

## 초등학교 수학에서 수직과 평행의 지도 방안 탐색

김정원<sup>1)</sup>

수학의 기본 개념인 수직과 평행은 현행 2015 개정 교육과정에 따른 교과서에서 이전 2009 개정 교육과정에 따른 교과서에 비하여 축소되어 제시된다. 본 연구에서는 초등학교 수학에서 수직과 평행 개념의 지도 방안을 탐색하기 위하여 한국의 2009 개정 및 2015 개정 초등학교 수학과 교육과정 및 그에 따른 교과서에서 수직과 평행에 관한 내용을 분석하고, 한국과 싱가포르, 일본 교과서에서 수직과 평행 개념의 지도 방법을 비교 분석하였다. 교과서 분석을 바탕으로 4학년 2학기 4. 사각형 단원에서 다루어지는 수직과 평행 수업을 재구성하여 실행하였다. 교과서 분석 결과, 2009 개정 교육과정에 따른 교과서에서 2015 개정 교육과정에 따른 교과서로 변화할 때 단원명 및 차시 구성의 차이가 있었으며, 한국과 싱가포르, 일본 교과서는 수직과 평행의 개념 정의 및 활동 내용에서 차이를 드러냈다. 수업의 계획 및 실행에서는 수직과 평행 개념의 의미를 이해하고, 수선 및 평행선 긋는 방법을 탐색하며, 실생활과의 연관성에 초점을 두었다. 본 연구 결과를 통하여 초등학교 수학에서 수직과 평행을 의미 있게 지도할 수 있기를 기대한다.

주제어: 수직, 평행, 수학 교과서, 수직과 평행의 지도

### I. 서 론

수직과 평행 개념은 수학적 뿐만 아니라 일상생활 측면에서 기본적인 필수적 개념이다. 수학의 정의와 공리로부터의 연역적 추론을 통하여 확고한 진리를 이끌어 내는 유클리드의 「원론」을 살펴보면 수직 및 평행과 관련된 정의가 제시되는데, 이는 수학이라는 학문 자체에서 수직과 평행 개념은 매우 기본적이면서도 중요한 가치를 지니고 있다는 것을 내포한다(홍갑주, 강정민, 2017). 뿐만 아니라 수직과 평행 개념은 도형의 구성 요소인 선분이나 직선들의 관계를 규정하거나 직사각형이나 평행사변형을 정의하고 도형의 성질을 이해하기 위하여 필수적이다(김성준 외, 2013). 일상생활에서도 건물의 기둥이나 전봇대는 지면과 수직이어야 하고 운동장의 트랙이나 철도의 선로는 평행해야 하는 것과 같이 수직과 평행의 개념은 우리의 생활에서 직접 활용되고 있다. 따라서 수직과 평행은 초등학교 수준에서부터 중요하게 다루어질 필요가 있다.

교육과정 및 교과서를 살펴보면, 현행 2015 개정 수학과 교육과정이 시행되고 그에 따른 교과서가 사용되고 있다. 2009 개정 교육과정에서 2015 개정 교육과정으로, 교육과정이 개정됨에 따라 여러 가지 변화가 있겠지만 그 가운데 수직과 평행 개념을 다루는 단원명

---

1) 신탄진초등학교, 교사

과 차시량의 변화에 주목할 수 있다. 수직과 평행과 관련하여 2009 개정 교육과정에 따른 교과서에서는 4학년 2학기 2단원에 수직과 평행이라는 단원이 있어 단원 도입과 단원 평가를 제외하고 수직과 평행 개념에 관한 7차시의 활동을 포함한다. 이에 반하여, 2015 개정 교육과정에 따른 교과서에서는 수직과 평행 개념이 4학년 2학기 4. 사각형 단원에 포함되어 평행사변형, 마름모 등의 사각형을 배우기 전에 3차시 분량의 내용으로 다루어지고 있다.

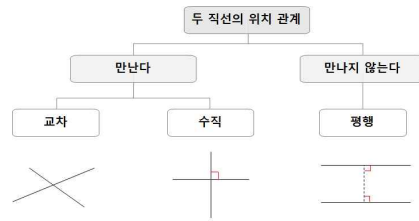
2009 및 2015 개정 교육과정에 따른 교과서를 살펴보면, ‘수직과 평행’이라는 단원명이 삭제되고 관련 차시가 축소되었다 하더라도 수직과 평행과 관련하여 다루는 내용은 2009 개정 교육과정에 따른 교과서와 2015 개정 교육과정에 따른 교과서에서 서로 크게 다르지 않다. 수직과 관련해서는 수직과 수선을 알아보고 수선을 긋는 활동을, 평행과 관련해서는 평행과 평행선을 알아보고 평행선을 긋고 그 사이의 거리를 알아보는 활동이 제시된다. 단, 2015 개정 교육과정에 따른 교과서에서는, 예를 들어, 수직 개념 학습과 수선 그리기 학습이 분리된 차시로 구성된 2009 개정 교육과정에 따른 교과서와 다르게 한 개의 차시로 구성하고 있다. 따라서 이와 같은 교육과정 및 교과서의 변화가 학생들로 하여금 수직과 평행 개념에 대해 충분히 생각하고 이해할 수 있는 기회를 제공할 수 있는지 재고해 볼 필요가 있다. 김문주(2012)에 따르면 실제 중학교 1학년 학생들은 평면에서 두 직선의 수직 관계를 각도  $90^\circ$  와 혼동하거나 한 점에서 만나는 두 직선의 관계와 별개의 것으로 인식하는 오류를 드러냈으며 이는 공간에서의 직선이나 평면의 위치 관계를 이해하는 데에도 영향을 미쳤다. 이러한 연구 결과는 초등학교에서 수직과 평행을 학습할 때 올바른 수학적 개념을 형성할 수 있도록 지도할 필요가 있다는 것을 드러낸다.

본 연구에서는 2015 개정 교육과정에 따른 교과서에서의 이러한 변화에 주목하여 ‘수직과 평행 개념을 초등학교 수학에서 어떻게 다룰 수 있을 것인가?’ 라는 연구 문제에 대해 고찰해보고자 한다. 이를 위하여 수직과 평행 개념을 우리나라 초등학교 수학과 교육과정 및 교과서에서 어떻게 다루었는지 살펴보고 외국의 초등학교 수학 교과서와 비교 분석하며, 실제 초등학교 수학 수업을 재구성하여 지도함으로써 수직과 평행 개념의 지도 방향에 대해 논의하고자 한다. 본 연구를 통하여 교사 및 교과용 도서 개발자가 수학과 교육과정 및 수학 교과서를 개발하거나 재구성할 때 수직과 평행 개념을 어떻게 제시하고 다룰 것인지에 대한 시사점을 제공할 수 있을 것이다.

## II. 이론적 배경

### 1. 수직과 평행

수직과 평행은 두 직선의 위치 관계와 관련된 개념이다. 평면 위의 두 직선은 만나는 경우와 만나지 않는 경우로 나눌 수 있고, 만나는 경우는 수직으로 만나는 경우와 그렇지 않은 경우로 나눌 수 있다. 따라서 평면 위의 두 직선의 위치 관계는 [그림 1]과 같이 교차, 수직, 평행의 3가지로 구분된다(김성준 외, 2013).



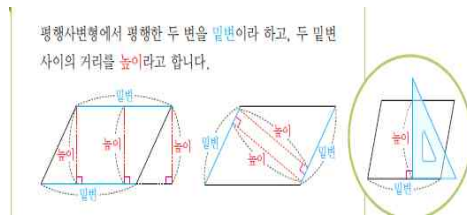
[그림 1] 두 직선의 위치 관계

두 직선이 만나는 각이 직각일 때 한 직선은 다른 직선과 수직으로 만난다고 하며, 두 직선은 서로에 대한 수선이 된다. 여기서, 직각은 특정한 각의 크기를 나타내는 측정 영역의 개념이고 수직은 두 직선의 위치를 나타내는 도형 영역의 관계 개념으로 직각과 수직은 서로 다른 개념이다. 학교 수학에서 다루는 많은 내용의 근간이 되는 유클리드의 「원론」에서는 직각을 “한 직선이 다른 직선과 만날 때 이루어지는 서로 이웃한 각이 서로 같을 때 같게 되는 이 각을 각각 직각이라고 한다.” 라고 정의하고 있다(이우영, 2018, p.13).

평행과 관련하여, 유클리드 「원론」에서는 평행을 “평행은 동일 평면에 있는 두 직선이 같은 방향으로 계속해서 연장되어도 서로 만나지 않는 것이다.” 라고 정의한다(이우영, 2018, p.15). 평행선은 동방향성, 등간격성, 불교차성의 성질을 갖는데, 동방향성이란 평행한 두 직선의 방향이 같은 성질, 등간격성은 평행한 두 직선 사이의 간격이 항상 같은 성질, 불교차성은 평행한 두 직선은 아무리 연장해도 만나지 않는다는 성질을 뜻한다(김성준 외, 2013).

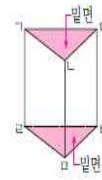
두 직선의 위치 관계가 수직이나 평행인지 판별하는 것과 관련하여, 우선 두 직선이 수직 관계인 경우 두 직선 사이에 만들어지는 각이 직각인지 확인함으로써 알 수 있다. 반면, 두 직선이 평행 관계인 경우는 서로 만나지 않는다는 것을 확인할 수 없으므로, 한 직선에 수직인 두 직선을 서로 평행하다고 하거나, 두 직선 사이의 거리가 일정한지 확인하여 평행 관계를 판별할 수 있다. 즉, 두 직선의 위치 관계가 평행이라는 것을 살펴보기 위해서는 수직 개념이 사용되며, 평면 위의 한 직선에 수직인 직선을 몇 개 그었을 때 이 직선들은 모두 같은 평면 위에 있고 서로 만나지 않는데 이 직선들을 모두 서로 평행하다고 한다. 또한 이 때 평행한 직선을 평행선이라고 한다. 실제 초등학교 수학에서도 학생들에게 평행에 대한 정의만을 제시하는 것이 추상적이기 때문에 위와 같은 구체적인 방법으로 평행 관계를 확인하거나 평행 관계인 두 직선을 그려보도록 하고 있다.

수직과 평행 개념은 이후에 배울 평행사변형이나 직사각형을 정의하거나 이해하는데 기초가 된다. 예를 들어, 2015 개정 교육과정에 따른 교과서에서 평행사변형은 ‘ 마주 보는 두 쌍의 변이 서로 평행한 사각형 ’ 이라고 정의되는데 이는 평행사변형을 이해하기 위해서는 평행의 개념이 무엇인지 알아야 한다는 것을 의미한다. 또한 [그림 2]와 같이 5학년 1학기에 다각형의 넓이를 구할 때 두 밑변 사이의 관계가 평행이고 밑변과 높이 사이의 관계가 수직이다. 6학년 1학기에 각기둥과 각뿔을 학습할 때에도 수직과 평행 개념이 다루어지지만 이 때의 수직과 평행은 두 평면 사이의 관계라는 점을 염두에 둘 필요가 있다.



(교육부, 2019b, p.122)

각기둥에서 면  $ABCD$ 와 면  $EFGH$ 가 같이 서로 평행하고 합동인 두 면을 **밀면**이라고 합니다. 이때 두 밀면은 나머지 면들과 모두 수직으로 만납니다.



