

반성적 활동을 통한 곱셈의 오류 처리 행동 분석

나 윤 지 (서울신명초등학교 교사)

박 만 구 (서울교육대학교 교수)[†]

본 연구의 목적은 초등학교 3학년 2학기의 곱셈 학습에서 반성적 활동을 적용함으로써 학업성취도의 수학 학습 과정 중에 나타나는 오류 및 처리 행동을 분석하는 데 있다. 연구참여하는 학생들에게 곱셈단원에 대하여 반성적 활동을 적용하여 수업을 재구성하여 진행하였다. 이들의 수학 학업성취도의 변화를 알아보기 위하여 사전 사후 검사를 실시하였고, 반성적 활동에서의 학습자의 오류 처리 양상을 분석하기 위해 포커스 그룹의 수학적인 의사소통을 녹음하여 분석하였다. 그리고 오류 유형 및 오류 처리를 위하여 학생들의 활동지와 녹음된 대화를 분석하였다. 연구 결과, 반성적 활동을 적용한 경우 학습자의 수학학업성취도가 상승하였다. 두 자리 수의 곱셈을 학습할 때 오류 유형은 다양하게 나타났다. 그리고 반성적 활동은 학습자가 곱셈 알고리즘에 대해 반성하고 오류가 있는 계산을 분석하여 자신의 오류를 반성적으로 되돌아보고 처리하도록 돕게 됨을 확인하였다.

I. 서론

최근 수학을 공부하는 학생들 사이에서 ‘수포자(수학을 포기한 자의 줄임말)’라는 말이 널리 쓰이고 있다. 이는 수학은 언젠가 포기할 수밖에 없는 어려운 과목이라는 학생들의 인식이 반영된 결과이다. 2015년의 TIMSS(Trends in International Mathematics and Science Study)의 수학 시험 결과를 보면 우리나라 초등학교 4학년 학생의 수학에 대한 정의적 태도가 국제 평균에 비해 낮다(한국교육과정평가원, 2017a). 학습자는 수업 학습 과정이나 시험에서 오류를 경험하며 수학에 대한 부정적인 태도를 형성하게 된다. 이러한 부

정적 태도는 학교급이 올라가며 누적되는 경향을 보이기 때문에 초등학교 시기부터 수학 태도를 관리할 필요가 있다(한국교육과정평가원, 2017b).

Movshovit-Hadar, Zaslavsky와 Inbar(1987)의 연구에 따르면 오류는 우연히 나타나는 것이 아닌 학습자에게 어느 정도 합당한 준-논리적 과정에 의해 나타난다. 따라서 오류를 행동주의의 관점에서 부정적으로 생각하는 것이 아닌 학습의 과정으로 인식할 필요가 있다.

수학의 영역 중 ‘수와 연산’ 영역은 계열성이 높으며 수학 교육에서도 큰 부분을 차지하고 있다. 전미수학교사협회(National Council of Teachers of Mathematics[NCTM], 2000)에서도 초등 수학교육에서 수학 연산을 이해하고 산술계산을 능숙하게 하는 것을 핵심으로 보고 있다.

사칙연산 중 곱셈은 초등학교 2학년 수학에서 곱셈 구구로 학습을 시작하여 점차 두 자리 수와 세 자리 수의 곱셈으로 확대하여 학습한다. 초등학교 3학년 2학기의 곱셈은 곱하는 수가 두 자리 수인 곱셈을 학습하며 곱셈 능력을 완성한다.

수학 학습에서 오류에 대한 연구는 많은 학자들이 활발하게 연구한 분야이다(권준범, 2012; 김수미, 2015; 안소현 외, 2016; 윤희태, 2002; 이영선 외, 2004; 최진숙 외, 2006). 그러나 오류에 대한 대다수의 연구는 학생들의 학습이 끝난 후에 나타나는 오류 분석에 치중되어 있다.

곱셈 학습에서 발생하는 오류는 모든 학습이 끝나고 이루어지는 것보다 학습의 각 단계별로 확인하고 지도가 이루어져야 한다. 2015 개정 교육과정에서도 강조하는 과정 중심 평가 또한 학습의 각 단계에서 학업 성취를 확인하고 교사의 추후 지도가 이루어져야 함을 시사한다.

이에 본 연구는 초등학교 3학년을 대상으로 반성적

* 접수일(2019년 8월 16일), 심사(수정)일(2019년 9월 10일), 게재확정일(2019년 10월 25일)

* ZDM분류 : D42

* MSC2000분류 : 97D70

* 주제어 : 두 자리 수 곱셈, 곱셈 오류, 반성적 활동

* 본 논문은 제1저자의 석사학위 논문을 수정 보완한 것임.

[†] 교신저자 : mpark29@snue.ac.kr

활동을 적용하였을 때 두 자리 수의 곱셈의 학업 성취에 어떤 영향을 미치는지, 학습 과정에서 나타나는 오류의 유형은 어떠한지 연구하였다. 또한, 반성적 활동을 적용하였을 때, 학습자가 오류를 처치하는 행동을 분석하여 학습자의 곱셈 학습과 교사의 곱셈 오류 지도에 시사점을 제공하고자 한다.

II. 이론적 배경

1. 수학 학습에서의 오류

오류(誤謬)는 바른 것과 참의 반대말로 국립국어원에 따르면 ‘그릇되어 이치에 맞지 않는 일’. ‘사유의 혼란, 감정적인 동기 때문에 논리적 규칙을 소홀히 함으로써 저지르게 되는 바르지 못한 추리’의 의미로 사용되고 있다. 교육이 인간의 불완전성과 개선 가능성에 대한 믿음을 전제로 이루어지는 활동이라는 점에서 불완전성이 나타나는 오류는 교육적으로 의미가 있다(김부미, 2005).

계산 오류에 대한 최초의 연구는 Smith(윤희태, 2002 재인용)의 연구로, 학습자에게 다양한 산술 문제를 적용하여 나타난 오류를 조사하고 이를 유형화하였다. 국내에서도 윤희태(2002)는 곱셈 오류를 ‘알고리즘 오류’, ‘받아올림 오류’, ‘0 처리 오류’, ‘기수법 오류’, ‘덧셈 오류’, ‘곱셈구구 오류’, ‘기술적 오류’의 일곱 가지의 오류 유형으로 나누어 [표 1]과 같이 오류의 원인을 설명하였다.

[표 1] 오류 유형 분류틀 (윤희태, 2002)
[Table 1] The frame for error type classification of multiplication

오류 유형	오류의 의미
알고리즘	곱셈 순서를 틀리거나 알고리즘 절차를 무시하는 오류
곱셈구구	두 수의 곱을 바르게 구하지 못한 오류
기수법	수의 자리 배열을 잘못하여 생긴 오류
받아올림	계산 과정에서 받아올림한 것을 처리하는 과정에서 생긴 오류
0처리	계산 과정에서 0을 적절히 처리하지 못하여 생긴 오류
기술적	계산을 바르게 했으나 수를 옮겨 쓰는 과정에서 생긴 오류
덧셈	덧셈 과정에서 나타나는 오류

초등학교 수학 학습에서 오류는 구체물을 사용하거나(최진숙, 유현주, 2006) 어렵셈을 사용하여(강시중, 1990) 오류를 효과적으로 교정할 수 있다. 학습자가 답이 몇 자리 수가 될지 생각해보거나 수직선 위에 나타내어 보는 활동과 같은 구체적인 어렵 활동은 계산 오류를 줄이는 데 도움을 줄 수 있다.

