The Korean Journal of Applied Statistics (2019) DOI: https://doi.org/10.5351/KJAS.2019.32.2.277
32(2), 277–289

The game of Rock-Paper Scissors between two teams

Daehyeon Cho[a,1]

[a]Department of Statistics, Inje University

(Received January 10, 2019; Revised February 17, 2019; Accepted February 19, 2019)

Abstract

We use a coin or the game of Rock-Paper Scissors before the main game to determine which team will begin first. And we can use effectively the game of Rock-Paper Scissors to choose one of the two or one of many. Two teams may consist of different number of players. In this paper we consider a rule that after each game if the winners consist of only one team then the team wins or the winners continue the next game till the winning team is decided. According to this rule we find the means and variances of the total number of games till the winning team is decided.

Keywords: Rock-Paper Scissors, mean, number of cases, variance

1. 서론

가위바위보게임은 남녀노소 할 것 없이 모르는 사람이 없을 정도로 자주 하게 되는 게임이다. 가위바위보란 여러 사람이 '가위, 바위, 보'를 외치며 동시에 각기 특정한 손 모양을 내어 상성 관계에 따라 승부를 결정짓는 게임이다. 가위바위보게임은 17세기에 중국에서 일본에 전해진 놀이를 기본으로 19세기 말에 일본에서 발명되었다고 전해지고 있다. 서양에는 20세기에 가서야 전해졌다. 영어로는 rock paper scissors, scissors paper stone등으로 말하는데, 이것은 일본에서 보 대신에 종이를 썼던 것이 서양에 전해졌기 때문이다. 보(보자기)는 일본에서는 종이였지만 한국에 전해졌을 때에 보(보자기)로 바뀌었다 (Cho와 Kim, 2012).

가위바위보게임에서 가위는 바위에게 지며, 바위는 보에게 지고, 보는 가위에게 진다. 가위는 바위를 자를 수 없으며, 보(보자기)는 바위를 쌀 수 있고, 가위는 보를 자를 수 있다는 설명이 널리 퍼져 있다. 여러 사람 중 한 사람을 선택하기 위해 가위바위보게임은 유용하게 사용될 수 있다. 전체를 두 팀으로 갈라서 경기를 갖는 경우 선제공격 팀이나 진영을 가위바위보게임을 통하여 결정할 수 있다. 이 경우 두 팀의 인원이 동일하지 않은 경우도 있을 수 있다.

두 팀으로 나누어진 경우 가위바위보게임을 통하여 한 팀을 결정하는 경우 승부결정방식은 여러 가지를 고려할 수 있다. 가장 보편적인 방법은 대표로 한명씩 나온 두 명의 승부에 따라 결정하는 방식과 모든 참가자가 한명씩 순번을 정해서 이긴 사람이 계속하여 어느 한 팀에 가위바위보게임에 참가할 사람이 더 이상 없는 경우 상대팀이 이기는 방식이 있을 수 있다. 다른 방법으로는 전체가 동시에 참여하는 방법을

This work was supported by 2018 Inje university research grant.

[1]Department of Statistics/Institute of Statistical Information, Inje University, 197 Inje-ro, Gimhae-si, Gyeongsangnam-do 50834, Korea. E-mail: statcho@inje.ac.kr

생각해 볼 수 있다. 이 경우 매 게임에서 승자의 수가 많은 팀이 이기는 승부결정방식과 이긴 사람이 한 팀에만 있을 경우 그 팀이 이기는 승부 결정방식을 고려할 수 있다.

다양한 참가 인원에 따른 게임에 대한 파산 확률이나 파산할 때까지의 총 게임 수에 대하여 많은 연구가 있다 (Chang, 1995; Cho, 1996, 2010; Sandell, 1989). 이러한 연구들은 주로 경우의 수와 조건부확률의 성질 등 확률이론 (Ross, 2006; Chung, 2001)에 의해 연구된 결과들이다.

