

고등학교 <수학>교과서에 제시된 교과 역량 과제 분석

최희선¹⁾

본 연구에서는 2015 개정 수학과 교육과정에 따른 고등학교 1학년 <수학>교과서에 제시된 교과 역량을 함양하기 위한 과제의 인지적 요구 수준을 분석하였다. 9종의 <수학>교과서는 4999개의 수학 과제를 포함하였고 그 중 수학 교과 역량을 함양하기 위한 과제는 703개였다. Stein, Smith, Henningsen, & Silver(2000)의 분석틀을 바탕으로 703개의 교과 역량 함양 과제를 분석한 결과, 학생들의 높은 인지적 수준을 요구하는 과제 비율은 61.5%, 학생들의 낮은 인지적 수준을 요구하는 과제 비율은 38.5%였고 그에 따른 과제유형의 비율은 Low-M 1.0%, Low-P 37.5%, High-P 57.8%, High-D 3.7%로 나타나 수학 교과 역량을 함양하기 위한 과제의 대부분이 절차적 과정을 따라 수학적 개념, 원리, 과정 등을 이해하도록 유도하는 과제임을 알 수 있었다.

주요용어 : <수학>교과서, 수학 교과 역량, 수학 과제, 인지적 요구 수준

I. 서론

미래사회에 필요한 창의·융합형 인재양성을 목표로 개정된 2015 교육과정은 핵심역량을 도입하여 학생들이 지식을 알고 있는 것을 넘어서 그 지식을 활용하여 무엇을 할 수 있는지를 학교수업에서 다룸으로써 학생들에게 의미 있는 학습의 기회를 제공하고자 하였다. 이에 따라 2015 개정 수학과 교육과정에서도 6개의 교과 역량을 제시하여 교수·학습의 방향을 설정하였으며 구체적으로 교과 역량을 학습목표와 내용, 성취기준, 교수·학습상의 유의점에 포함시켜 분명하게 다루고자 하였다. 학생들은 수학 교과 역량을 함양함으로써 수학 학습의 필요성을 체감할 수 있고 더불어 수학에 대한 흥미를 길러 학습의 즐거움을 느낄 수 있으며 나아가 미래의 사회 구성원으로 역할을 수행할 수 있는 능력을 기를 수 있기 때문에 수학 교과 역량 함양을 위한 학습이 필요하다.

교사는 교수·학습 과정에서 교과서를 가장 많이 활용하기 때문에 학교 수업에서는 학생들에게 교과서를 통해 학습의 기회가 주어진다(조명현, 김부미, 2013; 김민혁, 2013). 교과서는 개정된 교육과정의 내용을 담고 있고 교수·학습에서 활용할 수 있는 자료이므로 실제적으로 수업에 많은 영향을 준다. 구체적으로 교사는 교과서를 통해 수학 수업에서 학생들에게 무엇을 어떻게 가르칠 것인지에 대한 전체적인 계획을 세우고, 수업에서 사용할 다양한 과제 선택을 교과서를 기반으로 결정한다. 이렇듯 교사가 실행하는 교육과정으로 볼 수 있는 교과서는 학생들의 학습에 직접적인 영향을 주기 때문에 (Tyson-Bernstein & Woodward, 1991) 수학 교과 역량을 함양할 수 있는 수업이 효과적으로 실행되

* MSC2010분류 : 97U20

1) 한국교육방송공사 연구위원 (heesun0205@gmail.com)

기 위해서는 개정된 교육과정 내용을 반영한 교과서에 대한 이해가 필요하며, 교수·학습 과정을 지원하는 자료로도 부족함이 없는지 분석하는 일 또한 필요하다(방정숙, 황현미, 2012; Shield & Dole, 2013). 대표적으로 국내 교과서를 분석한 연구에서 장혜원, 김동원, 이환철(2013)은 2009 개정 교육과정과 교과서의 연계성 파악을 위해 초등학교 1~2학년 교과서를 대상으로 교육과정 성취기준에 따른 분석과 용어, 기호와 관련한 교과서 분석 및 수학적 과정과 관련하여 분석하였고, 홍창준과 김구연(2012)은 국내 중학교 교과서에서 제시된 함수 영역의 수학 과제가 학생들이 일상생활에서 일어나는 여러 문제를 수학적으로 해결할 수 있는 기회를 갖도록 하는지 알아보았으며, 김미희와 김구연(2013)은 2007 개정 교육과정에 기반한 고등학교 1학년 수학교과서가 학생들의 학습 과정을 지원하는 도구로써 수학 과제를 어떻게 제시하는지를 분석하였지만 2015 개정 수학과 교육과정을 반영한 교과서 분석은 아직 미흡한 실정이다.

교과서를 분석하려면 먼저 교과서를 구성하는 요소를 살펴보아야 하고 그 중에서 학생들의 수학적 지식을 구조화하는데 중요한 영향을 미치는 것은 수학 과제라고 할 수 있다. Cai, Moyer, Nie, & Wang(2010)과 Stein, Grover, & Henningsen(1996)는 수학 과제란 주어진 수학적 개념에 대해 학생들의 주의를 끌기 위한 교실 활동으로 정의하였고, 학생들은 수학 과제를 통해 무엇을 학습해야 하고 어떻게 생각해야 하는지 또 과제를 어떻게 활용해야 하는지에 관한 수학적 감각을 얻을 수 있다고 주장하였다. 또한 NCTM(2000)에서는 의미 있는 수학 과제는 학생들의 동기유발 및 이해력과 사고력을 향상시킨다고 하였고 NCTM(1991)에서는 학생들이 학습할 수 있는 기회는 단순히 학생들을 모둠으로 편성하여 만들어지는 것이 아니라 학생들이 학습에 참여하는 사고의 종류와 수준으로 만들어지기 때문에 의미 있는 과제를 성공적으로 수행하기 위해 요구되는 사고인 인지적 요구 수준을 언급하였다. 같은 맥락에서 Stein과 Smith(1998)도 인지적 요구 수준을 강조하며 학생들로 하여금 일상적인 방법으로 기억된 절차를 수행하도록 요구하는 과제, 학생들이 의미나 연관 있는 수학적 아이디어의 연결을 만드는 부분을 자극하는 과제 등은 학생들의 사고에 대하여 각각 다른 학습의 기회로 이끈다고 하였다. 이러한 이유로 수학 과제의 인지적 요구 수준은 수학 지식의 이해에 영향을 주기 때문에 학생들의 학습에서 수학 과제의 영향력을 생각한다면 교사는 과제에서 요구하는 학생들의 인지적 수준을 파악하는 것은 중요하다고 볼 수 있다(홍창준, 김구연, 2012).

이에 본 연구에서는 중학교 3학년까지의 수학 내용을 학습한 후 고등학생들이 필수적으로 이수하는 고등학교 공통과목인 <수학>교과서를 대상으로 2015 개정 수학과 교육과정의 핵심 내용 중 하나인 교과 역량을 함양하기 위해 구체화한 활동을 분석하였다. 구체적으로 2015 개정 교육과정을 기반한 <수학>교과서에는 교과 역량을 함양하기 위한 과제는 얼마나 구현되었고 또 이러한 교과 역량 함양을 위한 목적으로 만들어진 과제들의 인지적 요구 수준은 어떠한지를 연구 질문으로 설정하고 교과서 분석을 실시하였다.

II. 이론적 배경

1. 수학 교과 역량

인문학적 상상력과 과학기술 창조력을 균형 있게 갖춘 창의·융합형 인재 양성을 위해 추진된 2015 개정 교육과정은 미래사회가 요구하는 핵심역량을 구현하고, 배움을 즐기는 행복 교육이 가능하도록 학습내용을 적정화하며, 교수·학습 및 평가 방법을 개선하여 교실 수업을 혁신하고자 하였다(교육부,

고등학교 <수학>교과서에 제시된 교과 역량 과제 분석

2015). 이에 2015 개정 수학과 교육과정의 방향은 교육과정 총론이 추구하는 방향을 따르고 국제적인 수학 교육 동향을 반영하여 ‘수학 교과 역량의 구현’, ‘학습 부담 경감 추구’, ‘학습자의 정의적 측면 강조’, ‘실생활 중심의 통계 내용 재구성’, ‘공학적 도구의 활용 강조’로 선정하였다(박경미 외, 2015). 2015 개정 교육과정에서 주목할 점은 핵심역량의 강조인데 이를 반영한 수학 교과 역량은 이전 수학과 교육과정에서 강조한 ‘문제 해결’, ‘추론’, ‘의사소통’과 ‘창의·융합’, ‘정보 처리’, ‘태도 및 실천’을 추가하여 여섯 가지의 수학 교과 역량을 <표 II-1>와 같이 규정하였다.

