슬로싱파가 선형의 경우에는 용기의 중심축이 노드점이 되는 싸인곡선 형태의 2차원 정지파 운동을 하고, 비선형 효과가 발생하면 노드점이 좌우로 이동하며 양쪽 변면 근처에서 주기적으로 발

생하는 마루파형의 기울기가 커지고 조화함수 형태의 정지파가 깨어진다는 사실을 보였다.

이외에 공진주파수 근처에서의 여러가지 유동 현상을 규명하기 위한 연구가 광범위하게 진행되어 왔으며 Ibrahim¹⁾과 Faltinsen & Timokha⁸⁾가 발간한 책에서 광범위한 결과들을 볼 수 있다.

응용측면에서 살펴보면 연구의 주된 목적이 지진에 의한 원유저장탱크 내부의 슬로싱 운동 혹은 대양을 향해 하는 LNG 수송선 내부의 슬로싱 운동 등과 연계된 공학문제 해결이었기 때문에 레이놀즈 수(Re)가 매우 큰, 즉, $Re \rightarrow \infty$ 인 경우를 주로 다룬 비점성연구가 대부분이다.

최근 점성의 영향이 미치는 레이놀즈 수가 상대적으로 작은 경우에 대한 실험적 연구가 Ji et al.⁹⁾, Ji & Park¹⁰⁾ 그리고 Park¹¹⁾에 의해 이루어졌다. 본 연구에서 다루는 유동은 공학적 응용측면에서 자동차와 같은 용기의 크기가 상대적으로 작고 점성이 큰 유체를 담고 있는 연료탱크 내부에서 발생할 수 있는 유동현상이다.

한가지 언급해야 할 사실은 슬로싱 문제에서 슬로싱파와 페리데이파를 동시에 관찰한 연구는 거의 발표된 적이 없다는 것이다.

2. 문제의 정의

Fig. 1에서처럼 사각용기에 담겨있는 밀도 ρ 와 점성계수 μ 를 갖는 유체를 생각하자. 그리고 Fig. 2와 같이 구성된 실험장치를 구성하면 회전 운동은 주기적으로 왕복하는 직선운동으로 변換이 되고, 용기는 x -축 방향으로 변위

$$d = (s/2) \times (1 - \cos(2\pi ft)) \quad (1)$$

와 같이 주기적인 조화함수 형태로 운동하게 된다. 여기서 s 는 스트로크, f 는 가진주파수를 의미한다.

따라서 이때 실험장치에 의해 발생하는 x -방향 가진 가속도(a_x)는

$$a_x \propto s f^2 \quad (2)$$

와 같게 된다.

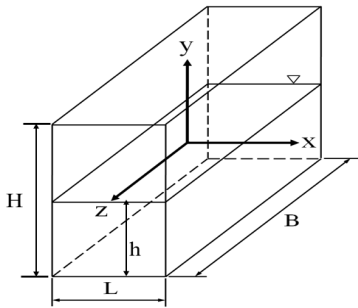


Fig. 1. Coordinate system

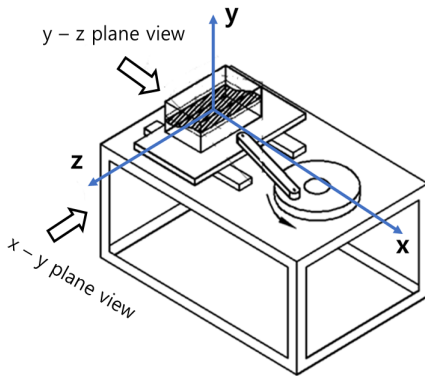


Fig. 2. Schematics of experimental apparatus

가시화 실험에 사용한 사각용기는 투명 아크릴로 제작되었고, 크기는 가로(L)×폭(B)×높이(H)가 각각 $60\text{mm} \times 180\text{mm} \times 180\text{mm}$ 이다. 이 장치는 기구부 크랭크 팔의 길이 변화를 통해 용기의 가진 변위(s)를 x -축방향으로 $5\text{mm} \sim 130\text{mm}$, 모터의 회전수 변화를 통해 900rpm 까지 가진주파수(f)를 변화시키면서 다양한 영역에서 걸친 실험이 가능하도록 설계되었다.

본 연구를 위해 작동유체는 물을 사용했고, 모든 실험에서 초기 정지한 상태에서 물의 깊이(h)를 $h/L = 1.5$ 로 고정했다. $h/L = 1.5$ 는 이전의 연구에서 잘 알려진 심수조건(deep water condition)에 속한다⁽⁸⁾. 심수조건 의미는 자유표면 운동에 미치는 용기바닥의 영향이 미미하다는 의미이다.