본 연구에서는 두 팀 전체 구성원이 동시에 참여하여 가위바위보게임을 통하여 승리 팀을 결정하고자 할 때 매번의 게임에서 한 팀에만 승자가 있으면 그 팀이 이기는 방식으로 승부를 결정하는 경우 승부가 결정될 때까지 필요한 총 게임 수에 대한 평균과 분산을 구하고자 한다.

2. 가위바위보게임

2.1. 두 사람이 벌이는 가위바위보게임

A와 B 두 사람이 어느 한쪽이 이길 때까지 가위바위보게임을 하는 경우를 생각해 보자. 편의를 위해 가위를 1, 바위를 2, 보를 3이라 하자. 두 명이 하는 가위바위보게임에서 한 번의 시합에서 비길 확률은 1/3이며 승부가 결정될 확률은 2/3임을 알 수 있다. 승부가 결정될 때까지의 게임수를 X라 하자. 그러면 X의 분포는 모수가 2/3인 기하분포를 따른다. 즉, $P(X = x) = (1/3)^{x-1} \times (2/3)$, $x = 1, 2, \dots$. 모수가 p인 기하분포를 따르는 확률변수 X의 1, 2차 적률 및 분산은 다음과 같다 (Shin, 2004; Jeon과 Kim, 1987; Ross, 2006).

$$E(X) = \frac{1}{p}, \qquad E\left(X^2\right) = \frac{2-p}{p^2}, \qquad \mathrm{Var}(X) = \frac{1-p}{p^2}.$$

그러므로 가위바위보게임은 $p = 2/3$인 기하분포를 따르는 확률변수인 경우에 해당하므로 $E(X) = 1.5$이며 $E(X^2) = (2 - 2/3)/(4/9) = 3$이 되고 분산은 $\mathrm{Var}(X) = (1 - 2/3)/(4/9) = 3/4$이 된다.

2.2. 두 팀이 벌이는 가위바위보게임

두 팀 A, B가 각각 m, n명씩 $m + n$명이 동시에 가위바위보게임을 하는 경우 다음과 같은 두 가지의 승부 결정방식을 생각할 수 있다.

- 승부결정방법 I:

  $m + n$명이 동시에 가위바위보게임을 하여 두 팀 중 이긴 사람의 수가 많은 팀이 이기고 각 팀에서 동일한 수의 승자가 나오는 경우 승자들만이 이긴 사람들의 수가 많을 때까지 가위바위보게임을 계속하여 승부를 결정하는 방식.

- 승부결정방법 II:

  $m + n$명이 동시에 가위바위보게임을 하여 승자가 한 팀에만 나오면 그 팀이 이기고 두 팀에 적어도 1명씩 있는 경우 승자들만이 다시 승부를 겨루어 한 팀에만 승자가 나오는 팀이 최종승리 하는 승부결정방식

Cho와 Kim (2012)는 승부결정방식 방법 I에 의해 각 팀이 2명이 동시에 가위바위보게임을 하는 경우 최종 승부가 결정될 때까지의 게임 수에 대한 평균과 분산을 구하였다.

A, B 두 팀이 각각 m, n명씩($m = 1, 2, 3,\ n = 1, 2, 3$), $m + n$명이 동시에 가위바위보게임을 통하여 승부결정방법 II에 의해 최종 승부가 결정될 때까지 게임을 계속 한다고 하자. 이 경우 전체 게임 수를

$Z_{m:n}$이라 하면 이는 각 팀의 참여 인원에 따라 달라지는 흥미로운 확률변수이다. 이 확률변수에 대한 기댓값과 분산은 시간이 주어진 경우 시간 전략을 세우는데 사용되는 등 다양하게 활용될 수 있다.

본 연구에서는 두 팀 A, B가 m, n명씩 $m + n$명이 동시에 가위바위보게임을 통하여 승부결정방법 II에 의해 최종 승부가 결정될 때까지 게임을 계속하는 경우 전체 게임 수 $Z_{m:n}$에 대한 기댓값과 분산을 구하는 방법을 알아보고자 한다. 이 결과를 두 팀 A, B가 각각 m, n명씩($m = 1, 2, 3,\ n = 1, 2, 3$)인 경우에 대하여 $m + n$명이 동시에 가위바위보게임을 통하여 승부결정방법 II에 의해 최종 승부가 결정될 때까지의 게임 수 $Z_{m:n}$에 대한 평균과 분산을 구해보고자 한다.