(교육부, 2019c, p.30)

[그림 2] 이후 학년에서 수직과 평행이 제시되는 교과서 활동의 예

## 2. 수직과 평행에 관한 선행 연구

수직과 평행에 관한 선행 연구를 살펴보면 학생들의 이해 실태를 파악한 연구, 교육과정 및 교과서를 분석한 연구, 지도 방향을 모색한 연구로 구분할 수 있다.

우선 최수임과 김성준(2012)은 수직과 평행 개념을 이미 학습한 초등학교 4학년 학생들을 대상으로 수직과 평행에 대한 학생들의 이해 실태를 살펴보았다. 연구 결과 중 일부를 살펴보면, 학생들은 수직을 ‘중간’, ‘90도의 만남’, ‘90도 합’ 등과 같이 이름을 짓는다는 결과를 보였으며, 이는 학생들이 수직과 직각을 구분하지 못하여 각도에 초점을 맞추고 직선 사이의 위치 관계를 간과하는 측면이 있다는 것을 드러낸다. 또한 초등학교 4학년 학생들의 도형 영역에 대한 오류 유형과 원인을 분석한 노영아와 안병근(2007)의 연구에 따르면, 학생들은 수직을 선의 길이와 연관 지어 생각하거나 직선, 직각, 수선, 평행 등의 개념과 혼동하고 있으며, 평행의 개념을 모르거나 기울어진 것은 평행이 아니라고 생각하는 오류를 드러냈다.

다음으로, 수직과 평행의 지도 방법에 대한 교과서 연구를 살펴보면, 송정환(2001)은 1차부터 7차까지의 교과서를 수직과 평행의 지도 시기의 변화, 개념 정의 방법의 변화, 학습 활동 요소의 변화로 구분하여 분석하였다. 연구 결과, 수직과 평행에 대한 지도 방법은 교과서 개편을 거듭할수록 변화가 이루어졌고 학습 내용 전개 방식도 차이가 있어왔음을 발견할 수 있었다. 즉, 교육과정의 개편이 거듭될수록 수학적 내용을 제시하기보다 학생들이 스스로 수학적 개념을 형성할 수 있는 방향으로 초점이 맞추어져 있다. 연구자는 이러한 변화에 의하여 교사의 역할과 실생활 상황의 풍부한 제시, 관련된 평행사변형 및 마름모 학습의 연속적 제시가 필요하다고 주장한다. 남경주(2012)는 한국, 일본, 싱가포르 초등학교 수학 교과서에서 드러난 수직과 평행의 도입 시기 및 계열성, 용어 정의 방법, 지도 내용, 그리고 학습 활동 요소 및 지도 방법을 분석하였다. 여러 나라의 교과서를 서로 비교함으로써, 우리나라 교과서에서 작도 활동을 더 보완해야 하며, 모눈종이를 사용해야 하며, 수직과 평행에 대한 좀 더 반복적인 학습이 필요하다는 시사점을 도출하였다.

마지막으로, 이종영(2005)은 초등학교 수학 교과서에서 평행과 평행선이 어떻게 제시되는지 살펴보고 초등학교 수학에서의 평행과 평행선 지도를 고찰하였다. 연구에 따르면 초등학교 수학에서 지도하는 기하에서 중요한 점은 도형을 시각적으로 바라보는 것이 아닌 도형의 구성 요소와 성질을 가지고 파악할 수 있도록 지도해야 한다. 하지만 교과서에는 두 직선이 평행인지 파악하거나 평행인 직선을 그려보게 할 때 모눈종이 없이 시각적으로 판단하게 하거나 제시된 두 직선이 평행인지 확인하는 방법에 대한 지도가 부재하다. 이에 모눈종이 위에 도형을 제시함으로써 평행 여부를 파악하고 평행선을 그릴 수 있게 해야 하며, 이러한 과정은 제시된 이론적인 도형을 나타내고 있는 물리적인 실체인 그림을,

도형 즉 기하학적인 대상으로 바라볼 수 있게 할 수 있다.

지금까지 살펴본 선행 연구를 통하여 수직과 평행에 대한 학생들의 이해 정도를 파악하고, 관련 교과용 도서를 파악하거나 지도 방안을 탐색할 수 있었다. 하지만 앞서 이루어진 연구의 대부분이 수직과 평행 개념에만 초점을 맞추기 보다는 도형이나 다각형의 이해를 살펴보는 과정의 일부로 다루어지고 있는 점, 실제 초등학교 교실에서의 지도의 실재가 없다는 점 등의 한계점이 있다. 이에 본 연구에서는 수직과 평행 개념에 초점을 맞추어 교육과정 및 교과서를 다각도로 분석하고, 문헌 연구와 교육과정 분석을 통하여 얻은 시사점을 바탕으로 실제 초등학교 교실에서 수직과 평행 수업을 계획하고 실행하고자 한다.

### Ⅲ. 연구 방법 및 절차

본 연구는 초등학교 수학 학습에서 수직과 평행 개념의 지도 방안을 모색하는 것이 목적이다. 이를 위하여 우선 교육과정 및 교과서에서 수직과 평행 개념이 어떻게 제시되는지 살펴보고, 이를 바탕으로 실제 초등학교 수학 수업에서 수직과 평행 개념의 지도 계획을 수립하고 실행하였다.

#### 1. 교육과정 및 교과서 분석 대상 및 분석 방법

초등학교 교육과정 및 교과서에서 수직과 평행 개념을 어떻게 제시하는지 분석하기 위하여 크게 한국의 교육과정 및 교과서와 외국의 교과서를 살펴보았다(〈표 1〉 참조). 한국의 경우, 2009 개정 및 2015 개정 교육과정과 그에 따른 교과서를 분석 대상으로 하여 교육과정 및 교과서의 변화를 파악하였다.

다음으로, 한국의 2015 개정 교육과정에 따른 교과서와 싱가포르 및 일본에서 수직과 평행이 처음 도입되는 시기의 교과서를 비교 분석함으로써 초등 수준에서 수직과 평행이 처음 도입될 때 그 단원 구성, 학습 내용 및 학습 방법 등이 어떻게 이루어지는지 살펴보고자 하였다. 싱가포르와 일본의 교과서를 선정한 이유는 임현수와 강홍재(2010)에 의하여 우리나라의 교육과정과 비교 분석할 대상은 교육 선진국이거나 다양한 분야에서 교류를 하고 있는 나라가 우선시 되어야 한다는 점을 참고하였기 때문이다. 참고로, 싱가포르 교과서는 Shaping Maths(수학 만들기) 3B(Collars et al., 2013)의 ‘6. 수선과 평행선(Perpendicular and Parallel Lines)’ 단원을, 일본 교과서는 新しい算數(새로운 산수) 4-上(藤井齊亮 외, 2013)의 ‘4. 사각형(四角形)을 만들자’ 단원을 살펴보았다.

&lt;표 1&gt; 교과서 분석 대상 및 출처와 분석 목적

단계	대상 및 출처			목적
1차	· 2009 개정 수학과 교육과정 (교육과학기술부, 2011) · 2009 개정 교육과정에 따른 수학 교과서 4-2 4. 수직과 평행(교육부, 2017)			교육과정 및 교과서 변화 파악
	· 2015 개정 수학과 교육과정(교육부, 2015) · 2015 개정 교육과정에 따른 수학 교과서 4-2 4. 사각형 (교육부, 2019a)			
	↓			
2차	한국 (교육부, 2019a)	싱가포르 (Collars et al., 2013)	일본 (藤井齊亮 외, 2013)	단원 구성, 학습 내용 및 학습 방법의 나라별 비교
	수학 4-2 4. 사각형	Shaping Maths 3B 6. 수선과 평행선	新しい算數 4-上 4. 사각형을 만들자	

교과서 분석은 수직과 평행 개념에 관한 단원 구성 및 학습 요소, 개념 정의, 그리고 활동 내용의 특징으로 구분하여 이루어졌다. <표 2>는 교과서 분석의 요소와 각 분석의 요소에 따른 분석 내용을 정리한 것이다. 분석 요소 가운데 개념 정의에 관해서는 강홍규와 조영미(2002)를 참고하여 개념 정의가 어떠한 방식으로 이루어졌는지 살펴보았다.

&lt;표 2&gt; 수직과 평행에 관한 교과서 분석의 요소 및 분석 내용

분석의 요소	분석 내용
단원 구성	· 수직과 평행 개념에 관한 단원이 어떻게 구성되어 있는가? · 다루는 학습 내용은 무엇이고 나라별 차이점은 무엇인가?
개념 정의	· 수직과 평행 개념을 어떻게 정의하고 있는가?
활동 내용 특징	· 각 교육과정/나라별 활동 제시 방법의 특징이 무엇인가? · 각 교육과정/나라별로 유일하게 제시되는 내용이 무엇인가?

## 2. 교육과정 및 교과서 분석을 통한 수업의 계획과 실행

교육과정 및 교과서 분석을 바탕으로 수직과 평행에 관한 초등학교 수학 수업에서 수직과 평행 개념 지도에 관한 수업을 계획하고 실행하였다. 실제 초등학교 교실에서 이루어지는 수학 수업은 교사, 학생, 학습 환경, 학교 실정 등 다양한 요인에 의하여 영향을 받기 때문에 본 연구에서 제시하는 수업 실행이 표본이 되거나 정답이 될 수 없다. 단, 수직과 평행 개념 지도 시 강조되어야 할 점들을 수업에서 구현한 수업 사례를 제시하고 이때 수업의 흐름 및 학생들의 이해 정도, 어려움 등을 분석함으로써 수직과 평행에 관한 효과적인 지도 방안을 모색하고자 하였다.

수업은 경기도에 소재한 U 초등학교 4학년 1개 학급의 학생 29명을 대상으로 동일 학교에 재직 중인 수학 수석교사가 실행하였다. 보통 초등학교 수업 실행은 담임교사가 하는 것이 대부분이나, 본 연구에서는 수직과 평행 지도 방안을 탐색하기 위한 수업 실행이므로 수학 지식과 수학 수업에 대한 전문성을 보다 가지고 있는 수학 수석교사가 하는 것이 보다 적합하다고 판단되었다. 수석교사는 초등수학교육을 전공하였고, 초등교사 경력은 20년이다.

### IV. 교육과정 및 교과서 비교·분석 결과

#### 1. 한국의 교육과정 및 교과서 분석

##### 가. 2009 개정 및 2015 개정 교육과정 분석

수직과 평행은 2009 개정 및 2015 개정 초등학교 수학과 교육과정의 내용 체계에서 도형 영역의 3~4학년의 ‘도형의 기초’에 포함된다. <표 3>은 2009 개정 수학과 교육과정의 도형 영역의 내용 체계이며, <표 4>는 2015 개정 교육과정의 도형 영역 내용 체계에서 수직과 평행 개념이 포함된 평면도형의 내용 체계이다. 2015 개정 교육과정에서는 도형 영역을 평면도형과 입체도형이라는 핵심 개념으로 구분하고 일반화된 지식을 제시하였는데, 내용 요소와 관련하여서는 차이가 없다. 도형의 기초에는 직선, 선분, 반직선, 각, 직각, 예각, 둔각, 수직, 평행 등의 개념이 포함되며, 이는 수직과 평행 개념이 다른 내용 체계 요소들을 이해하기 위한 바탕이 된다는 것을 의미한다.

