

부모로서 연구자의 초등 자녀 수학지도에 대한 사례 연구: 초등 5학년 도형의 넓이를 중심으로

손 병 임 (단국대학교 연구원)
고 상 숙 (단국대학교 교수)[†]

본 연구는 부모와 자녀 간 수학학습 지도 사례에 대한 질적 연구로, 초등학교 5학년 자녀에게 교구 활동 중심 수업을 적용하면서 자녀의 넓이 개념의 습득과정과 어려움을 느끼는 문제 유형, 그리고 부모와 자녀의 학습 상황에서 부모가 겪는 장점과 어려움을 확인하고자 하였다. 이를 위해 총 12차시 지도안을 구성하여 2019년 1학기에 수업을 진행하면서 관찰과 면담을 통해 자료 수집을 하였다. 아이는 수업을 통해 넓이 개념을 정확하게 인식하게 되었는데, 보존 중 재구성에 대한 인식이 생겼으며, 분할, 단위 반복, 배열 구성에 대한 개념도 더 명확하게 인식하였다. 넓이 수업 과정 중 넓이 단위 간 변환, 높이가 외부에 표시되는 도형의 넓이 표시, 넓이를 제시한 후 같은 넓이를 가진 도형 그리기 유형의 문제에서 어려움을 보였다. 부모와 자녀의 학습 상황에서 연구자인 부모는 자녀에 대한 맞춤 수업이 가능하고 기회와 비용의 제약을 받지 않는다는 장점을 가졌으나 자녀에 대한 감정 제어와 자녀의 수준 파악, 수업 시간 배분, 개입 수준을 정하는데 어려움이 있었다. 본 연구결과를 통해 부모와 자녀 간 활동 중심의 수학 학습 지도와 관련하여 앞으로 더 많은 연구가 이루어지길 기대한다.

I. 서론

1. 연구의 필요성 및 목적

세상에는 수학이 다양한 형태로 존재하며, 우리는 그러한 세상 속에서 수학과 접하면서 살아가고 있다.

* 접수일(2019년 7월 3일), 심사(수정)일(2019년 7월 26일), 게재확정일(2019년 8월 16일)

* ZDM분류 : D73

* MSC2000분류 : 97D70

* 주제어 : 부모교육, 교구, 초등학생, 넓이, 자녀지도

[†] 교신저자 :

* 본 논문은 제1저자의 석사학위논문 일부의 요약, 재구성한 것임.

일상용품이 되어버린 휴대폰을 비롯해, 수시로 확인하는 일기 예보와 미세먼지 예보, 길을 알려주는 내비게이션 등에도 수학이 사용되고 있다. 수학은 과학과 기술 분야에서의 연구에도 없어서는 안 될 학문이며, 많은 나라에서 입시의 중요 과목이기도 하다. 윤성민(2017)은 '4차 산업혁명은 수학혁명이다'라는 기사를 통해, 4차 산업시대에서 수학의 중요성을 언급하기도 하였다.

요즘 한 자녀를 두는 가정이 증가하면서 초등학생을 두고 있는 부모는 학교생활을 시작한 자녀에게 특별한 관심과 애정을 가지고 있다고 볼 수 있다. 또한 초등학교 수학은 부모가 조금의 노력을 기울이면, 본인의 자녀를 충분히 지도할 수 있는 내용이다. 자녀에 대한 부모의 학습관여에 대한 연구는 많지만(예: 차현주, 김영빈, 2018; 황여정, 장희원, 김경근, 2014; 이양희, 김금미, 2013), 수학교과와 관련하여 부모의 초등 자녀 수학지도에 대한 연구는 많이 부족한 실정이다.

초등학교에서 측정 영역의 학습을 통해 양의 비교, 측정, 어렵이라는 중요한 기능을 기를 수 있고, 이는 타 교과의 학습과 실생활에도 유용하게 활용된다(교육부, 2015). 측정이 실생활과의 연계성과 관련하여 중요한 부분을 차지함에도 불구하고, 오영열(2010)은 우리나라 초등학생의 측정영역 성취 수준이 다른 영역의 성취 수준에 비해 상대적으로 낮게 나타난다고 하였다.

이에 본 연구는, 부모의 초등 자녀 수학지도에 대한 사례 연구를 통해 자녀 학습 지도에 대한 하나의 길잡이가 되고자 한다. 초등 5학년 도형의 넓이 부분을 교구 활동 중심으로 지도하여, 자녀의 넓이 개념의 변화를 확인하고 넓이 영역 중 자녀가 어려움을 느끼는 문제의 유형과 자녀 지도 과정에서 부모의 장점과 어려움을 파악해보고자 본 연구를 시도하게 되었다.

2. 용어의 정의

선행 연구를 토대로 교구, 분할을 다음과 같이 정의하였다.

1) 교구

교구는 일반적으로 3차원 형태의 도구를 의미하지만, 본 연구에서는 ‘학습을 위해 사용되는 모든 종류의 자료’로 정의하여 색종이 등을 포함하고자 한다.

2) 분할

Clements와 Stephan(2004, p.4)은 분할을 ‘물체를 동일 크기의 단위로 나누는 정신적 활동’이라고 정의하여 동일 크기로 나누는 것만을 의미하였지만, 본 연구에서는 자를 이용한 정확한 측정보다는 동일성을 갖는 일정한 단위의 의미로서 사용되므로 편의성을 위해 ‘2차원 도형의 넓이를 구하기 위해 넓이를 구하기 쉬운 도형으로 나누는 활동’으로 정의하여 동일 크기의 제한을 없애고자 한다.

3. 연구의 제한점

본 연구는 연구 대상 1인에 대한 사례 연구로, 다음과 같은 제한점을 가진다. 첫째, 연구 참여자의 성격과 환경이 다른 학생에게 적용 시 다른 연구결과가 나올 가능성이 있다. 둘째, 연구자와 성격과 성향이 다른 사람이 지도 시 다른 연구 결과가 나올 가능성

이 있다. 이는 정성연구의 연구자의 자세에서도 알 수 있듯이 학습자의 특징과 이를 관찰하는 자의 배경적 지식이 연구 설계를 비롯한 연구의 전체과정에 영향을 줄 수 있다는 점이다. 따라서 고상숙과 고호경(2001)에서 언급되었듯이 질적 연구에서는 연구자에 의한 성찰과 비판적 자기점검이 이루어져야 한다. 연구자들이 본인이 가진 정보나 지식으로부터 객관적, 가치중립적이거나 초연하기 힘들기 때문에 연구 수행과정에서 자신의 역할을 상시 숙지하고자 노력하여야 한다. 특히 그 관계가 부모와 자식인 경우에 부모의 관점을 배제하기 어려우므로 연구 설계에서 분석틀의 구성과 자료의 삼차원적 수집 등 노력이 중요하다.

II. 이론적 배경

1. 놀이를 통한 학습과 수학 학습 원리

Dienes는 수학 학습을 ‘놀이’를 통해 수학적 규칙을 구성하는 활동이라고 보고, 수학 개념의 학습 과정을 다음의 [표 1]과 같이 6단계로 제시하였다(Dienes, 1960; 황혜정 외, 2016에서 재인용).

Dienes는 자신의 학습 이론 정당화를 위한 4가지 학습 원리를 다음 [표 2]와 같이 제시하고 있다(Dienes, 1960; 황혜정 외, 2016에서 재인용).

놀이학습은 ‘놀이’와 ‘학습’이 합성된 단어로 놀이를 통한 학습지도 형태를 말한다. 놀이학습은 다양한 활

[표 1] Dienes의 6단계 수학 개념 학습 과정
[Table 1] Dienes' 6 Phase Learning Processes of Mathematical Concepts

단계	설명
1단계: 자유놀이 단계	비구조화 된 조각이나 실험 등 여러 구체적인 자료를 자유로이 대하는 시기 예) 도형 개념 - 다양한 개수, 모양, 크기로 주어진 구체물로 놀이하는 경험을 하는 것
2단계: 게임 단계	자유로운 놀이 중에 점차로 규칙성이 있을 수 있다는 느낌을 가지게 되는 시기 예) 도형 개념 - 모양이나 각진 부분의 개수에 차이가 있다는 것을 인식
3단계: 공통성 탐구 단계	놀이 소재인 여러 구체물 속의 공통적인 특정 개념의 수학적 구조를 인식하기 시작하고, 게임 단계에서 느껴지는 규칙성이 보다 확실해지는 시기 예) 도형 개념 - 세모 모양은 각진 부분이 3군데이고, 원 모양은 각진 부분이 없다는 것을 확실히 인식
4단계: 표현 단계	추상화의 과정을 통해 파악한 개념의 공통성을 적당한 방식으로 표현하는 시기 예) 도형 개념 - 세모, 네모, 동그라미 모양 등에 대해 여러 가지 방식으로 표현
5단계: 기호화 단계	자신만의 적당한 방식으로 표현한 개념을 수학적 기호를 사용하여 표현하는 시기 예) 도형 개념 - 세모, 네모, 동그라미 또는 삼각형, 사각형, 원 등의 표현을 사용하도록 지도
6단계: 형식화 단계	추상화한 개념에서 수학적 구조를 파악하고, 그 개념이 갖는 여러 가지 성질을 체계화하는 시기 예) 도형 개념 - 삼각형의 성질, 원의 성질, 삼각형과 사각형의 관계 등을 파악

[표 2] Dienes의 수학 학습 원리
 [Table 2] Dienes' Mathematical Learning Principles

학습 원리	설명
역동적 원리 (Dynamic Principle)	수학 개념 형성을 위해, 예비놀이 단계(불분명한 목표로 그 자체로 즐기는 단계), 구조화된 놀이 단계(방향과 목적이 있지만 추구하는 것에 대한 확실한 인식은 없는 단계), 실습놀이 단계(형성된 개념을 고정시키고 사용하기 위한 단계)의 각각을 적절한 시기에 순차적으로 필수적인 경험으로 제공해야 한다는 원리
구성의 원리 (Constructivity Principle)	아동은 분석적 사고 이전에 구성적 사고를 발달시키므로, 아동에게 제공되는 수학적 상황은 분석보다 구성을 필요로 하는 것이 우선되어야 한다는 원리
지각적 다양성의 원리 (Perceptual Variability Principle)	동일한 개념적 주제에 대해 갖가지의 수단을 이용하여 될 수 있으면 다양한 변화를 주자는 원리 예) 평행사변형 - 빨대나 나무 소개 사용, 점판에 표시, 주변에서 찾음
수학적 다양성의 원리 (Mathematical Variability Principle)	개념은 그대로 유지하면서 될 수 있으면 다양한 변인을 변화시켜야 한다는 원리 예) 평행사변형 - 대변이 평행하도록 유지하면서 대변의 길이, 꼭짓점의 위치, 각의 크기 등을 변화시킴으로써 모양을 변경하는 것

동으로 아이들의 흥미를 유발시키는 등 많은 장점을 가짐에도 불구하고, 강의식 수업에 비해 시간이 많이 소요되는 단점이 있어 모든 수업에 놀이학습을 활용하기는 어렵다. 김수미(2008)는 수학의 개념이나 구조를 학습하는 데 놀이와 게임이 중요한 역할을 하므로, 수학 학습-지도 측면에서 적극적으로 활용되어야 한다고 하였다.