<표 II-1> 수학 교과 역량의 의미(박경미 외, 2015, p.39~42)

교과역량	의미
문제 해결 능력	해결 방법을 알고 있지 않은 문제 상황에서 수학의 지식과 기능을 활용하여 해결 전략을 탐색하고 최적의 해결 방안을 선택하여 주어진 문제를 해결하는 능력
추론 능력	수학적 사실을 추측하고 논리적으로 분석하고 정당화하며 그 과정을 반성하는 능력
창의·융합 능력	수학의 지식과 기능을 토대로 새롭고 의미 있는 아이디어를 다양하고 풍부하게 산출하고 정교화하며, 여러 수학적 지식, 기능 경험을 연결하거나 수학과 타 교과나 실생활의 지식, 기능 경험을 연결·융합하여 새로운 지식, 기능, 경험을 생성하고 문제를 해결하는 능력
의사소통 능력	수학 지식이나 아이디어, 수학적 활동의 결과, 문제 해결 과정, 신념과 태도 등을 말이나 글, 그림, 기호로 표현하고 다른 사람의 아이디어를 이해하는 능력
정보처리 능력	다양한 자료와 정보를 수집·정리·분석·활용하고 적절한 공학적 도구나 교구를 선택 및 이용하여 자료와 정보를 효과적으로 처리하는 능력
태도 및 실천 능력	수학의 가치를 인식하고 자주적 수학 학습 태도와 민주 시민의식을 갖추어 실천하는 능력

박경미 외(2015)에 의하면 교과 역량으로 ‘창의·융합’을 선정한 이유는 학생들의 창의적 사고를 신장시키기 위해 수학을 기능으로 학습하는 것을 넘어서 수학 내적 연결성 학습 강화와 수학과 인접 분야의 통합, 즉 수학 외적 연결성 학습의 필요성으로 제시되었고, ‘정보 처리’는 학생들이 수학에 대한 지식을 실제 문제 상황에 적용하고 주어진 정보와 공학 도구를 사용하여 문제를 해결하는 역량이 부족한 것으로 보이는 PISA결과에 따라 선정되었으며, ‘태도 및 실천’도 우리나라 대부분의 학생들이 학습 동기가 미약하고 수학에 대한 흥미와 자신감이 매우 낮은 수준이라는 PISA와 TIMSS의 결과를 볼 때 하나의 교과 역량으로 설정하여 강조할 필요가 있어 수학 교과 역량으로 선정하였다고 하였다.

고등학교 <수학>과목의 교과 역량 함양을 위해 2015 개정 수학과 교육과정의 교수·학습 방법에서 강조하는 사항은 [그림 II-1]와 같다(교육부, 2015).

교과역량	내용
문제 해결 능력	① 문제를 해결할 때에는 문제를 이해하고 해결 전략을 탐색하며 해결 과정을 실행하고 검증 및 반성하는 단계를 거치도록 한다. ② 협력적 문제 해결 과제에서는 균형 있는 책임 분담과 상호작용을 통해 동료들과 협력하여 문제를 해결하게 한다. ③ 수학적 모델링 능력을 신장하기 위해 생활 주변이나 사회 및 자연 현상 등 다양한 맥락에서 파악된 문제를 해결하면서 수학적 개념, 원리 법칙을 탐구하고 이를 일반화하게 한다. ④ 문제 해결력을 높이기 위해 주어진 문제를 변형하거나 새로운 문제를 만들어 해결하고 그 과정을 검증하는 문제만들기 활동을 장려한다.
추론 능력	① 관찰과 탐구상황에서 귀납, 유추 등의 개연적 추론을 사용하여 학생 스스로 수학적 사실을 추측하고 적절한 근거에

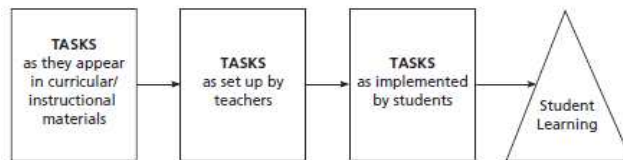
최희선

	<p>기초하여 이를 정당화할 수 있게 한다.</p> <p>② 수학의 개념, 원리, 법칙을 도출하는 과정과 수학적 절차를 논리적으로 수행하게 한다.</p> <p>③ 추론 과정이 옳은지 비판적으로 평가하고 반성하도록 한다.</p>
창의·융합 능력	<p>① 새롭고 의미 있는 아이디어를 다양하고 풍부하게 산출할 수 있는 수학적 과제를 제공하여 학생의 창의적 사고를 촉진시킨다.</p> <p>② 하나의 문제를 여러 가지 방법으로 해결하게 하고, 해결 방법을 비교하여 더 효율적인 방법을 찾거나 정교화하게 한다.</p> <p>③ 여러 수학적 지식, 기능, 경험을 연결하거나 수학과 타 교과나 실생활의 지식, 기능, 경험을 연결·융합하여 새로운 지식, 기능, 경험을 생성하고 문제를 해결하게 한다.</p>
의사소통 능력	<p>① 수학 용어, 기호, 표, 그래프 등의 수학적 표현을 이해하고 정확하게 사용하며, 수학적 표현을 만들거나 변화하는 활동을 하게 한다.</p> <p>② 수학적 아이디어 또는 수학 학습 과정과 결과를 말, 글, 그림, 기호, 표, 그래프 등을 사용하여 다른 사람과 효율적으로 의사소통할 수 있게 한다.</p> <p>③ 다양한 관점을 존중하면서 다른 사람의 생각을 이해하고 수학적 아이디어를 표현하며 토론하게 한다.</p>
정보처리 능력	<p>① 실생활 및 수학적 문제 상황에서 적절한 자료를 탐색하여 수집하고, 목적에 맞게 정리, 분석, 평가하며, 분석한 정보를 문제 상황에 적합하게 활용할 수 있게 한다.</p> <p>② 교수·학습 과정에서 적절한 교구를 활용한 조작 및 탐구 활동을 통해 수학의 개념과 원리를 이해하도록 한다.</p> <p>③ 계산 능력 배양을 목표로 하지 않는 교수·학습 상황에서의 복잡한 계산 수행, 수학의 개념, 원리, 법칙의 이해, 문제 해결력 향상 등을 위하여 계산기, 컴퓨터, 교육용 소프트웨어 등의 공학적 도구를 이용할 수 있게 한다.</p>
태도 및 실천 능력	<p>① 수학을 생활 주변과 사회 및 자연 현상과 관련지어 지도하여 수학의 필요성과 유용성을 알게 하고, 수학의 역할과 가치를 인식할 수 있게 한다.</p> <p>② 수학에 대한 관심과 흥미, 호기심과 자신감을 갖고 수학학습에 적극적으로 참여하게 하며, 끈기 있게 도전하도록 격려하고 학습 동기와 의욕을 유발한다.</p> <p>③ 학생 스스로 목표를 설정하고 학습을 수행하며 학습 결과를 평가하는 자주적 학습 습관과 태도를 갖게 한다.</p> <p>④ 수학적 활동을 통하여 정직하고 공정하며 책임감 있게 행동하고 어려움을 극복하기 위해 도전하는 용기 있는 태도, 타인을 배려하고 존중하며 협력하는 태도, 논리적 근거를 토대로 의견을 제시하고 합리적으로 의사 결정하는 태도를 갖고 이를 실천하게 한다.</p>

[그림 II-1] <수학>과목의 교수·학습 방법에 제시된 교과 역량 함양을 위한 강조사항(교육부, 2015, p.55~56)

2. 수학 과제의 인지적 요구 수준

1970년대 후반부터 교수·학습의 단위로 과제에 대한 연구는 시작되었고 Doyle(1983)은 과제의 인지적 요구 수준에 영향을 미칠 토대를 마련하였다. 그는 학생들의 학업 과제를 학생들이 산출해야 하는 과정과 답으로 정의하고 그 범주를 암기 과제, 절차적 또는 일상적인 과제, 이해 과제, 의견 과제로 구분하였으며 이러한 범주에 속한 과제를 성공적으로 완수하기까지 필요한 인지 기능은 다양하다고 언급하였다. Doyle의 학업 과제에 대한 연구는 QUASAR(Quantitative Understanding: Amplifying Student Achievement and Reasoning) 팀이 개발한 수학 과제의 구조에 대한 이론적 배경을 제공하였다(Stein et al., 1996; Stein & Smith, 1998). 수학 과제의 구조는 [그림 II-2]과 같이 학생의 학습과 과제 실행의 세 단계 간의 관계를 나타내고, 이 모델에서의 과제는 처음에는 교육과정 자료로 표시되며 다음은 교사가 설정하고 마지막으로 교실의 학생들에 의해 실행된다(Stein & Smith, 1998).