Fig. 1 & Fig. 2에 표시된 좌표계는 용기에 고정된 상대좌표계로 x -좌표는 수평 가진방향, y -좌표는 수직 중력방향 그리고 z -좌표는 가진 방향과 직각을 이루는 수평방향을 나타낸다. 본 연구에서는 가진방향인 x -방향으로 나타나는 전형적인 2차원 슬로싱과 뿐만 아니라 가진 강도가 커지면서 나타날 수 있는 3차원 파동을 관찰하기 위해 가진방향에 직각인 z -방향 용기의 폭(B)을 x -방향 용기의 가로길이(L)의 3배, 즉, $B/L = 3$ 으로 하여 z -방향 파동을 효과적으로 관찰할 수 있게 했다. 참고로 언급하면 2차원 슬로싱과에 초점을 맞춘 일반적인 실험에서는 용기의 종횡비를 $B/L < 1.0$ 로 만들어 인위적으로 z -방향 파동을 억제하는 경우가 많다.

3. 실험결과 및 해석

앞서 언급한 문제에 대해 속도성분을 fL , 압력을 $\rho(fL)^2$ 그리고 시간을 f 로 무차원화하면 지배방정식은 다음과 같은 무차원화된 3차원 비압축성 Navier-Stokes 방정식으로 표현된다.

$$\frac{D\vec{V}}{Dt} = -\nabla P + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{V} - 2\pi^2 \delta \cos(2\pi t) \vec{i} - \frac{1}{Fr} \vec{j} \quad (2)$$

여기서 \vec{i} , \vec{j} 는 x, y 방향 단위벡터이고, 나머지는 $Re = \rho f L^2 / \mu$ (Reynolds 수), $\delta = s/L$ (가진 강도), $Fr = fL / \sqrt{gL}$ (Froude 수)를 나타내는 무차원수이다.

s (진폭)와 f (가진주파수)가 실험을 위해 사용하는 제어변수임을 감안할 때 유동특성에 연관된 무차원수는 3개 (Re, δ, Fr)이고, 그 값들은 실험조건에 의해 결정된다는 것을 알 수 있다. 그리고 본 실험을 위한 초기조건으로부터 2차원 슬로싱유동에 대한 고유진동수(f_N)를 계산하면

$$f_N = \sqrt{g \tanh\left(\frac{\pi h}{2L}\right) / (2\pi L)} = 5.053 \quad (3)$$

이다.

3.1 유동영역

주파수 ($0 < f/f_N < 0.9$)와 진폭($0 < s/L < 0.5$)의 범위에 대해 세밀한 실험을 통해 Fig. 3과 같은 유동특성에 대한 영역도를 얻을 수 있다. 이 영역도(regime diagram)와 유사한 결과가 Ji et al.⁽⁹⁾과 Ji & Park⁽¹⁰⁾에도 나와 있으나 본 논문의 완전성과 이후의 설명을 위해서 여기에서 다시 기술한다.

Fig.3의 영역 I & II에서는 2차원 슬로싱파가 발생한다. 즉, z -축방향으로 파형의 변화가 없는 $x-y$ 평면에 대한 2차원 유동이 발생한다. 따라서 이 영역 유동실험은 $x-y$ 평면에 대한 관찰로 충분하다 (Fig. 2 참고). 영역 I은 Faltinsen⁽⁷⁾의 선형 혹은 약한 비선형 2차원 파동해석이 적용 가능한 영역이다. 전형적인 2차원 슬로싱파를 나타내는 영역이다.

반면 영역II는 강한 비선형 2차원 슬로싱파가 나타나는 영역으로 본 실험에서와같이 레이놀즈수가 비교적 작은 경우에만 나타나는 유동영역이다. 레이놀즈수가 작은 경우 점성작용이 파동 불안정성을 억제하기 때문에 식(2)에서 언급한 가진가속도 $s f^2$ 의 값이 상당히 큰 경우에도 2차원 슬로싱유동을 유지할 수 있다. 매우 큰 레이

놀즈수의 경우를 다룬 대부분의 이전연구에는 나타나지 않는 영역이다.

영역 III & IV에서는 3차원 슬로싱파가 발생한다. 영역 III과 영역 IV을 구분하는 기준은 영역 III에서는 규칙적인 3차원파가, 영역 IV에서는 불규칙적인 3차원파가 발생하는 것으로 설명할 수 있다.

영역 III에서는 수평가진에 의해 발생하는 슬로싱파-모드(sloshing wave mode)와 수직가진에 의해 발생하는 페러데이파-모드(Faraday wave mode)가 동시출현한다. 그리고 두 파가 상호작용을 하면서 주기적으로 좌우왕복하는 파동운동을 한다.

3.2 3차원 규칙파

이제 본 본문의 목적인 영역 III에서 발생하는 3차원 규칙파에 대한 설명을 한다.