김현진(2009)은 중학교 1학년 대상으로 Dienes의 교수-학습과정 6단계에 따른 수업을 실험반, 비교반 분석을 통해 실험전과 후에 비교반에서는 학업성취와 정의적 영역에 대해 유의미한 차이가 없었으나 실험반에서는 학업성취와 정의적 영역 중 흥미와 호기심, 창의적 사고, 수업참여 측면에서 유의미한 차이가 있었음을 확인하였다. 성지원(2016)은 Dienes의 놀이 학습 6단계와 중재적 상호작용 유형의 교사 개입 전략을 적용해 개발한 프로그래밍 수업모형을 초등 4~6학년 학생들에게 적용하여, 학업성취도와 학습태도 향상에 유의미한 효과가 있었다고 하였다.

2. 넓이

Baturo와 Nason(1996)은 넓이를 경계 안에 있는 표면이 가지는 수량화될 수 있는 양이라고 정의하였고, Reynolds와 Weatley(1996)는 영역의 넓이를 비교하기 위해서는 다음의 4가지 가정이 필요하다고 하였

다. (1) 적당한 2차원 영역이 단위로 선택되어야 한다. (2) 합동인 영역들은 같은 넓이를 가진다. (3) 영역들은 겹치지 않아야 한다. (4) 겹치지 않는 두 영역의 통합의 넓이는 두 영역의 넓이의 합과 같다.

이런 선행연구를 바탕으로 Clements와 Stephan(2004)은 넓이 측정의 이해를 위한 4가지 기본 개념을 다음 [표 3]과 같이 제시하였다.

고상숙(1999)은 7차 교육과정 5-가 단계의 면적 개념을 학생에게 처음 소개할 때면 면적 개념을 이해하는 데 어려움을 겪는 학생을 돕기 위해 GSP 점사판을 활용하는 방안을 개발하여 학습 지도안에 넣을 수 있는 아이디어를 소개하였는데 수업에서 손쉽게 반구조적 모눈 기하판으로 이용할 수 있으며 넓이에 대한 수 개념 발견을 안내하여 수준별 접근을 적용할 수 있게 도왔다.

김원, 이다희와 황우형(2017)은 초등학교 3, 4학년 학생들이 넓이에 대해 가지고 있는 인식과 넓이 측정의 4가지 기본 개념인 보존, 단위 반복, 배열 구성, 분할에 관한 비형식적 지식을 조사하여 학생들이 다양한 비형식적 지식을 가지고 있음을 확인하였다. 그들은 비형식적 지식이 오류로만 연결되는 것이 아니라 수학적 문제 해결 과정에서 의미 있게 사용될 수도 있다고 언급하며, 넓이에 관한 형식적 지식을 도입하기 전에 학생들이 가지고 있는 비형식적 지식을 먼저 파악하고 문제 해결 과정에서 유의미하게 사용될 수

[표 3] 넓이 측정 이해를 위한 기본 개념
 [Table 3] Basic Concepts for Understanding Measurement of Areas

개념	설명
분할 (partitioning)	2차원 공간을 동일 크기의 2차원 단위로 나누는 것. 평면적인 공간의 크기 측정을 위해, 측정 대상을 똑같은 크기의 더 작은 단위로 나누는 것. * 본 연구에서는 넓이 측정을 위해 넓이를 구하기 쉬운 다양한 크기의 도형으로 나누는 활동을 분할로 정의하였음.
단위 반복 (unit iteration)	영역을 영역의 한 부분인 단위를 가지고 반복해서 덮는 것. 단위 반복 시의 규칙 1. 단위 도형이 겹쳐서는 안 됨. 2. 주어진 도형에 빈 공간이 있어서는 안 됨. 3. 단위 도형이 주어진 도형을 벗어나서는 안 됨. 단위 반복의 결과로 배열 구성이 이루어짐.
보존 (conservation, 등적 변형)	영역을 잘라서 모양을 다르게 재배열해도 전체적인 크기는 변하지 않는다는 원리. 등적 변형의 종류(교육부, 2019) 1. 도형의 분해와 합성: 도형의 분해와 합성을 하여 넓이가 같고 모양이 다른 도형을 구성하여 만드는 방법 2. Cavalieri의 원리: 높이가 같은 두 평면도형을 밑면에 평행한 직선으로 자른 횡단선의 길이가 같으면 두 도형의 넓이가 같다
배열 구성 (structuring an array)	평면을 배열 구조로 이해하는 것. 배열 구성의 수준 1: 2차원 공간을 조직, 조정, 구조화하는 능력이 거의 또는 전혀 없음. (겹침이나 빈틈없이 타일로 직사각형을 덮을 수 없음.) 2: 덮기를 완성하나 부정확한 세기 3: 덮기와 세기 완료하나, 세기에 행과 열의 구조를 사용하지 않음. (개수를 하나하나씩 셈) 4: 행 또는 열의 지역적, 부분적인 사용. 5: 직사각형을 행으로 구조화하는 단계 6: 행을 반복하여 셈 7: 행과 열을 이용하여 사각형 개수를 셈. (행과 열의 곱)

있도록 적절한 발문과 개념과정이 필요하다고 제안하였다. 나귀수(2012)는 넓이의 의미 이해, 평면도형(직사각형, 평행사변형, 삼각형)의 넓이 구하기, 넓이 공식 제시하기, 넓이 공식의 성립 이유 설명하기와 관련된 검사지를 구성하여, 초등학교 6학년 학생들의 넓이 개념 이해도 연구를 수행하였다. 그는 넓이의 의미 이해에서 가장 낮은 수행 정도를 나타냈다고 보고하며 이 부분의 개선을 위한 시사점을 제안하였다. 박은률과 백석운(2010)은 평면도형의 넓이를 학습한 5, 6학년 학생들을 대상으로 수행된 연구에서 평면도형의 넓이 학습에서 나타나는 인식론적 장애를 크게 측정 속성과 관련된 유형과 단위넓이 개념과 관련된 유형으로 분류하고, 각 장애 유형의 원인을 파악하고 지도 방안을 제시하였다.

3. 부모의 자녀에 대한 교육적 관여

대부분의 부모는 직접적인 학습지도는 아니더라도 자녀의 학습에 여러 형태로 관여하고 있고, 그 중 사교육 지원이 상당한 부분을 차지한다(통계청, 2019). 차현주와 김영빈(2018)은 초등학생 수학 학습지도를 위한 부모교육프로그램을 개발·적용하였고, 프로그램의 효과를 검증하기 위해 실험군과 대조군을 구분해 자녀의 수학흥미 및 부모의 부모효능감, 학습관여행동을 사전-사후 검사하였다. 그들은 자녀의 수학흥미 증진 효과는 인지 못했지만, 부모의 부모효능감과 학습관여행동에서 유의미한 향상을 확인하였다.

황여정 등(2014)은 서울시교육청단연구 데이터를 사용한 연구에서 학생수준 변수, 부모수준 변수, 학교

수준 변수와 초등학생의 인지적 성취와의 관련성에 대하여 분석하였고, 부모수준 변수 중 부모의 기대교육수준, 학습지도, 사교육 참여가 자녀의 인지적 성취에 유의미한 영향을 미치고 부모-자녀간 밀착도, 학업 정보 수집, 학교활동 참여, 체험활동 참여는 연관성은 있지만 유의미한 영향을 주지는 않는다고 보고하였다. 이양희와 김금미(2013)는 초등학교 4~6학년 학부모와 그 자녀에 대한 설문조사를 통해, 자녀의 학업 자기효능감에 부모의 양육효능감이 정적인 영향을 미치고, 부모의 학습지원 행동이 유의미한 매개효과를 가짐을 확인하였고, 자녀의 학업 자기효능감을 높이기 위해 부모의 학습지원 행동을 향상시키는 것이 중요함을 언급하였다.

위 선행연구들은 부모의 자녀교육에서 제기되는 여러 변인을 중심으로 조사되었고, 처치방법에 의해 긍정적인 효과를 나타내었다. 그러나 대부분의 연구가 정량연구방법에 의한 분석으로써 그 효과를 제시하였으나 정성연구방법에 의한 연구는 찾아보기 어렵다. 본 연구에서는 부모와 자녀간의 각 개인의 특성에 따른 변화에 초점이 있으므로 정성연구방법 중 사례연구를 택하였다. 또한 넓이 개념에 대한 선행연구들은 본 연구의 내용을 구성하는데 중요한 참고자료이다.

III. 연구방법

본 연구는 초등학교 5학년 자녀에게 교구 활동 중심 수업을 통해 도형의 넓이를 지도하면서 자녀의 넓이 개념의 변화를 조사하고 넓이 영역 중 자녀가 어려움을 느끼는 문제의 유형과 자녀 지도 과정에서 부모가 겪는 장점과 어려움을 확인하고자 하는 정성연구방법의 사례연구이다.

1. 연구 참여자

경기도 용인 소재 D초등학교 5학년인 연구 대상은 연구자의 자녀로, 체육 과목(운동)을 좋아하며 공부하는 것을 싫어하고 수학 또한 좋아하지 않는다. 초등학교 입학 전에는 또래보다 덧셈, 뺄셈을 빠르게 하였다. 연산 위주의 수학 방문학습지를 한 적이 있었고, 당시 연산 속도나 정확도가 중상 정도였다. 매일매일

일정부분을 풀어야 한다는 것을 힘들어하여, 7세 겨울부터 하던 방문학습지를 3학년 여름방학 전에 그만두었다. 4학년 1학기까지 학교 시험 전, 수학익힘책을 보는 정도로만 공부하였지만, 4학년 1학기 수학 시험 중 하나에서 30점 정도의 점수를 받은 후, 수학 문제집을 구매하여 4학년 겨울 방학 전까지 평일에 조금씩 풀게 하였다. 연구자는 체점과 모르는 문제에 대해서만 확인하였고, 따로 지도를 하지 않았다. 이후로 수학에서 70점 이상의 점수를 받고 있다. 5학년 시작 전 2월에, 수학 문제집을 구매하여, 도형의 둘레 부분까지 내용 지도 후, 문제 풀이를 하게 하는 방식으로 학습하였다. 그 이후로는 시험이 예정되었을 때만, 해당 부분을 공부하는 정도로 학습하고 있다.

4월 중순에 담임선생님과 면담 시, 예체능을 제외한 교과 수업을 할 때 수업에 집중하지 않고 장난을 치는 경우가 많다고 하였다. 면담 전 실시한 수학 상시평가(공약수와 공배수 부분)에서 95점이라는 높은 점수를 받기는 했지만, 담임선생님은 수학의 기초가 많이 부족하다고 판단하였다. 아이에게 선생님과 면담 내용을 전달했으나, 아이는 시험점수가 높은 것이 수학을 잘 하는 것이라 생각하며 담임선생님의 판단에 동의하지 않았다. 실제로 연구자가 상시평가 전에 공약수와 공배수를 지도하는 과정에서, 이미 학습한 두 자리 이상의 나눗셈 방법을 기억하지 못하는 것을 확인하였다. 연산 속도 또한 또래에 비해 느린 것으로 판단되었다. 도형에는 측정치에 대한 해석이 필요하므로 두 자리 이상의 연산(특히 나눗셈)에 대해 사전에 보충학습이 이루어졌다.