<표 3> 2009 개정 수학과 교육과정의 도형 영역 내용 체계(교육과학기술부, 2011, pp.5-6)

영역	학년(군)별 내용 요소		
	1~2학년	3~4학년	5~6학년
도형	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 입체도형의 모양</li> <li>· 평면도형의 모양</li> <li>· 평면도형과 그 구성 요소</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 도형의 기초</li> <li>· 평면도형의 이동</li> <li>· 원의 구성 요소</li> <li>· 여러 가지 삼각형</li> <li>· 여러 가지 사각형</li> <li>· 다각형</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 합동과 대칭</li> <li>· 직육면체와 정육면체</li> <li>· 각기둥과 각뿔</li> <li>· 원기둥과 원뿔</li> <li>· 입체도형의 공간감각</li> </ul>

<표 4> 2015 개정 수학과 교육과정의 도형 영역 내용 체계(교육부, 2015, p.5)

영역	핵심 개념	일반화된 지식	학년(군)별 내용 요소		
			1~2학년	3~4학년	5~6학년
도형	평면도형	주변의 모양은 여러 가지 평면도형으로 범주화되고, 각각의 평면도형은 고유한 성질을 갖는다.	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 평면도형의 모양</li> <li>· 평면도형과 그 구성 요소</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 도형의 기초</li> <li>· 원의 구성 요소</li> <li>· 여러 가지 삼각형</li> <li>· 여러 가지 사각형</li> <li>· 다각형</li> <li>· 평면도형의 이동</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 합동</li> <li>· 대칭</li> </ul>

구체적으로 학년군별 학습내용 성취 기준에서 도형의 기초에 관한 내용 가운데 수직과 평행에 관한 내용을 살펴보면, 2009 개정 교육과정과 2015 개정 교육과정의 성취 기준은 2015 개정 교육과정에서 각 성취기준에 코드를 할당한 것 이외에 내용면에서는 차이가 없다. 그 내용은 ‘교실 및 생활 주변에서 직각인 곳이나 서로 만나지 않는 직선을 찾는 활동을 통하여 직선의 수직 관계와 평행 관계를 이해한다.’ 로, 이는 실생활에서 수직과 평행 관계인 직선을 찾고 이를 통하여 수직과 평행 개념을 도입하고 이해할 수 있도록 하는 것을 지향하고 있다고 할 수 있다.

나. 2009 개정 교육과정에 따른 교과서와 2015 개정 교육과정에 따른 교과서의 비교 분석

1) 단원 구성 분석

2009 개정 교육과정에 따른 교과서와 2015 개정 교육과정에 따른 교과서의 단원 구성 및 학습 요소의 차이점은 크게 3가지이다(<표 5>참조). 첫째, 단원명의 변화이다. 2009 개정 교육과정에 따른 교과서에서는 수직과 평행 개념에만 초점을 맞춘 단원을 마련하였으나, 2015 개정 교육과정에 따른 교과서에서는 사각형 단원에서 수직과 평행을 다루고 있다. 둘째, 수직과 평행을 다룬 차시량의 감소이다. 2009 개정에 따른 교과서에서는 ‘단원 도입’, ‘공부를 잘했는지 알아봅시다’, ‘문제 해결’, ‘놀이 마당’을 제외하고 총 7개의 차시에서 수직과 평행 개념을 다룬 반면 2015 개정 교육과정에 따른 교과서에서는 3개의 차시에서만 다루는데, 이는 이전 교육과정에 비하여 반 정도의 차시량에 해당한다. 셋째, 차시명의 변화이다. 즉, 2009 개정 교육과정에 따른 교과서에서는 ‘수선을 알 수 있어요’, ‘수선을 그을 수 있어요’, ‘평행선을 알 수 있어요’, ‘평행선을 그을 수 있어요’라고 제시되었으나, 2015 개정 교육과정에 따른 교과서에서는 ‘수직을 알아볼까요’, ‘평행을 알아볼까요’로 제시된다. 수직과 평행은 두 직선 사이의 관계에 관한 개념으로 학생들이 머릿속으로 이해해야하는 추상적인 개념인 것에 비하여, 수선과 평행선은 시각적으로 확인할 수 있는 보다 구체적인 개념이라 할 수 있어, 이러한 차시명의 변화는 각 교육과정에서 보다 강조하는 개념이 달라졌다고 유추할 수 있다.

<표 5> 수직과 평행에 관한 2009 개정 교육과정에 따른 교과서 및 2015 개정 교육과정에 따른 교과서의 단원 구성 분석

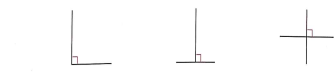

	2009 개정 교육과정에 따른 교과서	2015 개정 교육과정에 따른 교과서																						
단원명	수직과 평행	사각형																						
차시량	7차시 (단원 도입, 공부를 잘했는지 알아봅시다, 문제 해결, 놀이 마당 차시 제외)	3차시 (단원 도입, 사각형 관련 차시, 생각 수학, 얼마나 알고 있나요, 탐구 수학 제외)																						
차시명 (주제명)	<table border="1"> <thead> <tr> <th>차시</th> <th>주제</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>수선을 알 수 있어요</td> </tr> <tr> <td>3-4</td> <td>수선을 그을 수 있어요</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>평행선을 알 수 있어요</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>평행선을 그을 수 있어요</td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>평행선 사이의 거리</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>무늬 만들기</td> </tr> </tbody> </table>	차시	주제	2	수선을 알 수 있어요	3-4	수선을 그을 수 있어요	5	평행선을 알 수 있어요	6	평행선을 그을 수 있어요	7	평행선 사이의 거리	8	무늬 만들기	<table border="1"> <thead> <tr> <th>차시</th> <th>주제</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>수직을 알아볼까요</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>평행을 알아볼까요</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>평행선 사이의 거리</td> </tr> </tbody> </table>	차시	주제	2	수직을 알아볼까요	3	평행을 알아볼까요	4	평행선 사이의 거리
차시	주제																							
2	수선을 알 수 있어요																							
3-4	수선을 그을 수 있어요																							
5	평행선을 알 수 있어요																							
6	평행선을 그을 수 있어요																							
7	평행선 사이의 거리																							
8	무늬 만들기																							
차시	주제																							
2	수직을 알아볼까요																							
3	평행을 알아볼까요																							
4	평행선 사이의 거리																							

2) 개념 정의 분석

교과서에서 수직과 평행 개념의 정의 내용과 방법을 살펴보면 <표 6>과 같다. 정의 순서는 수직과 수선이 먼저 평행과 평행선이 다음으로 제시되는데 이는 평행을 정의할 때 수직 개념이 활용되기 때문이다. 2009 개정 교육과정에 따른 교과서와 2015 개정 교육과정에 따른 교과서에서 수직과 평행 개념 정의는 동일하며, 개념을 정의할 때 학생들의 이해를 돕기 위하여 그림을 함께 제시하고 있다. 수직과 수선, 평행과 평행선을 정의할 때 두 직선이 수직이나 평행이 만들어지는 방식을 설명하면서 정의하기 때문에 이는 구성적 방법이라고 할 수 있으며, 단 평행을 정의할 때 ‘이와 같이’처럼 예를 사용하여 정의하였으므로 예시적 방법도 활용하였다는 것을 알 수 있다.



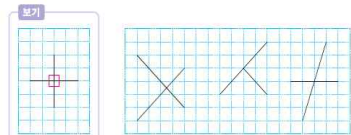
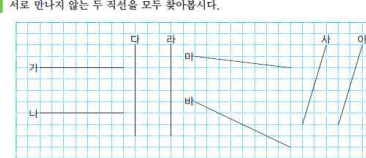


<표 6> 정의 내용 및 방법

개념	수직과 수선	평행과 평행선
정의 내용	<p>두 직선이 만나서 이루는 각이 직각일 때, 두 직선은 서로 수직이라고 합니다. 또 두 직선이 서로 수직으로 만났을 때, 한 직선을 다른 직선에 대한 수선이라고 합니다.</p>  <p>(교육부, 2017, p.55; 교육부, 2019a, p.78)</p>	<p>한 직선에 수직인 두 직선을 그었을 때, 그 두 직선은 서로 만나지 않습니다. 이와 같이 서로 만나지 않는 두 직선을 평행하다고 합니다. 이때 평행한 두 직선을 평행선이라고 합니다.</p>  <p>(교육부, 2017, p.60; 교육부, 2019a, p.78)</p>
정의 방법	구성적 방법	구성적 방법, 예시적 방법

추가적으로 각 개념의 정의를 내리기 위하여 이해를 돕는 활동을 살펴보았다. 수직의 경우 2009 개정 교육과정에 따른 교과서에서는 두 직선이 만나서 이루는 각의 크기를 알아보는 활동을, 2015 개정 교육과정에 따른 교과서에서는 두 직선이 만나서 이루는 각이 직각인 경우의 예시를 보여준 뒤 예시와 같은 곳을 찾는 활동을 제시하고 있다. 평행의 경우 2009 개정 교육과정에 따른 교과서에서는 한옥의 문살에서 서로 만나지 않는 직선을 찾아보는 활동을, 2015 개정 교육과정에 따른 교과서에서는 모눈종이에서 서로 만나지 않는 두 직선을 모두 찾는 활동을 제시한다(<표 7> 참조). 이 때 현행 교과서에서는 모눈종이에서 평행 및 수직 관계에 있는 두 직선을 시각적으로 바로 확인할 수 있고 대각선으로 뻗어있는 평행 및 수직 관계와 같은 다양한 예를 제시하고 있다는 것을 알 수 있다.

<표 7> 수직과 평행 개념에 대한 이해를 돕기 위하여 개념 정의 전에 제시되는 활동



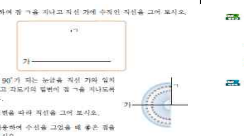
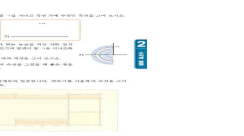

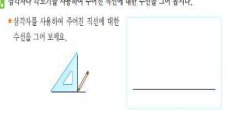


	수직 개념 정의 전 활동	평행 개념 정의 전 활동
2009 개정에 따른 교과서	<p>두 직선이 만나서 이루는 각의 크기를 알아보시오.</p>  <ul style="list-style-type: none"> <li>● 두 직선이 만나서 직각을 이루는 곳을 찾아 보시오.</li> <li>● 직각인지 알아보기 위하여 사용한 방법을 이야기해 보시오.</li> </ul> <p>(교육부, 2017, p.54)</p>	<p>한옥의 문살에서 서로 만나지 않는 직선을 찾아 봅시다.</p>  <p>(교육부, 2017, p.60)</p>
2015 개정에 따른 교과서	<p>두 직선이 만나서 이루는 각이 직각인 곳을 모두 찾아 보기와 같이 표시해 봅시다.</p>  <p>(교육부, 2019a, p.78)</p>	<p>서로 만나지 않는 두 직선을 모두 찾아봅시다.</p>  <p>(교육부, 2019a, p.80)</p>

3) 활동 내용 분석

두 교과서에 제시된 활동 내용을 살펴보면 대부분 유사하게 제시된다. 하지만 활동 제시 방법에서 약간의 차이가 드러났다. 예를 들어 두 교과서에서는 수직 및 수선과 관련하여 수직 및 수선의 개념을 이해하고 이를 2가지 방법으로 그어보는 활동이 제시되는데 2009 개정 교육과정에 따른 교과서에서는 3개의 차시에 걸쳐 활동이 이루어지는 반면, 2015 개정 교육과정에 따른 교과서에서는 1개의 차시에서 모두 다루고 있다. <표 8>은 수