오류 처치에서 학생들이 오류를 검토하는 방법에 대한 연구도 이루어졌다(Lannin, Townsend, & Barker, 2006). Lannin 등은 반영적 순환 과정을 통해 학습자가 오류를 수정하는 세 가지 활동을 제시한다. 이는 [표 2]에서처럼 오류 인지하기, 오류 귀속하기, 오류 수정하기의 세 활동은 오류 수정에서 순차적으로 일어나며 이는 학습 과정에서 순환적으로 지속된다.

[표 2] 오류 처치의 단계(Lannin et al., 2006)
[Table 2] The reflective cycle of error analysis

오류 처치 단계	각 단계에 대한 설명
오류 인지	오류에 대해 인지적 갈등을 느낀다. 어렵을 하거나 계산기를 사용해 계산함으로써 오답에 대해 인지적 갈등을 느낀다.
오류 귀속	잘못된 풀이를 분석하여 오류의 원인을 찾아본다.
오류 수정	오류의 원인을 찾을 후 설명을 하거나 글쓰기를 통해 오류를 수정한다.

오류 처치에 대한 연구와 함께 오류를 학습의 소재로 적용한 연구 또한 초등과 중등에서 이루어졌다(예를 들면, 김수미, 2004; 노은정, 2002). 김수미(2004)는 초등학교 수학 교재에서의 계산 오류 활용 실태에 대해 분석하였으며, 노은정(2002)은 중등 교육에서 오류를 활용하였을 때의 수학 학습 효과에 대해 연구하였다. Borasi의 관점을 적용한 노은정(2002)의 연구는 오류가 학습의 소재로 적용되었을 때의 학습 효과가 긍정적이었음을 알려주었다.

2. 반성적 활동

반성적 사고(reflective thinking)라는 개념은 Dewey가 제시하였으며 학습자가 경험한 것을 재구성하고 재조직하면서 이에 대해 신중하게 심사숙고하는 탐구적

사고를 일컫는다. 자신의 행위나 앞에 대해 생각하는 행위나 행위 중의 행위에 대해 생각할 때 사람은 자신이 해결하고자 하는 문제를 어떻게 구조화하는지에 대한 질문을 스스로에게 던진다. 행위 중 앞과 행위 중 반성, 행위 후의 반성을 통해 학습자는 자신이 형성한 앞을 비판적으로 숙고할 수 있다(Schön, 1987).

반성적 사고를 수학 학습에서 충분히 이루어지게 하기 위해 배숙희와 박만구(2008), 이선명과 최창우(2011), 이수민(2017) 등의 연구에서는 반성적 상호 글쓰기를 도입하였다. 반성적 상호 글쓰기는 교사가 수업시간 중에 제시하는 학습지에 활동하고 학습한 내용에 대해 학습자의 언어로 기록한 후, 그에 대해 다른 학생과 바꾸어 의견을 교환하는 활동이다.

선행 연구를 통해 상호 글쓰기는 비판적 사고력을 기를 수 있으며(김정희, 2004), 의사소통 능력을 향상하는 데 도움을 줄 수 있다(배숙희, 박만구, 2008). 또한, 수학적 성향에 긍정적인 영향을 줄 수 있다(배숙희, 박만구, 2008; 윤정민, 2005; 이선명, 최창우, 2011).

반성적 쓰기 활동을 다양한 주제와 학년의 학생에게 적용하여 수학 학습 태도와 학업 성취도의 변화, 의사소통 능력의 변화에 대한 연구는 많이 이루어졌지만 오류를 주제로 한 반성적 쓰기 활동과 이를 바탕으로 서로 의견을 교환하는 활동에 대한 연구는 이루어지지 않았다. 본 연구에서는 두 자리 수의 곱셈을 학습하는 과정에서 반성적 쓰기 활동과 의견을 교환할 수 있는 서로 이야기하기 활동을 적용하여 오류 처치 양상에 대해 분석하였다.

수학적 오류에 대한 여러 연구를 종합해 보면, 오류는 발생하였을 때 바로 처치하는 것이 바람직하다(권준범, 2012). 이때 효과적인 오류 처치를 위해 곱셈 알고리즘에서 각 단계를 점검할 수 있어야 하며 어림셈을 도입할 수 있다. 오류는 수업 시간을 통해 학습의 소재로 적용하여 학생들이 검토하며 오류 처치의 순환적 단계를 거칠 수 있도록 해야 한다(Lannin et al., 2006).

본 연구에서는 반성적 활동에 대한 선행 연구를 통해 반성적 활동은 쓰기와 서로 의견을 교환하는 이야기하기 활동을 하도록 하였다.

III. 연구 방법

1. 연구 참여자

본 연구는 서울 S초등학교 3학년 두 개 학급의 41명을 대상으로 실시하였다. S초등학교는 학부모의 경제적 수준이 중위권 정도이다. 학군의 사회적 수준도 중위 정도이고, 10년 이상의 교육 경력이 있는 교사 세 명을 통해 학업성취 수준 또한 중위 정도임을 확인하였다.

연구에 참여한 실험반은 21명, 비교반은 20명이며 두 반 모두 학습 부진 학생은 없었다. 해당 학교에서는 학교 자체로 운영하는 영재 교육 프로그램은 없으며, 3학년 재학생 중에서 학교 외의 영재 교육 기관에서 학습하고 있는 학생은 없다.

반성적 활동에서의 학습자의 오류 처치 양상을 분석하기 위해 수학적 의사소통에서의 적극성을 고려하여 분석할 학생을 선별하였다. 각 차시별로 나타나는 오류 유형은 윤희태(2002)의 오류 분석틀을 사용하여 분류하였다. 오류 처치 양상은 각 차시에서 수집한 활동지와 녹음 자료를 Lannin 등(2006)이 제시한 오류 처치 과정의 각 단계를 기준으로 분석하였다.

2. 연구 절차

연구를 준비하며 연산 오류와 반성 활동에 대한 이론적 배경을 탐색하고 연구 문제를 확정하였다. 계획 단계에서는 교과서와 교육과정을 분석하여 연구에 적절하게 재구성하였다. 사전 검사 문항을 제작하여 연구 참여자의 선수 학습 정도와 곱셈 능력을 파악하여 이질적인 집단으로 모둠을 구성하였다. 적용 단계에서는 재구성한 수업을 실제로 적용해 보았으며 각 차시별로 학생들이 보인 오류를 분석하였다.

한 차시의 수업을 마무리하며 형성평가를 실시하였으며 이를 통해 발견한 오류를 다음 차시에 제시하였다. 시간적 간격을 두고 계산 오류를 객관적으로 바라볼 수 있도록 다음 차시에서 오류를 다루었다. 각 차시가 끝난 후 학습자의 오류를 분석함과 동시에 반성 활동에서의 학습자 간의 상호작용과 학습자가 스스로의 사고과정을 쓴 결과물과 녹음 결과를 분석하였다. 분석을 통해 학습자가 의도된 반성적 활동에 충분히 참여하였는지, 실제 참여 양상은 어떠한지 살펴보았다.