본 연구자는 40대 초반으로 어렸을 때부터 수학을 좋아했고 대학에서 수학을 전공하였다. 졸업 후 15년간 IT업종에 종사하다 자녀교육에 집중하며 진로에 도움을 얻고자 대학원에 진학하였다. 본 연구수행 이전에는 아이와 수학 학습 시, 아이의 향상 정도나 맞은 문제 보다는 틀린 문제에 집중하였다. 아이에 대한 칭찬에 인색한 편이고, 유사한 문제를 계속 잘 풀지 못하는 경우 비난성 발언을 한 적도 있었다. 한 자녀의 부모로서 자녀 교육에 대한 고민을 인식하고 있음 대학원에 진학하였고 이 문제를 교육학적으로 해결하기 위한 방안을 모색하고자 본 연구를 시도하게 되었다.

2. 연구도구

연구참여자가 학교에서 도형의 넓이 부분을 학습하지 않은 상황이었으며, 측정 영역에서 교구의 사용이 용이하다는 판단 하에 도형의 넓이 부분을 선택하였다. 초등 5학년 도형의 넓이 부분에 대한 수업을 Dienes의 수학 학습 원리를 적용한 지도안을 토대로 지도하면서, 면담과 관찰을 통해 자녀의 넓이에 대한 개념 변화, 넓이 학습 중 자녀가 어려움을 느끼는 문제 유형, 자녀 지도에서 교수자로서 부모의 장점과 어려움에 대해 분석하였다.

연구방법을 구체화하는 예비연구 과정으로써 본 연구에 포함되지 않은 선형학습인 도형의 둘레를 지도하는 과정에서 문제점을 발견하여 수차례 수학교육전문가 2인의 승인을 얻어 지도안을 구성하였다. Dienes의 6단계 수학 개념 형성 과정을 각 차시별 수업 시간의 제한과 아이가 좀 더 형식화가 가능한 5학년이 되었기 때문에 후반부의 과정에 더 많은 시간을 할애하고자 자유놀이 단계와 게임 단계를 통합하여 4단계로 수업지도안을 구성하였다. 특히 다각형의 넓이 부분에서 이끌어 낼 수 있는 도형의 성질이 많지 않음을 감안하여, 기호화 단계와 형식화 단계를 통합하여 수학적 표현 단계로 명명하였고, 표현 단계를 수학적 표현

단계와 대비되는 일상적 표현 단계로 명명하였다.

[표 4] 수업 모형

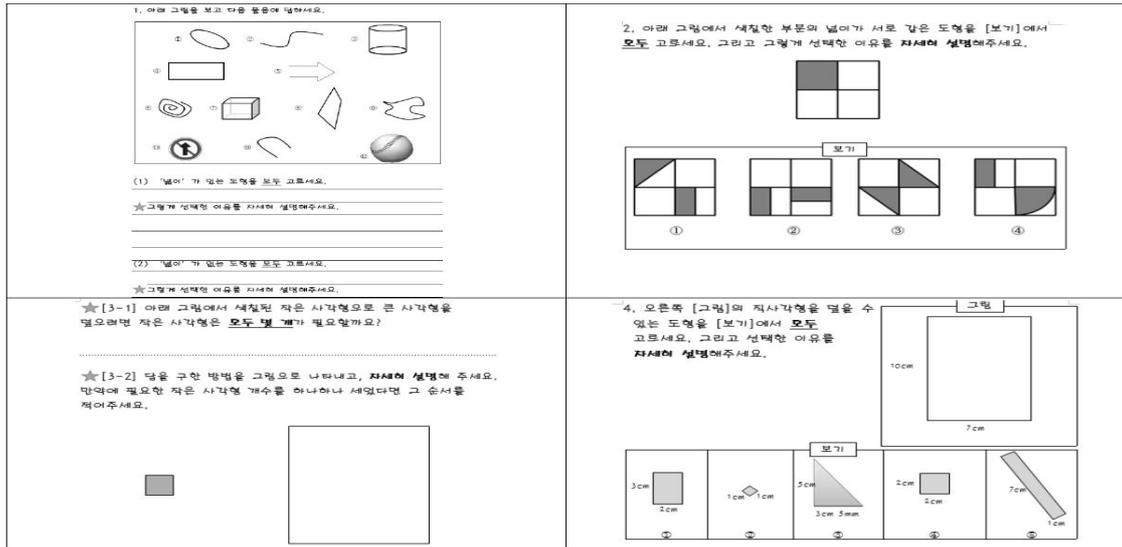
[Table 4] The Lesson Model

Dienes의 6단계 과정	교구활동 중심 수업의 4단계 과정
자유놀이 단계	활동 단계
게임 단계	
공통성 탐구 단계	공통성 탐구 단계
표현 단계	일상적 표현 단계
기호화 단계	수학적 표현 단계
형식화 단계	

지각적 다양성의 원리를 적용하기 위해 실생활 물건, 색종이, 기하판, 모눈종이를 사용하여 다각형을 인지하도록 하였고, 수학적 다양성의 원리를 적용하기 위해 다각형에서 두 변 사이의 각, 넓이 문제에서 주어진 값의 종류 등 여러 변인에 변화를 주려고 시도하였다.

3. 연구절차 및 분석

수업을 진행하기 전에 연구 참여자의 넓이에 대한 사전 개념 정도를 파악하고자 김원 등(2017)의 검사지 문항 [그림 1]과 분석틀 [그림 2]를 참고하여 진



[그림 1] 넓이 개념 사전 검사지 문항 (김원 외, 2017, p.61)

[Fig. 1] Pretest Items of the Area concept (Kim, et al., 2017, p.61)

단하였다. [그림 2]는 김원 등(2017)의 분석틀에서 제시한 배열 구성의 수준 1~6을 본 연구의 분석과 퀘를 같이 하기 위해, 1~7로 수정하여 표시하였다.

구분	문항	내용	분석 기준
넓이 개념	1	넓이에 대한 인식	넓이 인식 차원, 넓이 개념에 대한 사고 유형(직관적 사고, 분석적 사고)
	2	보존	도형의 분할 및 이동, 도형의 재구성
넓이 측정 기본 개념	3	단위 반복에 따른 배열 구성	단위 반복에 따른 배열 구성의 수준(1수준~7수준)
	4	분할	분할의 기준이 되는 임의 단위의 측면(다양한 모양, 크기), 보편 단위의 측면(방향 변화, 일정 비율의 크기 변화)

[그림 2] 넓이 개념 분석틀 (김원 외, 2017, p.61)
[Fig. 2] Framework of the Area Concept (Kim, et al., 2017, p.61)

[표 5] 코딩체계의 범주화
[Table 5] Classifying the Coding System

대분류	중분류	소분류	코드
넓이 개념	넓이에 대한 인식 (Recognition)	차원(Dimension)	RD
		직관적(Intuitive)	RI
		분석적(Analytic)	RA
	보존 (Conservation)	분할(Partition)	CP
		이동(Moving)	CM
		재구성 (Restructuring)	CR
	분할 (Partition)	임의단위 (Random unit)	PR
		보편단위 (Universal unit)	PU
		다양한 크기 (Multi-size)	PM
	단위 반복 (Unit iteration)		UI
배열 구성 (Structuring an array)	1~7 수준	S1 ~ S7	
부모/자녀	수업요소 (Teaching Element)	학습수준	T1
		교수법	T2
		평가	T3
	수업이외 요소 (내적·외적)	감정제어	T4
		기회 및 비용	T5

수업 녹음 자료는 유형적 분석과 귀납적 분석에 의해 코딩하였고(Hatch, 2002, 2008), 임현정과 고상숙(2016)의 코딩체계의 범주화를 참고하여 [표 5]와 같이 정리하였다. 넓이 개념에 대해서는 김원 등(2017)의 분석틀을 참고하여, 타당성을 확보하고자 하였다. 넓이 개념 중 단위 반복에 의한 배열 구성은 Clements와 Stephan(2004)의 1~7수준을 그대로 사용하였다. 부모와 자녀 간의 활동내용은 수업요소와 수업이외 요소로 분류하였다.

교사용 지도서에서는 얼마나 알고 있나요, 탐구 수학을 제외한 넓이 부분을 11차시로 제시하고 있으나(교육부, 2019), 본 연구에서는 총 12차시로 진행하였다. 내용의 성격에 따라, blocking system처럼 2차시를 묶어 진행하기도 하고 1차시만 진행하기도 하였다. 2차시의 수업은 아이의 집중력을 고려하여, 중간에 휴식 시간을 두었다. 매 차시는 활동 후, 수학책과 익힘책 풀이를 통해 그날 학습한 내용을 익히게 하였다.

앞서 언급하였듯이 수업은 12차시로 설계되었으나, 연구 과정 중 부족하거나 보충이 필요하다는 판단이 섰을 때 보충 차시를 추가로 진행하기도 하였다. 이는 이창연, 주홍연과 고상숙(2014)에서 P. Cobb의 연구수행 중에도 필요한 보완과정이 가능한 설계실험을 참고한 것이다. 코드화는 각 차시별 수업에서 16진수 표기법에 따라 0~C로 표현하였고, 보충 차시에 대해서는 J + (차시 - 1)을 적용하였다. 코딩 시에는 활동에 따라 차시를 구분하였고 문제풀이는 모든 활동 완료 후 한꺼번에 하였지만 관련 활동에 따라 문제풀이의 차시도 구분하였다. 예를 들면, 1~2차시에 활동 1로 단위 넓이 1cm², 활동 2로 직사각형의 넓이를 진행한 후 문제풀이를 진행하였지만, 단위넓이와 관련된 활동과 문제풀이는 모두 1차시로, 직사각형의 넓이와 관련된 활동과 문제풀이는 2차시로 표기하였다. 부모는 P(Parent), 자녀는 C(Child)로 코딩하였고, 프로토콜의 순서에 따라 001, 002, 003, ...을 사용하였다. 질문에는 Q(Question), 대답에는 A(Answer), 설명에는 E(Explaining)를 사용하고, 그 외에는 N(None)을 사용하였다. 예를 들어, 2CCRE031은 2차시에 자녀가 넓이의 보존 중 재구성에 대해 설명하는 31번째 발언이다. 활동시간에는 대화가 많았지만, 문제 풀이 시간에는 대화가 적었다.

다음은 코딩의 예를 보이기 위한 예시¹⁾이다.

1PQ006: 넓이는?

1CRDE007: 넓고 좁은 거. 2차원에서 경계가 있을 때, 안쪽의 크기.

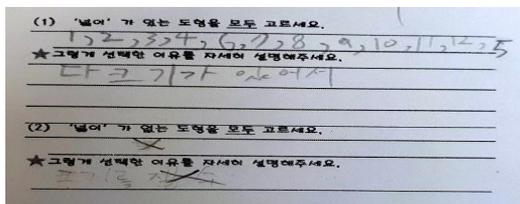
차시 구성은 아래 [표 6]과 같고, 수업지도안은 보충1차시를 부록에 수록하였다.