[그림 II-2] 수학 과제의 구조 (Stein & Smith, 1998, p.270)

Stein 외(1996)과 Cai 외(2010)는 수학 과제를 특정한 수학적 개념에 대해 학생들의 학습을 집중시키는 목적인 수업활동, 프로젝트, 질문, 문제, 구성, 응용, 연습활동으로 정의하고, 이 활동이 지향하는 기본적인 아이디어가 달라지지 않는 한 다른 과제 또는 새로운 과제로 분류되지 않는다고 하였다. 또한 수학 과제는 학생들이 배우는 수학적 내용 뿐 아니라 그들이 생각한 내용을 어떻게 발전시켜 사용할 수 있는지 수학적으로 이해하는 방법을 결정한다고 언급하였다(Stein et al., 1996).

Stein과 Smith(1998)는 수학 과제를 인지적 요구 수준의 측면에서 분석하였는데, 인지적 요구는 학생들이 과제를 수행할 때 필요한 사고 과정의 종류를 의미하며 이는 개념이나 이해에 주의를 기울이거나 그렇지 않을 때의 암기, 절차 및 알고리즘의 사용, 수학을 수행(예, 추측, 정당화, 해석 등)하는 전형적인 복잡한 사고와 추론 전략의 사용을 포함한다고 하였다. 과제가 요구하는 인지적 수준이 중요하다 주장한 NCTM(1991)과 같이 그들도 학생들의 학습 기회는 학생들이 과제를 수행하는 사고의 종류와 수준으로 만들어지기 때문에 수학 과제의 인지적 요구 수준이 중요하다고 주장하였다.

Stein과 Smith(1998)는 수학 과제의 인지적 요구 수준에 따른 과제 유형을 다음과 같이 설명하였다. 먼저 학생들의 낮은 인지적 수준을 요구하는 과제를 두 가지의 유형으로 첫째, 암기 과제(Memorization Tasks 이하 Low-M)유형은 학습한 사실, 규칙, 공식, 정의를 재생산하거나 기억하는 것 또는 해결 절차가 존재하지 않거나 절차를 이용하기에는 과제 해결 시간이 너무 짧아서 절차를 이용하여 해결할 수 없는 특징이 있다. Low-M 유형은 이전에 접한 자료의 정확한 재생산과 재생산된 내용이 명확하게 직접적으로 언급되기 때문에 애매모호하지 않으며, 학습하거나 재생산된 사실, 규칙, 공식, 정의에 기초한 개념 또는 의미와는 연결되지 않는다고 하였다. 둘째로 이해, 의미, 개념과 연결이 없는 절차 과제(Procedures without connections to understanding, meaning, or concepts Tasks 이하 Low-P)유형은 알고리즘적이고 절차의 사용은 사전지식, 경험, 또는 과제의 배치에 근거하여 명백하게 요구되며, 이 과제의 성공적인 완료를 위해서는 제한된 인지적 요구를 필요로 하며 수행해야 할 작업과 방법에 대한 모호함은 거의 없는 것이 특징이 있다. Low-P 유형은 과제 해결에 사용되는 절차의 기초가 되는 개념 또는 의미와는 관련이 없고 수학적 이해를 발달시키는 것보다 정확한 답을 만들어내는 것에 주목하며 설명을 요구하지 않거나 이미 사용한 절차를 묘사하는 것에 한하여 설명을 요구한다고 하였다. Stein과 Smith(1998)는 학생들에게 높은 인지적 수준을 요구하는 과제도 두 가지 유형으로 제시하였다. 첫째로 이해, 의미, 개념과 연결이 있는 절차 과제(Procedures with connections to understanding, meaning, or concepts Tasks 이하 High-P)유형은 수학적 개념과 아이디어의 이해에 있어 높은 수준으로 발달시키는 목적으로 절차의 사용에 학생들의 관심을 집중시키는 특징이 있다. High-P 유형은 개념적 아이디어에 기초하여 관련 있는 일반적 절차인 경로를 명시적 또는 암묵적으로 제안하고, 다양한 방법(예, 시각적 다이어그램, 조작법, 기호, 문제 상황)으로 표현하여 이들을 연결하는 것이 의미 개발에 도움이 되고, 학생들이 성공적으로 과제를 수행하고 이해를 발전시키기 위해서 절차의 기초가 되는 개념적 아이디어에 참여해야 한다고 하였다. 둘째로 언급한 수학 활동 과제(Doing Mathematics Tasks 이하 High-D)유형은 복잡하고 비알고리즘적(예, 과제, 과제지시, 또는 해결된 예제로부터 명시적으로 제안한 예측가능하고 잘 연습된 접근법이나 경로가 없는) 사고와 학생들에게 수학적 개념, 과정이나 관계의 성격을 탐구하고 이해하도록 요구하는 특징이 있다. High-D 유형은 학생 자신의 인지적 과정에 대한 자기 관찰이나 자기 통제, 학생들이 관련 지식과 경험을 바탕으로 과제수행에서 이들을 적절하게 사용하는 것을 요구한다. 또한 학생들이 과제를 분석하고 해결 가능한 전략과 답을 제한할 수 있는 과제제약을 적극적으로 검토하도록 요구하고 이 과제를 수행할 때에는 예측할 수 없는 해결 과정의 성질로 인해 학생들에게 어느 정도의 불안감이 따르게 된다고 언급하였다. Stein과 Smith(1998)는 이러한 인지적 요구 수준에 따른 네 가지 과제 유형의 예를 [그림 II-3]과 같이 제시하였다.

최희선

[Lower-Level Demands]									
Memorization Task	Procedures without connections to understanding, meaning, or concepts Task								
<p>What are the decimal and percent equivalents for the fractions $\frac{1}{2}$ and $\frac{1}{4}$?</p> <p><i>Expected student response:</i></p> $\frac{1}{2} = 0.5 = 50\% \quad \frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$	<p>Convert the fraction $\frac{3}{8}$ to a decimal and a percent.</p> <p><i>Expected student response:</i></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Fraction</th> <th>Decimal</th> <th>Percent</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\frac{3}{8}$</td> <td> $\begin{array}{r} 0.375 \\ 8 \overline{) 3.000} \\ \underline{24} \\ 60 \\ \underline{56} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$ </td> <td>$0.375 = 37.5\%$</td> </tr> </tbody> </table>	Fraction	Decimal	Percent	$\frac{3}{8}$	$ \begin{array}{r} 0.375 \\ 8 \overline{) 3.000} \\ \underline{24} \\ 60 \\ \underline{56} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array} $	$0.375 = 37.5\%$		
Fraction	Decimal	Percent							
$\frac{3}{8}$	$ \begin{array}{r} 0.375 \\ 8 \overline{) 3.000} \\ \underline{24} \\ 60 \\ \underline{56} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array} $	$0.375 = 37.5\%$							
[Higher-Level Demands]									
Procedures with connections to understanding, meaning, or concepts Task	Doing mathematics Task								
<p>Using a 10×10 grid, identify the decimal and percent equivalents of $\frac{3}{5}$.</p> <p><i>Expected student response:</i></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Pictorial</th> <th>Fraction</th> <th>Decimal</th> <th>Percent</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>$\frac{60}{100} = \frac{3}{5}$</td> <td>$\frac{60}{100} = 0.60$</td> <td>$0.60 = 60\%$</td> </tr> </tbody> </table>	Pictorial	Fraction	Decimal	Percent		$\frac{60}{100} = \frac{3}{5}$	$\frac{60}{100} = 0.60$	$0.60 = 60\%$	<p>Shade 6 small squares in a 4×10 rectangle. Using the rectangle, explain how to determine each of the following: (a) the percent of area that is shaded, (b) the decimal part of area that is shaded, and (c) the fractional part of area that is shaded.</p> <p><i>One possible student response:</i></p> <p>(a) One column will be 10%, since there are 10 columns. So four squares is 10%. Then 2 squares is half a column and half of 10%, which is 5%. So the 6 shaded blocks equal 10% plus 5%, or 15%.</p> <p>(b) One column will be 0.10, since there are 10 columns. The second column has only 2 squares shaded, so that would be one-half of 0.10, which is 0.05. So the 6 shaded blocks equal 0.1 plus 0.05, which equals 0.15.</p> <p>(c) Six shaded squares out of 40 squares is $\frac{6}{40}$, which reduces to $\frac{3}{20}$.</p>
Pictorial	Fraction	Decimal	Percent						
	$\frac{60}{100} = \frac{3}{5}$	$\frac{60}{100} = 0.60$	$0.60 = 60\%$						

[그림 II-3] 분수와 소수 및 백분율 사이의 관계를 결정하는 과제에 대한 인지적 요구 수준(Stein & Smith, 1998, p.269)