반성적 활동을 적용한 수학 수업은 2015 개정 교육

과정을 반영한 초등학교 3학년 2학기 수학 교과서의 곱셈 단원을 재구성하여 수업을 설계하였다. 연구와 직접적으로 관련이 되는 차시는 7차시 중 4차시, 6차시와 7차시이다. 앞의 다섯 차시에서는 두 자리 수의 곱셈을 계산하기 위한 세 자리 수와 한 자리 수의 곱셈, 몇 십끼리의 곱셈, 몇과 몇 십 몇의 곱셈을 학습하였다. 4, 6, 7차시의 곱셈 학습을 제외하면 두 자리 수끼리의 곱셈은 아니지만 두 자리 수끼리의 곱셈을 학습하기 위한 필수 학습 요소이기 때문에 반성적 활동을 동일하게 적용하였으며 연구에서 분석 대상에 포함하였다. 그리고 두 자리 수끼리의 곱셈을 학습하며 나타나는 오류 유형의 빈도를 알아보기 위하여 활동지 분석에 포함하고 사후 평가에서도 동일한 비중으로 문항을 구성하였다.

각 차시에서는 수업 주제에 따라 교과서에 제시되어 있는 활동을 기본적으로 학습하였다. 한 차시의 수업 내에서는 전시학습을 상기고 전 차시 형성평가에서 발견된 오류에 대해 자신의 생각을 쓰고 서로 이야기하기 활동을 먼저 한다. 이때 학습자는 오류를 처치해 보고 이에 대해 이야기를 나누며 반성적 활동을 한다. 전 차시 오류 처치 활동이 끝났으면 본 차시의 학습 활동을 한다. 수업 활동이 끝났으면 그 차시에서 학습한 내용에 대해 세 문항으로 구성된 형성평가를 본다. 수업을 마무리하며 학습한 내용을 반성적 활동지에 정리한다. 1차시는 단원의 첫 차시이기 때문에 전 차시 오류 처치 활동이 없다.

[표 3] 차시별 수업 설계
[Table 3] The procedure of research

단계	단계별 활동
도입	전 차시 오류 처치 활동: 교사가 제시한 오류를 반성적 활동으로 처치하고 짝과 이야기를 나눔.
전개	교과서에 제시된 활동으로 곱셈을 학습함.
정리	형성평가: 본 차시에 학습한 내용에 대해 세 문항으로 구성된 형성평가를 실시함. 반성적 활동으로 학습 내용을 자신의 언어로 정리.

오류 처치의 방법으로써 반성적 활동은 Lannin 등

의 오류 처치의 반영적인 순환 과정이 잘 나타날 수 있도록 구성하였다. 오류 처치의 첫 번째 단계인 오류 진단에서는 교사가 학습활동의 형성평가를 통해 학습자의 오류를 진단한다. 두 번째 단계인 오류 처치 활동은 수업 중에 이루어지는 활동으로 이 단계에서 학습자는 실질적으로 오류에 대한 처치 활동을 한다. 학습자는 오류 인지, 오류 귀속, 오류 수정의 과정에 따라 오류를 수정하였다.

오류 처치 활동 단계에서는 반성적 활동지를 통해 학습자가 어렵하기 활동을 통해 오류를 인식하여 인지적 갈등을 느끼도록 하였다. 오류 귀속 단계에서는 오류의 원인을 찾아보며 오류 원인을 찾아보도록 구성하였으며 오류 수정 단계에서는 학습자가 오류를 수정한 후 글로 표현하고 설명해 볼 수 있도록 서로 이야기하기 활동을 제공하였다.

오류를 처치할 수 있는 반성적 활동지는 서울시 소재의 다른 초등학교의 3학년 학생들에게 미리 적용하고 그 결과를 바탕으로 초등 수학교육 전문가와 현직 교사 4명과 상의하여 [그림 1]과 같은 반성적 활동지를 완성하였다.

생각 사다리를 따라 틀린 문제를 다시 풀어 봅시다.

어렵해요	1. 몇 자리 수가 될까요? () 자리 수 2. 수직선을 그려 표시해 봅시다.
어디서 실수했을까?	
짝과 생각을 나누기	나: 원래 계산에서는 ()부분에서 실수했어. 짝: 그럼 어떻게 계산하는 게 좋았을까? 나: ()

[그림 1] 오류 처치 반성적 활동지
[Fig. 1] Reflective activity sheet for error correction

오류 처치 반성적 활동지의 가장 첫 단계는 ‘어렵해요’ 단계이다. 어렵하기를 통해 학습자는 주어진 오류가 포함된 계산의 결과값과 자신의 어렵값을 비교해 본다. 이때 학습자는 앞자리 수만 먼저 곱해보고, 버림을 통해 몇 십과 몇 십의 곱셈을 만들기와 같은 전략을 통해 어렵한다. 이러한 어려움을 통해 학습자는 인지

적 갈등을 느낀다.

인지적 갈등을 통해 오류를 수정하였으면 학습자는 자신이 오류를 수정한 방법에 대해 설명하는 활동에 참여하였다. 이때 자릿값이 나누어진 점선표에 계산할 수 있도록 하며 필요시 구체물을 사용하거나 교과서가 제시한 알고리즘을 자세히 적는 변형 알고리즘으로 계산하도록 하였다. 변형 알고리즘이란 두 자리 수끼리의 곱셈에서 각 자릿수의 곱셈 값을 네 번 각각 적도록 하는 방법이다. 필요시 교사는 학습자와 면담하여 학습자가 오류를 수정할 수 있는 방법을 안내하도록 하였다. 학습자는 자신이 찾은 오류 수정 방법에 대해 짝과 서로 말하기 활동에서 소리 내어 말함으로써 오류 수정 처치를 마무리하였다. 교사는 결과를 비교해 보고 사후 검사를 통해 오류가 바르게 처리되었는지를 확인하였다.

3. 자료 수집 및 분석

본 연구는 초등학교 3학년 학생들이 두 자리 수의 곱셈을 학습할 때 나타나는 오류 유형을 분석하고 쓰기와 서로 이야기하기 반성적 활동이 학업성취도에 미치는 영향을 알아보기 위하여 정규 수업시간에 반성적 활동을 적용하고 그 결과를 수집하였다. 7차시 수업을 계획하였으며 수업에 적용한 반성적 활동지의 쓰기 자료를 수집하였으며 사전과 사후 곱셈 능력 검사지를 적용하여 학업성취도의 변화를 확인하였다.

연구 결과는 양적 분석 방법을 적용하여 실험반과 비교반에 사전, 사후 학업성취도 검사를 실시하였다. 그 결과를 SPSS 20 프로그램을 이용하여 t-검정으로 분석하였다. 또한, 학습 과정에서 학생들이 반성적 활동을 통해 오류를 처리하는 양상이 어떻게 나타나는지 반성적 활동지와 녹음 자료를 활용하여 분석하였다.

학습 과정 중에 나타나는 오류 유형을 분석하기 위하여 윤희태(2002)의 곱셈 오류 유형 분류틀을 적용하였다. 분류틀은 [표 4]와 같다.

학습 과정 중의 오류 처리 양상을 분석하기 위해 Lannin 등(2006)의 오류 처리의 순환적 단계를 적용하여 분석하였다. ‘오류 인지’, ‘오류 귀속’, ‘오류 수정’의 세 단계에 따라 학습자의 서로 이야기하기 활동의 녹음 자료와 쓰기 활동지를 분석하였다. 오류 처리 양상

분석틀은 [표 5]와 같다.