[표 6] 차시 구성

[Table 6] Composition of Lesson Units

차시(코딩)	내용	준비물
0 (0)	넓이 개념 검사지 사전 면담	검사지
1~2 (1~2)	단위넓이 1cm ² 직사각형의 넓이	스티커, 색종이 스티커, 가위
3~4 (3~4)	넓이 보존 단위넓이 1m ² , 1km ²	색종이, 가위, 풀, 줄자, 컴퓨터
보충1 (J)	넓이 보존 (칠교놀이)	색종이, 보드, 풀
5~6 (5~6)	평행사변형의 넓이	기하판
7~8 (7~8)	삼각형의 넓이	기하판
9~10 (9~A)	사다리꼴의 넓이 마름모의 넓이	모눈종이
보충2 (K)	높이 넓이 제시 후 도형 표현하기	기하판, 모눈종이
11 (B)	다각형의 넓이	기하판, 모눈종이
12 (C)	다각형 활동지 풀이	활동지

12차시의 활동지는 비상(2016)과 변하지 않은 수학(2016)에 있는 다각형의 넓이 문제를 발췌하여 만들었다. 넓이에 대한 수업 시작 전, 아이의 넓이에 대한 개념을 확인하기 위해 사전 검사지를 활용하였다. [그림 3], [그림 4], [그림 5], [그림 6]은 사전 검사지 문항에 대한 아이의 응답으로, 이와 면담을 토대로 아이의 넓이 개념을 분석하였다.

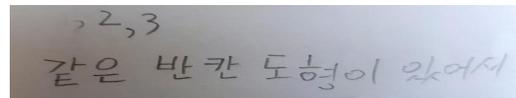


[그림 3] 문항 1에 대한 응답

[Fig. 3] The Response of Item 1

1) 연구 결과의 [프로토콜 1]의 일부를 코딩한 것.

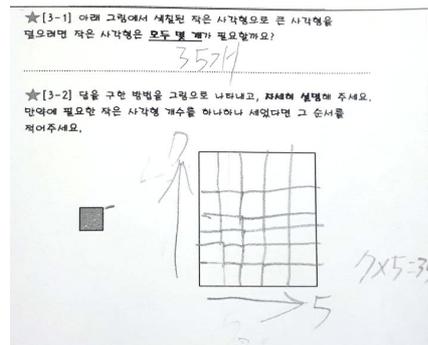
아이의 넓이에 대한 개념은 부정확하였다. 크기가 있는 것은 모두 넓이가 있는 것으로 생각하였지만, Baturu와 Nason(1996)이 의미하는 역동적 관점에서 선에 대한 넓이를 0으로 인식하거나 입체도형에 대해 겹넓이를 인식한 것은 아니었다. 길이, 넓이, 부피의 구분이 모호하였고, 모두 크기가 있기 때문에 넓이가 있다고 해석한 것으로 보아 넓이를 직관적으로 파악한 것으로 분석하였다.



[그림 4] 문항 2에 대한 응답

[Fig. 4] The Response of Item 2

동일 모양으로 반씩 나누어 진 것만을 같은 넓이로 인식하는 오류를 보였다. 1번과 같이 동일 모양으로 나누어지지 않은 경우는 같은 넓이로 인식하지 못하였다. 도형의 분할과 이동은 잘 파악하였지만, 도형의 재구성에 어려움을 겪는 것으로 파악하였다.



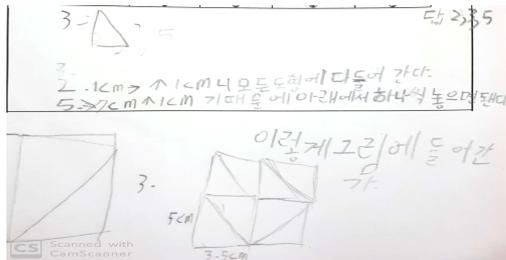
[그림 5] 문항 3에 대한 응답

[Fig. 5] The Response of Item 3

사전 조사 시, 길이를 확인하기 위해 자를 이용하는 모습을 보였다. 선을 그릴 때는 자를 사용하지 않아 줄의 간격이 일정하지 않지만, 줄의 수는 자를 이용한 길이 값을 사용하는 모습을 보였다. 단위 반복은 맞게 하였으나, 세로 방향으로 들어가는 사각형의 개수를 세는 과정에서 실수를 하여 오답이 되었다. 평소 예도, 연산 등에서 실수가 가끔 있는 편이다. 실수를

제외하고 판단하여, Clements와 Stephan(2004)이 제시한 배열 구성 7단계 수준 중 7수준으로 파악하였다.

동일 크기의 단위 도형으로 주어진 도형을 나누고 있는 것을 확인하였고, 이는 동일크기에 대한 분할의 개념을 인지하고 있는 것으로 파악하였다.



[그림 6] 문항 4에 대한 응답
[Fig. 6] The Response of Item 4

3~4차시 수업에서 색종이를 여러 가지 모양으로 변경 후 합성하여도 넓이는 보존된다는 것을 활동을 통해 익히고자 하였으나, 아이는 넓이 보존의 개념보다는 색종이를 자르고 붙이는 활동에만 집중하는 모습을 보였다. 실제 활동 내용으로 넓이 보존을 학습하기에는 무리가 있어, 보충 1차시에 칠교놀이를 통해 넓이 보존에 대해 다시 학습하였다(부록 참고). 어린 학생일수록 활동자체에 빠지는 메타인지 이동이 일어나기 쉬우므로 이 과정을 주의깊게 관찰하고 안내해야 한다.

IV. 연구 결과

Dienes의 수업 모형을 변형한 4단계 교구 수업 모형을 적용한 본 연구의 결과는 다음과 같다.

1. 자녀의 넓이 개념 변화

1) 넓이에 대한 개념

사전 검사 시 길이와 넓이, 부피를 혼동하는 모습을 보였다. 1~2차시 수업을 통해, 길이, 넓이, 부피에 대해서 구분하였다.

0차시에는 크기가 있는 것은 모두 넓이가 있는 것으로 파악하는 직관적 사고를 보였으나, 수업을 진행

하면서 교구를 사용한 활동과 교과서 풀이를 통해 분석적 사고가 이루어짐을 확인하였다.

(길이, 넓이, 부피에 대한 설명 후)

연구자: 길이는?

자녀: 길고 짧은 거. 선으로 표시되는 거의 크기.

연구자: 넓이는?

자녀: 넓고 좁은 거. 2차원에서 경계가 있을 때, 안쪽의 크기.

연구자: 부피는?

자녀: 공이나 상자 같은 거의 안쪽 공간의 크기.

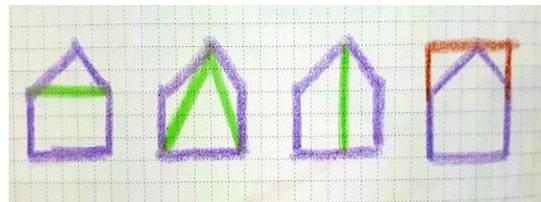
[프로토콜 1] 1~2차시: 넓이에 대한 대화

[Protocol 1] Lesson Unit 1-2: Dialogues about the Area

2) 분할

사전검사지 문항 4에 대해, 연구방법에 제시된 [그림 6]과 같이 응답하여 동일 크기의 분할에 대한 개념이 있음을 보여주었다. 본 연구에서는 분할에 대한 정의에서 동일한 크기에 대한 제한을 두지 않기로 한바, 넓이를 구하기 위해 구할 수 있는 형태의 도형으로 적절히 자르는지 확인하였다.

11차시 다각형의 넓이 수업에서, 넓이 공식을 곧바로 적용할 수 없는 도형을 제시하고 넓이를 구할 수 있는 도형 형태로 나누어 보라고 하였다. [그림 7]의 첫 세 분할은 아이가 도형의 넓이를 구하기 위해 넓이를 구할 수 있는 도형으로 나눈 것이고, 마지막 하나는 연구자가 아이에게 제시한 분할이 아닌 방법이다. 해당 차시를 통해, 아이는 분할의 개념을 적절히 사용하는 모습을 보였다.



[그림 7] 11차시: 다각형의 넓이

[Fig. 7] Lesson Unit 11: Areas of Polygons

3) 단위반복

사전검사지 문항 3의 단위 도형으로 주어진 도형을 채우는 단위 반복 활동에서, 자를 사용하지 않아 모양은 비뚤비뚤했지만 정확한 개수의 단위 도형을 사용

하였다.

1~2차시 수업의 단위반복 활동에서 도형을 채우기에는 적당한 크기의 정사각형이 적절함을 스스로 인식하였고, 모양 스티커와 색종이 스티커를 사용하여 단위반복의 규칙을 지키며 활동하는 모습을 확인할 수 있다.

연구자: 사각형에 똑같은 모양 스티커를 겹치지 않게 붙여서, 넓이를 비교할 수 있겠지. 네가 별 모양을 좋아한다고 해서, 별모양 스티커도 가져왔어. 일단, 별, 원 모양으로 채워볼까?

자녀: 별은 안 될 거 같아.

연구자: 왜?

자녀: (비어있는 부분이 있다는 의미로) 많이 안 들어가.
 연구자: 넓이를 비교하는 거니까, 스티커를 겹쳐도 안 되고 비어있는 부분이 있어도 안 되겠지?

자녀: 그림, 네모로.

연구자: 네모가 있으면, 빈 공간이 없이 짝 채워질 거 같아?

자녀: 어.

...중략...

연구자: 이렇게 했을 때, 어떤 모양으로 덮는 게 가장 좋을까?

자녀: 정사각형.

연구자: 크기는 어떤 게 좋을까? 큰 정사각형? 작은 정사각형?

자녀: 너무 커도, 너무 작아도 안 좋아.

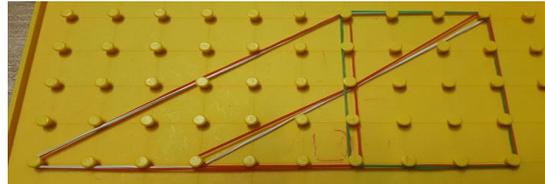
[프로토콜 2] 1~2차시: 단위 반복 관련
 [Protocol 2] Lesson Unit 1-2: Unit Iteration

4) 보존

사전 검사 시, 도형의 분할이나 이동에 의한 넓이 보존은 인식하였으나 도형의 재구성에 의한 넓이 보존은 인식하지 못하였다.

보충 1차시의 철교를 이용한 넓이 보존 활동을 통해 정사각형, 직각삼각형, 평행사변형 조각이 모양이 서로 다름에도 같은 넓이를 가짐을 통해 재구성의 개념을 확인할 수 있었다. 5~6, 7~8차시의 평행사변형과 삼각형의 넓이 활동에서 밑변의 길이와 높이가 같으면 도형의 모양이 어떻게 바뀌더라도 동일한 넓이를 가짐을 통해서도 재구성의 개념을 얻을 수 있었다. 또한, [그림 8]과 같이 높이가 도형 내부에 표시되지 않는 평행사변형의 직사각형으로의 모양 변형을 통해서도 재구성에 대한 개념을 파악할 수 있었다. 해당 모양의 평행사변형의 경우, 초기에는 직사각형으로의 모양 변경을 어려워하였으나, 연구자의 설명으로 모양

변경을 반복한 뒤에는 스스로 원래의 평행사변형과 변형후의 직사각형이 넓이가 같음을 [프로토콜 3]과 같이 설명할 수 있었다.