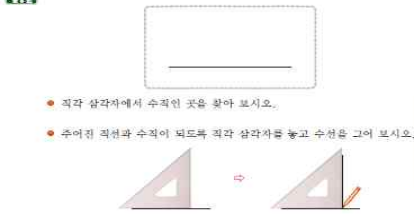
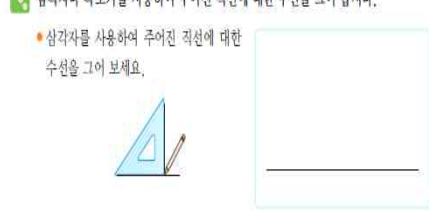
직각 수선에 관한 차시에서 이루어지는 활동을 정리한 것으로, 2009 개정 교육과정에 따른 교과서에서 3차시에 걸쳐 이루어지는 활동이 2015 개정 교육과정에 따른 교과서에서는 1차시에 이루어지는 것을 알 수 있다. 2015 개정에 따른 교과서가 수직 및 수선에 관하여 학생들이 알아야 할 내용을 연결하여 한 차시에 다룰 수 있으나 2009 개정 교육과정에 따른 교과서에 비해서는 한 차시에 다소 많은 양의 내용이 포함되어 있다. 예를 들어, 수선을 그어보는 활동을 2009 개정 교육과정에 따른 교과서에서는 두 개의 차시(3차시와 4차시)에 걸쳐 1가지 방법씩 알아보는 반면, 2015 개정 교육과정에 따른 교과서에서는 한 개의 차시에서 두 가지 방법을 모두 알아본다.

<표 8> 수선을 알고 그어보는 활동 제시 방법 비교

2009 개정 교육과정에 따른 교과서 (교육부, 2017, pp.54-59)			
수선 찾기(2차시)	수선 긋기(3차시)	수선 긋기(4차시)	수선 그어 설계도 그리기(4차시)
			
2015 개정 교육과정에 따른 교과서(교육부, 2019a, pp.78-79)			
수선 찾기(2차시)	수선 긋기(2차시)	수선 긋기(2차시)	수선 찾기(2차시)
			

좀 더 자세하게 수선을 긋는 방법을 알아보는 활동을 살펴보면(<표 9> 참조), 2009 개정 교육과정에 따른 교과서에서는 먼저 수선을 그어보게 하고 그 밑에 긋는 방법이 그림으로 제시되는 반면, 2015 개정 교육과정에 따른 교과서에서는 수선을 긋는 방법이 바로 그림으로 나와 있고 오른쪽에 그려보도록 제시된다. 미묘한 차이로 교과서를 어떻게 재구성하여 활용하느냐에 따라 달라질 수 있겠지만, 교과서 지면상으로 보았을 때 2009 개정 교육과정에 따른 교과서에서의 내용 제시 방식이 학생들에게 우선 수선 긋는 방법을 생각하게 하고 그 다음 수선을 그을 수 있도록 학습 순서가 구성되었다고 할 수 있다.

<표 9> 활동 제시 방식 비교


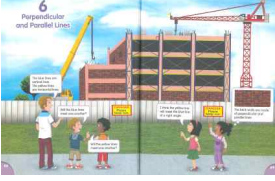
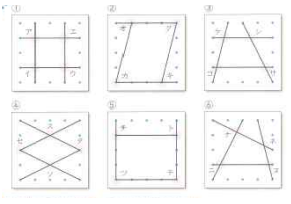
2009 개정 교육과정에 따른 교과서	2015 개정 교육과정에 따른 교과서
<p>직각 삼각자를 사용하여 주어진 직선에 대한 수선을 그어 보시오.</p>  <p>● 직각 삼각자에서 수직인 곳을 찾아 보시오. ● 주어진 직선과 수직이 되도록 직각 삼각자를 놓고 수선을 그어 보시오.</p> <p>(교육부, 2017, p.57)</p>	<p>삼각자나 각도기를 사용하여 주어진 직선에 대한 수선을 그어 봅시다.</p> <p>● 삼각자를 사용하여 주어진 직선에 대한 수선을 그어 보세요.</p>  <p>(교육부, 2019a, p.79)</p>

다. 수직과 평행 개념에 관한 외국 교과서 비교 분석

1) 단원 구성 분석

<표 10>은 각 나라별로 수직과 평행 개념이 제시되는 단원의 구성을 비교하여 정리한 표이다. 수직과 평행 개념이 다루어지는 시기를 비교하면 싱가포르에서 가장 일찍 제시되고 그 다음 일본, 한국 순이다. 싱가포르에서는 ‘수직과 평행’ 자체 단원이 있는 반면 한국과 일본은 사각형 단원에서 수직과 평행을 포함하고 있다. 또한 한국은 고궁의 건축물에서 수직과 평행을 찾아보는 상황을, 싱가포르는 건축하는 건물에서 수선과 평행선을 찾아보는 상황을, 일본은 점판에 직선을 그어 사각형을 만든 결과를 제시하고 있다. 한국과 싱가포르가 실생활과 연관 지어 수직과 평행을 도입한다면 일본은 좀 더 직선 사이의 위치 관계에 초점을 두어 수학적으로 접근한다고 할 수 있다. 다음으로, 학습 순서를 살펴보면 한국과 일본의 경우 우선 수직을 먼저, 그 다음 평행을 학습하는 반면 싱가포르에서는 수선과 평행선을 함께 다루고 있다. 한국과 일본은 수직과 평행의 개념 순서로 제시하며 이와 다르게 싱가포르는 수직과 평행의 개념을 함께 다루되 우선 개념을 알아보는 활동을 하고 그리는 활동의 순서로 제시하고 있다.

<표 10> 수직과 평행 개념에 관한 단원 구성 비교

분석 측면	한국	싱가포르	일본
시기	· 4학년 2학기	· 3학년 B	· 4학년 上
단원	· ‘사각형’ 단원	· ‘수직과 평행’ 단원	· ‘사각형을 만들자’ 단원
도입 상황	· 고궁  (교육부, 2019a, p.76-77)	· 공사장  (Collars et al., 2013, pp.88-89)	· 사각형 만들기  (藤井齊亮 외, 2013, p.53)
학습 순서	· 수직 알기→평행 알기→평행선 사이의 거리 알기→사다리꼴 등의 사각형 학습	· 수선과 평행선 알기→수선 그리기→평행선 그리기→세로선과 가로선	· 직선의 교분(수직)→직선의 방향(평행)→여러 가지 사각형

2) 개념 정의 분석




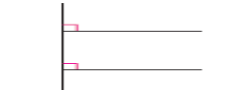
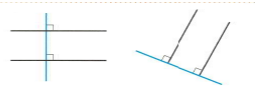
나라별로 수직과 평행, 수선과 평행선에 대한 정의를 어떻게 제시하는지 살펴보았다. <표 11>은 각 나라의 정의 내용과 방법을 정리한 것으로, 각 나라에서는 수직과 평행 등의 용어를 정의할 때 예시적 방법과 구성적 방법을 사용하고 있다는 것을 알 수 있다.

<표 11> 각 나라별 수직, 수선, 평행, 평행선의 정의 내용 및 정의 방법

용어	한국	싱가포르	일본
수직	‘두 직선이 만나서 이루는 각이 직각일 때, 두 직선은 서로 수직이라고 합니다.’	-	‘두 개의 직선이 이루는 각이 직각일 때, 이 두 개의 직선을 수직이라고 합니다.’
	구성적 방법		구성적 방법
수선	‘두 직선이 수직으로 만나면 한 직선을 다른 직선에 대한 수선이라고 합니다.’	‘파란색 선과 노란색 선은 직각으로 만납니다. 이 선들을 수선이라고 합니다.’	-
	구성적 방법	구성적 방법, 예시적 방법	
평행	‘한 직선에 수직인 두 직선을 그었을 때, 그 두 직선은 서로 만나지 않습니다. 이와 같이 서로 만나지 않는 두 직선을 평행하다고 합니다.’	-	‘한 개의 직선에 수직인 두 개의 직선을 평행이라고 합니다.’
	→예시적 방법, 구성적 방법		구성적 방법
평행선	‘이 때 평행한 두 직선을 평행선이라고 합니다.’	‘노란색 선들을 평행선이라고 합니다.’	-
	구성적 방법	예시적 방법	

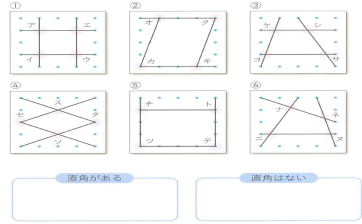
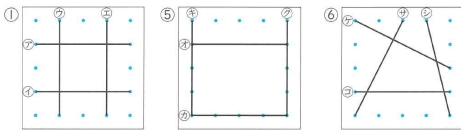
구체적으로, <표 12>와 같이 싱가포르는 벽돌 쌓기에서 발견되는 선을 노란색과 파란색으로 구분한 뒤 수직과 평행을 정의하는데 이는 예시적 방법과 구성적 방법을 함께 사용한 것이라 할 수 있다. 또한 싱가포르 교과서에서는 유일하게 ‘ $AB \perp CD$ ’, ‘ $BA // DC$ ’라는 기호를 사용하여 수직과 평행을 약속하고 있다. 한국은 직선이 서로 수직이나 평행이 되는 방법을 설명하고 있기 때문에 구성적 방법이라 할 수 있고, 단 평행을 정의하는 과정에서 예시적 방법을 활용한다. 마지막으로, 일본의 경우 오직 구성적 방법으로만 정의하며 이 때 직선의 수직 및 평행 관계의 다양한 예를 제시한다. 싱가포르에서 사용한 예시적 방법은 수직과 평행의 정의를 확실하게 알 수 없지만, 이는 수직과 평행 개념이 처음 다루어지는 학생들의 수준을 고려하고 있다고 보여진다. 또한 한국에서는 평행 개념에서 추가적으로 ‘서로 만나지 않는’다는 점을 강조하고 있는데 이는 유클리드 원론에서 제시하는 평행의 정의와 관련된다.

<표 12> 수직과 평행 정의에 제시된 그림

용어	한국	싱가포르	일본
수직	 (교육부, 2019a, p.78)		 (藤井齊亮 외, 2013, p.54)
평행	 (교육부, 2019a, p.80)	(Collars et al., 2013, p.90)	 (藤井齊亮 외, 2013, p.56)

각 개념에 대한 정의를 내리기 전의 관련 활동을 살펴보면, 한국 교과서는 앞서 제시된 <표 7>과 같이 두 직선이 만나서 이루는 각이 직각인 곳을 찾아보게 하거나 한옥이나 모눈종이에서 서로 만나지 않는 두 직선을 찾아보게 하는 활동을 한 뒤 수직과 평행 개념을 각각 약속한다. 반면 싱가포르는 관련 활동 없이 바로 수선과 평행선을 정의한다. 일본은 <표 13>과 같이 두 개의 직선이 만나 생기는 각에서 직각이 있는 것과 없는 것으로 분류하게 하는 활동과 직선이 늘어서는 방법의 차이를 찾아보게 하는 활동을 미리 제시한다. 이처럼 관련 활동이 전혀 없는 싱가포르부터, 수직이나 평행을 찾아보게 하는 한국, 직선 사이의 위치 관계로부터 수직이나 평행 개념을 도입하는 일본까지 각 나라에서는 개념을 정의하기 전 관련 활동을 제시하는 방식이 다르게 나타났다.