[표 4] 오류 유형 분류틀

[Table 4] The framework for error type classification

	유형 종류	범주
오류 유형	알고리즘 오류	E1
	곱셈구구 오류	E2
	기수법 오류	E3
	받아올림 오류	E4
	0처리 오류	E5
	기술적 오류	E6
	덧셈 오류	E7

[표 5] 오류 처리 단계

[Table 5] Steps of treatment for errors

단계	단계명	범주
오류 처리	오류 인지	ET1
	오류 귀속	ET2
단계	오류 수정	ET3

IV. 연구 결과

1. 반성적 활동이 곱셈 학업 성취도에 미치는 효과

두 자리 수끼리의 곱셈 학습 과정에서 반성적 활동이 학업 성취도에 미치는 효과의 검사 결과는 [표 6]과 같다.

[표 6] 사전 학업성취도 검사 t 검정 결과

[Table 6] T-test results of the pre-achievement

집단	M	SD	t	p
실험반	73.690	15.3830	0.276	.423
비교반	75.000	14.9561		

검정 결과 실험반의 평균은 73.690이었고, 표준편차는 15.3830이었다. 비교반의 평균은 75.000이고 표준편차는 14.9561로 나타났다. p=0.423으로 실험반과 비교반은 통계적으로 유의미한 차이를 보이지 않았기 때문에 두 집단은 동일한 집단으로 볼 수 있다.

실험 처치를 한 후 반성 활동을 적용한 곱셈 수업이 학습자의 이해와 학업 성취도에 미치는 영향을 알아보기 위해 사후 평가를 개발하여 적용하였다. 곱셈

사후 평가 문항은 총 20문제로 계산 능력과 오류 처리 능력을 모두 평가할 수 있도록 구성하였다. 사후 평가 역시 수학 교육 전문가와 현직 초등 교사 네 명의 검토를 거쳐 신뢰도를 확보하였다. 사후 평가의 결과는 독립 t 검정을 통해 분석하였고 그 결과는 [표 7]과 같다.

[표 7] 사후 학업 성취도 검사 t 검정 결과
[Table 7] T-test results of the post-achievement

집단	M	SD	t	p
실험반	79.810	18.9172	2722*	.10
비교반	64.875	16.0089		

*p<0.05

검정 결과 실험반의 곱셈 단위 학업 성취도 능력 평균은 79.810이고 비교반의 학업 성취도 능력 평균은 64.875로 나타났다. p<0.05 수준에서 유의한 차이를 나타냈다. 표준편차는 실험반이 18.9172이고, 비교반이 16.0089이며 p=0.010이다. 두 집단의 평균은 실험반의 평균이 비교반의 평균보다 유의하게 높았다.

2. 곱셈 학습 과정에서 나타나는 오류 분석

본 연구에서는 두 자리 수의 곱셈 학습 과정의 각 차시에서 형성평가를 실시하고, 이때 나타난 오류 유형을 윤희태(2002)의 곱셈 오류 유형 분석틀로 분류하였다. 세 문제로 이루어진 형성평가에서 나타난 오류는 총 58회였으며 알고리즘 오류, 곱셈구구 오류, 받아올림 오류, 기수법 오류가 각각 14회, 13회, 12회, 10회로 많이 나타났다.

1차시에서는 받아올림이 없는 세 자리 수와 한 자리 수의 곱셈을 학습하였고 수업의 마무리 단계에서 실시한 형성평가에서는 곱셈 오류를 보인 학습자는 아무도 없었다.

2차시에서는 일의 자리에서 받아올림이 있는 세 자리 수와 한 자리 수의 곱셈을 학습하였다. 실험반 21명의 학생들 중 오류를 한 문제 이상 보인 학습자는 모두 다섯 명이였다. 오류는 모두 9개이며 오류 유형 분석틀로 정리한 결과는 [표 8]과 같다.

2차시 형성평가에서 가장 빈도수가 높은 오류 유형은 곱셈구구 유형이며 이 오류 유형은 한 자리 수의 곱셈을 미숙하게 계산했기 때문에 나타났다. 받아올림

오류는 2회, 알고리즘 오류는 1회로 나타났다.

[표 8] 2차시 형성평가 오류 유형
[Table 8] Error types of 2nd lesson formative test

오류 유형	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7
빈도수	1	5	0	2	0	0	0

2차시 형성평가의 여러 오류 중 한 오류는 윤희태(2002)의 곱셈 오류 분석틀에 정확하게 분류할 수 없었다.

[그림 2] 피승수끼리의 곱셈 오류
[Fig. 2] Error in multiplication numbers

이 오류를 보인 학습자는 123×4의 계산에서 [그림 2]와 같이 일의 자리인 3×4를 정확히 계산하여 답을 쓰는 곳 일의 자리에 2를 적었지만 받아올림하는 1은 123의 일의 자리인 3 위에 잘못 적었다. 이후 계산에서는 피승수의 십의 자리 2와 승수 4를 곱해야 할 곳에 피승수의 십의 자리와 일의 자리를 곱하여 적었다. 답을 적는 곳에 2와 3의 곱인 6을 십의 자리에 적은 후 학습자는 받아올림한 것이 없음에도 피승수 백의 자리에 1을 적었다. 피승수 백의 자리와 승수를 곱할 때에도 피승수 백의 자리와 승수 4를 곱한 것이 아닌 받아올림을 위해 적어둔 1과 피승수 백의 자리 1을 더해 2라고 계산gks 후 2와 4를 곱해 백의 자리에 8이라는 결론을 냈다.

윤희태(2002)의 오류 유형틀은 일곱 가지의 오류 유형을 제시하고 있고 0처리 오류와 덧셈 오류는 알고리즘 오류에 속하지만 자주 등장하기 때문에 독립된 유형으로 제시하였다. 따라서 알고리즘 오류를 0처리 오류와 덧셈 오류를 제외한 오류라고 정의하였다. [그림 2]와 같이 피승수끼리의 곱셈을 하는 오류는 '기타'에 해당되는 경우라고 분류할 수 있지만 분석틀에서 이와 같은 오류를 설명하지 않았다.

3차시에서는 일의 자리와 십의 자리에서 받아올림

이 있는 세 자리 수와 한 자리 수의 곱셈을 학습하였다. 실험반 학생들 중 오류를 한 문제 이상 보인 학습자는 모두 다섯 명이다. 오류는 모두 6회 나타났으며 곱셈 오류 유형 분석틀로 정리한 결과는 [표 9]와 같다.

[표 9] 3차시 형성평가 오류 유형
[Table 9] Error types of 3rd lesson formative test

오류 유형	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7
빈도수	3	1	0	1	0	0	1

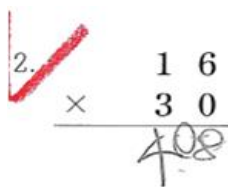
3차시 형성평가에서 가장 빈도수가 높은 오류 유형은 알고리즘 오류 유형이고 곱셈구구 오류, 받아올림, 오류, 덧셈 오류가 각 1회씩 있었다.

4차시에서는 세 자리 수와 한 자리 수의 곱셈을 학습한 이후로 몇 십과 몇 십, 몇 십 몇과 몇과 몇 십의 곱셈을 학습하였다. 본 차시에서 학습자가 보인 오류는 모두 13회이며 곱셈 오류 분석틀로 정리한 결과는 [표 10]와 같다.

[표 10] 4차시 형성평가 오류 유형
[Table 10] Error types of 4th lesson formative test

오류 유형	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7
빈도수	4	0	2	2	5	0	0

4차시 형성평가에서 가장 빈도수가 높은 오류 유형은 0처리 오류 유형이었고 알고리즘 오류가 4회, 기수법 오류와 받아올림 오류가 각 2회씩 나타났다. 학습자는 승수의 일의 자리가 0인 경우의 곱셈을 처음 학습하기 때문에 0을 처리하는 과정에서 잘못 계산한 경우가 많은 것으로 보인다.