모든 실험은 640×480 픽셀 분해능과 초당 210프레임 촬영이 가능한 고속카메라 IMPERX VGA210-L를 이용해 진행했고, 영상해석은 CATUS3.3을 이용했다. 조명은 90W 집어등을 사용했다.

측정 카메라의 위치는 z -축방향으로 촬영한 자유표면에 대한 조감도(Fig. 4 & 6)의 경우는 z -축 방향 앞쪽 위치(측정 카메라 렌즈 중심에 대한 x,y,z -방향 무차원 좌표값이 $(0, 1, 2.5)$)에 고정되고, x -축 방향으로 찍은 $y-z$ 평면의 파동(Fig. 5 & 7)의 경우는 x -축 방향 왼쪽(측정 카메라 렌즈 중심 위치에 대한 x,y,z -방향 무차원 좌표값 $(-2.5, 0, 0)$)에 고정되어 용기와 같이 움직이게 했다.

영역 III에서 발생하는 3차원 규칙파는 x -방향으로 좌우 벽 사이($-L/2 \leq x \leq L/2$)를 왕복운동하는 슬로싱파와 z -방향을 따라 앞뒤 벽 사이($-B/2 \leq z \leq B/2$)에서 발생하는 페러데이파로 구성된다.

영역 III에서 관찰되는 두 파의 운동은 실험장치를 통한 외부 가진주기(f)에 맞춰 주기적으로 일어나고 두 파가 동시에 발생하게 되는 원인이 영역 II에서 발생한 2차원 유동특성이 그 기저에서 있다. 이것에 대한 자세한 설명은 다음절에서

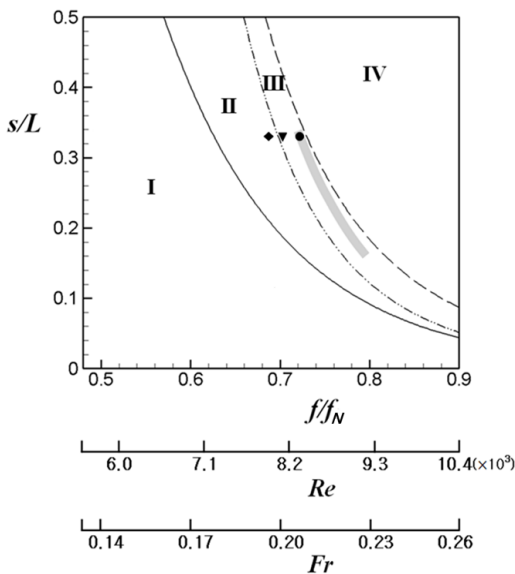


Fig. 3. Diagram of flow regimes

다를 것이다.

본 논문에서 다룰 영역 III에서 나타나는 유동 특성과 밀접한 관련이 있는 영역 II의 유동특성을 간단히 요약하면 다음과 같다. 영역 II에서 발생하는 강한 비선형 2차원 슬로싱파 특성은 Ji et al.⁽⁹⁾의 논문에서 처음 보고되었다. 영역 II에 나타나는 슬로싱파의 특징은 좌우 수직벽($x = \pm L/2$) 근처 영역에서 슬로싱파의 형상이 수력도약과 유사한 특성을 보이며, 파고가 수직벽에서 최고높이에 도달하는 시점에는 벽으로부터 일정거리까지 파고높이가 거의 같은 평탄한 영역(plateau region)이 존재한다는 것이다. 본 논문에서는 다음 절에서 이 현상이 영역 III에서 발생하는 3차원 규칙파의 원인이 된다는 것을 밝힐 것이다.

그리고 영역 III에서의 실험에서 Su⁽⁵⁾와 Merion, Saffman & Yuen⁽⁶⁾가 중력에 의해 발생하는 3차원 규칙파 실험을 통해 보였던 것과 유사한 2종류의 페러데이파가 z -축 방향으로 발생한다는 것을 발견했다. 첫 번째가 대칭파(symmetric wave)이고 두 번째가 경사파(skewed symmetric wave)이다. 여기서 대칭파는 용기의 측벽에 수직향을 따라 전달되는 파이고, 경사파는 용기의 측벽에 대해 일정한 각도를 갖는 경사면을 따라 전달되는 파를 의미한다.