<표 13> 일본 교과서에서 수직과 평행 개념을 정의하기 전에 제시되는 활동

수직 개념 정의를 내리기 전 활동	평행 개념 정의를 내리기 전 활동
 <p>(藤井齊亮 외, 2013, p.53)</p>	 <p>(藤井齊亮 외, 2013, p.56)</p>

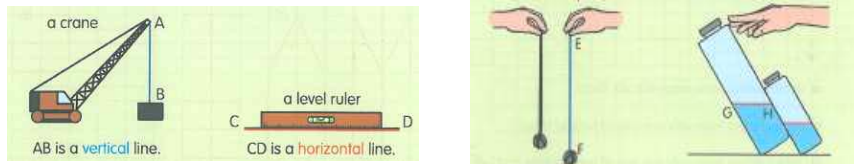
추가적으로, 수직, 수선, 평행, 평행선 가운데 수직과 평행에 대한 정의를 제시하지 않는 싱가포르나 수선과 평행선에 대한 정의를 내리지 않는 일본에서 각각의 용어를 어떻게 사용하는지 살펴보았다. 우선 싱가포르는 수직과 평행에 대한 정의를 내리지는 않지만 수선이 수직인 선(perpendicular lines)으로 평행선이 평행인 선(parallel lines)으로 해석되기 때문에 수직과 평행에 대한 정의가 없더라도 각각의 용어를 사용하고 있다고 할 수 있으며 이를 통하여 개념의 의미를 짐작하여 이해할 수 있을 것이라 예상된다. 일본의 경우 수선(垂線)과 평행선(平行線)을 직접적으로 사용하지 않고 수선은 수직인 직선, 평행선은 평행인 직선으로 사용하고 있다. 한국과 다르게 싱가포르와 일본에서는 정의하지 않는 개념이 있지만 그 개념을 배제하거나 중요하지 않게 여긴다고 할 수 없으며 단지 정의하지 않을 뿐 적절하게 사용하고 있다.

### 3) 활동 내용 분석

나라별로 제시되는 활동 가운데 우리나라 교과서와는 내용 및 제시 방법이 다르거나 그 나라만의 유일한 내용이 무엇인지 주목하여 살펴보았다. 싱가포르의 경우 ‘수선과 평행선’이라는 단원명에서 유추할 수 있듯이, 수직과 평행의 추상적 개념보다 수선과 평행선 개념 및 그리기에 초점이 맞추어져 있다. 예를 들어, ‘수선 그리기’라는 차시에는 각각 2쪽씩 수선 그리는 방법을 4단계로 제시하고, 수선 그리기에 관한 문제를 6가지 제시한 뒤, 모눈종이에 그려진 수선의 그린 방법을 설명하거나 그리게 하는데, 이는 다양한 문제와 지면 할당으로 수선 그리기를 하고 있다고 할 수 있다. 평행선 그리기도 유사하게 구성되어 있으며 이는 싱가포르는 수선 및 평행선 그리기에 초점이 맞추어져 있다는 것을 유추할 수 있다.

추가적으로 싱가포르에서는 단원 마지막에 세로선(vertical lines)과 가로선(horizontal

lines)을 제시하고 세로선 또는 가로선끼리의 평행 관계, 세로선과 가로선의 수직 관계를 다루고 있다([그림 3] 참조). 대부분의 학생들에게 가로와 세로라는 용어가 비교적 친숙하기 때문에 이와 같이 가로선과 세로선을 활용하여 수직과 평행을 언급하는 것은 학생들의 이해를 도울 수 있을 것이다. 하지만, 이 때 수직과 평행 관계를 이루는 직선이 가로선과 세로선만이 아니라는 것을 추가적으로 인지시킬 필요가 있다.



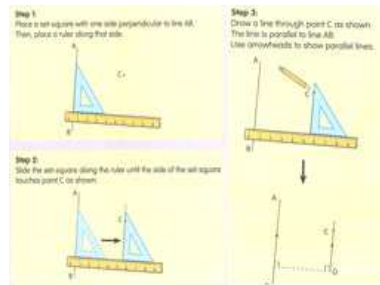
[그림 3] 싱가포르에서 제시하는 세로선과 가로선 (Collars 외, 2013, p.104)

일본은 직선의 수직 관계를 도입하기 위하여 사각형을 만드는 직선을 주의 깊게 살펴본 다음 이 가운데 두 개의 직선이 어울리는 각이 직각인 경우를 수직이라 정의하고 있다. 수직에만 초점을 맞추어 도입하는 다른 나라와 다르게, 일본은 여러 직선 사이의 위치 관계를 살펴보고 이 가운데 하나로 수직을 도입하는 차이점이 있다. 또한 앞서 학습 요소 분석에서도 살펴보았듯이 일본은 유일하게 동위각과 엇각 개념을 다루고 있다. [그림 4]와 같이 세 개의 직선이 평행할 때 이들과 교차하는 직선을 긋고 만나는 각을 조사하여 동위각의 크기가 같음을 알게 하고 각도를 구하는 문제를 제시하고 있다. 우리나라의 경우 3차부터 6차 교과서에서는 동위각을, 7차 교과서에서는 동위각과 엇각을 모두 제시하였지만 그 이후부터는 초등 수준에서 다루지 않고 중학교 수학과 교육과정에서 ‘평행선에서 동위각과 엇각의 성질을 이해한다.’고 제시하고 있다(교육부, 2015, p.33).



[그림 4] 일본교과서에서 제시하는 동위각과 엇각(藤井齊亮 외, 2013, p.58)

마지막으로 싱가포르와 일본은 수선과 평행선을 그리는 방법을 단계별로 설명하고 있다. 싱가포르는 2쪽에 걸쳐 그림으로 단계적으로 설명하며([그림 5](a) 참조), 일본은 6단계의 사진을 지면 하단에 일렬로 정렬하여 제시하고 있다([그림 5](b) 참조). 특히 일본의 사진은 수선과 평행선을 그릴 때 손의 모양이나 각도기 및 삼각자의 위치를 자세하게 제시하기 때문에 학생들이 따라 하기에 용이할 것이라 생각된다.



(Collars 외, 2013, pp.98-99)  
(a)



(藤井齊亮 외, 2013, p.54-55)  
(b)

[그림 5] 싱가포르(a)와 일본(b)의 평행선 그리는 단계 제시

라. 교과서 분석을 통한 수직과 평행 지도 방안 탐색

지금까지 살펴본 교육과정 및 교과서 분석을 바탕으로 수직과 평행 개념의 지도 방향을 다음과 같이 제시할 수 있다.

첫째, 수직과 평행 개념에 대한 이해를 명확히 할 수 있도록 지도해야 한다. 수직과 평행을 이해하기 위해서는 직선에 대한 이해가 수반되어야 하는데, 직선은 실생활에서의 예를 찾아보기 어려운 추상적인 개념이다(교육부, 2018). 학생들로 하여금 기존 교과서에 제시된 수직과 평행 개념의 구성적 정의 방식을 이해할 수 있도록 지도하되, 싱가포르 교과서에 제시된 개념 정의 방식과 같이 그 예를 함께 제시하거나 찾아보게 하는 기회를 제공하여 이해를 도울 수 있어야 한다. 또한 이번 단원에서 다루게 되는 수직, 직각, 수선, 평행, 평행선 등의 개념을 각각 이해하고 개념 간의 차이점과 관계를 파악할 수 있어야 한다.

둘째, 수선과 평행선을 그리는 방법을 학생들이 스스로 찾아 그려보는 기회를 제공해야 한다. 현행 2015 개정 교육과정에 따른 교과서에서는 수직과 평행에 관하여 각각 한 차시의 수업에서 개념을 이해하고 수선 및 평행선까지 그려보도록 한다. 이때 수선 및 평행선을 그리는 방법이 제시하기 때문에 학생들은 제시된 그리는 방법에 따라 수선과 평행선을 그리면 된다. 이는 싱가포르와 일본에서도 마찬가지로 [그림 5]와 같이 수선 및 평행선 그리는 방법이 자세하게 노출되어 학생들이 탐구할 수 있는 기회가 제한적일 수 있다. 따라서 수선과 평행선 그리는 방법을 다루는 수업을 계획하고 실행할 때 학생들로 하여금 어떻게 그릴 수 있는지 충분히 생각할 기회를 제공하고 그 다음 교과서를 통하여 확인하거나 따라 그릴 수 있도록 해야 할 것이다. 또한 우리나라, 싱가포르, 일본 교과서에 제시된 여러 가지 그리는 방법을 참고하여 학생들이 다양하게 그려볼 수 있도록 해야 한다.

마지막으로, 수직과 평행 개념을 실생활과 연관 지어 지도해야 한다. 현행 2015 개정 교육과정에 따른 수학교과서에서도 수직과 평행 개념이 실생활과 관련되어 있다는 점을 드러내기 위하여 우리 주변의 조형물 및 상황을 제시하고 있지만, 학생들이 보다 능동적으로 수직과 평행 개념의 실생활과의 관련성 및 유용성을 이해하기 위하여, 수선과 평행선을 활용한 규칙적인 무늬 꾸미기 활동이나 우리가 살아가는 건축물의 설계나 전개도를 살펴보는 활동을 추가적으로 제시할 수 있다.

## V. 수직과 평행 개념 지도를 위한 수업의 계획과 실행

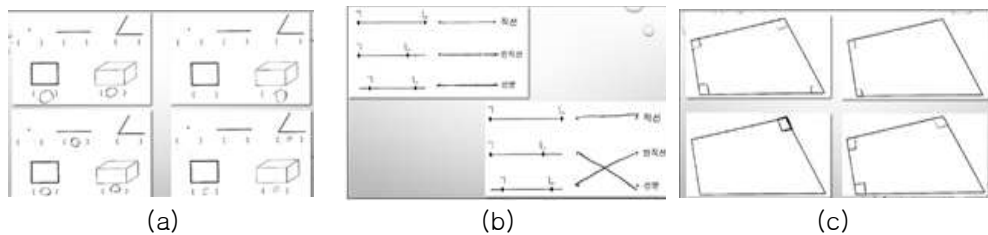
### 1. 수업 계획

교육과정 및 교과서 분석을 통하여 수직과 평행 개념의 지도 방안 탐색하였다. 수업 계획을 수립하기 전에 추가적으로 수업 대상 학생들의 관련된 선행 개념에 대한 이해 정도가 어떠한지 살펴보았다. 문항 내용 및 평가 내용은 <표 14>와 같으며, 도형이 무엇인지, 직각을 알고 표시할 수 있는지, 직선, 반직선, 선분을 구분할 수 있는지, 직각 삼각형을 그릴 수 있는지를 알아보았다.