[그림 3] 0처리 오류와 알고리즘 오류
[Fig. 3] Error of 0 treatment and Algorithm

오류를 분석하는 과정에서 [그림 3]과 같이 0처리 오류와 알고리즘 오류가 함께 일어난 경우도 있었다. 16×30은 승수의 일의 자리가 0이기 때문에 결과 값도 0이어야 하지만 그렇지 못했다. 그렇다고 16×3의 값만 적은 것도 아니다. 16×3의 값을 408이라고 잘못 계산하였다. 48이라고 계산해야 하지만 곱셈 알고리즘을 능숙하게 적용하지 못해 408이라고 답하는 오류를 보였다. 위와 같은 오류는 대표적인 0처리 오류로 분석할 수 있지만 한 가지 유형에만 속하는 것으로 분류하기 어렵다.

5차시에서는 피승수가 한 자리이고 승수가 몇 십 몇이 되는 두 자리의 곱셈을 학습하였다. 본 차시에서 학습자가 보인 오류는 모두 8회이며 곱셈 오류 분석틀로 정리한 결과는 [표 11]과 같다.

[표 11] 5차시 형성평가 오류 유형
[Table 11] Error types of 5th lesson formative test

오류 유형	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7
빈도수	1	0	2	5	0	0	0

5차시 형성평가에서 가장 빈도수가 높은 오류 유형은 받아올림 오류 유형이다. 받아올림 오류 유형이 5회, 기수법 오류가 2회, 알고리즘 오류가 1회 등장하였다.

6차시와 7차시에서는 두 자리 수끼리의 곱셈에 대해 학습한 차시였다. 6차시에서는 받아올림이 한 번 있는 두 자리 수의 곱셈을 학습하였다. 6차시 학습 후 이루어진 형성평가에서 나타난 오류는 [표 12]와 같다.

[표 12] 6차시 형성평가 오류 유형
[Table 12] Error types of 6th lesson formative test

오류 유형	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7
빈도수	2	5	5	0	0	0	1

6차시 형성평가에서 가장 많이 나타난 오류 유형은 기수법 오류와 곱셈구구 오류로 각 5회씩 나타났으며 이어서 알고리즘 오류가 2회, 덧셈 오류가 1회 나타났다. 가장 많이 등장한 기수법 오류는 계산 과정 중 수의 자리 배열에서 실수한 것으로 승수와 피승수가 모

두 자리 수인 곱셈을 처음 학습하기 때문에 가장 높게 나타난 것으로 볼 수 있다.

7차시 학습에서는 받아올림이 두 번 이상 있는 두 자리 수의 곱셈을 학습하였다. 7차시에서 학습자가 보인 오류 횟수는 모두 10회이며 곱셈 오류 유형 분석틀로 정리한 결과는 [표 13]과 같다.

[표 13] 7차시 형성평가 오류 유형
[Table 13] Error types of 7th lesson formative test

오류 유형	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7
빈도수	3	2	1	2	0	0	2

7차시 형성평가에서 가장 많이 나타난 오류 유형은 세 번 나타난 알고리즘 오류이다. 이외에 곱셈구구 오류와 받아올림 오류, 덧셈 오류가 각 2회씩 등장하였다. 기수법 오류는 1회 나타났다. 알고리즘 오류를 보인 학습자는 한 명으로 세 문항에서 모두 같은 오류를 보였다. 두 자리 수끼리의 곱셈에서 승수와 피승수의 곱의 원리를 잘 적용하지 못하였다.

초등학교 3학년 학생이 두 자리 수의 곱셈을 학습하는 과정에서 나타나는 오류를 분석한 결과는 [표 14]와 같다. 오류 유형에서 빈도수가 높은 순서는 알고리즘 오류, 곱셈구구 오류, 받아올림 오류, 기수법 오류, 0처리 오류, 덧셈 오류, 기술적 오류이다. 기수법 오류와 0처리 오류가 두 자리 수의 곱셈에서 세로셈과 관련된 알고리즘 오류의 한 부분임을 고려한다면 두 자리 수의 곱셈을 처음 학습하는 학습자가 세로셈 알고리즘을 충분히 이해하지 못했을 때 오류가 필연적으로 발생한다는 점을 알 수 있다.

[표 14] 곱셈 학습 차시별 오류 유형
[Table 14] Error types of multiplication lesson

차시	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	합
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	5	0	2	0	0	0	8
3	3	1	0	1	0	0	1	6
4	4	0	2	2	5	0	0	13
5	1	0	2	5	0	0	0	8
6	2	5	5	0	0	0	1	13
7	3	2	1	2	0	0	2	10
합	14	13	10	12	5	0	4	58

아울러 곱셈의 학습 과정에서 제수가 두 자리 수인 경우를 처음 학습하게 되는 4차시와 6차시의 오류가 다른 차시에 비해 많다. 받아올림이 없는 세 자리 수와 한 자리 수를 학습하는 1차시에서는 오류가 한 번도 발견되지 않은 점을 보아 곱셈구구를 잘 외었다면 어려운 곱셈이 아니었다. 2차시와 3차시에서는 각각 8회와 6회의 오류가 나타났다. 이어 등장하는 4차시에서는 이전 차시인 3차시의 두 배가 넘는 오류가 나타났다. 몇 십과 몇 십의 곱셈을 학습할 때 0을 처리하는 것에 대한 이해와 적용 미숙으로 13회의 오류가 나타났다. 몇 십 몇과 몇 십 몇의 곱셈을 처음 학습하는 6차시도 이전 5차시의 8회와 비교하였을 때 13회로 절반 정도로 오류의 빈도가 증가하였다.

오류 학습 과정에서의 오류 유형을 윤희태(2002)의 곱셈 오류 유형틀로 분석하였는데 이 오류 유형틀은 모든 유형의 오류를 설명하지는 못하였다. 곱셈 오류 유형틀은 알고리즘을 학습하였을 때의 오류를 중심으로 분류하였다. 반면 두 자리 수의 곱셈을 처음 학습하는 학습자가 각 단계별 학습을 할 때 보이는 다소 알고리즘적 논리가 결여된 오류도 등장하였다.

3. 반성적 활동에서 오류 처치 행동 분석

본 연구에서 학습자에게 적용한 반성적 활동은 쓰기 활동과 서로 이야기하기 활동으로 구성하였다. 쓰기 활동에서는 한 시간의 수업시간에서 학습한 내용을 편지쓰기, 문제 만들기, 예시 듣기 등을 통해 글로 정리하였다. 서로 이야기하기 활동에서는 학습자가 제시된 오류 곱셈 풀이를 바르게 고치며 틀린 까닭을 짚과 함께 서로 이야기하였다.

가. 반성적 쓰기 활동

반성적 쓰기 활동은 매 차시 학습자가 곱셈에 대해 학습한 후 그 내용을 글로 정리하는 활동이다. 학습자에게 동일한 형식으로 정리하도록 유도하기 보다는 학습자가 자신의 언어로 다양한 방법으로 적을 수 있도록 하였다. 예를 들어 설명하기, 친구에게 편지쓰기, 문제 만들기 등의 방식으로 참여하였는데 어떤 형식이라도 곱셈 알고리즘에 대해 글로 풀어 설명했다는 공통점이 있다.