한가지 언급해야 할 사실은 Su⁽⁵⁾와 Merion, Saffman & Yuen⁽⁶⁾가 발견한 파와 본 논문에서 발견한 파의 차이점은 Su⁽⁵⁾와 Merion, Saffman & Yuen⁽⁶⁾는 페러데이파만 존재하는 경우에 대한 실험(수직가진실험)을 통해 대칭파와 경사파가 존재하는 것을 보였다면, 본 논문에서는 슬로싱파와 페러데이파가 동시에 존재하는 경우에 대해 페러데이파의 존재를 발견했다는 점이 있다. 따라서 Su⁽⁵⁾와 Merion, Saffman & Yuen⁽⁶⁾가 관찰한 페러데이파가 정지파(standing wave)라면, 본 논문에서 발견한 페러데이파는 슬로싱파와의 상호작용에 의해 좌우로 왕복운동하는 형태로 나타나는 진행파(travelling wave)라는 차이점이 있다.

3.2.1 대칭파

Fig. 4 & 5는 x -축 방향의 슬로싱파와 동시

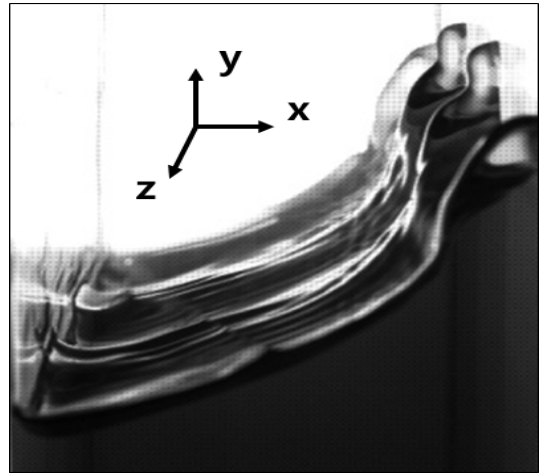


Fig. 4. Bird-eye view of symmetric wave at $t = 0.5T$, where T denotes a period, i.e., $T = 1/f$. ($s/L = 0.33$, $f/f_N = 0.708$)

에 발생하는 z -축 방향으로 나타나는 페러데이파의 하나인 대칭파에 대한 모습을 보여준다.

실험조건은 $s/L = 0.33$, $f/f_N = 0.708$ 으로 Fig. 3의 유동영역에서 ▼로 표시된 위치이다. 대칭파가 발생하는 파라미터는 영역 III에서 좁은 그림자 영역(shadow zone)을 제외한 전 영역으로 Fig. 4 & 5의 결과가 정성적인 측면에서 결과를 대표할 수 있다는 것을 실험을 통해 확인했다.

Fig. 4는 시간 $t = 0.5T$ (여기서 T 는 주기, 즉, $T = 1/f$ 를 의미)일 때 파의 모습을 보여준다. 가진주기($T = 1/f$)를 기준으로 $t = 0.5T$ 에서 우측 수직 벽($x = L/2$)에서 파고가 최대치에 도달하고 이때 파의 모습을 보여준다. Fig. 4는 $x-y$ 평면에서는 좌우로 교반에 의해 발생하는 슬로싱 파동을 $y-z$ 평면에서는 z -축을 따라 규칙적인 주기를 갖는 파동구조를 3차원적으로 선명히 보여준다. Fig. 4에서 일정한 z -값을 따라 파를 관찰하면 파의 골과 마루가 x -축에 평행한 방향을 따라 좌측 벽에서 우측 벽까지 이어진 것을 볼 수 있다. 이것은 x -값을 변화시키며 $y-z$ 평면에서 관찰할 때 나타나는 페러데이파의 위상이 동상(in-phase)이라는 것을 의미한다.