<표 14> 수업 실행 전 학생들 이해도를 파악하기 위한 평가 문항의 내용 및 정답률(N=29)

문항 번호	1	2	3	4
평가 내용	점, 선, 면, 평면도형, 입체도형 등이 모두 도형임을 아는가?	여러 각 중에서 직각을 찾을 수 있는가?	직선, 반직선, 선분의 의미를 이해하는가?	직각삼각형을 그릴 수 있는가?
정답률 (%)	0(0)	26(90)	23(79)	18(62)

우선 도형 개념과 관련하여 점, 선, 각을 도형이라고 생각하지 않는 학생들이 많았으며, [그림 6](a)와 같이 학생들에게 도형을 골라보도록 했을 때 점이나 선, 각을 도형이라고 생각하지 않아 오답으로 처리된 학생들이 많았다. 다음으로 3학년 때 배웠던 직선, 반직선, 선분을 구분해보게 하였는데, 대부분의 학생들이 직선, 반직선, 선분을 구분하였지만 일부 학생들은 여전히 특히 직선과 선분을 구분하지 못하는 모습을 확인할 수 있었다([그림 6](b) 참조). 또한 [그림 6](c)와 같이 직각을 찾아 표시해보는 문항에서 학생들은 삼각자를 가지고 있었음에도 직각이 아닌 곳을 직각으로 표시하는 오류를 드러냈는데 이를 통하여 학생들이 직각이 90도라는 것을 모르거나 시각적으로 90도처럼 보이는 곳을 어렵하여 표시하고 있다는 것을 알 수 있다.



[그림 6] 선행 개념에 관한 문항에 대한 학생들의 오류의 예

교육과정 및 교과서 분석, 학생들의 이해 실태를 바탕으로 수직과 평행 개념에 대한 구체적인 수업 계획을 수립하였다. 재구성한 수업의 전개 계획은 <표 15>와 같다. 크게 수직과 수선, 평행과 평행선, 평행선 사이의 거리, 그리고 수직과 평행 활용으로 나누어 수업을 계획하였다. 수직과 수선 및 평행과 평행선 차시는 수직과 평행 개념에 대한 강조뿐만



아니라 개념에 대한 이해를 바탕으로 수선 및 평행선을 그릴 수 있는 경험을 보다 풍부히 할 수 있도록 계획하였다.

<표 15> 재구성한 수업의 전개 계획

주제	세부 활동 내용	비고
수직과 수선	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 직각, 수직, 수선이 무엇인지 이해하기</li> <li>· 실생활 속에서 수직 관계와 수선 찾기</li> <li>· 모둠별로 수선 긋는 방법 논의하고 발표하기</li> <li>· 직각 삼각자/각도기 등을 사용하여 수선 긋기</li> </ul>	충분한 논의를 통하여 학생 스스로 수선 긋는 방법을 발견할 수 있게 한다.
평행과 평행선	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 평행, 평행선이 무엇인지 이해하기</li> <li>· 실생활 속에서 평행관계와 평행선 찾기</li> <li>· 모둠별로 수선 긋는 방법 논의하고 발표하기</li> <li>· 직각 삼각자/각도기 등을 사용하여 평행선 긋기</li> </ul>	충분한 논의를 통하여 학생 스스로 평행선 긋는 방법을 발견할 수 있게 한다.
평행선 사이의 거리	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 평행선 사이의 거리 이해하기</li> <li>· 주어진 평행선 사이의 거리를 제어보기</li> <li>· 평행선 사이의 거리를 알 때 조건에 맞는 평행선 긋기</li> </ul>	
수직과 평행 활용	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 주어진 미션에 맞게 수선과 평행선을 그어 도안을 완성하고, 나만의 도안 만들어보기</li> <li>· 구조 안전 진단 전문가가 되어 학교 구조물을 살펴보기</li> </ul>	

이를 위하여 수선 및 평행선을 그리기 전에 어떻게 그릴 수 있을지 모둠 및 전체로 충분히 논의하고, 학생 간, 학생-교사 간 의사소통을 통하여 학생들 스스로 수선 및 평행선 그리는 방법을 탐구하고 발견하는데 초점을 두었다. 또한 추가적으로 수직과 평행 개념을 살펴본 뒤 도안 완성하는 차시를 추가하여 배운 개념을 일상생활과 접목하여 활용할 수 있는 기회를 제공하고자 하였다.

## 2. 수업 실행

### 가. 수직과 평행 개념 이해

수업 계획 시 살펴본 학생들의 이해 실태를 통하여 학생들이 선분, 반직선, 직선을 명확히 구분하지 못하고 직각을 제대로 표시하지 못하는 학생들이 있다는 것을 알 수 있었다. 하지만 일상생활에서 직선을 찾는 것이 어렵기 때문에 교사는 시각적으로 선분을 제시하더라도 직선을 가정하도록 하면서 직선에 대한 개념을 강화하고 수직과 평행이 직선의 위치 관계임을 인지할 수 있도록 주의를 기울여야 한다. 수직에 대해 알아보는 2차시 수업을 살펴보면 교사는 [그림 7]과 같이 우선 학교 건물 사진을 보여주며 직선을 찾아보게 하고 직선만 나타난 화면에서 직선들이 서로 어떻게 만나는지 생각해보게 한다. 이 때 주의할 점은 제시되는 사진에서 볼 수 있는 선들은 모두 선분이기 때문에 교사는 학생들에게 사진 및 자료에서 보여지는 선분을 직선으로 혼동하지 않도록 실제 직선을 표현하는 것이 어렵기 때문에 직선을 선분으로 표현한 것이며 직선 개념을 다시 한 번 제시하였다.



[그림 7] 수직 개념 지도

서로 만나는 직선이 있는지, 서로 만나는 직선은 몇 개의 점에서 만나는지, 여러 개의 점에서 만날 수 있는지 함께 이야기해보고, 마지막으로 직각이 모두 몇 개인지 찾아보게 하고 수직과 수선 개념을 약속한다. 직각의 개수에 관하여 8개라고 하는 학생들이 과반수 이상이었지만 2개라고 하는 학생들도 있었으며 이와 관련하여 교사는 [에피소드 1]과 같이 이를 수직 개념과 관련지어 설명한다.

[에피소드 1] 수직, 수선, 직각의 개념을 구분하기

교사: 직각이 2개라고 한 학생들은 어디를 말하는 거예요?

학생들: (손가락으로 직선이 서로 만나는 곳 2군데를 가리키며) 여기랑 여기요.

교사: 좋아요. 그런데 직각은 90도, (직각인 부분 하나를 가리키며) 여기 이 하나가 직각이니까 모두 8개가 있는 게 맞지요?

학생들: 네.

교사: 이제 이 두 직선에 주목하면, 두 직선이 만났는데 직각이 모두 4개 만들어지지요? 두 직선이 만났는데 이렇게 직각으로 만나는 경우를 수직이라고 이야기해요. 다시 말해서 두 직선이 수직 관계라는 것은 이렇게 두 직선이 만나서 생기는 각이 직각인 경우예요.

교사: 그럼 ‘두 직선은 수직이네’라고 말하는 것은 맞을까, 틀릴까?

학생들: 맞아요.

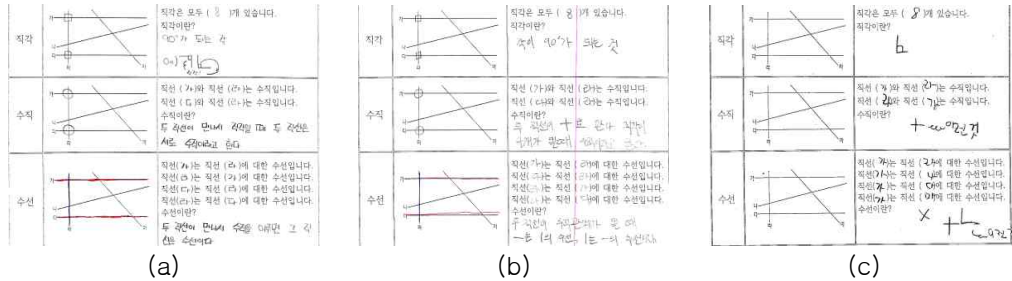
교사: 그럼 두 직선은 직각이네? 맞을까, 틀릴까?

학생들: (쉽게 대답하지 못한다)

교사: 잘 모르겠어요? 직각은 각이에요. 이 각은 직각이네. 이렇게 말하지만, ‘두 직선은 직각이네’가 아니라, ‘두 직선은 수직이구나’. 이렇게 얘기하는 거예요.

수직, 수선, 직각은 이해하기 어려운 개념은 아니지만 서로 유사하기 때문에 정확하게 이해하지 않으면 혼란을 일으킬 수 있다. 이에 교사는 지속적으로 두 직선의 수직 관계를 ‘두 직선이 서로 직각이다’와 같이 사용하지 않도록 각 개념의 의미를 강조하였다. 학생들의 이해 정도를 살펴보기 위하여 각 차시의 수업이 끝난 뒤 형성평가를 실시하였는데, [그림 8](a), (b)와 같이 대부분의 학생들이 직각, 수직, 수선을 찾을 수 있고 각 용어의 의미를 설명하는데 어려움을 겪지 않았다. 예를 들어, 직각은 ‘90°가 되는 각’, 수직은 ‘두 직선이 만나서 직각일 때 두 직선을 수직이라고 한다.’, 수선은 ‘두 직선이 만나서 수직을 이루면 그 각 선이 수선이다.’와 같이 각 개념을 학생 스스로 설명하였다. 다만 [그림 8](c)와 같이 일부 학생들은 각 용어를 명확히 설명하지 못하고 그림으로만 의미를 전달하는 모습을 발견할 수 있었다. 제시된 직선 가, 직선 나, 직선 다, 직선 라의 수선을 각각 찾을 수 있었지만, 수선이 무엇인지 설명하는 데에는 ‘요런 거’라고 설명하였다. 따라서 교사는 학생들이 개념에 대해 명확히 이해하고 스스로 설명할 수 있도록 주의를

기울여야 한다.



[그림 8] 직각, 수직, 수선을 나타내고 설명한 학생들의 예

나. 수선 및 평행선 긋는 방법 탐색

2015 개정 교육과정에 따른 교과서에서는 직각 삼각자나 각도기를 사용하여 수선과 평행선을 긋는 방법이 바로 제시되고 학생들은 제시된 그림을 보고 따라서 해보는 식으로 활동이 구성된다. 이에 재구성된 수업에서는 교과서를 덮고 학생들로 하여금 직각 삼각자나 각도기, 그 밖의 다른 물건을 사용하여 수선 및 평행선을 그을 수 있는 방법을 전체 논의 또는 모둠 논의하고 학생 스스로 그려볼 수 있도록 하였다. 특히 평행선 그리기에서는 평행선을 그리기에 앞서 두 직선이 평행선인지 확인할 수 있는 방법에 대해 전체 논의하였는데, 이는 학생들이 평행에 대한 의미를 상기하고 평행선을 제대로 그렸는지 점검할 때 활용될 수 있기 때문에 유용하다고 생각된다.

[에피소드 2] 평행선인지 확인할 수 있는 방법에 대한 전체 논의

교사: 평행선을 그었어요. 그런데 내가 그은 평행선이 진짜 평행인지 어떻게 확인하죠?

학생1: 각도기로 선을 맞추고 90도인걸 그어주면 위에도 90도인지 확인해요.

학생들: (감탄하며) 아.....

교사: 좋아요. 직각, 즉 90도가 되면 평행선인거죠? 좋아요. 첫 번째 방법 찾았어요. 또 있을까요?

학생2: 왼쪽 아래 있는 부분이랑 위랑 길이를 재고, 오른쪽 끝 부분이랑 위랑 재서 길이가 같아야 해요.