[그림 II-3]는 분수와 소수 및 백분율 사이의 관계를 결정하는 과제로 서로 다른 인지적 수준을 요구하는 네 가지의 활동을 보여주었다. 먼저 낮은 수준으로 접근하는 방식 중 Low-M 유형은 학생들이 $\frac{1}{2}=0.5=50\%$ 와 같이 구체적인 분수량을 암기하는 반응을 예상할 수 있는 과제, Low-P 유형은 학생들이 $\frac{3}{8}$ 은 분자를 분모로 나누어 소수 0.375로 변환하고 소수점을 오른쪽으로 두 번 이동하여 37.5%로 바꾸는 의미 없는 표준 변환 알고리즘으로 변환하는 방식인 응답을 예상할 수 있는 과제라고 하였다. 또 그들은 수학 과제에 대해 높은 인지적 수준을 요구하는 접근은 절차를 사용할 수 있지만 [그림 II-2]에서와 같이 분수, 소수 및 백분율의 수학적 의미를 연결하는 방식으로 사용할 수도 있어서 High-P 유형은 10×10 격자에서 부분과 전체의 관계에 대한 개념을 생각할 수 있도록 활동하는 과제라고 하며, 학생들은 격자를 사용하여 0.6이 $\frac{3}{5}$ 또는 60%와 동일한 양을 나타내는 방법을 설명하도록 요구받을 수 있다고 하였다. 그리고 과제에 대해 또 다른 높은 수준의 접근 방식인 High-D 유형은 학생들에게 분수량을 나타내는 다양한 방법의 관계를 탐구하도록 요구하는 즉 학생들에게 다양한 크기의 격자를 사용한 새로운 방식으로 개념을 이해하도록 요구하는 과제라고 설명하였다(Stein & Smith, 1998).

III. 연구방법

고등학교 1학년 <수학>교과서에 제시된 교과 역량을 함양하기 위한 과제 분석을 위해 2015 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정(교육부, 2015)을 따라 개발된 고등학교 검정교과서 전체 9권을 분석 대상으로 하였다. 대상 교과서는 (주)교육사(권오남 외 14인, 2017), (주)금성출판사(배종숙 외 6인, 2017), 동아출판(주)(박교식 외 19인, 2017), (주)미래엔(황선욱 외 8인, 2017), (주)비상교육(김원경 외 14인,

2017), (주)좋은책 신사고(고성은 외 6인, 2017), (주)지학사(홍성복 외 10인, 2017), (주)천재교과서(류희찬 외 10인, 2017), (주)천재교육(이준열 외 9인, 2017)이고 이들을 임의로 순서를 정하여 A교과서부터 I교과서로 표기하였고 9종의 교과서가 포함하고 있는 내용 영역에 따른 단위 구분은 <표 III-1>와 같다.

<표 III-1> <수학>교과서의 내용영역에 따른 단위 구분

내용 영역	단위	내용
문자와 식	I. 다항식	다항식의 연산, 항등식과 나머지정리, 인수분해
	II. 방정식과 부등식	복소수와 그 연산, 이차방정식의 판별식, 이차방정식의 근과 계수의 관계, 이차방정식과 이차함수의 관계, 이차함수의 최대, 최소, 삼차방정식과 사차방정식, 연립이차방정식, 연립일차부등식, 이차부등식과 연립이차부등식
기하	III. 도형의 방정식	두 점 사이의 거리, 선분의 내분과 외분, 직선의 방정식, 두 직선의 평행과 수직, 원의 방정식, 원과 직선의 위치관계, 평행이동, 대칭이동
수와 연산	IV. 집합과 명제	집합의 뜻과 포함관계, 집합의 연산, 명제와 조건, 명제사이의 관계, 명제의 증명과 절대부등식의 증명
함수	V. 함수	함수의 뜻과 그래프, 합성함수, 역함수, 유리함수, 무리함수
확률과 통계	VI. 경우의 수	경우의 수, 순열, 조합

이 연구에서는 단위 도입 부분에서 이전 학년에서 배웠던 내용의 복습용 문제와 개념 설명을 위해 도입한 예제는 제외하고 본문 부분에서 개념 설명 및 예제 후에 제시되는 모든 문제를 수학 과제로 생각하였다. 아울러 하나의 문제 상황 아래 유사하고 연관성 있는 여러 개의 문제들이 있을 경우는 하나의 수학 과제로, 연관성이 없는 문제들은 각각 다른 과제로 분류하였다. 이러한 기준으로 분류한 각 교과서별 수학 과제의 개수는 <표 III-2>와 같다.

<표 III-2> <수학>교과서 9종의 수학 과제 개수

	A교과서	B교과서	C교과서	D교과서	E교과서	F교과서	G교과서	H교과서	I교과서
과제 개수	520	625	535	522	581	575	450	637	554

<표 III-2>와 같이 분류한 수학 과제에서 2015 개정 교육과정에서 강조하는 교과 역량인 ‘문제해결’, ‘추론’, ‘창의·융합’, ‘의사소통’, ‘정보처리’, ‘태도 및 실천’의 함양을 위한 목적으로 제시한 과제는 얼마나 있고, 또 그러한 과제는 학생들에게 어느 정도의 인지적 수준을 요구하고 있는지를 분석하였다. 구체적으로 교과서에 제시된 수학 과제 중, 6개 역량의 명칭이 표시된 과제에 대하여 Stein 외 (2000)의 과제의 특징과 인지적 수준의 관계를 적용하여 제안한 수학과제 분석틀(<표 III-3>)을 바탕으로 나타난 특징이 어떠한지를 분석하였다.

<표 III-3> Stein, Smith, Henningsen, & Silver가 제안한 인지적 요구 수준의 분석틀(Stein et al., 2000, p.16)

인지적 요구수준	과제유형	특징
Low-Level	Low-M	· 이미 알고 있는 사실, 규칙, 공식 및 정의를 재생함 · 해결하는 절차적 과정이 필요하지 않음 · 이전에 학습한 내용을 똑같이 또는 유사하게 재생하는 것으로 단순하고

최희선

		<p>명확함</p> <ul style="list-style-type: none"> · 사실, 규칙, 공식 또는 학습되거나 재현되는 정의에 기초한 의미나 개념에 아무런 관련이 없음
	Low-P	<ul style="list-style-type: none"> · 알고리즘적이고 해결하는 절차적 과정은 이전의 경험에 기초한 것이므로 해결방법은 구체적이고 분명함 · 성공적인 수행을 위해 제한된 인지적 요구가 필요하며 무엇을 해야 하는지 어떻게 해야 하는지에 대한 모호함이 거의 없음 · 사용되는 절차의 기초가 되는 개념 또는 의미와는 관련이 없어 수학적 이해를 발달시키는 것보다 정확한 답을 구하는 것에 주목 · 설명을 요구하지 않거나 이미 사용한 절차를 묘사하는 것에 한하여 설명을 요구함
High-Level	High-P	<ul style="list-style-type: none"> · 수학적 개념과 아이디어의 이해 측면에서 높은 수준으로 발달시키기 위해 절차 사용에 중점을 둠 · 해결 과정에서 개념적 아이디어에 기초하여 연관되는 광범위한 일반적인 절차를 명시적으로든 암묵적으로든 제안함 · 여러 표현들의 연결은 의미전개에 도움이 되기 때문에 다양한 방법(시각적 다이어그램, 조작, 기호, 문제 상황)으로 표현하기를 제안함 · 성공적인 과제 수행과 이해를 위해 절차의 기초가 되는 개념적 아이디어를 활용해야 함
	High-D	<ul style="list-style-type: none"> · 비알고리즘적(예측 가능하고 명시적으로 제시되거나 잘 연습된 접근법이나 과정이 없는)인 사고를 요구 · 수학적 개념, 과정이나 관계의 성격을 탐구하고 이해하도록 요구 · 과제를 분석하고 해결 가능한 전략과 답을 제한할 수 있는 과제 제약을 적극적으로 검토하도록 요구 · 과제 수행에서 관련 지식과 경험을 적절하게 사용하는 것을 요구 · 상당한 인지적 노력이 요구되고 예측할 수 없는 해결과정으로 어느 정도의 불안감이 따름

연구자와 교과서 집필 경험이 있는 현직 중등교사 2명이 교과 역량을 함양하기 위한 과제의 인지적 요구 수준을 분석하였는데, 1차로 교과 역량 함양 과제로 분류한 과제의 약 15%정도에 대한 개별 분석을 실시하였다. 1차 분석 결과 분석자간 불일치한 결과가 있어서 이 과제들에 대한 합의를 도출하였다. 이후 남은 85%에 대한 2차 개별분석을 실시하였고 과제에 대한 3명의 분석자간 일치도는 <표 III-4>와 같이 .90이상이므로 높다고 볼 수 있다. 아울러 2차 개별분석 과정에서 불일치한 과제에 대해 세 명의 분석자가 협의하여 최종 합의를 도출하였다.