반성적 쓰기 활동지를 분석하여 형성평가에 빈번하

계 등장한 알고리즘 오류와 관련하여 살펴볼만한 활동지를 선택하였다. 그중 곱셈 예시를 들어 알고리즘 과정에 대해 자세히 쓴 활동지와 곱셈의 알고리즘 중 분배 법칙에 대해 스스로 알게 된 것을 정리한 활동지를 분석하였다.

[그림 4]는 알고리즘에 대해 이해한 활동지이다. 1차시 A학생은 121×4라는 곱셈을 예로 들고 알고리즘에 대해 순서대로 해결하는 방법에 대해 글로 정리하였다.

121	일의 자리부터 곱해야 한다.
4	1×4=4니까 4를 쓴다.
4	십의 자리수를 곱한다.
80	4×20=80 80을 쓴다.
400	백의 자리수를 곱한다.
484	4×100=400 400과 80을 더한다.
끝	

[그림 4] 반성적 쓰기 활동: 예를 들어 설명하기
[Fig. 4] Reflective writing activities: Explanation with examples

[그림 5]는 분배법칙에 대해 이해한 B학생의 쓰기 활동지이다. B학생은 6차시의 몇 십 몇과 몇 십 몇의 곱셈을 학습한 후 두 가지 경우로 곱셈을 해결하는 알고리즘에 대해 쓰기 활동에서 정리하였다.

9학년 1학기 수학(분배법칙)을 배웠다. 54×47을 배웠다.	
54×47	54×40과 54×7로 나눈다. 54×40=2160, 54×7=378, 2160+378=2538
7=350, 4×46=160, 50×40=2000	올려 써서 하는 방법
이런 경우라면 54×7=378, 54×40=2160을 더해서 하는 방법이 있다.	
이런 방법이 있다.	

[그림 5] 반성적 쓰기 활동: 분배 법칙의 이해
[Fig. 5] Reflective writing activities: Understanding of distributive law

첫 번째 방법은 54×47의 계산에서 7×4=28, 50×7=350, 4×40=160, 50×40=2000을 각각 계산하여 더하는 방법이다. 이 방법은 교과서에서 제시하고 있는 표준화된 세로셈 알고리즘이다. 두 번째 방법은 54×7, 54×40을 각각 계산하여 더하는 방법이다. B학생은 반성적 쓰기 활동에 참여하여 곱셈의 분배 법칙에 대해

서술하였다. 초등학교 3학년 수학과 교육과정 상 분배 법칙은 교과서에 명시적으로 제시되지는 않지만, B학생은 54×47의 계산을 각각의 자리 수의 곱셈의 합이라는 것과 곱하는 수인 47을 곱해지는 수 54와 곱할 때 40과 7을 각각 54와 곱한 후 더한 것의 합이라는 것도 이해하고 있다.

두 자리 수의 곱셈을 학습하는 과정에서 가장 빈번하게 나타나는 오류는 알고리즘 오류이다. A와 B학생의 반성적 쓰기 활동에서 곱셈의 알고리즘에 대해 학습자의 언어로 정리한 것을 살펴보면 반성적 쓰기 활동에 오류 처리에 긍정적인 역할을 할 수 있음을 확인할 수 있다.

나. 서로 이야기하기 활동

서로 이야기하기 활동에서는 학습자가 짝을 지어 교사가 제시한 오류에 대해 서로 이야기하며 오류의 원인을 스스로 찾아보고 바르게 계산하였다. 학습자가 오류가 있는 문제 풀이를 보자마자 오류임을 알기는 쉽지 않다. 인지적 불균형을 통해 오류를 인지할 수 있도록 값을 어렵게 보고 수직선에 표시해보는 활동을 오류의 원인을 귀속시키는 활동 이전에 미리 준비하였다.

본 활동이 의미 있게 진행되기 위하여 학습자를 수학 학업성취도의 수준에 따라, 서로 이야기하기 활동에 참여하는 적극성에 따라 짝을 지었다. 학업성취도가 낮은 학생들끼리 짝이 되거나 이야기하기 활동에 소극적으로 참여하는 학생들끼리 짝이 되지 않도록 다양한 수준의 학생들끼리 짝을 지어 자리를 배치하였다.

서로 이야기하기 활동은 곱셈 단원의 각 차시가 끝나고 난 후 그 다음 차시에 제공하였다. 활동을 할 때는 서로 이야기하기 활동지를 기반으로 하여 어렵하고, 바르게 계산하고, 짝과 생각을 나누는 세 단계로 구성하였다. 1차시에서는 형성평가 오류가 나타나지 않아 제외하였고, 2차시부터 7차시의 형성평가에서 나타난 오류를 바탕으로 서로 이야기하기 활동을 진행하였다.

활동 속에서는 오류 처리의 순환적 과정의 각 단계에 따라 학습자의 대화와 활동지를 분석하였다. 대화 속에서 오류 처리의 모든 단계가 나타나기도 하였으며 활동지에 적은 쓰기 활동에서 오류 처리의 단계가 나타나기도 하였다. 2차시부터 7차시까지의 활동 중 두 자리 수끼리의 곱셈에 대한 오류이면서 대화가 잘 드러난 5차시와 6차시 분석 결과는 다음과 같다.

5차시 오류 토의에서는 8×36 이 72라는 오류를 제시하고 이에 대한 서로 이야기하기 활동을 적용하였다. 5차시 학습 후 실시했던 형성평가에서 등장한 오류로, 곱하는 수가 곱해지는 수보다 자릿수가 큰 경우 십의 자리와 일의 자리의 결과값의 자리를 잘못 적은 경우이다. 학생 C와 D가 $8 \times 36 = 72$ 라는 오류에 대해 나눈 대화는 다음과 같다.

- SC: (8×36 은) 어렵한다면?
 SD: 한 100 정도. 수직선에 표시했어요? [ET1] (전) 200에서 300 사이요.
 SC: 난 400에서 500 사이라고 했어요. [ET1] (계산을 한다.)
 SD: (정확하게) 계산했어요?
 SC: 288이 나왔어요.
 SD: 저두요. 원래 계산에서 뭐 실수했나요?
 SC: 10의 자리랑 100의 자리 바꿔서 했어요. [ET2]
 SD: 어떻게 계산하는 게 좋았을까요?
 SC: 8 곱하기 6을 하고 8 곱하기 30을 해서 더해요. [ET3] 근데 자두(잘못 계산했다고 한 가상의 인물)는 8 곱하기 30이 아니라 8 곱하기 3이라고 잘못했어요.

어렵해요	1. 몇 자리 수가 될까요? (100의) 자리 수 2. 수직선을 그려 표시해 봅시다.
어디서 실수했을까?	
결과 생각을 나누기	나: 원래 계산에서는 (10위자리 C와) 부분에서 실수했어. 짝: 그럼 어떻게 계산하는 게 좋았을까? 나: ()

[그림 6] 5차시 서로 이야기하기 활동지
 [Fig. 6] Activity sheet of communication in the 5th lesson

학생 H는 8×36 의 결과를 400에서 500이라고 어렵하였지만 곱셈은 정확하게 계산했다. [그림 6]과 위의 서로 이야기하기 활동 속 대화를 살펴보면 학생 H는 곱해지는 수 8과 곱하는 수 36에서 3이 십의 자리이기 때문에 24가 아닌 240으로 십의 자리가 아닌 백의 자

리로 결과를 적어야 한다고 오류의 원인을 바르게 파악하였다.