Fig. 5는 $y-z$ 평면에서의 파동관찰 사진

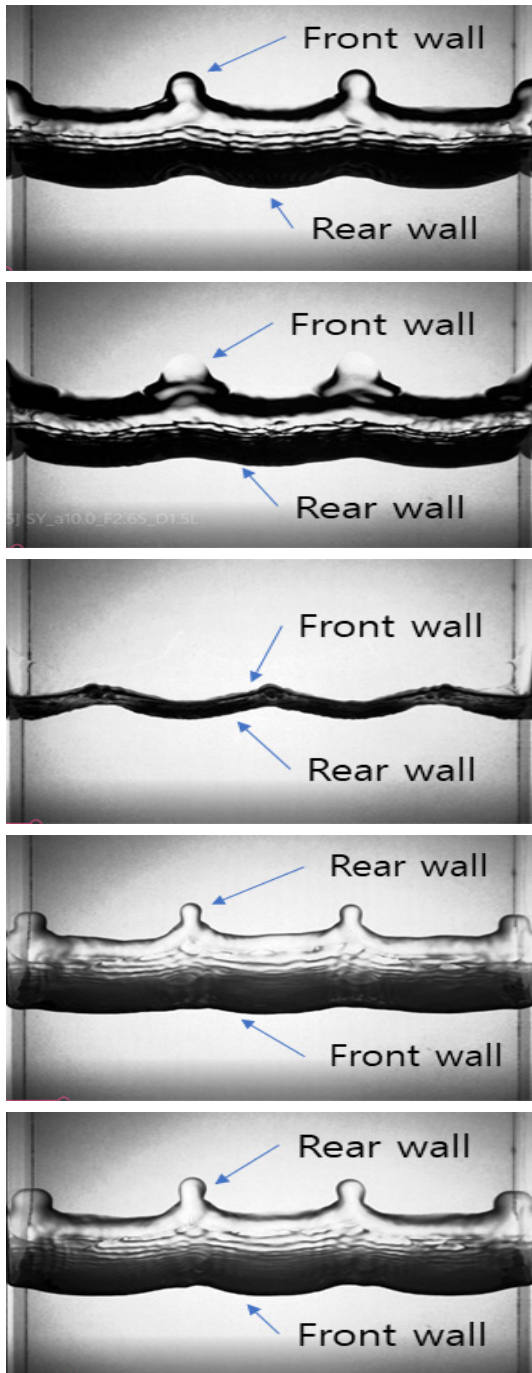


Fig. 5. Propagation shapes of symmetric wave in $y-z$ plane-view.

Times, t , are, from the uppermost frame, $0.0T, 0.12T, 0.25T, 0.38T, 0.5T$.

($s/L = 0.33, f/f_N = 0.708$)

이다. x -값 변화에 따른 $y-z$ 평면에서 페러데이파가 좌측 벽에서 우측 벽까지의 전 영역($-L/2 \leq x \leq L/2$)에 대해 겹쳐진 사진이 보인다. x -축을 따라 좌우로 주기적인 왕복운동을 하는 슬로싱파의 영향으로 $t = 0.0T$ 는 좌측 벽에서 파고가 가장 높게 나타나고, $t = 0.5T$ 에서는 우측 벽에서의 파고가 가장 높게 나타난다. Fig. 5는 슬로싱파가 좌측 벽($x = -L/2$)에서 우측 벽($x = L/2$)으로 이동하는 $1/2$ 주기 동안의 페러데이 파동 형상 변화를 보여준다. 그림에서 표기된 front wall과 rear wall은 관찰자 기준의 표기로 각각 좌측 벽과 우측 벽을 의미한다.

Fig. 5 시간이 $t = 0.0T$ 에서 $t = 0.5T$ 로 지나감에 따라 파고의 최고높이가 좌측 벽에서 x -축을 따라 우측으로 이동하여 $t = 0.5T$ 에 우측 벽에 도달하는 것을 잘 보여준다. 이 결과는 Su⁽⁵⁾와 Merion, Saffman & Yuen⁽⁶⁾가 발견했던 파의 마루와 골이 x -축과 평행한, 즉, 좌우측 벽에 수직방향인 대칭파의 특징을 선명히 보여준다. 그리고 Fig. 5는 z -축 방향으로 나타나는 페러데이파의 1-파장 길이가 정확히 $B/3 (= L)$ 인 것을 잘 보여준다. 이 결과는 본 문제에서 발생하는 페러데이파의 일차 선호 모드가 좌우 교반에 의해 일어나는 슬로싱파의 파장 L 과 같다는 것을 의미한다.

한가지 언급할 사실은 페러데이파는 기본적으로 3차원파이기 때문에 x -축 및 z -축 양방향으로 동시에 발생한다. 그러나 본 문제의 경우 x -방향 파동을 슬로싱파가 압도하기 때문에 x -축 방향 페러데이파를 z -축 방향처럼 분리해서 관찰하기가 쉽지 않다.

이제 이전 연구자들이 언급한 외부 가진주파수가 f_o 일 때 발생하는 페러데이파의 주파수는 가진주파수의 $1/2$ 인 $f_o/2$ 로 나타난다는 분수조화운동(subharmonic motion)에 대해 알아보자. Fig.5에 나타난 실험 결과로부터 관찰할 수 있는 페러데이파의 진동주파수는 외부 가진주파수 f 와 동일하다. 이 결과는 이전 연구자들의 주장에 상반된 결과로 보일 수 있지만, 사실 Fig. 5에서

보이는 페러데이파를 발생시키는 원인이 되는 가진주파수(f_o)는 실험시 장치가 유체에 가하는 가진주파수 f 가 아닌 $2f$ 이다. 그 이유는 페러데이파를 발생시키는 수직방향의 힘은 기계장치를 통해 유체에 가하는 수평력(이것의 주파수는 f 임)이 아닌 슬로싱에 의해 발생하는 유동이 발생시키는 수직운동(이것의 주파수는 $2f$ 임)이기 때문이다. 이 문제에 대한 보다 자세한 설명은 3.3절을 참고하기 바란다.