<표 III-4> 수학교과 역량 함양을 위한 과제의 분석자간 일치도 통계

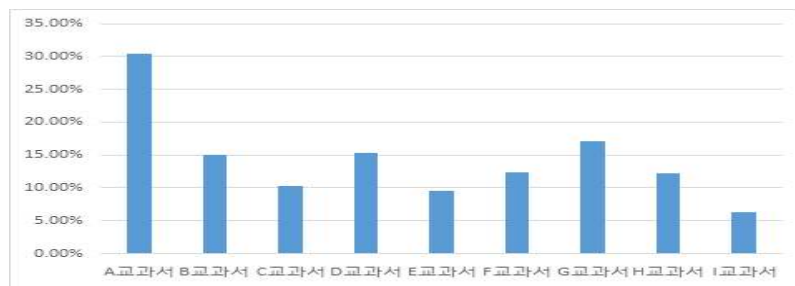
	분석자 2	분석자 3
분석자 1	0.95	0.96
분석자 2	-	0.94

IV. 연구결과

9종의 고등학교 1학년 <수학>교과서가 포함하는 과제 수는 4999개였고, 각 교과서에서 제시한 수학 교과 역량을 함양하기 위한 과제 수는 703개이었고(<표 IV-1>), 교과 역량을 함양하기 위한 과제 수는 교과서에 따라서 편차가 큰 편이었다([그림 IV-1]).

<표 IV-1> <수학>교과서의 교과 역량을 함양하기 위한 과제 개수 및 비율

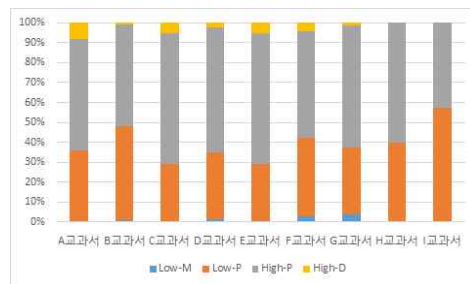
	A교과서	B교과서	C교과서	D교과서	E교과서	F교과서	G교과서	H교과서	I교과서
과제개수	158	94	55	80	55	71	77	78	35
(비율)	(30.4%)	(15.0%)	(10.3%)	(15.3%)	(9.5%)	(12.3%)	(17.1%)	(12.2%)	(6.3%)



[그림 IV-1] <수학>교과서의 교과 역량을 함양하기 위한 과제 비율

교과 역량 함양을 위한 과제의 비율이 가장 낮은 교과서는 I교과서로써 전체 수학과제 554개 중 35개인 6.3%의 비율이었고, 가장 높은 비율로 교과 역량 함양을 위한 과제를 포함한 교과서는 A교과서로 전체 수학과제 520개 중 158개로써 30.4%로 나타났다. B교과서는 전체 수학과제 625개 중 94개인 15.0%, C교과서는 535개의 수학과제 중 55개인 10.3%, D교과서는 522개의 수학과제 중 80개인 15.3%, E교과서는 581개의 수학과제 중 55개인 9.5%, F교과서는 575개의 수학과제 중 71개인 12.3%, G교과서는 450개의 수학과제 중 77개인 17.1%, H교과서는 637개의 수학과제 중 78개인 12.2%의 비율로 교과 역량을 함양하기 위한 과제가 제시되었다.

다음은 9종의 <수학>교과서에 제시된 수학 교과 역량을 함양하기 위한 과제를 Stein 외(2000)가 제시한 인지적 요구 수준과 그에 따른 과제유형으로 분석한 결과는 [그림 IV-2]과 <표 IV-2>와 같다.



[그림 IV-2] <수학>교과서의 교과 역량 함양을 위한 과제의 인지적 요구 수준에 따른 과제 유형 비율

최희선

<표 IV-2> <수학>교과서의 교과 역량 함양을 위한 과제의 인지적 요구 수준에 따른 과제 유형 개수 및 비율

교과서	인지적요구수준			
	Low-M	Low-P	High-P	High-D
A교과서	1 (0.7%)	56 (35.4%)	88 (55.7%)	13 (8.2%)
	57 (36.1%)		101 (63.9%)	
B교과서	1 (1.0%)	44 (46.9%)	48 (51.1%)	1 (1.0%)
	45 (47.9%)		49 (52.1%)	
C교과서	0 (0.0%)	16 (29.1%)	36 (65.5%)	3 (5.4%)
	16 (29.1%)		39 (70.9%)	
D교과서	1 (1.2%)	27 (33.8%)	50 (62.5%)	2 (2.5%)
	28 (35.0%)		52 (65.0%)	
E교과서	0 (0.0%)	16 (29.1%)	36 (65.5%)	3 (5.4%)
	16 (29.1%)		39 (70.9%)	
F교과서	2 (2.8%)	28 (39.5%)	38 (53.5%)	3 (4.2%)
	30 (42.3%)		41 (57.7%)	
G교과서	2 (2.6%)	26 (33.8%)	48 (62.3%)	1 (1.3%)
	28 (36.4%)		49 (63.6%)	
H교과서	0 (0.0%)	31 (39.7%)	47 (60.3%)	0 (0.0%)
	31 (39.7%)		47 (60.3%)	
I교과서	0 (0.0%)	20 (57.1%)	15 (42.9%)	0 (0.0%)
	20 (57.1%)		15 (42.9%)	
총계	7 (1.0%)	264(37.5%)	406(57.8%)	26 (3.7%)
	271(38.5%)		432(61.5%)	

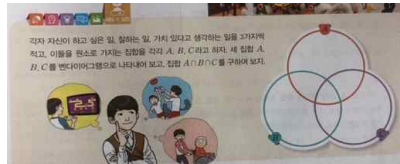
Stein 외(2000)의 인지적 요구 수준에 따른 과제 유형 분석들에 따라 9종 <수학>교과서의 교과역량 함양을 위한 과제를 분석한 결과 학생들의 낮은 인지적 수준을 요구하는 과제는 271개(38.5%), 높은 인지적 수준을 요구하는 과제는 432개(61.5%)로 나타났다. 이는 <수학>교과서의 교과 역량 함양을 위한 과제가 학생들에게 해결의 절차적 과정을 만드는 사고를 요구하여 단순한 학습이 아닌 수학적인 의미와 과정 등을 탐구할 수 있는 기회를 제공하는 것으로 볼 수 있다.

9종의 <수학>교과서에서 학생들의 낮은 인지적 수준을 요구하는 과제 중, 암기 과제(Low-M)는 해결 절차가 필요치 않은 단순한 암기 위주로 수행하는 과제로 7개(1.0%), 이해, 의미, 개념과 연결이 없는 절차 과제(Low-P)는 주어진 구체적인 해결 절차를 따라 수행하는 과제로 264개(37.5%)로 나타났다. Low-P 유형으로 분석된 과제들은 학생들이 이전에 학습한 내용을 바탕으로 주어진 절차적 과정에 따라 해결하여 정확한 답을 구하는 경우이었다. 학생들의 높은 인지적 수준을 요구하는 과제 중에서 이해, 의미, 개념과 연결이 있는 절차 과제(High-P)는 여러 가지 방법으로 문제 해결 절차를 생각하여 수학적 개념의 이해를 높은 수준으로 발전시킬 수 있는 과제로 406개(57.8%), 수학 활동 과제(High-D)는 해결 방법이 복잡하고 알고리즘적인 사고가 아닌 다른 높은 수준의 사고를 요구하는 과제로 26개(3.7%)로 나타났다. High-P 유형으로 분석된 과제들은 어느 정도의 인지적 노력을 요구하므로 해결하는 절차적 과정을 수립하여 수학적 지식을 보다 높은 수준으로 발전시킬 수 있는 기회를 제공하는 경우였으며, High-D 유형으로 분석된 과제들은 상당한 인지적 노력을 요구하는 즉, 높은 수준의 사고를 유도하여 해결할 수 있는 과제였다.

구체적으로 살펴보면 Low-M, Low-P, High-P, High-D 유형의 비율은 교과서마다 차이가 있었다.