임의의 이산 확률변수 X와 $Y \sim f(y),\ y \in S$에 대하여 확률변수 X에 대한 적률은 다음과 같이 조건부 기댓값에 의해 다음과 같이 표현된다 (Ross, 2006; Chung, 2001).

정리 2.1 $E(X^k) = \sum_{y\in S} E\left(X^k|Y = y\right) P(Y = y).$

이를 이용하면 두 팀 A, B가 각각 m, n명씩 $m + n$명이 동시에 가위바위보게임을 통하여 승부결정방법 II에 의해 최종 승부가 결정될 때까지의 게임 수 $Z_{m:n}$을 구할 수 있다. $m + n$명이 동시에 가위바위보 게임을 하는 경우 확률변수 Y를 첫 시합에서 각 팀에서 탈락하는 선수들의 수가 (i, j)인 확률을 갖는 다음과 같은 2변량 확률변수라 하면 즉, $Y \sim p_{Y(y)} = P(Y = y),\ y \in S = \{(i, j), i = 0, 1, \ldots, m,\ j = 0, 1, \ldots, n\}$일 때, $Z_{m:n}$의 적률은 다음과 같이 주어진다.

정리 2.2 $E\left(Z^k_{m:n}\right) = \sum_{y\in S} E\left(Z^k_{m:n}|Y = y\right) p_Y(y) = \sum_{(i,j)\in S} E\left(Z^k_{m-i:n-j}\right) p_{ij}.$

여기서, $p_{ij} = P(Y = (i, j))$이며 확률변수 Y의 분포는 다음과 같이 주어진다.

a) $p_{ij} = \dfrac{\binom{m}{i} \times \binom{n}{j}}{3^{m+n-1}},\quad i = 0, 1, \ldots, m,\ j = 0, 1, \ldots, n.$ 단, $(i, j) \neq (0, 0)$, 혹은 $(i, j) \neq (m, n)$.

b) $p_{mn} = 0.$

c) $p_{00} = 1 - \sum_{(i,j)\neq(0,0)}^{(m,n)} p_{ij} = \dfrac{\sum_{\substack{x_1+x_2+x_3=m+n \\ x_i\geq 1}} \frac{(m+n)!}{x_1!x_2!x_3!} + 3}{3^{m+n}}.$

증명:

a) 첫 시합에서 가위로 A팀에서 i명, B팀에서 j명 탈락하는 경우는 i개의 1과 $(m - i)$개의 2로 된 것과 j개의 1과 $(n - j)$개의 2로 된 열의 개수를 생각해 볼 수 있다. 즉, $1111\cdots1122222\cdots2$ $1111\cdots1122222\cdots2$의 배열을 생각하면 경우의 수는 $\binom{m}{i} \times \binom{n}{j}$이 되고 바위인 경우와 보인 경우를 고려하면 경우의 수는 $3\binom{m}{i} \times \binom{n}{j}$이다. 전체 경우의 수가 3^{m+n}이므로 p_{ij}는 위와 같다.

b) p_{mn}은 첫 시합에서 모두 탈락하는 경우는 없으므로 $p_{mn} = 0$이다.

c) 전체 확률은 1이므로 $p_{00} = 1 - \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=1}^{n} p_{ij}$ 임은 명백하다. 경우의 수를 이용한 p_{00}는 다음과 같다. 이 경우의 수는 모두 동일한 모양을 내는 3가지 경우와 가위 바위 보가 적어도 1번씩 나오는 경우를 더하면 된다. 가위 바위 보가 경우가 적어도 1번씩 나오는 경우의 수는 다음과 같이 구할 수 있다. $m + n$명 중 1을 낸 인원을 x_1, 2를 낸 인원을 x_2, 3을 낸 인원을 x_3라 할 경우 서로 다른 경우의 수는 $x_1 + x_2 + x_3 = m + n,\ x_i \geq 1,\ i = 1, 2, 3$의 정수해집합의 수에 해당한다. 그러므로 가위 바위 보가 경우가 적어도 1번씩 나오는 경우의 수는 $\sum_{\substack{x_1+x_2+x_3=m+n, \\ x_i\geq 1}} (m + n)!/(x_1!x_2!x_3!)$이다. 전체 경우의 수가 3^{m+n}이므로 p_{00}는 위와 같다.