3.2.2 경사파

Fig. 6 & Fig. 7은 페러데이파의 또 다른 종류인 경사파에 대한 실험결과를 보여준다. Fig. 6은 용기 위에서 내려다보며 촬영한 자유표면에 대한 사선방향 조감도이고, Fig. 7은 용기의 왼쪽에서 x -방향으로 바라다본 파동모습, 즉, $y-z$ 평면에 대한 시간에 따른 파동형상 변화를 보여준다. 실험조건은 $s/L = 0.33$, $f/f_N = 0.721$ 으로 Fig. 3의 유동영역에서 ●로 표시된 위치이다. 경사파가 발생하는 파라미터는 영역 III에서 좁게 칠해진 그림자 영역(shadow zone)이다.

Fig. 6에서 z -축 방향을 따라 규칙적인 파동, 즉, 페러데이파가 형성된 것을 볼 수 있다. 그리고 좌측 벽과 우측 벽 근처에서 발생한 파의 모

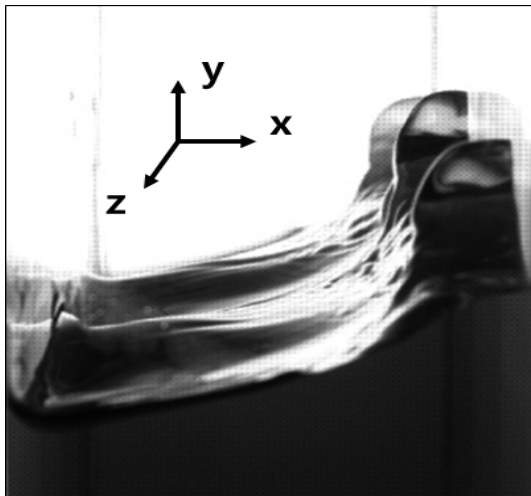


Fig. 6. Bird-eye view of skewed symmetric wave at $t = 0.5 T$. ($s/L = 0.33$, $f/f_N = 0.721$)

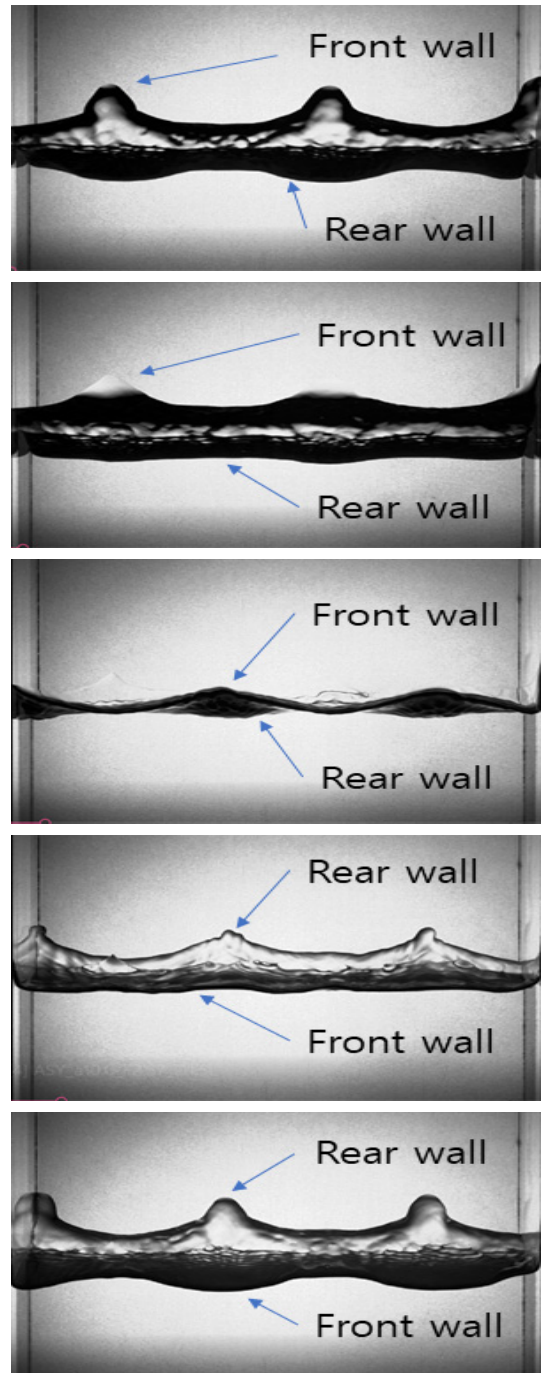


Fig. 7. Propagation shapes of skewed symmetric wave in $y-z$ plane-view. Times, t , are, from the uppermost frame, $0.0T$, $0.12T$, $0.25T$, $0.38T$, $0.5T$. ($s/L = 0.33$, $f/f_N = 0.721$)