[그림 8] 5~6차시: 평행사변형의 직사각형으로의 변형·재구성

[Fig. 8] Lesson Unit 5-6: Transforming a Parallelogram to a Rectangle

(아이가 [그림 8]의 변형 후)

연구자: 왜 넓이가 같아?

자녀: 봐봐. (고무줄로 표시된 직각삼각형 두개를 손으로 가리키며) 이 삼각형이랑 이 삼각형이랑 똑같으니까, 넓이가 같지?

연구자: 어.

자녀: (손으로 두 삼각형의 겹치는 부분의 삼각형을 가리키며) 둘 다 이만큼을 뺐지.

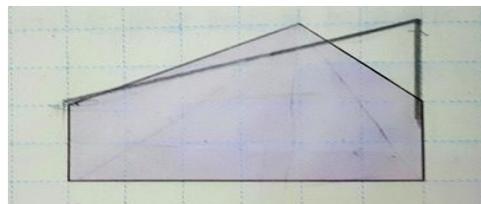
연구자: 어.

자녀: 그림, (평행사변형 안의 사각형을 가리키며) 이 넓이랑 (평행사변형 밖의 사각형을 가리키며) 이 넓이랑 같지. 그러니까, 평행사변형이랑 직사각형이랑 같게 되지.

[프로토콜 3] 5~6차시: 평행사변형의 직사각형으로의 변형 관련 대화

[Protocol 3] Lesson Unit 5-6: Dialogue in Transforming a Parallelogram to a Rectangle

[그림 9]의 11차시 다각형의 넓이 수업에서도 넓이를 구하기 위해, 아이가 도형을 재구성하는 모습을 볼 수 있었다. 당연히 분할의 방법으로 넓이를 구하리라 생각했던 연구자의 예상을 뒤엎는 방법이었다.



[그림 9] 11차시: 다각형의 넓이 - 재구성
 [Fig. 9] Lesson Unit 11: The Area of a Polygon - Restructuring

5) 배열구성

사전 검사 시, 단위 반복에 의한 배열 구성 관련하여 이미 높은 수준을 가지고 있는 것으로 파악되었다. 어릴 때 배운 바둑이, 배열 구성과 관련한 능력을 키웠던 것으로 확인된다.

연구자: 자료 재면 넓이가 어떤 게 더 큰지 알 수 있어?

자녀: 어.

연구자: 넓이를 어떻게 구하는 지 알아?

자녀: 어. 일단 cm를 재. 예를 들면, (직사각형 한 변을 가리키며) 여기가 8이고, (다른 변을 가리키며) 여기가 2이만, $8 \times 2 = 16$ 해서.

연구자: 그런 걸 어디서 배웠어?

자녀: 맞아? 아니. 배운 게 아니야. 바둑을 할 때, 집이 있고 칸이 있지. 집 셀 때 한 거야.

[프로토콜 4] 1~2차시: 넓이와 관련한 바둑 집 세기 관련 대화

[Protocol 4] Lesson Unit 1-2: Dialogue in Counting Baduk House

1~2차시에서 처음에는 단위반복에 의해 직사각형의 넓이를 구하였으나, 이를 직사각형의 넓이 공식으로 형식화하는 과정에서 배열구성 개념을 더 명확히 할 수 있었던 것으로 보인다.

2. 넓이 학습에서 자녀가 어려워하는 문제 유형

1) 단위 변환

초기에 넓이 단위의 변환에서 오류를 보였다. 길이 단위 사이의 관계를 넓이 단위 사이에 그대로 연장하여 생긴 오류로 파악되었다.

정사각형의 한 변의 길이가 1m일 때, 넓이가 $1m^2$ 가 되는 것으로 가로, 세로가 각각 $1m = 100cm$ 가 되어 넓이가 $10,000cm^2$ 가 됨을 확인시키며 오류를 수정하도록 하였다.

연구자: $1m^2$ 와 $1cm^2$ 에는 어떤 관계가 있을까?

자녀: 100배야.

연구자: 어? $1m = 100cm$ 지.

(정사각형 그림 그리며) 가로, 세로가 각각 1m이면, 각각 100cm인 거지.

연구자: 그림, 넓이를 cm^2 로 쓰면?

자녀: 10,000.

연구자: 가로, 세로가 각각 100배니까, 곱해서

10,000배가 되는 거야.

...중략...

연구자: km^2 와 m^2 사이의 관계는 어떻게 될까?

자녀: 1,000배.

연구자: (정사각형 그리며) 한 변이 1km인 정사각형의 넓이가 $1km^2$ 지. $1km = 1000m$ 니까, 한 변이 1000m인 정사각형의 넓이는?

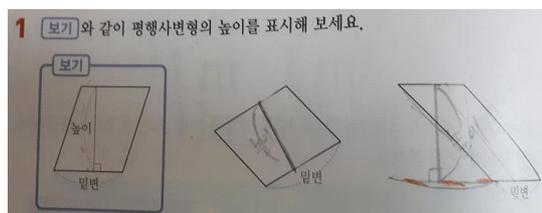
자녀: 1,000,000 m^2 .

[프로토콜 5] 3~4차시: 넓이 단위 변환 오류 수정

[Protocol 5] Lesson Unit 3-4: Revising the error in Translation of the Area Unit

2) 높이

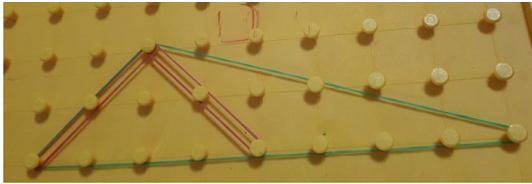
높이가 도형 외부에 표시되는 경우에, 높이를 제대로 인식하지 못하는 오류를 보였다. 높이가 내부에 표시되는 경우는 정확히 표시하였으나, 그렇지 않은 경우는 어려움을 보였다. [그림 10]의 마지막 평행사변형에서 지워진 흔적을 통해 확인할 수 있듯이, 밑변이 아닌 변에 평행해 보이는 변을 그리며, 직각이 안 된다고 하였다. 높이가 도형 내부에 표시되어야 한다는 개념이미지²⁾를 가지고 있는 것으로 파악되었다. 교과서에 도형 외부에 높이가 표시되는 경우가 그림형태로 제시되어 있지만, 높이의 정의에는 밑변의 연장선에 그을 수 있다는 언급이 없는 것도 이러한 개념이미지 형성에 영향이 있다고 생각된다. 이의 수정을 위해, 기하판에서 높이가 도형내부에 표시되는 평행사변형에서 조금씩 기울여가며 높이를 표시하게 하였고, 이 경우 높이를 제대로 표시하는 모습을 보였다.



[그림 10] 5~6차시: 평행사변형 높이 오류
[Fig. 10] Lesson Unit 5-6: The Error in Finding Heights

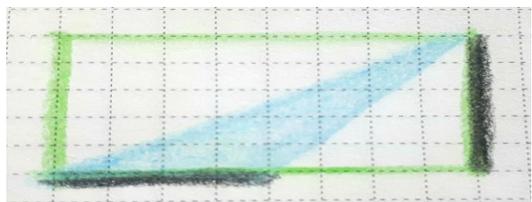
2) 개념이미지(concept image): 개념과 관련된 모든 심상들로 이루어진 인지 구조 (Vinner, 1983; 고상숙, 이윤경, 2005에서 재인용)

7~8차시 수업 시 수학책과 수학익힘책에서 높이를 직접 표시하는 문제는 모두 삼각형 내부에 표시할 수 있는 것이어서, [그림 11]처럼 그렇지 않은 문제 ‘빨간 색 변을 밑변으로 할 때, 높이를 표시하시오’를 제시하였다. 평행사변형 때와 마찬가지로, 도형 내부에 높이가 표시되어야 한다는 개념이미지를 여전히 가지고 있는 것으로 보였다. 예각삼각형, 직각삼각형에서 넓이 표시 후, 둔각삼각형으로 순차적으로 변형하여 높이를 표시하게 하였고, 이 경우 정상적으로 높이를 표시하였다.



[그림 11] 7~8차시: 삼각형 높이 오류
[Fig. 11] Lesson Unit 7-8: The Error of Finding the Height

높이와 관련하여 어려움을 겪는 것으로 보여, 보충 2차시에 기하관과 모눈종이를 이용하여 여러 가지 형태의 삼각형, 사각형(평행사변형, 사다리꼴)에 대해 높이를 표시하게 하였다. 처음에는 오류가 조금 있어, 오류 수정을 위해 평행사변형의 경우에는 김수미(2003)가 제안한 평행사변형을 둘러싼 직사각형을 이용하는 방법을, 삼각형에 대해서도 유사한 방법을 이용하여 지도하였다. [그림 12]와 [프로토콜 6]은 삼각형의 높이와 관련한 활동 내용과 프로토콜로 평행사변형의 반 크기임을 이용하지 않고 삼각형을 둘러싼 직사각형을 이용한 방식으로, 직사각형의 세로를 높이로 인식하고 오류가 수정됨을 확인할 수 있었다.



[그림 12] 보충 2차시: 삼각형의 높이
[Fig. 12] Making-up Unit 2: The Height of a triangle

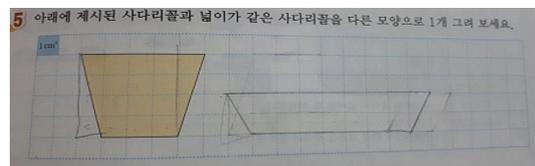
연구자: (모눈종이에 둔각삼각형과 이를 포함하는 직사각형을 그린 후) 색칠한 삼각형의 넓이를 직사각형 넓이를 이용해 어떻게 구할 수 있지?
 자녀: 직사각형에서 직각삼각형 두 개 넓이 빼면 돼.
 ...중략... (계산 과정)
 연구자: 그림, 색칠한 삼각형의 넓이랑 밑변 아니까 높이 구할 수 있겠네?
 자녀: 넓이가 10, 밑변의 길이가 4니까 높이는 5.
 연구자: 다른 삼각형들의 밑변을 색칠한 삼각형의 밑변과 평행한 변이나 그 연장선에 있는 걸로 하면 높이가 얼마지?
 자녀: 다 5. 셋 다 5.
 연구자: 높이랑 직사각형이랑 무슨 관계가 있나?
 자녀: 이거. 세로. 세로가 높이네.
 연구자: 그렇지. 둘러싸는 직사각형을 그렸을 때, 직사각형의 세로 변이 높이가 되는 거지.
 ...중략... (밑변과 높이를 검은색 색연필로 표시. 여러 삼각형에 대해 둘러싸는 직사각형 그리고 높이 찾는 활동 진행)
 연구자: 그림, 삼각형 높이 구할 때 마다 직사각형을 그려야 하나? 직사각형 안 그리고는 못 구하나?
 자녀: [마주보는] 꼭짓점에서 밑변이나 연장선에 직각으로 선분 그리면, 그게 높이.
 연구자: 그림, 직사각형 안 그리고 높이를 찾아볼까?
 ...중략...(직사각형 없이 높이 표시하는 활동 진행)

[프로토콜 6] 보충 2차시: 삼각형의 높이 관련 대화
[Protocol 6] Making-up Unit 2: Dialogues in the Height of a triangle

3) 주어진 넓이의 도형 그리기

도형이나 넓이를 제시한 뒤, 넓이가 같은 도형을 그리라는 유형의 문제에서 어려움을 보였다.