교사: 그런데 어떻게 재야하죠? 기울여서 재도 되나요? 어떤 길이를 재는 거예요?

학생2: 수직 관계의 길이요.

교사: 만약 선생님이 이렇게 재서 (교사용 자로 두 직선 사이의 거리를 기울여서 재는 흉내를 내며) 여기는 21cm이고 여기는 19cm가 되면 평행이 아닌거죠? 왜 아니죠?

학생들: 점점점점 만나게 되요.

교사: 좋아요. 결국 만나게 되요. 따라서 이쪽 끝과 이쪽 끝에 수선을 내려서 재었을 때 두 개의 길이가 똑같아야 합니다.

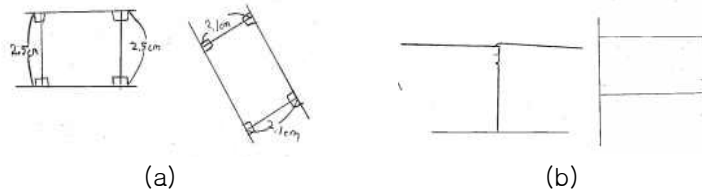
학생3: (손을 번쩍 들며) 또 있어요. (두 평행선을 가로지르는 선을 그으며) 여기가 57도이면 여기도 57도이어야 해요.

교사: 아...이 각과 이 각의 크기가 같아야 한다는 말이에요? 왜 그러죠?

학생3: 네, 평행이면 이 각과 이 각의 크기가 같아요.

[에피소드 2]와 같이 학생들은 평행의 정의를 바탕으로 한 직선에 수직인 두 직선을 그었을 때 두 직선이 서로 만나지 않기 때문에 직각을 이용하여 두 직선의 평행 관계를 확인하는 방법을 찾아낸다. 예외적으로, 마지막 학생은 평행인 두 직선의 동위각의 크기가 같다는 것을 언급하였으나, 그 이유에 대해서는 설명하지 못하였다.

학생들은 모둠별로 직각삼각자와 각도기, 그 밖의 다른 방법으로 평행선 그리는 방법을 논의하고 각각 그려보았다. 대부분 학생들이 [그림 9](a)에 제시된 평행선과 같이 제시된 직선에 대한 수선을 그어 평행선을 그리고 거리를 제시하였다. 일부 학생들은 [그림 9](b)에 제시된 바와 같이 평행선을 그렸는데 즉, 삼각자를 이용하여 평행선을 그리고 이를 연장하는 과정에서 직선이 되게 그리지 못하거나 사각형을 그려 평행선을 완성하는 모습을 드러냈다.



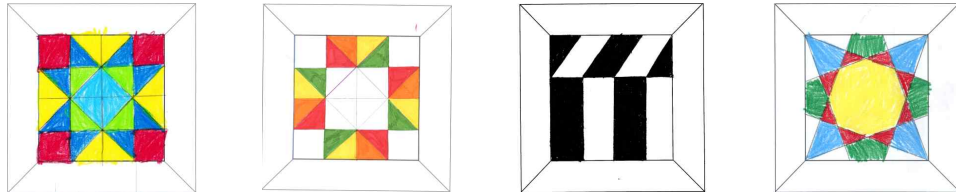
[그림 9] 평행선 그리기의 예

단지 수선이나 평행선을 그리는 방법을 알고 그리는 것이 중요한 것이 아니라, 그리는 과정에서 수직과 평행의 개념을 상기하고 명확히 하는 과정이 반복되기 때문에 수선과 평행선을 그리는 방법을 스스로 찾아내서 그려보는 활동은 중요하다. 따라서 수업 계획과 실행 시 수직과 평행의 개념을 바탕으로 수선 및 평행선을 그려보고, 학생 스스로 수선과 평행선을 어떻게 그릴 수 있을지 생각해 볼 수 있는 기회를 제공해야 할 것이다.

#### 다. 실생활과의 연관성

재구성한 수업에서는 학생들에게 수선과 평행선을 활용하여 도안을 완성하여 무늬를 꾸며보는 활동과 우리 교실과 학교에서 수직 관계 및 수선이 있는 곳과 평행 관계와 평행선이 있는 곳을 찾고 수선과 평행선이 없다면 어떻게 될지 예상해보는 활동을 하였다.

수선과 평행선을 활용하여 도안 꾸미기 수업에서 우선 교사는 하나의 선분을 제시하고 해당 선분에서 일정 거리에 있는 수선 및 평행선을 그리게 하여 무늬를 만들어가도록 하였다. 학생들 대부분 제시된 지시를 바르게 수행하여 무늬를 만들고 색을 칠했다. 다음으로 학생들은 수선과 평행선을 활용한 나만의 도안 꾸미기 활동을 하였다. [그림 10]의 왼쪽 2개는 지시 사항에 따라 무늬 만들기를 한 활동의 예시이고, 오른쪽 2개는 나만의 도안 꾸미기 활동의 예시이다. 본 활동을 통하여 학생들은 수직과 평행, 수선과 평행선의 수학적 의미뿐만 아니라 미적 아름다움 및 생활에서 활용될 수 있다는 것을 인식할 수 있었다.



[그림 10] 수선과 평행선 활용하여 도안 꾸미기 활동의 학생 예

추가적으로 수업을 마무리하면서 학생들에게 ‘구조 안전 진단 전문가’ 라는 역할을 부여하고 우리 생활 주변에서 수선과 평행선을 찾아보고 그 중요성을 생각해보는 시간을 마련하였다. 우선 학생들로 하여금 친숙한 생활공간인 교실과 복도에서 수선과 평행선을 찾아 설명하도록 함으로서 수선과 평행선이 우리 주변에 매우 많이 활용된다는 것을 알 수 있게 하였다. [에피소드 3]은 학생들과 우리 교실이나 학교 구조에 수선과 평행선이 없다면 어떤 일이 있을지 논의한 것이다.

[에피소드 3] 수선과 평행선이 없다면 어떻게 될지 예상하기

교사: 학교 구조에서 수선과 평행선이 없다면 어떤 일이 있을까요?

학생1: 학교 전체가 기울어질 수밖에 없어요.

학생2: 위험한 상황입니다. 빨리 사람들을 대피시키고 건물을 부순 다음 새로 지어야 합니다.

학생3: 약간 기울어지면 공간을 효율적으로 쓰기가 어렵습니다.

마지막으로 수직과 평행이 우리 생활에서 어떻게 도움이 되는지 이야기해보도록 하였다. 학생들은 건축이나 칠판, 사물함, 거울 등의 만들기, 로봇, 옷 디자인 등에 필요하다는 답변이 있었는데 학생들은 다양한 분야에서 수직과 평행이 필요하고 활용되고 있다는 것을 이해하고 있었다.

라. 수업 실행 후 학생들의 이해도 분석

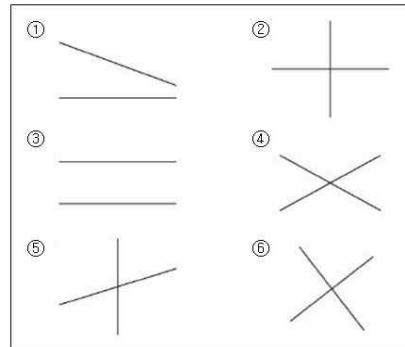
수직과 평행 수업을 실행하고 학생들의 이해도를 점검하기 위하여 학습한 개념 및 활동에 관한 문항을 제시하고 해결하도록 했다. <표 16>은 평가 내용 및 학생들의 정답률이다.

<표 16> 학생들 이해도를 점검하기 위한 평가 문항의 내용 및 정답률(N=29)

문항 번호	평가 내용	정답률(%)
1	두 직선의 위치 관계의 예를 보고, 서로 만나는 것과 만나지 않는 것으로 분류할 수 있는가?	19(66)
2	수직 관계를 찾고 설명할 수 있는가?	13(45)
3	평행 관계를 찾고 설명할 수 있는가?	29(100)
4	수선을 찾을 수 있는가?	21(72)
5	수선을 설명할 수 있는가?	21(72)
6	평행선을 찾을 수 있는가?	28(97)
7	평행선 사이의 거리를 구할 수 있는가?	26(90)

학생들의 이해도 점검 결과, 평행 개념과 관련된 문항에 대한 정답률이 높게 드러났다. 즉, 두 직선의 위치 관계에 관한 다양한 예 가운데 평행 관계를 찾을 수 있고 설명할 수 있으며, 평행선 사이의 거리를 구할 수 있었다.

정답률이 낮은 문항을 살펴보면, 수직 관계를 찾는 문항의 정답률이 가장 낮다는 것을 알 수 있다. [그림 11]은 문항 1-3의 보기로 제시된 두 직선의 위치 관계의 예로, 이 가운데 수직 관계는 ②, ⑥이다. 학생들은 수업 중 수직 관계의 다양한 예를 다루었음에도 ⑥을 수직 관계로 인지하지 못하고 있었다. 또한 수직 개념을 ‘두 직선이 만나서 각을 이루는 것’, ‘선 두 개가 십자 모양인 것’으로 설명하는 학생들이 있었다.



[그림 11] 문항 1-3의 보기로 제시된 두 직선의 위치 관계의 예

다음으로 낮은 정답률을 드러낸 1번 문항과 관련하여, 오답을 드러낸 학생 가운데 ①, ④, ⑥을 만나지 않는다고 분류한 학생들이 5명(17%)이었다. 즉, 학생들은 직선의 의미를 불명확하게 인지하여 ①과 같이 제시된 선만 보고 만나지 않는다고 파악하거나, ④, ⑥과 같은 직선의 위치 관계에서 양 쪽으로 퍼지므로 서로 만나지 않는다고 이해하는 모습을 드러냈다. 이러한 결과는 수업에서 평행 개념을 학습할 때 ‘서로 만나지 않는다’는 성질을 지속적으로 강조하여 학생들은 평행 관계에 있는 두 직선이 서로 만나지 않는다는 것을 이해하였지만, 서로 만나지 않는 두 직선의 위치 관계가 평행이 유일하다는 것을 알지 못하기 때문에 평행 관계 이외에도 두 직선이 만나지 않을 수 있다고 가정한 것이라 여겨진다.

종합하면, 수직과 평행에 관한 수업 실행 후 학생들의 이해도를 점검한 결과, 학생들은 수직 관계 및 평행 관계에 있는 두 직선을 찾을 수 있고 수직과 평행 개념을 설명할 수 있었다. 다만, 일부 학생들의 경우 서로 만나거나 만나지 않는 두 직선의 위치 관계를 구분하는데 어려움을 겪거나, 수직 관계의 경우 전형적으로 제시되는 경우에 대해서만 수직이라 인식하는 모습을 드러냈다.

## VI. 논 의

본 연구에서는 한국 및 외국의 초등학교 수학 교과서에서 수직과 평행 개념의 지도 방법을 살펴보고, 이를 토대로 수직과 평행 개념의 수업에 대한 지도 방안을 탐색하여 수업

을 계획 및 실행한 뒤 수업 과정을 분석하였다. 연구 결과를 통하여 수직과 평행 지도 시 교사 또는 교과용 도서 개발자가 주의해야 할 사항과 관련하여 시사점을 제시하면 다음과 같다.