$\square$

Table 2.1. Probability distribution of Y in case of $(m, n) = (2, 1)$

		i		
		0	1	2
j	0	9/27	6/27	3/27
	1	3/27	6/27	0

2.2.1. 각 팀 1명 씩 2명이 가위바위보게임을 하는 경우 A와 B 두 사람이 어느 한쪽이 이길 때까지 가위바위보게임을 하는 경우를 생각해 보자. 편의를 위해 가위를 1, 바위를 2, 보를 3이라 하자. 두 명이 하는 가위바위보인 게임에 대한 경우의 수는 9가지이며 매 번의 시행에서 비길 확률은 1/3이며 승부가 결정될 확률은 2/3임을 알 수 있다. 두 명이 승부가 결정될 때까지의 게임수를 $Z_{1:1}$이라 하자. 그러면 $Z_{1:1}$은 모수가 2/3인 기하분포를 따른다. 그러므로 확률변수 $Z_{1:1}$의 1, 2차 적률 및 분산은 다음과 같다 (Shin, 2004; Jeon과 Kim, 1987; Ross, 2006).

$$E(Z_{1:1}) = 1.5, \qquad E(Z_{1:1}^2) = \frac{2-2/3}{4/9} = 3, \qquad \mathrm{Var}(Z_{1:1}) = \frac{1-2/3}{4/9} = \frac{3}{4}.$$

2.2.2. 한 팀은 2명 다른 팀은 1명이 참가하여 가위바위보게임을 하는 경우 이 경우 최종 승부가 결정될 때까지의 시행횟수를 고려해보자. 승부의 결정은 한 팀에만 승자가 있을 때까지 시합을 계속한다. 최종승부가 결정될 때까지의 시행횟수를 확률변수 $Z_{2:1}$이라 할 때 다음의 결과를 얻을 수 있다.

결과 2.1. 최종 승부가 결정될 때까지의 시행횟수인 $Z_{2:1}$의 평균과 분산은 다음과 같다.

$$E(Z_{2:1}) = 2, \qquad \mathrm{Var}(Z_{2:1}) = \frac{3}{2}.$$

증명: 한 팀은 2명 다른 팀은 1명이 참가하여 가위바위보게임을 하는 경우 첫 시행결과에 대한 확률변수 Y의 분포는 Table 2.1과 같이 주어짐을 알 수 있다. Table 2.1의 Y의 분포를 경우의 수를 이용하여 알아보면 다음과 같다.

1) $(i, j) = (0, 0)$인 경우
   3명 모두 비기는 경우에 해당한다. 즉, 111 222 333 123인 경우이다. 그러므로 경우의 수는 $3 + 3! =$ 9가지이다.
2) $(i, j) = (1, 0)$인 경우
   A팀에서 1명이 탈락하고 남은 두 명이 비기는 경우에 해당한다. 즉, 122 233 311인 경우이므로 경우의 수는 6가지이다.
3) $(i, j) = (2, 0)$인 경우
   B팀의 한명이 이기는 경우이다. 즉, 112 223 331인 경우이므로 경우의 수는 3가지이다.
4) $(i, j) = (0, 1)$인 경우
   A팀의 두 사람이 이기는 경우이다. 즉, 113 221 332인 경우이므로 경우의 수는 3가지이다.
5) $(i, j) = (1, 1)$인 경우
   A팀의 한 사람이 이기는 경우이다. 즉, 133 211 322인 경우이므로 경우의 수는 3가지이다.