5~6차시 평행사변형, 7~8차시 삼각형, 9~10차시 마름모와 사다리꼴에서 도형이나 넓이를 제시하고 넓이가 같은 도형을 그리는 문제가 제시되었고, 아이는 여러 번의 시행착오를 겪는 모습을 보였다. 시행착오로 인하여, [그림 13]에서와 같이 여러 번 지웠다 다시 그린 흔적을 볼 수 있다.



[그림 13] 9~10차시: 넓이에서 도형으로의 변환
[Fig. 13] Lesson Unit 9-10: Translating Figures in Areas

연구자: 도형이 나오고 넓이 구하는 건 잘 하잖아, 근데, 왜 넓이가 먼저 나오고 도형을 그리는 건 잘 못하는 것 같아?
 자녀: 그게 더 어려운 거 같애.
 연구자: 왜 더 어려운 거 같애?
 자녀: 잘 모르겠어. 그리는 걸 잘 못해.
 ...중략...
 자녀: 맨 처음에는 일단 대충 그리고.
 ...중략...
 자녀: 처음에는 그냥 이정도 썩이면 되겠다 싶게 그리고.

[프로토콜 7] 9~10차시: 넓이에서 도형으로의 변환에 대한 대화

[Protocol 7] Lesson Unit 9-10: Dialogues in Translating a Figure in Areas

[프로토콜 7]에서와 같이, 아이는 비슷한 넓이가 될 만 하게 도형을 먼저 그린 뒤 넓이가 같지 않으면 다시 조금씩 수정하는 모습을 보였다. 아이에게 넓이가 주어진 경우, 해당 넓이가 나오기 위해 밑변의 길이, 높이, 혹은 아랫변과 윗변의 길이를 먼저 정하고 그릴 수 있음을 인지시키고 해 보았지만, 습관이 쉽게 고쳐지지 않았다. 자꾸 틀리게 되자, 쉽게 해결하기 위해 마름모 문제에서는 정사각형, 사다리꼴 문제에서는 직사각형을 그려도 되는지 물어보기도 하였다. 연구자는 그려도 되지만, 정사각형이 아닌 마름모, 직사각형도 평행사변형도 아닌 사다리꼴을 그렸으면 좋겠다고 응답하였다.

해당 유형의 문제에 어려움을 겪고 있고, 기존에 사용하던 방식이 쉽게 고쳐지지 않아 보충 2차시에 반복 연습을 하였다. 초기에 밑변의 길이나 높이를 정하지 않고 그림부터 그리려는 모습을 보였으나, 연구자의 거듭된 주의로 인해 점차 길이를 정해 놓고 그림을 그리게 되었다.

3. 자녀 지도에서 부모의 장점과 어려움

본 연구결과는 비형식적 요소로서 연구자의 반성적 관점에 의해 기술되었다. 차시별로 진행되는 넓이 개념지도와는 다르게 연구 전반에 나타난 부모 개인의 경험을 요약한 것으로 주로 연구자의 메모노트에 근거하여 작성되었다.

1) 교수자로서 부모의 장점

(1) 아이에 대한 맞춤 수업 가능

연구자는 부모로서 자녀가 수학을 좋아하지 않는다는 것에 주목하고, 자녀가 흥미를 느낄 수 있는 수업을 설계하고자 하였다. 부모의 자녀 1인에 대한 연구로, 학교에서 진행되는 일 대 다 수업과 다르게 자녀에게 오롯이 집중할 수 있어 아이에 대한 맞춤 수업이 가능하였다.

연구자가 수학교육을 전공하고 있다는 점도 장점으로 작용하였다. 전공 수업을 통해 여러 교수방법을 배웠고, 즐거운 수학 수업을 위해 Dienes의 놀이 수학을 적용한 수업을 설계할 수 있었다.

(2) 기회 및 비용에 대한 제약 없음

한 공간에 살고 있는 부모가 자녀를 지도함으로써, 기회와 비용에 대한 제약을 벗어날 수 있었다. 사교육비가 생활비에서 차지하는 비중이 적지 않고, 아이들이 각종 사교육과 그 이동시간으로 인해 개인 시간의 부족을 느끼고 있는 상황에서 부모의 자녀 교육은 사교육 완화를 위한 하나의 방안이 될 수도 있겠다.

2) 교수자로서 부모의 어려움

(1) 감정제어

남의 아이를 가르칠 때는 친절하게 잘 하면서, 이상하게 본인의 아이를 가르칠 때는 감정제어가 어렵다고들 한다. 본 연구를 진행하면서, 화를 내지 않으려고 노력했지만 생각대로 되지 않았다.

자녀 지도 과정 중 가장 어려운 점 중의 하나는 감정을 제어하는 것이었다. 부정적인 감정을 나타내지 않으려고 노력했지만, 아이가 비슷한 실수를 반복하거나 여러 번 설명한 것을 제대로 하지 못할 때 자신도 모르게 부정적인 감정이 표정이나 말, 행동으로 표출되었다. 그로 인해, 아이도 부정적인 감정을 느끼게 되는 악순환이 반복되었다.

연구자는 평소에도 아이가 잘못을 하거나, 아이에게 실망감을 느낄 때 그 감정을 그대로 표현하는 경우가 많았다. 연구를 진행하면서, 자료 전사를 위해 녹화영상과 녹음을 여러 차례 반복하여 듣게 되었고 스스로의 행동에 많은 반성을 하였다.

전성희(2007)의 연구에서 친밀한 관계에서의 실망감, 이병준, 김동환과 전용진(2010)의 연구에서 기대

수준과 목표에 대한 미달을 분노의 원인으로 본 것처럼, 연구자 또한 [프로토콜 8]처럼 연구자의 기대에 미치지 못하는 아이의 수행에 대한 실망감이 부정적 감정과 행동으로 표출되었다. 연구 결과 작성 과정에서 부정적 감정이나 분노의 조절과 관련한 많은 연구를 확인하게 되었고(이병준 외, 2010; 이재택, 2016; 정미선, 윤경희, 2015), 이를 연구 수행 전에 조사하여 감정 조절에 대한 대처 방안을 미리 세우지 못한 것에 대해 때늦은 후회를 했다.

연구자: 학교에서도 이렇게 실수가 많아?
 자녀: (화 난 말투로) 실수 많겠지.
 연구자: 화 내지 않고 진지하게 대답해 줬으면 좋겠어.
 연구자: 지금, 누구 때문에 이러는데. (계속 화난 말투로) 실수 많아.
 ...중략...
 연구자: 엄마랑 수업하기 싫다고 했잖아. 왜?
 자녀: 뭐 좀만 하면 화내고.
 연구자: 얼마 화 안 냈는데.
 자녀: 막 한숨 쉬고 이리잖아.
 연구자: 너한테 화내지는 않았잖아.
 자녀: (소리치며) 그것도 화낸 거지. 내가 이거 모른다고 엄마가 화내서, 나도 화난 거잖아.

[프로토콜 8] 7~8차시: 아이의 연이은 실수에서 대화
 [Protocol 8] Lesson Unit 7-8: Dialogues in Child's Making a mistake

(2) 아이의 수학적 수준 인식

연구자는 연구 참여자의 학습과 관련하여 객관적 판단을 유지하여야 하지만 그 관계가 부모와 자녀인 경우에는 그 판단이 주관적일 소지가 다분하다. 특히 대학에서 순수수학을 전공한 부모로서 자녀에 대한 실망감이 이런 부분에 과도하게 작용하여 아이가 직면하고 있는 수학적 수준을 명료하게 구분 못할 가능성이 있다. 누구나 먼저 개념이미지에 의해 접근하기 쉽다는 점을 이해하고 자녀의 표현에서 개념이미지와 개념정의 간에 간극이 있는지를 확인해봐야 한다. 이때 본 연구에서처럼 적절한 교구활동을 구성하여 보충하게 한다면 개념정의를 견고히 하는 계기가 될 것이며 다음 수준으로 나아갈 수 있을 것이다. 이처럼 보충을 결정하고 적절한 활동을 제시하는 일련의 과정은 학습수준에 따른 교수법, 평가라는 수업요소들에 의한 기계인 것이다.

(3) 개입의 정도

연구방법에서 제시하였던 4단계 수업모형의 순서에 따라, 교사의 적절한 발문을 통해 아이 스스로 1. 활동, 2. 공통성 탐구, 3. 일상적 표현, 4. 수학적 표현의 단계를 물 흐르듯이 진행해 나가기를 희망했다. 하지만, 그렇지 못한 경우가 많았고, 이럴 때 어느 정도의 개입이 적절한가를 판단하기에 아직은 교수학적 지식과 기술이 부족함을 느꼈다.

연구자: (모눈종이에 사다리꼴을 하나 그리고) 어떻게 넓이 구할 수 있지?
 자녀: (삼각형 두 개와 직사각형으로 나누어) 이 삼각형, 이 삼각형, 직사각형 구하면 돼.
 연구자: 응. 이렇게 구할 수 있겠네.
 (분배법칙을 배우지 않은 상황이라, 다른 방식으로 유도)
 ...중략...
 [아이가 사다리꼴의 높이를 기준으로 반을 잘라 붙여서 모양을 변환하려고 시도했으나, 사다리꼴 넓이 유도와 관련 없는 방식으로 간주하여 본 연구자가 더 이상의 진행을 막고 다음으로 넘어갔음]
 ...중략...
 연구자: (수학교과서를 함께 보며) 여기는 방법이 다르네. [높이] 반을 잘라서 붙이네.
 자녀: 거봐. 내가 이렇게 하려고 했는데 엄마가 못하게 했잖아.

[프로토콜 9] 9~10차시: 부모의 개입 관련
 [Protocol 9] Lesson Unit 9-10: Intervention of Parents

[프로토콜 9] 상황에 대해 수학교육 전문가와 논의하였고, 그는 아이가 잘못된 방향으로 가더라도 끝까지 가서 스스로 잘못되었다는 것을 인식하게 해 주어야 하며, 이 경우 옳은 방향으로 갔음에도 진행을 막아 아이의 자기 주도적 학습을 막는 부정적 결과를 가져왔다고 하였다. 연구자는 연구 설계와 지도안 작성과정에서 교과서를 수차례 확인하였으나 수업 진행 중 해당 방법에 대한 내용을 기억하지 못하여, 아이가 잘못된 방향으로 가고 있다고 생각하고 그 방법으로의 진행을 막는 결과를 가져왔다. 초등학교 5학년은 학습자 스스로 해볼 수 있는 기회를 충분히 주어야 하는 시기임에도 불구하고, 아직은 학습에 대한 교수법 지식이 부족한 연구자가 엄밀성을 추구하는 수학 내용에만 너무 치우친 점을 반성하였다.