첫째, 학생들이 수직과 평행 개념을 충분히 이해할 수 있도록 다양하고 지속적인 주의를 기울여야 한다. 수직과 평행은 비교적 단순하고 학생들에게 이해하기 쉬워 보이는 개념이다. 하지만 실제 학생들의 이해 실태를 살펴보면 수직과 평행을 충분히 이해하고 있지 못하며(권유미, 안병곤, 2005), 수선, 직각 등의 용어와 혼동하고 있다는 것이 드러났으며(노영아, 안병곤, 2007; 최수임, 김성준, 2012), 이러한 실태는 중학생들에게도 발견할 수 있었다(김문주, 2012). 그렇다면 교사 및 교과용 도서 개발자는 학생들이 수직과 평행 개념을 이해할 수 있도록 어떻게 지도할 수 있는가?

이와 관련하여 크게 두 가지 측면에서 생각해 볼 수 있다. 우선, 수직과 평행 개념을 처음 학습할 때 개념에 대한 약속을 바로 제시하는 것이 아니라, 학생들이 개념을 이해할 수 있도록 관련된 실생활 상황에서 찾아보거나 직선 사이의 여러 위치 관계 가운데 하나로 수직과 평행을 약속해야 한다. 실제 본 연구에서는 수직과 평행 개념을 도입하기 위하여 여러 사진에서 다양한 위치의 직선을 찾아보고 직선끼리 어떻게 만나는지 생각해보았다. 또한 학생들이 혼돈하기 쉬운 수직, 수선, 직각의 용어를 반복적으로 구분함으로써 개념에 대한 이해를 명확히 할 수 있도록 도왔다. 다음으로, 학생들이 수직과 평행 개념에 대한 이해가 형성되면 이를 지속적으로 유지할 수 있는 교사의 주의 깊은 노력이 필요할 것이다. 이를 위하여 수학의 사각형이나 다각형 등의 학습에서 관련 용어가 등장할 때 개념에 대한 정의나 성질을 다루어볼 수도 있고, 다른 교과와의 융합을 통하여 수직과 평행을 포함하는 글쓰기 활동, 수직과 평행을 접목한 디자인 활동 등을 생각해볼 수 있다. 수직과 평행 개념이 4학년 2학기에 처음 다루어지고 그 이후 5, 6학년에서 다각형의 높이나 각기 등과 각뿔의 높이를 다룰 때 활용된다는 점을 고려하여 학생들의 심도 깊고 지속적인 이해를 위한 노력이 필요할 것이다.

둘째, 교과서에서 제시되는 수선과 평행선 그리기 지도 방법에 대한 고찰이 필요할 것이다. 즉, 현재 사용되는 2015 개정 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서에서 수직과 평행은 4학년 2학기 사각형 단원에서 3개의 차시에 다루어지고 있다. 본 논문의 교과서 분석에서 제시하였듯이 이전 2009 개정 교육과정에 따른 교과서에서는 ‘수직과 평행’이라는 단원에서 수직과 평행을 다룬 것이 비하면 이러한 변화는 주목할 만하다. 즉, 이러한 변화는 단원의 폐지뿐만 아니라 그에 따른 차시량의 축소로 인하여 학생들의 수직과 평행에 대한 절대적인 학습 시간이 줄었다는 것을 의미한다. 실제 교과서를 살펴보면 눈에 띄는 변화로 수선과 평행선 그리기가 각각 1개 차시로 지도되던 것이 수직과 평행 알아보기에 포함되어 지도되며, 이에 학생들이 탐구하여 스스로 수선과 평행선을 그리는 기회가 줄어들었을 뿐만 아니라 교과서에서는 어떻게 그리면 되는지 그림으로 안내되어 있다.

수선과 평행선 그리기는 그 자체로도 중요한 활동이지만, 활동 내에서 학생들이 수직과 평행 개념을 바탕으로 수선과 평행선 그리기를 하기 때문에 개념에 대한 이해를 강화하고 다질 수 있는 기회를 제공할 수 있다. 이에 본 연구에서는 수업을 재구성할 때 수선과 평행선 그리기에 앞서 “수선을 어떻게 그릴 수 있을까요?”, “평행선을 어떻게 그릴 수 있을까요?”, “두 직선이 평행이라는 것을 어떻게 확인할 있을까요?”와 같은 발문을 통하여 학생들이 스스로 탐구하고 서로 논의할 수 있는 기회를 제공하고자 하였다. 실제 수업에서 학생들은 어떻게 수선 및 평행선을 그릴 수 있을지 생각하고 논의함으로써 수직 및 평행 개념을 반복적으로 되새길 수 있었으며 이는 본 차시에서 학습하게 될 중요한 개념

을 이해하는데 도움이 되었다. 또한 본 연구의 재구성한 수업에서 알 수 있는 바와 같이 학생들은 수선 및 평행선 그리는 방법을 그들 스스로 찾을 수 있는 능력을 지니고 있다는 것을 고려할 때, 교과서에서 삼각자나 각도기를 통하여 그리는 방법이 제시된 방식에서, 삼각자나 각도기를 사용하여 수선 및 평행선을 어떻게 그릴 수 있을지 생각할 여지를 제공하는 방향으로 구성될 필요가 있을 것이다. 물론 현재 교과서를 통하여 수선 및 평행선을 그릴 때 삼각자나 각도기가 필요하다는 것을 학생들이 인식하도록 할 수 있고, 제한된 시간 안에서 수직 개념을 알고 수선을 그리는 방법을 익히는데 효율적일 수 있다. 하지만, 학생들의 생각할 기회를 보다 제공하고 개념을 이해하는데 도움이 될 수 있는 방법이 모색될 필요가 있다. 이러한 차원에서는 학생들이 스스로 수선과 평행선을 그릴 수 있는 기회를 충분히 제공할 수 있도록 수업을 계획하고 실행하거나 교과용 도서를 개발하는 것을 고려해야 할 것이다.

마지막으로, 수직과 평행 개념을 일상생활과 연결시킬 수 있는 기회를 제공할 필요가 있다. 본 연구 실시한 일본 및 싱가포르와의 교과서 비교 분석 결과, 세 나라에서는 공통적으로 수직과 평행 개념을 가르칠 때 주변의 건물이나 환경에서 수직과 평행을 찾아보는 활동이 포함되어 있었다. 이는 수직과 평행이 일상생활에서 활용되는 중요한 개념이라는 것을 의미하며, 실제 본 연구에서 수업을 재구성하여 실행하였을 때 학생들은 교실, 학교 및 주변 환경에서 수직과 평행을 직접 나타낼 수 있었으며 수직과 평행의 유용함을 설명할 수 있었다. 즉, 학생들은 수직과 평행 개념을 학습한 이후로 그 전까지 인식하지 못하였던 수직과 평행이 내재된 여러 가지 주변 환경 및 상황을 수직과 평행의 안목으로 바라볼 수 있게 되었다.

본 논문을 통하여 연구자는 “수직과 평행 단원이 별도로 있어야 한다.”거나 “수직과 평행 관련 차시를 늘여야 한다.”를 주장하는 것이 아니다. 최소한 수직과 평행 개념을 지도하는 것이 사각형을 지도하기 위한 수단이 아닌, 그 자체로 중요한 개념으로 다루어져야 한다는 것을 강조하는 것이다. 본 연구를 통하여 드러난 연구 결과를 바탕으로 교사나 교육과정 개발자들이 수직과 평행 개념의 지도 방향을 모색하는데 도움이 되기를 기대한다.



## 참 고 문 헌

- 강홍규, 조영미 (2002). 학교기하의 다양한 정의 방법과 그 교수학적 의의. *수학교육학연구*, 12(1), 95-108.
- 교육과학기술부 (2011). **수학과 교육과정**. 교육과학기술부 고시 제2011-361호 [별책 8].
- 교육부 (2015). **수학과 교육과정**. 교육부 고시 제 2015-74호 [별책 8].
- 교육부 (2017). **수학 4-2**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2018). **수학 3-1 교사용 지도서**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2019a). **수학 4-2**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2019b). **수학 5-1**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2019c). **수학 6-1**. 서울: 천재교육.
- 권유미, 안병곤 (2005). 초등 수학 교과서에 사용되고 있는 수학 용어에 대한 학생들의 이해도 분석: 도형 영역을 중심으로. *한국초등수학교육학회지*, 9(2), 137-159.
- 김문주 (2012). 점, 직선, 평면의 위치관계에 대한 중학교 1학년 학생들의 이해에 관한 사례 연구: Cabri 3D를 활용한 탐구활동의 적용. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- 김성준 외 7인 (2013). **초등학교 수학과 교재연구와 지도법**. 파주: 동명사
- 남경주 (2012). **수직과 평행 지도 방법에 관한 한국, 일본, 싱가포르 초등학교 수학 교과서 분석**. 전주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 노영아, 안병곤 (2007). 도형 영역의 오류 유형과 원인 분석에 관한 연구: 초등학교 4학년을 중심으로. *한국초등수학교육학회지*, 11(2), 199-216.
- 송정환 (2001). **초등학교 수학 교과서에 나타난 수직과 평행 지도 방법에 대한 분석**. 서울 교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 이종영 (2005). 초등학교 수학에서 평행과 평행선 지도에 관한 고찰. *수학교육학연구*, 15(3), 273-286.
- 임현수, 강홍재 (2010). 한·일 초등학교 수학과 개정 교육과정 비교 연구. *한국초등수학교육학회지*, 14(2), 337-353.
- 최수임, 김성준 (2012). 정의하기와 이름짓기를 통한 도형의 이해 고찰: 초등학교 4학년 도형 영역을 중심으로. *한국학교수학회논문집*, 15(2), 719-745.
- 홍갑주, 강정민 (2017). 초등학교 수학 교과서의 이해에 유클리드 원론이 주는 시사점. *초등수학교육*, 20(1), 117-130.
- Collars, C., Lee, K. P., Hoe, L. N., & Seng, T. C. (2013). *Shaping maths 3B (3rd ed)*. Singapore: Marshall Cavendish Education.
- Greenberg, M. J. (2018). **유클리드 기하학과 비유클리드 기하학**. (이우영 역). 서울: 경문사. (영어 원작은 1980년 출판).
- 藤井齊亮 외 40명 (2013). **新しい算数 4-上**. 東京: 東京書籍.

<Abstract>

A Study on Teaching Perpendicularity and Parallelity  
in Elementary School Mathematics

Kim, Jeong Won<sup>2)</sup>

Perpendicularity and parallelity are important concepts in Mathematics as well as real-life contexts. However, those concepts are rather reduced in 2015 revised curriculum compared to previous 2009 revised curriculum. This study firstly analyzed teaching method related to perpendicularity and parallelity in a series of mathematics textbooks of Korea, Singapore and Japan. Moreover, the unit of perpendicularity and parallel was redesigned in a way to understand the concepts meaningfully and to give opportunities for students to explore how to make perpendicular and parallel lines. The results showed that noticeable changes has been as the curriculum was revised in Korea. Also, three countries showed some differences in concepts definition and learning activities. This study is expected to suggest implications for how to teach perpendicularity and parallelity in elementary school mathematics.

Key words: perpendicularity, parallelity, elementary Mathematics textbook, teaching perpendicularity and parallelity

논문접수: 2019. 10. 17

논문심사: 2019. 11. 02

게재확정: 2019. 11. 12

---

2) nymph019@hanmail.net