Table 2.1의 결과들은 정리 2를 이용한 결과들과 동일함을 알 수 있다. $(i, j) = (0, 1), (1, 1), (2, 0)$인 경우는 A팀 혹은 B가 이기고 최종 승부가 결정되는 경우에 해당한다. 또한 $(i, j) = (1, 0)$인 경우는 A팀

Table 2.2. Probability distribution of Y in case of $(m, n) = (2, 2)$

		i		
		0	1	2
	0	39/81	6/81	3/81
j	1	6/81	12/81	6/81
	2	3/81	6/81	0

의 1명과 B가 남아 있는 경우에 해당하며 $(i, j) = (0, 0)$인 경우는 A팀의 2명과 B가 남아 있는 경우에 해당하므로 확률변수 $Z_{2:1}$은 Y의 값에 따라 다음이 성립함을 알 수 있다.

$$Z_{2:1} = \begin{cases} 1, & Y = (0,1), (1,1), (2,0), \\ 1 + Z_{1:1}, & Y = (1,0), \\ 1 + Z_{2:1}, & Y = (0,0). \end{cases} \tag{2.1}$$

식 (2.1)과 $Z_{1:1}$의 성질 및 Y의 분포를 이용하면 승부가 결정될 때까지의 시행횟수 $Z_{2:1}$의 평균은 다음 식을 만족한다.

$$\begin{aligned} E(Z_{2:1}) &= \sum_{y \in S} E(Z_{2:1}|y) P(Y = y) \\ &= 1 \times \frac{3}{27} + 1 \times \frac{6}{27} + 1 \times \frac{3}{27} + (1 + E(Z_{1:1})) \frac{6}{27} + (1 + E(Z_{2:1})) \frac{9}{27} \\ &= 1 \times \frac{12}{27} + 2.5 \times \frac{6}{27} + (1 + E(Z_{2:1})) \times \frac{9}{27}. \end{aligned} \tag{2.2}$$

식 (2.2)로부터 A_1, A_2가 한 팀이며 B가 한 팀인 3인의 가위바위보게임에서 승부가 결정될 때까지의 시행횟수 $Z_{2:1}$에 대한 평균 $E(Z_{2:1}) = 36/18 = 2$임을 알 수 있다.

또한 식 (2.1)로부터 $Z_{2:1}$에 대한 2차 적률은 다음 식을 만족한다.

$$\begin{aligned} E(Z_{2:1}^2) &= \sum_{y \in S} E(Z_{2:1}^2|y) P(Y = y) \\ &= 1 \times \frac{12}{27} + E\left[(1 + Z_{1:1})^2\right] \times \frac{6}{27} + E\left[(1 + Z_{2:1})^2\right] \times \frac{9}{27} \\ &= \frac{12}{27} + (1 + 2E(Z_{1:1}) + E\left(Z_{1:1}^2\right)) \times \frac{6}{27} + \left(1 + 2E(Z_{2:1}) + E\left(Z_{2:1}^2\right)\right) \times \frac{9}{27}, \end{aligned} \tag{2.3}$$

여기서 $E(Z_{1:1}) = 3/2$이고 $E(Z_{1:1}^2) = 3$이므로 식 (2.3)으로부터 $E(Z_{2:1}^2) = (1/18)(12 + 7 \times 6 + 5 \times 9) = 11/2$임을 알 수 있다. 그러므로 $Z_{2:1}$에 대한 분산 $\mathrm{Var}(Z_{2:1}) = 3/2$임을 알 수 있다. □

2.2.3. 각 팀 2명씩 참가하여 가위바위보게임을 하는 경우 각 팀 2명씩 참가하여 가위바위보게임을 하는 경우 최종승부가 결정될 때까지의 시행횟수를 확률변수 $Z_{2:2}$라 할 때 다음 결과를 얻을 수 있다.

결과 2.2. 최종 승부가 결정될 때까지의 시행횟수인 $Z_{2:2}$의 평균과 분산은 다음과 같다.

$$E(Z_{2:2}) = \frac{41}{14}, \qquad \mathrm{Var}(Z_{2:2}) = \frac{671}{196}.$$

증명: 각 팀 2명이 참가하여 가위바위보게임을 하는 경우 첫 시행결과에 대한 확률변수 Y의 분포는 다음 Table 2.2와 같이 주어짐을 알 수 있다. Table 2.2의 Y의 분포는 경우의 수를 이용하여 알아보면 다음과 같다.