두 자리 수의 곱셈 6차시에서는 학습자는 두 자리 수끼리의 곱셈 알고리즘을 처음 학습하였다. 6차시 학습 후 제시된 오류는 $54 \times 21 = 1854$ 인 세로셈이었다. 학생 E와 F는 어려운 후 몇 십 몇과 몇 십 몇의 곱셈에서 어떤 오류가 있는지 확인하고 서로 이야기를 나누었다.

- SE: 54×21 은 몇 자리일까요?
 SF: 천의 자리 수요. 수직선에 어디쯤 있을까요?
 SE: 1000보다 크고 1500 보다는 작아요. [ET1]
 SF: 전 1000하고 2000 사이에 있을 거 같아요. (계산을 한다.)
 SE: 계산(이 정확하게) 몇 나왔어요?
 SF: 1134요. [ET3]
 SE: 나도요. 원래 계산에서는 어디서 실수했나요?
 SF: 20 곱하기 4 부분에서 실수했어요. 자두(잘못 계산한 가상의 인물)는 20 곱하기 4는 80인데 자두는 800이라고 썼어요. 다른 것은 다 맞았는데 그것만 틀렸어요. [ET2]

학생 D는 곱하는 수의 십의 자리와 곱해지는 수의 곱셈에서 오류 원인을 정확하게 찾았다. 54×2 가 아닌 54×20 으로 정확한 알고리즘으로 계산을 수행했다. 실제 계산에서는 오류의 원인을 찾기 위해 정확히 계산하는 과정을 먼저 거쳤기 때문에 오류 처치 단계가 오류 귀속 단계보다 먼저 대화 속에 등장하였다.

어렵해요	1. 몇 자리 수가 될까요? (1000) 자리 수 2. 수직선을 그려 표시해 봅시다.
어디서 실수했을까?	
결과 생각을 나누기	나: 원래 계산에서는 (20x4) 부분에서 실수했어. 짝: 그럼 어떻게 계산하는 게 좋았을까? 나: (20x4는 800이 아니라 80이다.)

[그림 7] 6차시 서로 이야기하기 활동지
 [Fig. 7] Activity sheet of communication in the 6th lesson

어렵하기에서 어려운 값과 잘못 계산된 결과값의 차이가 크지 않아 인지적 불균형을 크게 느끼지 못했지만 자신이 계산한 값과 오류가 있는 계산 과정을 비교하여 오류의 원인을 정확하게 귀속시켰다. 학생 D의 서로 이야기하기 활동지는 [그림 7]과 같다.

2차시부터 6차시까지의 서로 이야기하기 활동지와 대화를 살펴본 결과 학습자는 제시된 오류에 대해 서로 이야기하며 스스로 오류의 원인을 찾을 수 있었다. 오류의 원인을 찾는 과정에서 곱셈 알고리즘에 대해 ‘자릿값’, ‘몇 배’라는 용어를 사용하여 이야기를 나누었으며 받아올림을 할 때에는 곱셈을 한 후 받아올림값을 더한다는 규칙을 언급하기도 하였다.

학습자에게 오류가 있는 문제를 제공하였을 때 학습자는 곱셈의 알고리즘의 각 과정을 심사숙고하여 계산을 하게 된다. 또한, 학습자에게 어렵셈을 통해 수 감각을 기르고 오류를 우선적으로 인지할 수 있게 되었다. 오류의 유형을 학습자에게 명시적으로 제공하지 않았지만 학습자 스스로 어떤 부분에서 오류가 있었는지 찾고 이를 짚과 이야기 나누며 곱셈에 대한 이해를 심화시켰다.

V. 결론

본 연구 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

첫째, 반성적 활동을 적용하였을 때 학습자의 학습 성취도가 적용하지 않은 경우보다 유의미하게 상승하였다. 반성적 활동을 통해 학습자는 어렵하기를 통해 오류를 발견할 수 있고 오류가 내포된 계산을 분석하여 어떤 유형의 오류인지 파악할 수 있었다. 이런 활동은 교과서 중심의 전통적인 교사 주도의 수업에 비해 학습자가 곱셈 알고리즘에 대해 깊은 생각을 하고 이를 다른 학습자와 나눌 수 있는 기회를 제공한다. 수학 학습에서 반성 활동이나 쓰기 활동에 대한 연구는 많이 이루어졌지만 오류에 대한 쓰기, 서로 이야기하기 활동과 같이 오류를 적극적으로 수업의 소재로 활용하는 경우는 없다. 오류에 대한 학습자의 부담과 부정적 인식을 낮추고 오류를 통해 유의미하게 학습할 수 있는 기회를 제공할 수 있다.

둘째, 두 자리 수의 곱셈을 학습할 때 오류 유형은 다양하게 나타날 수 있으며 오류 유형 분석틀에서 제

시되지 않은 오류도 등장할 수 있다. 오류의 유형 중에서는 알고리즘 오류, 받아올림 오류, 자릿값 오류, 곱셈구구 오류의 빈도가 높았다. 본 연구에서는 곱셈 오류와 관련된 선행 연구에서 제시된 곱셈 오류 유형 분류틀을 기준으로 형성평가에서 나타난 오류를 분석한 결과 곱하는 수가 두 자리 수인 차시에서 오류가 다른 차시 보다 빈도가 높게 나타났다. 이는 곱하는 수의 십의 자리와 곱해지는 수의 곱셈을 처리하는 알고리즘이 곱셈을 처음 학습하는 학생에게 곱하는 수가 일의 자리만 있는 경우보다 복잡하고 어렵게 인식되기 때문인 것으로 보인다. 이에 더불어 형성평가에서 나타난 다양한 오류는 선행연구의 분류틀에서 제시하는 유형에 해당되지 않는 경우도 있었으며 이 경우는 학습자가 가지고 있는 나름의 곱셈 알고리즘을 적용하여 계산을 시도한 것으로 보인다.

셋째, 초등학교 3학년 곱셈 학습에 반성적 활동을 적용하는 것은 학습자가 곱셈 알고리즘에 대해 반성하고 오류가 있는 계산을 분석하여 바르게 계산하는 데 도움을 준다. 반성적 활동 중 쓰기 활동에서는 학습자마다 친구에게 편지쓰기, 문제를 만들어 계산하기, 배운 내용을 자신의 말로 정리하기 등 다양한 유형의 글쓰기로 참여하였다. 쓰기 활동에서 학습자는 곱셈의 알고리즘의 각 단계에 대해 생각해보고 이에 맞게 계산을 수행하는 방법에 대해 설명할 수 있었다. 또한 쓰기 활동을 통해 분배 법칙에 대해서 정리한 학생의 글을 통해 두 자리 수의 곱셈에 대한 반성적 쓰기 활동이 곱셈 알고리즘에 대한 보다 깊은 이해를 가능하게 함을 알 수 있다. 서로 이야기하기 활동에서 학생들은 오류가 포함된 계산 과정을 보고 어렵하고 오류의 원인을 찾아 이야기하는 활동을 하였다. 학생들은 어렵하기 단계에서 어렵값과 계산값을 비교하며 인지적 불균형을 느끼고 정확히 계산하기 위한 동기를 얻었다. 정확히 계산하고 제시된 오류가 어떤 부분에서 비롯되었는지 분석하고 서로 이야기하는 과정에서 학생들은 자릿값, 받아올림과 같은 곱셈 알고리즘의 규칙을 상기하여 오류의 정확한 원인을 찾았다. 오류를 제시하여 이를 토의의 소재로 삼는 것은 오류를 발견하고 처리하는 데 긍정적인 영향을 미쳤다.