(4) 시간 안배

연구를 설계하면서 차시를 계획하고 지도안을 작성하고 각 파트의 시간을 배분하였지만, 실제 수업 상황에서 계획했던 대로 착착 진행되지는 않았다. 활동 시 4단계 수업 모형에 따라 착착 진행되리라 기대했지만, 여러 상황으로 인해 실제 수업은 길어지는 경우가 종종 있었다. 1~2차시의 단위반복에서 색종이스티커를 사용 시 색종이 스티커를 1cm² 크기로 만들고 스티커를 떼어내는 작업이 아이가 다루기에 생각보다 어려웠고, 보충 1차시의 넓이 보존에서 사용한 칠교조각은 수업 중 제작하였는데 제작에만 25분 정도의 시간이 걸렸다. 이런 과정을 경험해보면서 학교현장에서의 수업은 어떻게 하며 여러 상황을 미리 준비하고 진행해야하는 교사의 애로사항을 이해하는 기회가 되었다.

V. 결론 및 제언

1. 결론

Dienes의 6단계 수업 모형을 변형한 4단계 교구활동 모형을 적용한 본 연구의 결론은 다음과 같다.

1) 자녀의 넓이 개념 변화

사전검사 시 길이, 넓이, 부피를 구별하지 못하였고, 넓이를 직관적으로 인지하는 경향을 보였다. 수업을 통해, 길이, 넓이, 부피를 구분하고, 넓이 측정을 통해 넓이를 분석적으로도 인지하게 되었다. 사전 검사 시 보존의 개념 중 도형의 재구성 개념이 없었으나, 보충 1차시의 넓이 보존 활동과 5~6차시의 사다리꼴의 넓이 활동, 11차시의 다각형의 넓이를 구하는 과정에서 재구성을 이용하여 넓이를 구하는 모습을 확인할 수 있었다. 단위 반복과 배열 구성 관련하여서는 사전조사 시 개념을 가지고 있는 것으로 파악하였으며, 1~2차시의 임의 단위로 덮기, 표준 단위로 덮기를 통해 단위 반복에 대한 개념이 더욱 명확해졌으며, 직사각형의 넓이를 구하는 과정을 통해 배열 구성에 대한 개념도 더욱 확고해졌음을 알 수 있었다.

2) 자녀가 어려움을 느끼는 문제 유형

m²와 cm², km²와 m²의 단위 변환에서 길이 변

환의 관계를 그대로 적용하는 오류를 보였다. 정사각형을 이용해 길이 변환 후 넓이를 계산하게 하는 방법으로 넓이 변환과 길이 변환의 관계가 같지 않음을 인지하게 되었다.

둔각삼각형이나 높이가 도형 외부에 표시되는 평행사변형, 사다리꼴의 경우 높이를 제대로 표시하지 못하는 오류를 보였다. 높이가 도형 내부에 표시되어야 한다는 잘못된 개념이미지를 가지고 있었던 것으로 파악되었고, 직사각형으로부터 접근하는 높이와 관련된 다양한 활동을 통해 수정되었다. 이는 기하의 인지적 장애의 대표적인 예로써 학생이 반드시 극복해야 하는 것이므로 넓이의 공식과도 연결되는 생산적 사고를 통해 개념정의로 나아갈 수 있게 지도해야하는 교수자의 배려가 중요하다.

도형을 제시하고, 주어진 도형과 같은 넓이인 도형을 그리는 유형의 문제에서 어려움을 보였다. 대충 도형부터 그리고 그려진 도형의 넓이를 구한 후 제시된 넓이와 같지 않으면, 같아질 때 까지 여러 번 수정하는 모습을 보였다. 해당 유형의 문제 해결을 위해, 도형을 그리기 전에 변의 길이나 높이를 얼마로 해야 할지 미리 정한 후, 정해진 값대로 도형을 그리도록 지도하였다. 이 또한 수학문제를 해결하는 논리적 측면을 습득하는 과정이라 할 수 있다.

3) 자녀지도에서 부모의 장점과 어려움

자녀지도에서 부모의 장점은 자녀에 대한 맞춤 수업이 가능하고 피드백의 기회와 비용의 제약이 없다는 것이다. 따라서 진행과정에서 수정과 보충이 용이하고 유연하다는 점이 가장 큰 장점이다. 이러한 측면에서 부모교육을 활성화하여 순기능적인 교육적 자원을 잘 활용하는 것은 수포자를 양산하는 사교육의 범람으로부터 자녀를 보호할 수 있는 좋은 방안이라 할 수 있겠다.

연구과정 중 연구자로서의 객관적 자세를 계속 유지해야 함에도 부모로서의 주관적인 모습으로 감정제어에 어려움을 겪고, 아이의 수학 수준 파악에 어려움을 겪기도 했으며, 시간 배분과 교수자로서의 개입의 수준을 어느 정도로 유지해야 하는가를 파악하는데 어려움이 있었다. 그러나 지도안과 전체 넓이 개념의 흐름을 구성하고 계획하는 과정 중에 습득된 교수학적인 경험은 아이를 잘 안내할 수 있는 지침들이 되

어 연구수행을 원활하게 하도록 도왔다.

2. 제언

본 연구를 마무리하면서 다음과 같이 제언한다.

첫째, 본 연구는 연구자가 자신의 자녀를 대상으로 다양한 교구를 활용하여 초등학교 5학년 도형의 넓이 영역을 지도하여 분석하였다. 부모 자식 간의 다양한 연구가 진행되기를 바란다. 예를 들면 공학 도구를 사용하였을 때 아이의 반응이 본 연구의 결과와 어떻게 다르게 나타나는지 조사하는 것도 의미가 있겠다.

둘째, 부모와 자녀간의 수학 수업 상황에서 활동중심의 학습기회가 제공되기를 기대한다. 본 연구를 수행하면서 Dienes의 교수·학습이론을 적용한 지도안을 구성하는 시간들이 연구를 실행하는데 가이드라인이 되었고 좀 더 체계적인 지도방법이 유지되게 되었다. 최근 강조되고 있는 현실적 수학교육처럼 생활주변에서 아이가 느낄 수 있는 자료들을 사용하여 아이의 흥미를 유발하고 이를 바탕으로 수학의 본질을 이해하는 과정이 자연스럽게 이루어지게 안내하는 것도 가능할 것이다. 부모가 자신의 자녀 지도에 쉽게 적용할 수 있는 동영상 자료나 수업방안을 개발하여 보급하는 것도 부모의 자녀지도를 돕기 위한 좋은 방법이라고 생각된다.

셋째, 본 연구를 통해 자녀를 지도하면서 넓이 개념에서의 변화를 확인할 수 있었지만, 지도 과정에서 어려움이 드러났다. 본 연구에서 자녀의 인지적 성취는 부모가 대학원을 다니고 있는 장점을 충분히 잘 활용하였지만 부모의 자녀지도가 하나의 교육방식으로 자리매김하기 위해서는 수업외적 요소들이 매우 중요하게 영향을 주는 것을 알 수 있다. 특히 부모와 자녀 간에는 독특한 감정들이 존재하므로 교육심리·상담과 접목한 연구도 시도해볼 수 있겠다. 상담전문가의 안내에 따라 이 독특한 감정들을 학습에 도움이 되는 긍정적인 것과 부정적인 것으로 분류하고 이를 교수과정에 어떻게 잘 활용할까를 연구한다면 좀 더 의미 있는 결과를 산출할 수 있을 것이다. 본 연구에서처럼 부모가 준비한대로 시행하기 위해서 기존의 '자녀보다 앞서서 지지중심으로 행해왔던 행동양식'에서 벗어나 기다려주고 경청하며 칭찬해주는 등의 긍정적인 감정제어가 자녀가 학습하도록 유지하는 중요한 요소이기 때문이다.

참 고 문 헌

- 고상숙(1999). 컴퓨터로 구성한 점자판에서 면적 개념의 탐구. 초등수학교육, 3(2), 103-107.
- Choi-Koh (1999). Exploring Area of Polygons Using Computer Dot Board. *Education of Primary School Mathematics*, 3(2), 103-107.
- 고상숙, 고호경(2001). 질적 연구자의 자세. 수학교육 논문집, 12, 423-450.
- Choi-Koh, S. & Ko, H. (2001). The Attitude of the Researchers in Qualitative Method. *Communications of Mathematics Education*, 12, 423-450.
- 고상숙, 이윤경(2005). 그래핑 계산기를 이용한 함수의 개념적 이해. 한국학교수학회논문집, 8(2), 203-222.
- Choi-Koh, S. & Lee, Y. (2005). Conceptual Understanding of Functions through a Graphing Calculator. *The Journal of Korean School Mathematics Society*, 8(2), 203-222.
- 교육부(2015). 2015 수학과 교육과정. 교육부.
- Ministry of Education (2015). *2015 Mathematics Curriculum*. The Ministry of Education.
- 교육부(2019). 수학 5-1 교사용 지도서. 서울: 천재교육.
- Ministry of Education (2019). *Supplementary Book for Teachers of Math 5-1*. Seoul: Cheonjae Gyoyuk.
- 김수미(2003). Wertheimer의 평행사변형 구적 문제와 대안적 지도 방안. 수학교육학연구, 13(4), 485-493.
- Kim, S. (2003). The problem of mensuration of parallelogram raised by Wertheimer and alternative strategies. *Journal of Educational Research in Mathematics*, 13(4), 485-493.
- 김수미 (2008). Zoltan Dienes의 수학 학습 6단계 이론의 재음미. 학교수학, 10(3), 339-355.
- Kim, S. (2008). Review of Six Stages Theory of Learning Mathematics Suggested by Zoltan Dienes. *School Mathematics*, 10(3), 339-355.
- 김원, 이다희, 황우형(2017). 넓이 개념 및 측정에 관한 초등학교 3, 4학년 학생들의 비형식적 지식. 한국교육문제연구, 35(2), 53-87.
- Kim, W., Lee, D., & Whang, W. (2017). A Study on Elementary Students' Informal Knowledge of the Area