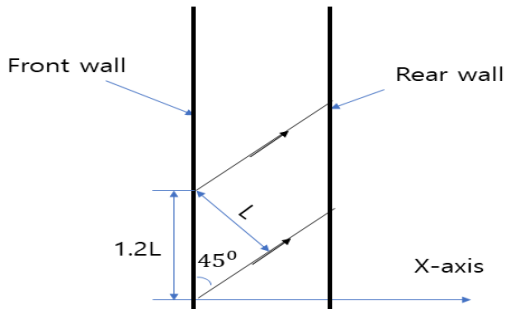


Fig. 8. Propagation of skewed wave

습을 비교하면 마루와 골이 정확하게 서로 180도의 위상차(out-of-phase)를 갖는 것을 볼 수 있다. 이 180도의 위상차는 전 주기를 통해 지속적으로 유지되는 것을 Fig. 7로부터 볼 수 있다. 이와 함께 Fig. 7로부터 모든 시간을 통해 z -축 방향으로 형성된 페러데이파의 한 파장의 길이가 약 $1.2L$ 로 일정하게 유지되는 것을 볼 수 있다. 이 측정 결과는 페러데이파가 x -축에 45도 경사진 방향을 따라 전파된다는 것을 의미한다 (Fig. 8 참고). 이것은 Su⁽⁶⁾와 Merion, Saffman & Yuen⁽⁶⁾의 연구와 일치하는 결과이다.

3.3 페러데이파 생성 메카니즘

이제 슬로싱 문제에서 페러데이파가 발생하게 되는 메카니즘을 알아보자. Fig. 3의 유동 영역도에서 가진변위 s/L 을 고정시킨 상태에서, 가진주파수 f/f_N 값을 점점 키워가면 유동특성이 2차원 슬로싱파가 발생하는 영역 I에서 영역 II를 거쳐 페러데이파가 발생하는 영역 III으로 옮겨간다. 이때 영역 II에서의 유동특성이 영역 III에서 페러데이파가 발생하는 기저원인을 제공한다.

Fig. 9의 왼쪽 사진에는 영역 II에서 발생하는 대표적인 2차원 슬로싱파의 모습이 나와 있다. 시스템에 가해지는 가진강도가 매우 크고 레이놀즈수가 상대적으로 작은 경우에만 나타날 수 있는 파형이다. $t = 0.0T$ 일 때 좌측 벽에서 파고가 가장 높고 좌측 벽 부근의 파고의 높이가 일정한 형태가 나타난다. 파동학적 관점에서 살펴보면 파가 우측 벽에서 좌측 벽으로 전파되면

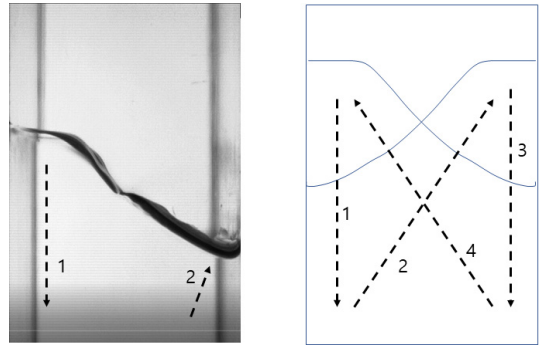


Fig. 9. Flow pattern for a period. The left is a snapshot of nonlinear sloshing wave of regime II at $t = 0.0T$ ($s/L = 0.33$, $f/f_N = 0.708$, \blacklozenge in Fig.3) and the right is a schematic flow pattern for a cycle.

서 좌측 벽 부근에서 급격히 파고가 증가하고 이후 파고가 일정한 영역이 만들어지는 마치 수력도약과 유사한 형태의 특성을 보인다. 이 현상에 대한 보다 자세한 내용은 Ji et al.⁽⁹⁾(Fig.14)를 참고하기 바란다.

시간 $t = 0.0T$ 일 때 좌측 벽 부근에 최고 파고 영역이 만들어지고 나서 파가 다시 우측으로 전파되는 단계에 들어서면 최고 파고 영역에서 만들어진 큰 포텐셜 에너지로 인해 이 영역에서의 유동은 y -축 방향 (Fig. 9에서 1번으로 표시된 화살표 방향)을 따라 거의 수직 아래방향으로 내려가기 시작한다. 이와 동시에 연속방정식을 만족하기 위해 용기의 좌측 아래에 있던 유체는 우측 벽 위쪽 (Fig. 9에서 2번으로 표시된 화살표 방향)을 향해 움직이게 된다. 시간이 $t = 0.5T$ 가 되면 파고의 최고점이 우측 벽에 도달하고 앞서 언급한 과정이 우측 벽에서 좌측 방향으로 반대로 진행되고 유동은 Fig. 9의 3번, 4번 방향을 따라 움직이게 된다. 결과적으로 외부에서 가해지는 가진력의 주파수가 f 라고 가정하면 내부유동은 1→2→3→4로 이어지는 나비날개 형태의 ∞ 형태운동을 1초 동안에 f 번 하게 된다.