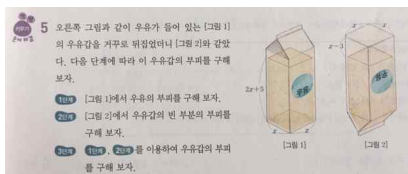
A교과서는 교과 역량 함양을 위한 과제 158개 중 학생들의 높은 인지적 수준을 요구하는 과제는 101개(63.9%), 낮은 인지적 수준을 요구하는 과제는 57개(36.1%)로 나타났고 구체적인 과제유형은 High-P 88개(55.7%), Low-P 56개(35.4%), High-D 13개(8.2%), Low-M 1개(0.7%)의 순으로 나타났다. A교과서는 9종의 <수학>교과서 중에서 교과 역량을 함양하기 위한 과제를 가장 많이 제시하였고 학생들이 도전할만한 High-D 유형의 과제 비율도 가장 높았다. B교과서는 94개의 교과 역량 함양 과제에서 High-P 48개(51.1%), Low-P 44개(46.9%), Low-M과 High-D는 각각 1개(1.0%)로 나타났다. C교과서는 High-P 36개(65.5%), Low-P 16개(29.1%), High-D 3개(5.4%)의 순으로 나타났고 Low-M 유형의 과제는 발견되지 않았다. D교과서는 High-P 50개(62.5%), Low-P 27개(33.8%), High-D 2개(2.5%), Low-M 1개(1.2%)의 순으로 나타났다. E교과서는 High-P 36개(65.5%), Low-P 16개(29.1%), High-D 3개(5.4%) 순으로 나타났고, Low-M으로 분류되는 과제는 없었다. F교과서는 High-P 38개(53.5%), Low-P 28개(39.5%), High-D 3개(4.2%), Low-M 2개(2.8%)의 순으로 나타났고, G교과서는 High-P 48개(62.37%), Low-P 26개(33.8%), Low-M 2개(2.6%), High-D 1개(1.3%)의 순으로 나타났다. H교과서는 High-P 47개(60.3%), Low-P 31개(39.7%)로 나타났고, High-D와 Low-M 유형은 발견되지 않았다. I교과서는 Low-P 20개(57.1%), High-P 15개(42.9%)로 나타났고 High-D와 Low-M으로 분류되는 교과 역량 함양 과제는 없었다. 대부분의 교과서가 교과 역량을 함양하기 위해 제시된 과제는 Low-P와 High-P 유형으로 학생들이 과제를 해결하기 위해 부분적 또는 전체적으로 절차적인 과정을 생각할 수 있도록 유도하는 과제였고, 수학적 지식을 연결하고 해결하는 단계를 탐구하는 높은 수준의 인지적 노력을 요하는 High-D 유형의 과제가 다소 부족한 것을 알 수 있다.

9종의 교과서에 제시된 교과 역량 함양 과제의 인지적 요구수준에 따른 유형을 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

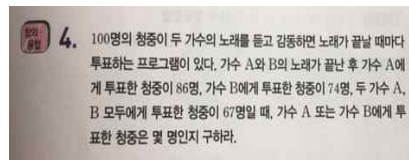


[그림 IV-4] Low-M 유형 과제 예시(B교과서, 2017, p.183)

[그림 IV-4]는 수와 연산 영역의 태도 및 실천 역량 함양을 위한 과제로 학생들은 과제에서 요청하는 자기 자신이 생각하는 일의 종류를 분류하여 각각의 집합을 구성하고 벤다이어그램을 만들어서 해결하는 과제이다. 이 과제는 바로 직전 본문에서 학습한 교집합 정의를 바로 이용하는 과제이므로 학생들이 이전 내용의 정의나 개념 등을 재생하는 수준이기에 Low-M 유형이다.



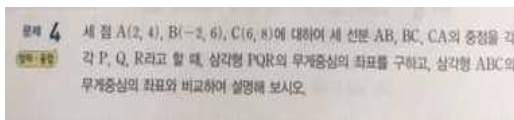
(H교과서, 2017, p.13)



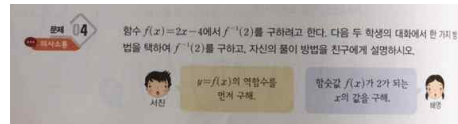
(G교과서, 2017, p.181)

[그림 IV-5] Low-P 유형 과제 예시

[그림 IV-5]의 왼쪽은 문자와 식 영역의 문제해결 역량 함양을 위한 과제로 이전에 학습한 직육면체의 부피를 구하는 식으로 주어진 해결 단계를 따라 우유갑의 부피를 쉽게 해결할 수 있는 Low-P 유형이다. [그림 IV-5]의 오른쪽은 수와 연산 영역의 창의·융합 역량 함양을 위한 과제로 학생들은 본문 학습에서 두 집합이 있을 때 합집합 원소의 개수를 구하는 식을 유도하고 예제에서는 문장제가 아닌 간단한 기호와 식으로 주어진 합집합 원소의 개수를 구하고 난 뒤 주어진 문장제 형태인 과제로써, 이미 학습한 합집합 원소의 개수를 구하는 절차적 과정에 따라 해결하는 과제로 Low-P 유형으로 볼 수 있다.



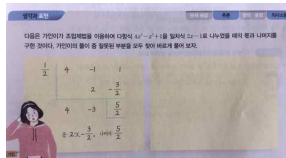
(A교과서, 2017, p.107)



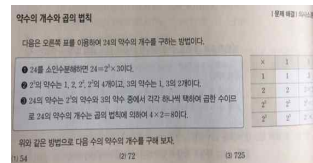
(E교과서, 2017, p.214)

[그림 IV-6] Low-P 유형 과제 예시

[그림 IV-6]의 왼쪽은 기하 영역의 창의·융합 역량 함양을 위한 과제로 학생들은 선분의 내분과 외분에 대한 내용을 익히고, 유제로 일반적인 삼각형의 무게중심 좌표를 구하고 난 뒤 수행하는 과제이다. 이 과제는 선분의 내분과 삼각형의 무게중심의 개념을 확인할 수 있는 구체적인 절차과정을 따라 해결하는 것이므로 Low-P 유형이다. [그림 IV-6]의 오른쪽은 함수 영역의 의사소통 역량 함양을 위한 과제로 학생들이 역함수의 뜻과 성질을 학습하고 나서 구체적인 일차함수의 역함수에 대해 특정한 값을 구하는 것으로 역함수의 내용을 확인하는 Low-P 유형으로 볼 수 있다.



(C교과서, 2017, p.23)

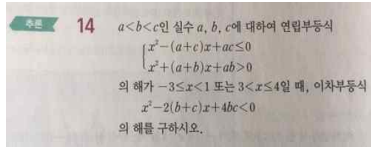


(G교과서, 2017, p.262)

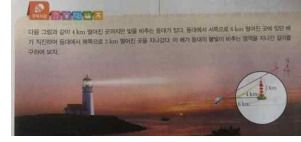
[그림 IV-7] Low-P 유형 과제 예시

[그림 IV-7]의 왼쪽은 문자와 식 영역의 추론과 의사소통 역량 함양을 위한 과제인 Low-P 유형으로 조립제법을 이용하여 다항식을 일차식으로 나눈 몫과 나머지를 구하는 해결 과정을 제시하고, 계산과정의 잘못된 부분을 찾는 과제이다. [그림 IV-7]의 오른쪽은 확률과 통계 영역의 문제해결과 의사소통 역량 함양을 위한 과제인 Low-P 유형으로 약수의 개수를 곱의 법칙을 이용하여 해결하는 과제로, 과제 속에 예시로 24의 약수의 개수를 구하는 절차를 보여줌으로써 이를 그대로 적용하여 쉽게 해결할 수 있다. 이처럼 Low-P 유형 과제는 학생들이 학습한 기초적 수학 개념을 이용하여 간단하게 유추할 수 있도록 과제 수행의 구체적인 절차가 교과서에 사전에 제시되어 있어 학생들이 수월하게 해결할 수 있는 편이다.

고등학교 <수학>교과서에 제시된 교과 역량 과제 분석



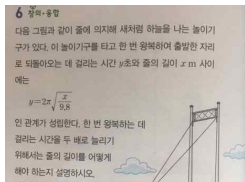
(F교과서, 2017, p.96)



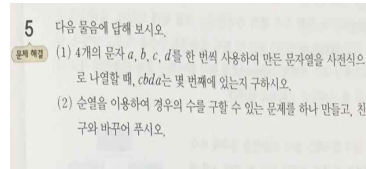
(B교과서, 2017, p.147)

[그림 IV-8] High-P 유형 과제 예시

[그림 IV-8]의 왼쪽은 문자와 식 영역의 추론 역량 함양을 위한 과제로 문제 상황에서 연립이차부 등식의 해가 주어졌을 때, 역으로 이차항의 계수가 1인 연립이차부등식을 찾아내는 절차적 해결 과정을 요구하므로 학생들이 이차부등식과 이차함수의 관계 뿐 아니라 연립이차부등식에 대한 개념 이해를 더 높은 수준으로 향상시킬 수 있는 High-P 유형 과제이다. [그림 IV-8]의 오른쪽은 기하 영역의 문제해결 역량 함양을 위한 과제로 실생활에서 접할 수 있는 소재로 문제 상황을 제시하여 현의 길이는 구하는 과제이다. 이 과제는 학생들이 좌표평면에 주어진 조건을 표시하여 원과 직선의 방정식을 구체적으로 찾고, 원과 현의 성질을 이용하여 해결할 수 있으므로, 과제수행에 있어 개념적 아이디어를 활용해야 하는 즉 절차적 해결과정을 수립하는 것을 학생들에게 요구하는 High-P 유형으로 분류할 수 있다.