1) $(i,j)=(0,0)$인 경우
처음의 시행에서 4명이 비기는 경우에 해당한다. 즉, 1231 1232 1233 1111 2222 3333. 그러므로 경우의 수는 $(4!/2!)\times 3+3=39$가지임을 알 수 있다.

2) $(i,j)=(0,1)$인 경우
B팀에서 1명이 탈락하고 남은 3명이 비기는 경우에 해당한다. 즉, 2221 3332 1113인 경우이므로 경우의 수는 6가지이다.

3) $(i,j)=(0,2)$인 경우
B팀에서 2명이 탈락하고 A팀의 2명이 비기는 경우이다. 즉, 2211 3322 1133인 경우이므로 경우의 수는 3가지이다.

4) $(i,j)=(1,0)$인 경우
A팀에서 1명이 탈락하고 남은 3명이 비기는 경우에 해당한다. 즉, 1222 2333 3111인 경우이므로 경우의 수는 6가지이다.

5) $(i,j)=(1,1)$인 경우
A, B팀에서 각각 1명이 탈락하고 남은 2명이 비기는 경우에 해당한다. 즉, 1212 2323 3131인 경우이므로 경우의 수는 12가지이다.

6) $(i,j)=(1,2)$인 경우
A팀에서 1명이 이기는 경우에 해당한다. 즉, 1211 2322 3133 경우이므로 경우의 수는 6가지이다.

7) $(i,j)=(2,0)$인 경우
A팀에서 2명이 탈락하고 B팀의 2명이 비기는 경우이다. 즉, 1122 2233 3311인 경우이므로 경우의 수는 3가지이다.

8) $(i,j)=(2,1)$인 경우
B팀에서 1명이 이기는 경우에 해당한다. 즉, 1112 2223 3313인 경우이므로 경우의 수는 6가지이다.

Table 2.2의 결과들 역시 정리 2에 의한 결과들과 동일함을 알 수 있다. $(i,j)=(0,2),(1,2),(2,0),(2,1)$인 경우는 A팀 혹은 B팀이 이기고 최종 승부가 결정되는 경우에 해당한다. 또한 $(i,j)=(1,1)$인 경우는 A팀의 1명과 B팀의 1명이 남아 있는 경우에 해당하며 $(i,j)=(0,1),(1,0)$인 경우는 A팀의 2명과 B팀의 1명이 남아 있는 경우에 해당하며 $(i,j)=(0,0)$인 경우는 A팀의 2명과 B팀 2명이 남아 있는 경우에 해당하므로 확률변수 $Z_{2:2}$는 Y의 값에 따라 다음이 성립함을 알 수 있다.

$$Z_{2:2}=\begin{cases}1, & Y=(0,2),(1,2),(2,0),(2,1),\\ 1+Z_{1:1}, & Y=(1,1),\\ 1+Z_{2:1}, & Y=(0,1),(1,0),\\ 1+Z_{2:2}, & Y=(0,0).\end{cases} \tag{2.4}$$

그러므로 식 (2.4)와 $Z_{1:1}$과 $Z_{2:1}$에 관한 결과를 이용하면 $Z_{2:2}$의 평균은 다음 식을 만족한다.

$$\begin{aligned}E(Z_{2:2})&=\sum_{y\in S}E(Z_{2:1}|y)P(Y=y)\\&=1\times\frac{18}{81}+2.5\times\frac{12}{81}+3\times\frac{12}{81}+(1+E(Z_{2:2}))\times\frac{39}{81}.\end{aligned} \tag{2.5}$$

식 (2.5)로부터 A_1,A_2가 한 팀이며 B_1,B_2가 한 팀인 4인의 가위바위보게임에서 승부가 결정될 때까지의 시행횟수 $Z_{2:2}$에 대한 평균 $E(Z_{2:2})=123/42$임을 알 수 있다.