- Concept and Measurement. *Korean Education Enquiry*, 35(2), 53-87.
- 김현진(2009). 딘즈의 수학교육관에 입각한 놀이학습에 관한 수업 방법 연구. 단국대학교 석사학위 논문.
- Kim, H. (2009). *A Study on Methods of teaching and learning mathematics through play activities based on Dienes' Mathematics Educational theory*. Thesis, Dankook University.
- 나귀수(2012). 초등학교 학생들의 넓이 개념 이해도 조사 - 초등학교 6학년 학생들을 중심으로. 한국초등수학교육학회지, 16(3), 451-469.
- Na, G. (2012). Examining Students' Conceptions about the Area of Geometric Figures. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 16 (3), 451-469.
- 박은륜, 백석운(2010). 평면도형 넓이 학습에서 나타나는 인식론적 장애. 수학교육학연구, 20(3), 305-322.
- Park, E., & Paik, S. (2010). Epistemological Obstacles in the Learning of Area in Plane Figures. *Journal of Educational Research in Mathematics*, 20(3), 305-322.
- 성지원(2016). 놀이 학습 기반의 프로그래밍 수업 모형 개발 및 적용: 초등학교 4~6학년을 중심으로. 연세대학교 석사학위 논문.
- Sun, J. (2016). *Development and Application of A Play Learning-based Programming Instruction Model : Focusing on Elementary School Students in Fourth to Sixth Grade*. Thesis, Yonsei University.
- 오영열(2010). 초등학교에서의 넓이 측정 지도에 관한 고찰 - 2007년 개정 수학과 교육과정을 중심으로. 한국초등교육, 21(1), 233-245.
- Oh, Y. (2010). Rethinking about Teaching Area Measurement in the Elementary Grades-Focused on the 2007 Revised Curriculum of Mathematics. *Korean Journal of Elementary Education*, 21(1), 233-245.
- 이병준, 김동환, 전용진(2010). 체육교사가 교수맥락에서 경험하는 분노의 원인과 대처 전략. 한국스포츠교육학회지, 17(3), 115-133.
- Lee, B., Kim, D., & Jeon, Y. (2010). Causes of anger experienced by PE teaching and coping strategies. *Korean Journal of Sport Pedagogy*, 17(3), 115-133.
- 이양희, 김금미(2013). 부모의 양육효능감이 자녀의 학업자기효능감에 미치는 효과 - 학습지원행동의 매개효과를 중심으로. 한국심리학회지 여성, 18(4), 549-565.
- Lee, Y. & Kim, K. (2013). The Effects of Mother and Father's Parenting Self-Efficacy on Children's Academic Self-Efficacy - Focusing on the Mediating Effects of Parental Supports of Learning. *The Korean Journal of Woman Psychology*, 18(4), 549-565.
- 이재택(2016). 초등학생 부모의 분노조절능력 향상을 위한 부모교육 프로그램 개발. 한국콘텐츠학회논문지, 16(5), 668-685.
- Lee, J. (2016). Development of A Parent Education Program to Improve Anger Control Ability of Parents of Elementary School Children. *The Korea Contents Society*, 16(5), 668-685.
- 이창연, 주홍연, 고상숙(2014). 수학교육연구의 이론과 현장의 실제사이의 간격 개선을 위한 방향 탐색: Cobb 연구를 중심으로. 학교수학, 16(4), 709-726.
- Lee, C., Joo, H. & Choi-Koh, S. (2014). Finding the Way of Unifying the Theory and the Practice in Mathematics Education: Focused on Cobb's. *School Mathematics*, 16(4), 709-726.
- 임현정, 고상숙(2016). GeoGebra를 활용한 반월레 기하교수법에서 도구화에 관한 연구. 수학교육논문집, 30(4), 435-452.
- Lim, H. & Choi-Koh, S. (2016). A Study on Instrumentalization in van Hiele's Geometric Teaching Using GeoGebra. *Communications of Mathematics Education*, 30(4), 435-452.
- 전성희(2007). 아동기 자녀를 둔 부모의 분노사고와 분노표현방식. 숙명여자대학교 석사학위논문.
- Jeon, S. (2007). *Anger-Thought and Anger Expression Modes of Parents who have Elementary Children*. Thesis, Sookmyung Women's University.
- 정미선, 윤경희(2015). 교류분석이론에 근거한 부모의 분노조절 프로그램 효과: 청소년기 자녀를 둔 어머니를 중심으로. 열린부모교육연구, 7(3), 1-18.
- Jeong, M., & Yoon, K. (2015). The Effects of Parents' Anger Control Program based on Transactional Analysis Theory : Focused on the Mothers of Adolescents. *Journal of Parent Education*, 7(3), 1-18.
- 차현주, 김영민(2018). 자녀 수학지도를 위한 부모교육프로그램 개발 및 효과. 열린부모교육연구,

- 10(2), 137-158.
- Cha, H., & Kim, Y. (2018). A Study on the Development and the Effect of Parents' Education Program on Teaching Math for Children. *Journal of Parent Education*, 10(2), 137-158.
- 황여정, 장희원, 김경근(2014). 부모의 교육지원이 초등학생의 인지적 성취에 미치는 영향. *한국교육학 연구*, 20(1), 93-122.
- Hwang, Y., Jang, H., & Kim, K. (2014). The effects of parental educational support on cognitive achievement of elementary school students. *Korea Education Research*, 20(1), 93-122.
- 황혜정, 나귀수, 최승현, 박경미, 임재훈, 서동엽 (2016). *수학교육학신론*. 서울: 문음사.
- Whang, H., Na, G., Choi, S., Park, K., Lim, J. & Sea, D. (2016). *The New Theory of Mathematics Education*. Seoul: Moonumsa.
- 사교육걱정없는세상(2015). "고등학생의 약 60%, 수포자(수학을 포기한 학생)", Retrieved from <https://data.noworry.kr/170>
- Noworry about Private Lessons (2015). "60% of Supoza (Students who give up doing math) in High School", Retrieved from <https://data.noworry.kr/170>
- 윤성민(2017). "4차 산업혁명은 수학혁명이다", Retrieved from <https://www.hankyung.com/opinion/article/2017021222681>
- Yoon, S. (2017). "The Fourth Revolution is Mathematics Revolution", Retrieved from <https://www.hankyung.com/opinion/article/2017021222681>
- 비상(2016). "5-1.5. 다각형의 넓이", Retrieved from [http://www.visang.com/upload/contents/161ecoho/html/data/수학/5학년/단원%20평가-라이트/\(2016\)%20라이트%205-1.5.%20다각형의%20넓이.hwp](http://www.visang.com/upload/contents/161ecoho/html/data/수학/5학년/단원%20평가-라이트/(2016)%20라이트%205-1.5.%20다각형의%20넓이.hwp)
- Beesang (2016). "5-1.5 The Area of Polygons", Retrieved from [http://www.visang.com/upload/contents/161ecoho/html/data/수학/5학년/단원%20평가-라이트/\(2016\)%20라이트%205-1.5.%20다각형의%20넓이.hwp](http://www.visang.com/upload/contents/161ecoho/html/data/수학/5학년/단원%20평가-라이트/(2016)%20라이트%205-1.5.%20다각형의%20넓이.hwp)
- 뻐하지않은수학(2016). "초등수학 5학년 1학기 다각형의 넓이(요약)와 단원평가 문제", Retrieved from <https://fuman001.tistory.com/20>
- Mathematics Never Be Silly (2016). Elementary School Mathematics for First Semester of the 5th Grade: The Area of Polygons and Problems for Assessment. Retrieved from <https://fuman001.tistory.com/20>
- 통계청(2019). "2018년 초중고 사교육비조사 결과", Retrieved from <http://www.kostat.go.kr/portal/korea/kornw/1/1/index.board?bmode=read&aSeq=373552>
- Korean Statistical Information Service (2019). "The Investigation of 2018 Expense for Private Education from Elementary School to High School", Retrieved from http://www.kostat.go.kr/portal/korea/kor_nw/1/1/index.board?bmode=read&aSeq=373552
- Baturo, A. & Nason, R (1996). Student teachers' subject matter knowledge within the domain of area measurement. *Educational Studies in Mathematics*, 31(3), 235-268.
- Clements, D. H. & Stephan, M. (2004). Measurement in PreK-2 Mathematics. In D. H. Clements, J. Sarama Y A. M. DiBiase(Eds.), *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Dienes, Z. P. (1960). *Building Up Mathematics*. London: Hunchinson Educational Ltd.
- Hatch, J. A. (2002). *Doing Qualitative Research in Education Settings*. 진영은 역(2008). 교육 상황에서 질적 연구 수행하기. 서울: 학지사.
- Reynolds, A. & Wheatly, G. H. (1996). Elementary students' construction and coordination of units in an area setting. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(5), 564-581.
- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(3), 293.

**A Case Study on the Teaching Mathematics Carried by a Researcher as a
Parent of One Elementary School Child
- Focused on the area of figures in the 5th grade -**

Son, Byoung Im

The Graduate School of Education, Dankook University

E-mail : sbican@naver.com

Choi-Koh, Sang Sook[†]

Dankook University

E-mail : sangch@dankook.ac.kr

This study is a qualitative study on the case of teaching mathematics between parents and children. 12 lesson units were applied to the 5th grade elementary school child for the first semester, 2019. The purpose of this study was to identify conceptual understanding in the area, the types of problems that child felt difficult during the learning and parents' advantages and difficulties in this setting. For this study, video recording and voice recording were collected for each lesson class. The concept of the area was recognized correctly, the awareness of reconstruction became clear, and the concept of partitioning, unit iteration and structuring an array was more clearly rebuilt. He showed difficulty in conversion between units of the area, in displaying height of the shape whose height is displayed outside and drawing type of figure with same area after the value of the area was offered. In the learning situation of parents and children, parents who are researchers have the advantage of being able to customize up to their children and being free from time and cost constraints. There were difficulties in controlling negative emotion toward the child, determining the level of the children, distribution the class time and deciding the degree of intervention. Furthermore, research on parenting and child-to-parent teaching in mathematics is recommended.

* ZDM Classification : D73

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D70

* Key Words : Parent Education, Manipulative,
Elementary School Student, Area, Teaching a Child

† Corresponding Author

[부록] 보충1차시 수업지도안

단원명	6. 다각형의 둘레와 넓이		
주제	넓이 보존	교과서 외	보충 1차시
성취 기준	넓이 보존을 이해할 수 있다.		
학습 자료	색종이, 보드, 가위, 풀		
단계	교수-학습 활동		유의점
도입 (5분)	3~4차시의 넓이 보존 수업이 관련 개념 형성에 부족했음을 시인하고, 넓이 보존에 대해 보충함을 알림.		
전개 (40분)	<p><활동 - 넓이 보존> 칠교</p> <p>활동지참:</p> <ul style="list-style-type: none"> - 분할, 이동, 재구성에 의한 넓이 보존을 인식하게 한다. <p>0. 준비: 칠교 만들기</p> <p> 칠교판 도안을 이용하여, 칠교판을 만들기.</p> <p>1. 활동 단계: 각각의 칠교 조각의 넓이 확인 (가장 작은 삼각형 조각의 넓이를 1로 간주)</p> <p> 주어진 넓이의 모양 만들기</p> <p> 규칙</p> <ul style="list-style-type: none"> - 겹치지 않기 - 합동인 영역은 같은 넓이 - 영역 2개의 넓이는 두 영역 넓이의 합 <p>2. 공통성 탐구 단계:</p> <p> 칠교 놀이 활동 과정에서 스스로 공통성을 찾도록 돕기.</p> <p>3. 일상적 표현 단계:</p> <p> 활동을 통해 찾은 공통성을 일상적 언어로 표현하도록 돕기.</p> <p>4. 수학적 표현 단계:</p> <p> 수학적 용어를 사용해, 공통성을 표현할 수 있도록 돕기.</p>		보충 차시이므로 활동과 관련한 수학적 용어를 알고 있어, 일상적 표현 단계 없이 바로 수학적 표현 단계로 넘어갈 수도 있다.
정리 (5분)	정리: 넓이 보존 차시예고: 평행사변형의 넓이		