(D교과서, 2017, p.246)

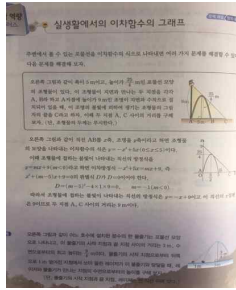


(A교과서, 2017, p.273)

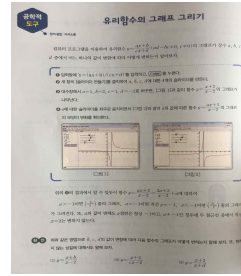
[그림 IV-9] High-P 유형 과제 예시

[그림 IV-9]의 왼쪽은 함수 영역의 창의·융합 역량 함양을 위한 과제로 실생활과 관련된 소재를 활용하여 무리함수가 주어졌을 때 함수식 변수가 변화될 때의 관계를 수학적으로 이해하는 측면에서 절차적 과정을 요구하므로 High-P 유형이다. [그림 IV-9]의 오른쪽은 확률과 통계 영역의 문제해결 역량 함양을 위한 과제로 먼저 경우의 수를 구하는 문제를 제시하고 이어서 순열을 이용하여 문제를 만들어 해결을 유도하는 것으로, 직전의 과제를 모방하여 만드는 과정에서 과제에 담긴 수학적 개념과 해결과정 등을 스스로 재조직하여 해결하는 특징이 있으므로 High-P 유형으로 볼 수 있다.

최희선



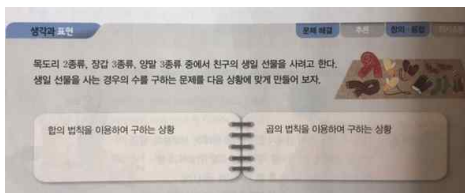
(F교과서, 2017, p.68)



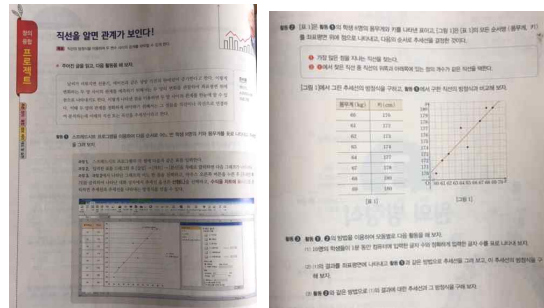
(I교과서, 2017, p.242)

[그림 IV-10] High-P 유형 과제 예시

[그림 IV-10]의 왼쪽은 문자와 식 영역의 문제해결과 창의·융합 역량 함양을 위한 과제로 실생활에서 볼 수 있는 현상에 대한 모양을 이차함수의 그래프로 찾아내 그 식을 구하는 것을 요구하는 과제이다. 이 과제는 학생들이 주어진 상황에서 해결할 수 있는 정보를 찾고 정보를 이용하여 절차적 해결 과정을 유추하도록 요구하고 있고 이차함수에 대한 전반적인 개념을 활용하여 그 의미를 명확히 알 수 있는 기회를 제공하므로 High-P 유형이다. [그림 IV-10]의 오른쪽은 함수 영역의 창의·융합과 의사소통 역량 함양을 위한 과제로 컴퓨터 프로그램을 활용하여 유리함수의 그래프가 변화하는 상수에 따라 어떻게 변하는지를 알아보는 과제이다. 이 과제는 학생들이 예시로 주어진 과제를 모방하여 컴퓨터 프로그램을 통해 여러 그래프의 모양을 비교하고 유리함수 그래프의 의미와 성질을 이해할 수 있도록 유도하는 High-P 유형 과제로 볼 수 있다.



(C교과서, 2017, p.258)



(G교과서, 2017, p.138~139)

[그림 IV-11] High-D 유형 과제 예시

[그림 IV-11]의 왼쪽은 확률과 통계 영역의 문제해결과 창의·융합 역량 함양을 위한 과제로 학생들이 합의 법칙과 곱의 법칙의 내용을 학습하고 이러한 개념을 활용하여 주어진 상황에서 경우의 수를 구하는 문제를 다양하게 만들어 해결할 수 있도록 유도하는 활동으로 과제가 요구하는 수학적 개념을 학생들이 탐구할 수 있는 High-D 유형이다. 이 과제에서는 학생들이 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고 경우의 수를 계산하는 과정의 오류 등을 인지할 수 있는 기회를 제공하여 스스로 자신의 인지적 과정을 조절할 수 있도록 유도하는 과제임을 알 수 있다. [그림 IV-11]의 오른쪽은 기하 영역의 추론, 창의·융합, 정보 처리, 태도 및 실천 역량 함양을 위한 과제로 주어진 정보에서 변화하는 두 양 사이

의 관계를 예측하는 내용으로 실생활 속에 발견되는 수학적 개념을 학생들이 경험할 수 있는 과제이다. 학생들은 이러한 과제를 통해 주변에서 접할 수 있는 상황을 수학적으로 이해하고 분석하며 컴퓨터 프로그램을 활용하여 과제 상황을 예측할 수 있고 과제가 가지고 있는 수학적 의미나 과정 및 관계를 이해하고 탐구할 수 있으므로 High-D 유형으로 볼 수 있다.

V. 결론

본 연구에서는 2015 개정 수학과 교육과정을 반영한 고등학교 공통과목인 <수학>교과서 9종에 제시된 수학 과제 중 교과 역량을 함양하기 위한 과제의 비율은 얼마나 되고, 또 그러한 과제들은 학생들에게 어느 정도의 인지적 수준을 요구하는지를 Stein 외(2000)의 분석틀을 바탕으로 분석한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

첫째, 전체 수학 과제에 대한 교과 역량을 함양하기 위한 과제는 교과서별로 6.3%에서부터 30.4%의 비율로 다양하게 나타나 교과서마다 차이가 있었고, 그 중 4종의 교과서에서는 ‘태도 및 실천’ 역량 함양을 위한 과제가 제시되지 않았다. 이는 수학의 가치를 인식하고 자주적 학습태도를 갖추어 실천하는 능력인 ‘태도 및 실천’ 역량이 정의적인 측면이기 때문에 인지적 측면으로 분류할 수 있는 다른 교과 역량처럼 과제 수행에서 표면적으로 드러나지 않는다고 생각하여 역량 명칭을 과제에 표시하지 않은 것으로 추측할 수 있다. 그리고 교과서에 제시된 수학 교과 역량을 함양하기 위한 과제는 교수·학습 방법에서 강조한 역량의 하위 요소 내용들이 하나 이상 관련되어 있어 명확하게 구분하기 모호하였지만 대체로 교과 역량의 하위 요소 대부분이 반영된 것으로 파악되었다. 다만 문제해결 역량 함양을 위한 과제에서는 문제이해, 전략 탐색, 계획실행 및 반성 요소가 여러 방식으로 관련되어 구현되었으나 수학적 모델링을 구현하는 과제는 거의 없었다. 수학적 모델링 과제는 사회, 자연 현상이나 생활 주변 등 다양한 맥락에서 파악한 비수학적인 상황을 수학적으로 모델화하고 이를 통해 찾아낸 결과를 다시 주어진 상황에 비추어 재해석하는 학생들의 경험적 사고와 수학적 사고를 연결하는 상당히 높은 인지적 수준을 요구한다. 정규 수업시간에 학생들이 모델링 과제를 수행하기에 여러 제약이 있을 수 있으나 모델링 과제는 수학과 실생활이 밀접하게 관련되어 있는 부분을 연결하는 중요한 역할을 하기 때문에 학생들의 수학적 안목을 길러주기 위해서는 교과서에서 수학 과제로 충분히 제시될 필요가 있다. 다음으로 정보 처리 역량을 함양하기 위한 과제는 자료와 정보수집, 정리 및 분석, 해석 및 활용 요소를 포함하는 과제가 다소 적게 나타났는데 이 또한 학생들이 실생활 관련 과제 해결에 정보처리 과정을 활용하기 위해서는 자료와 정보수집, 정리 및 분석, 활용 등이 학습에서 충실히 다룰 수 있는 수학 과제가 필요하다. 그러나 이러한 결과는 교과 역량의 명칭이 표시된 과제만을 대상으로 분석한 결과이므로 실제로는 교과 역량을 함양하기 위한 과제 수 및 교과 역량 과제가 포함하는 교과 역량의 하위 요소 내용의 반영은 본 연구 결과보다는 높을 것으로 예상된다.