따라서 외부가진에 의해 슬로싱유동이 1사이클 발생하는 동안에 슬로싱 유동이 기저가 되는 수직방향의 배경진동(background oscillation)은 좌,

우 벽면 근처에서 각각 1번씩 발생하고, 배경진동에 의해 내부유체는 수직방향으로 유동유발가진을 2번 겪게 된다. 즉, 수평방향 외부가진 주파수가 f 라면 슬로싱이 발생시키는 수직방향의 배경 가진주파수는 $2f$ 가 된다. 결론적으로 3.1절과 3.2절에서 살펴보았던 주파수 f 를 갖는 대칭파와 경사파는 이전 연구자들이 언급한 분수조화운동에 의한 페러데이파인 것이 확실하다.

수평방향 가진강도가 상대적으로 약한 영역 I에서는 내부 슬로싱유동이 좌우 대칭성을 갖는 포물선 형태로 발생하기 때문에 슬로싱유동이 페러데이파가 발생할 수 있을 정도의 수직방향 배경가진을 제공할 수 없다. 따라서 영역 II에서와 같은 수력도약이 발생하지 않는 슬로싱에서는 파동특성이 영역 I에서 영역 IV로 직접 천이하게 된다.

4. 결 론

사각용기에서 발생하는 강한 비선형 슬로싱 문제에서 대한 실험적 연구를 통해 상대적으로 작은 레이놀즈수($Re \leq 10^4$) 범위에서는 슬로싱파(sloshing wave)와 페러데이파(Faraday wave)가 동시에 나타나는 3차원 규칙파 영역이 존재한다는 것을 보였다.

이때 나타나는 페러데이파는 가진변위와 가진주파수 영역에 따라 대칭파(symmetric wave) 혹은 경사파(skewed symmetric wave) 형태로 발생하고, 경사파의 진행방향이 용기벽에 45도 방향(x -축에 45도 방향)을 갖는다는 것을 보였다.

그리고 슬로싱 문제에서 페러데이파가 발생하는 메커니즘을 규명했다. 슬로싱 문제에서 페러데이파가 발생하는 원인은 좌, 우측 벽 근처 영역에서 발생하는 수직방향 슬로싱 유동성분이 페러데이파를 발생시키는 배경가진으로 작용하기 때문이라는 사실을 밝혔다.

REFERENCE

- 1) Ibrahim, R. A., 2005, Liquid Sloshing Dynamics, Cambridge Univ. Press.
- 2) Miles, J. and Henderson, D., 1990, "Parametrically Forced Surface Waves," Ann. Rev. Fluid Mech., Vol.22, pp,143~165.
- 3) Miles, J., 1993, "On Faraday Waves," Vol.248, pp.671~683.
- 4) Jiang, L., Ting, C. L., Perlin, M. and Shultz, W. W., 1996, "Moderate and Steep Faraday Wave: Instabilities, Modulation and Temporal Asymmetries," Vol.329, pp.275~307.
- 5) Su, M. Y., 1982, "Three Dimensional Deep Water Waves. Part 1. Experimental Measurement of Skew and Symmetric Wave Patterns," Vol.124, pp.73~108.
- 6) Merion, D. I., Saffman, P. G. and Yuen, H. C., 1982, "Calculation of Steady Three Dimensional Deep Water Waves," Vol.124, pp.109~121.
- 7) Faltinsen, O. M., 1974, "A nonlinear theory of sloshing in rectangular tanks," J. Ship Res., Vol. 18(4), pp.1224~1241.
- 8) Faltinsen, O. M. and Timokha, A. N. 2009, Sloshing, Cambridge Univ. Press.
- 9) Ji, Y. M., Shin, Y. S., Park, J. S. and Hyun, J. M., 2012, "Experiments on non-resonant sloshing in a rectangular tank with large amplitude lateral oscillation," Ocean Engr., Vol. 50, pp.10~22.
- 10) Ji, Y. M. and Park, J. S., 2019, "Sloshing flow patterns in a rectangular container by unidirectional horizontal excitation," The KSFM J. of Fluid Machinery, Vol. 22(2), pp.38~45.
- 11) Park, J. S., 2019, "Sloshing Flow of Highly Viscous Fluid in a Rectangular Box," J. of the KSVM, Vol.17(3), pp.39~45.