Table 2.3. Probability distribution of Y in case of $(m,n)=(3,1)$

		i			
		0	1	2	3
j	0	39/81	9/81	9/81	3/81
	1	3/81	9/81	9/81	0

또한 $Z_{2:2}$에 대한 2차 적률은 다음 식을 만족한다.

$$\begin{aligned}
E(Z_{2:2}^2) &= \sum_{y\in S} E(Z_{2:2}^2|y)P(Y=y)\\
&= 1\times\frac{18}{81} + E\left[(1+Z_{1:1})^2\right]\times\frac{12}{81} + E\left[(1+Z_{2:1})^2\right]\times\frac{12}{81} + E\left[(1+Z_{2:2})^2\right]\times\frac{39}{81}\\
&= \frac{18}{81} + \left(1+2E(Z_{1:1})+E\left(Z_{1:1}^2\right)\right)\times\frac{12}{81} + (1+2E(Z_{2:1})+E(Z_{2:1}^2))\times\frac{12}{81}\\
&\quad + \left(1+2E(Z_{2:2})+E\left(Z_{2:2}^2\right)\right)\times\frac{39}{81},
\end{aligned} \tag{2.6}$$

여기서 $E(Z_{1:1})=3/2$, $E(Z_{1:1}^2)=3$, $E(Z_{2:1})=2$, $E(Z_{2:1}^2)=11/2$, $E(Z_{2:2})=41/14$이므로

$$E\left(Z_{2:2}^2\right) = \frac{18}{81} + \left(1+2\cdot\frac{3}{2}+3\right)\times\frac{12}{81} + \left(1+2\cdot 2+\frac{11}{2}\right)\times\frac{12}{81} + \left(1+2\cdot\frac{41}{14}+E\left(Z_{2:2}^2\right)\right)\times\frac{39}{81}$$

로부터

$$E\left(Z_{2:2}^2\right) = \frac{1}{42}\left(18+7\times 12+\left(\frac{21}{2}\times 12\right)+\left(\frac{48}{7}\times 39\right)\right) = \frac{578}{49}$$

이다. 그러므로 A_1, A_2가 한 팀이며 B_1, B_2가 한 팀인 4인의 가위바위보게임에서 승부가 결정될 때까지의 시행횟수 $Z_{2:2}$에 대한 분산 $\mathrm{Var}(Z_{2:2}) = 578/49 - (41/14)^2 = 671/196$임을 알 수 있다. □

2.2.4. 한 팀이 3명 다른 팀이 1명이 참가하여 가위바위보게임을 하는 경우 한 팀이 3명 다른 팀이 1명이 참가하여 최종승부가 결정될 때까지의 시행횟수를 확률변수 $Z_{3:1}$라 할 때 다음의 결과를 얻을 수 있다.

결과 2.3. 최종 승부가 결정될 때까지의 시행횟수인 $Z_{3:1}$의 평균과 분산은 다음과 같다.

$$E(Z_{3:1}) = \frac{75}{28}, \qquad \mathrm{Var}(Z_{3:1}) = \frac{1663}{784}.$$

증명: A팀은 3명 B팀은 1명이 참가하여 가위바위보게임을 하는 경우 첫 시행결과에 대한 확률변수 Y의 분포는 정리 2.2를 이용하면 $(m,n)=(3,1)$에 해당하므로 다음 Table 2.3과 같이 주어짐을 알 수 있다.

$(i,j)=(0,1),(1,1),(2,1),(3,0)$인 경우는 A팀 혹은 B가 이기고 최종 승부가 결정되는 경우에 해당한다. 또한 $(i,j)=(2,1)$인 경우는 A팀의 1명과 B가 남아 있는 경우에 해당하며 $(i,j)=(1,0)$인 경우는 A팀의 2명과 B가 남아 있는 경우에 해당하므로 확률변수 $Z_{3:1}$은 Y의 값에 따라 다음이 성립함을 알 수 있다.

$$Z_{3:1} = \begin{cases} 1, & Y=(0,1),(1,1),(2,1),(3,0),\\ 1+Z_{1:1}, & Y=(2,0),\\ 1+Z_{2:1}, & Y=(1,0),\\ 1+Z_{3:1}, & Y=(0,0). \end{cases} \tag{2.7}$$