참 고 문 헌

- 권준범(2012). 초등학교 3학년 학생의 곱셈 단원에서의 오류에 관한 연구. 석사학위 논문. 청주교육대학교.
- Kwon, J. B. (2012). *A study on the errors of the multiplication unit for 3rd grade elementary school*. Major in Mathematics Education. Graduate School of Chongju National University.
- 김부미(2005). 수학적 오개념과 오류에 대한 인지심리적 고찰. 박사학위 논문. 이화여자대학교.
- Kim, B. M. (2005). *A cognitive psychological study on students' mathematical misconceptions and errors*. Department of Mathematics Education. The Graduate School of Ewha Womans University.
- 김수미(2012). 학년 상승에 따른 초등학생들의 자연수 사칙계산 오답유형 및 오답률 추이와 그에 따른 시사점. 한국초등수학교육학회지, 16(1), 125-143.
- Kim, S. M. (2012). The transition of error patterns and error rates in elementary students' arithmetic performance by going up grades and its instructional implication. *The Mathematical Education*, 16(1), 125-143.
- 김정희(2004). 상호 교류적 수학 쓰기 활동이 4학년 학생들의 비판적 사고력에 미치는 효과. 석사학위 논문. 한국교원대학교 교육대학원.
- Kim, J. H. (2004). *The Effect of reciprocal mathematics writing activities on the critical thinking skills of 4th students*. Major in Mathematics Education. Graduate School of Korea National University of Education.
- 배숙희, 박만구(2008). 초등수학에서 상호 글쓰기를 통한 학습이 수학적 의사소통 능력 및 수학적 성향에 미치는 영향. 한국초등수학교육학회지, 12(2), 165-183.
- Bae, S., & Park, M. (2008). An influence of exchange writings on the mathematical communication skill and mathematical disposition in the elementary mathematics. *The Mathematical Education*, 12(2), 156-183.
- 안소현, 최창우(2016). 분수의 곱셈과 나눗셈 오류 유형 진단 및 지도방안 연구. 한국초등수학교육학회지, 20(3), 457-477.
- Ahn, S., & Choi, C. (2016). A study of diagnosis and prescription of errors of fractional multiplication and division. *The Mathematical Education*, 20(3), 457-477.
- 윤정민(2005). 상호교류적 쓰기-반성 활동이 수학 학습에 미치는 영향: 초등학교 2학년을 대상으로. 석사학위논문. 서울교육대학교 교육대학원.
- Yoon, J. (2005). *The effects of reciprocal writing-reflection activities on the learning elementary mathematics: Focused on the 2nd grade students*. Major in Mathematics Education. Graduate School of Seoul National University of Education.
- 윤희태(2002). 초등학생들의 기초계산 오류에 대한 분석적 연구 : 곱셈과 나눗셈을 중심으로. 석사학위 논문. 인천교육대학교 교육대학원.
- Yoon, H. (2002). *A study on calculation errors made by elementary students: With the focus on the multiplication and division*. Major in Mathematics Education. Graduate School of Incheon National University of Education.
- 이선명, 최창우(2011). 초등수학에서 상호글쓰기 활동의 효과 분석. 한국초등수학교육학회지, 15(1), 57-75.
- Lee, S., & Choi, C. (2011). Effects of students' collaborative writing activities in elementary mathematics. *The Mathematical Education*, 15(1), 57-75.
- 이수민(2017). 초등 수학에서 상호 반성적 글쓰기 활동이 서술형 평가 성취도와 수학적 태도에 미치는 영향. 석사학위 논문. 대구교육대학교 교육대학원.
- Lee, S. (2017). *The effects of collaborative-reflective writing activities on descriptive evaluation achievement and mathematical attitude in the elementary mathematics*. Major in Elementary Mathematics Education. Graduate School of Daegu National University of Education.
- 이영선, 김수미(2004). 초등 수학 교재에서의 계산 오류 활용 실태 분석. 학교수학, 6(4), 345-359.
- Lee, Y., & Kim, S. (2004). Analysis of Korean elementary mathematics textbooks, workbooks, and teachers' guide books in respect of using computational error patterns. *School Mathematics*, 6(4), 345-359.
- 최진숙, 유현주(2006). 덧셈·뺄셈의 오류유형 분석 및 지도방안에 대한 연구. 교과교육학연구, 10(2), 303-327.
- Choi, J., & Yoo, H. (2006). A study on an analysis of errors of addition and subtraction, and teaching

- methods: Focusing on elementary school in the third grade. *Research Institute of Curriculum & Instruction, 10(2)*, 303-327.
- 한국교육과정평가원(2017a). 수학·과학 성취도 추이 변화 국제비교연구: TIMSS 2015 심층분석. 연구보고 RRO 2017-5-1. 88-96.
- Korea Institute for Curriculum and Evaluation (2017a). *In-depth analysis of TIMSS 2015 Korean results*. Research Report RRO 2017-5-1. 88-96.
- 한국교육과정평가원(2017b). 우리나라 학생들의 수학 태도 실태 및 영향요인. 이슈페이퍼 2017-66-4. 18-19.
- Korea Institute for Curriculum and Evaluation (2017b). *Mathematical attitudes and influencing factors for Korean students*. Issue Paper 2017-66-4. 18-19.
- Lannin, J., Townsend, B., & Barker, D. (2006). The reflective cycle of student error analysis. *For the Learning of Mathematics, 26(3)*, 33-38.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. John Wiley & Sons, Inc. 강운수 외 8인 역(2005). 정성연구방법론과 사례연구. 서울: 교우사.
- Movshovits-Hadar, N., Zaslavsky, O., & Inbar, S. (1987). An empirical classification model for errors in high school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 18(1)*, 3-14.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: The Author.
- Schön, D. A.(1983). *The reflective practitioner: How professionals think in action*. NY: Basic Books.
- Yin, R. K. (2009). *Case study research: Design and methods (4th ed.)*. CA: Sage.

An Analysis of Error Treatment in Multiplication Using Reflective Activities

Na, Yunji

Graduate School of Seoul National University of Education
96, Seochojungang-ro, Seocho-gu, Seoul, Republic of Korea
E-mail : yj1104@sen.go.kr

Park, Mangoo[†]

Seoul National University of Education
96, Seochojungang-ro, Seocho-gu, Seoul, Republic of Korea
E-mail : mpark29@snu.ac.kr

The purpose of this study is to analyze errors and treatment behavior during the course of mathematics learning of academic achievement by applying reflective activities in the second semester of the third year of elementary school. The study participants are students from two classes, 21 from the third-grade S elementary school in Seoul and 20 from the comparative class. In the case of the experiment group, the multiplication unit was reconstructed into a mathematics class that applied reflective activities. They were pre-post-test to examine the changes in students' mathematics performance, and mathematical communication was recorded and analyzed for the focus group to analyze the patterns of learners' error handling in the reflective activities. In addition, they recorded and analyzed students' activities and conversations for error type and error handling. As a result of the study, the student's mathematics achievement was increased using reflective activities. When learning double digit multiplication, the error types varied. It was also confirmed that the reflective activities helped learners reflect on the multiplication algorithm and analyze the error-ridden calculations to reflect on and deal with their errors.

* ZDM Classification : D42

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D70

* Key Words : Two-digit multiplication, errors in multiplication, reflective activity

† Corresponding Author