둘째, <수학>교과서의 교과 역량을 함양하기 위한 과제는 학생들에게 어느 정도의 인지적 수준을 요구하는 학습의 기회를 제공한다고 볼 수 있다. 김미희와 김구연(2013)의 연구결과는 2종의 고등학교 1학년 수학교과서에 포함된 과제들은 낮은 인지적 요구 수준에 해당하는 Memorization 과제는 5%, Procedures Without Connections 과제가 89%의 비율이었고, 높은 인지적 요구 수준에 해당하는 Procedures With Connections 과제는 5%, Doing Mathematics 과제는 1%의 비율로 나타나 수학 과제의 대부분이 학생들의 낮은 인지적 노력을 요구하는 과제였다. 반면에 본 연구에서는 9종의 <수학>교과서에 제시된 수학 교과 역량 함양 과제들은 학생들의 낮은 인지적 요구 수준에 해당하는 과

제유형은 Low-M은 1.0%, Low-P는 37.5%의 비율로 나타났고, 학생들의 높은 인지적 요구 수준에 해당하는 과제유형은 High-P는 57.8%, High-D는 3.7%의 비율로 나타나 교과 역량 함양 과제들은 어느 정도의 인지적 요구 수준이 있는 것으로 볼 수 있다. 구체적으로는 <수학>교과서에서 제시한 교과 역량 함양을 위한 과제에서 인지적 요구 수준이 낮은 Low-M 과제 유형은 기본적 수학 개념의 정의를 기억하여 재생하는 정도의 활동으로 제시되었고, Low-P 과제 유형은 이전의 학습을 통해 익힌 지식이나 제시한 절차를 이용하여 답을 구하는 활동 또는 일부 절차적 과정을 제시하고 남은 절차를 단순하게 유추할 수 있는 활동으로 나타났다. 인지적 요구 수준이 높은 High-P 과제 유형은 학생들이 과제를 수행하기 위해서는 어느 정도의 절차적 과정을 요구하는 활동으로 제시되었고, High-D 과제 유형은 학생들이 학습한 내용을 바탕으로 수학적 지식을 연결하여 높은 수준의 사고를 유도하는 활동으로 나타났다. 9종 <수학>교과서의 교과 역량 함양 과제가 전체적으로 단순 암기된 지식을 물어보는 Low-M 유형이나 단순한 절차적 과정을 중시하는 Low-P 유형의 교과 역량 함양 과제보다는 해결 절차를 학생들 스스로 만들 수 있는 어느 정도의 비알고리즘적 사고를 유도하는 High-P 유형이나 High-D 유형의 비율이 높은 이유는 교과 역량 함양 과제는 교과서 본문의 중간에 위치한 것보다는 중단원이나 대단원의 마지막 부분에 주로 위치하여 학생들이 해당 단원에서 학습한 전반적인 수학 내용을 활용하여 과제를 수행할 수 있도록 하는 경향이 있기 때문이라고 추측된다. 그리고 교과서에서 제시된 교과 역량 함양 과제들은 역량 명칭이 1개만 표시된 과제보다는 2개 이상 표시된 과제가 더 많았는데 이렇게 여러 역량을 함양하기 위한 과제는 학생들의 복합적인 사고를 유발하는 경향이 있기 때문에 인지적 요구 수준이 높은 High-P나 High-D 유형으로 분석되었다고 볼 수 있다.

그리고 학생들의 높은 인지적 수준을 요구하는 교과 역량 함양 과제 중에서 High-D 유형 과제의 비율이 High-P 유형 과제의 비율보다 굉장히 낮은 것으로 나타났고, 특히 2종의 교과서에서는 High-D 유형의 과제를 발견할 수가 없었다. 이는 학생들이 <수학>교과서에서 상당한 인지적 노력이 필요한 교과 역량 함양 과제를 제공 받지 못하는 것으로 볼 수 있다. High-D 유형 과제는 수학적 개념, 과정, 관계 등의 성격을 탐구하고 이해하도록 요구할 뿐만 아니라 과제 수행에서 관련 지식과 경험을 적절하게 사용하는 폭넓은 사고를 유도한다. 그렇기 때문에 오랜 시간이 걸리고 때로는 학생들에게 불안감이 따르지만 학생들의 수학적 사고력을 기르기 위해서는 높은 수준의 학습을 할 수 있는 기회를 제공해 주는 것이 필요하다. 높은 인지적 요구 수준의 수학 교과 역량 함양을 위한 과제가 학생들의 학업 성취 수준을 반드시 향상시키는 것은 아니지만 인지적 요구 수준이 낮은 과제가 높은 수준의 학습 과정의 목표를 대신해 줄 수 없기 때문에 인지적 요구 수준이 높은 수학 과제가 학생들에게 제공될 필요가 있다(Stein et al., 1996).

수학 과제의 인지적 요구 수준은 학생들이 배울 수 있는 기회를 결정하고(Garrison, 2011), 수학 과제의 인지적 요구 수준에 따른 과제의 선택은 학생들의 학습의 질에 영향을 주기 때문에(Charalambous, 2010) 교과서에서 제시하는 수학 과제는 매우 중요하다고 볼 수 있다. 따라서 학교 수업에서 교육과정을 실행하는 교사는 교과서에 제시된 수학 과제의 인지적 요구 수준을 확인하고, 다양한 수준의 학생들에게 적합한 과제를 제시하여 학생들이 수학 교과 역량을 함양할 수 있는 폭넓은 학습 과정의 기회를 제공할 필요가 있다.

참고 문헌

- 교육부 (2015). **수학과 교육과정**. 교육부 고시 제2015-74호 [별책 8].
- 김미희, 김구연 (2013). 고등학교 교과서의 수학과제 분석. **학교수학**, 15(1), 37-59.
- 김민혁 (2013). 수학교사의 교과서 및 교사용 지도서 활용도 조사. **학교수학**, 15(3), 503-531.
- 방정숙, 황현미 (2012). 수학교과서 연구 동향 분석: 2006년부터 2011년 게재된 국내 학술지 논문을 중심으로. **수학교육**, 51(3), 247-263.
- 임혜미 (2016). 동아시아 상위 성취국의 PISA 2012 수학 결과 비교 분석, **한국학교수학회논문집**, 19(4), 441-456
- 장혜원, 김동원, 이환철 (2013). 초등학교 수학과 교육과정과 교과서의 연계 분석. **학교수학**, 15(4), 759-783.
- 전영주, 이은경 (2018). 영재학교 수학과 교육과정 분석-내용 영역과 교과 역량을 중심으로, **한국학교수학회논문집**, 21(1), 1-18.
- 조명현, 김부미 (2013). 2009 개정 수학과 교육과정에 따른 중학교 수학 교과서의 기하영역 분석. **교과교육학연구**, 17, 1321-1341.
- 한국과학창의재단 (2015). **2015 개정 수학과 교육과정 시안 개발 연구 최종보고서**. 연구보고서 BD15120005.
- 홍창준, 김구연 (2012). 중학교 함수 단원의 수학과제 분석. **학교수학**, 14(2), 213-232.
- Cai, J., Moyer, J. C., Nie, B., & Wang, N. (2010). Learning mathematics from classroom instruction using standards-based and traditional curricula: An analysis of instructional tasks. In *annual meeting of the American Educational Research Association*. Denver, CO (3-20).
- Charalambous, C. Y. (2010). Mathematical knowledge for teaching and task unfolding: An exploratory study. *The Elementary School Journal*, 110(3), 247-278.
- Doyle, W. (1983). Academic work. *Review of educational research*, 53(2), 159-199.
- Garrison, D. R. (2011). *E-learning in the 21st century: A framework for research and practice*. Routledge.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Commission on Teaching Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American educational research journal*, 33(2), 455-488.
- Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics teaching in the middle school*, 3(4), 268-275.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Edward, A. Silver. (2000). *Implementing Standards-Based Mathematics Instruction: A Casebook for Professional Development*. Teachers College Press.
- Tyson-Bernstein, H., & Woodward, A. (1991). Nineteenth century policies for twenty-first century practice: The textbook reform dilemma. *Textbooks in American society*, 91-104.

Shield, M., & Dole, S. (2013). Assessing the potential of mathematics textbooks to promote deep learning. *Educational Studies in Mathematics, 82*(2), 183-199.

The Analysis of Mathematical Tasks for developing the core competencies in High School “Mathematics” textbook

Heesun Choi²⁾

Abstract

In this paper, we analyzed the levels of cognitive demand of the tasks for developing the mathematical core competencies presented in the “Mathematics” textbook of the first year of high school developed according to the 2015 revised mathematics curriculum. “Mathematics” textbook included 4999 mathematics tasks, of which 703 were tasks for developing the mathematical competency. Analysis of 703 mathematical tasks according to the analysis framework of Stein, Smith, Henningsen, and Silver (2000) showed that 61.5% of students required high cognitive levels, 38.5% required low cognitive levels, and the types of tasks were as follows: Low-M 1.0%, Low-P 37.5%, High-P 57.8%, High-D 3.7%. It was found that most of the tasks for the purpose were tasks that led to understanding mathematical concepts, principles, and processes along procedural processes.

Key Words : “Mathematics” textbook, Mathematical core competency, Mathematical Task, Levels of cognitive demand

Received March 8, 2019

Revised June 11, 2019

Accepted June 12, 2019

* 2010 Mathematics Subject Classification : 97U20

2) EBS (heesun0205@gmail.com)