그러므로 식 (2.7)과 $Z_{1:1}, Z_{2:1}$에 관한 결과를 이용하면 $Z_{3:1}$의 평균은 다음 식을 만족한다.

$$\begin{aligned} E(Z_{3:1}) &= \sum_{y\in S} E(Z_{3:1}|y)P(Y=y) \\ &= 1\times\frac{8}{27}+2.5\times\frac{3}{27}+3\times\frac{3}{27}+(1+E(Z_{3:1}))\times\frac{13}{27}. \end{aligned} \tag{2.8}$$

식 (2.8)로부터 A_1, A_2, A_3가 한 팀이며 B가 다른 한 팀인 4인의 가위바위보게임에서 승부가 결정될 때까지의 시행횟수 $Z_{3:1}$에 대한 평균 $E(Z_{3:1})=75/28$임을 알 수 있다.

또한 $Z_{3:1}$에 대한 2차 적률은 다음 식을 만족한다.

$$\begin{aligned} E\left(Z_{3:1}^2\right) &= \sum_{y\in S} E\left(Z_{3:1}^2|y\right)P(Y=y) \\ &= 1\times\frac{8}{27}+E\left[(1+Z_{1:1})^2\right]\times\frac{3}{27}+E\left[(1+Z_{2:1})^2\right]\times\frac{3}{27}+E\left[(1+Z_{3:1})^2\right]\times\frac{13}{27} \\ &= \frac{8}{27}+\left(1+2E(Z_{1:1})+E\left(Z_{1:1}^2\right)\right)\times\frac{3}{27}+\left(1+2E(Z_{2:1})+E\left(Z_{2:1}^2\right)\right)\times\frac{3}{27} \\ &\quad+\left(1+2E(Z_{3:1})+E\left(Z_{3:1}^2\right)\right)\times\frac{13}{27} \end{aligned} \tag{2.9}$$

여기서 $E(Z_{1:1})=3/2$, $E(Z_{1:1}^2)=3$, $E(Z_{2:1})=2$, $E(Z_{2:1}^2)=11/2$, $E(Z_{3:1})=75/28$이므로

$$E\left(Z_{3:1}^2\right)=\frac{8}{27}+\left(1+2\cdot\frac{3}{2}+3\right)\times\frac{3}{27}+\left(1+2\cdot 2+\frac{11}{2}\right)\times\frac{3}{27}+\left(1+2\cdot\frac{75}{28}+E(Z_{3:1}^2)\right)\frac{13}{27}$$

으로부터

$$E\left(Z_{3:1}^2\right)=\frac{1}{14}\left(8+7\times 3+\left(\frac{21}{2}\times 3\right)+\left(\frac{75}{14}\times 39\right)\right)=\frac{1822}{196}$$

이다. 그러므로 A_1, A_2, A_3가 한 팀이며 B가 한 팀인 4인의 가위바위보게임에서 승부가 결정될 때까지의 시행횟수 $Z_{3:1}$에 대한 분산 $\mathrm{Var}(Z_{3:1})=1822/196-(75/28)^2=1663/784$임을 알 수 있다. □

2.2.5. 한 팀이 3명 다른 팀이 2명 참가하여 가위바위보게임을 하는 경우 한 팀이 3명 다른 팀이 2명 참가하여 최종승부가 결정될 때까지 시행횟수를 확률변수 $Z_{3:2}$라 할 때 다음 결과를 얻을 수 있다.

결과 2.4. 최종 승부가 결정될 때까지의 시행횟수인 $Z_{3:2}$의 평균과 분산은 다음과 같다.

$$E(Z_{3:2})=\frac{9909}{2520},\qquad \mathrm{Var}(Z_{3:2})=\frac{12961329129}{2178187200}\simeq 5.905.$$

증명: A팀은 3명 B팀은 2명이 참가하여 가위바위보게임을 하는 경우 첫 시행결과에 대한 확률변수 Y의 분포는 정리 2를 이용하면 $(m,n)=(3,2)$에 해당하므로 Table 2.4와 같이 주어짐을 알 수 있다.

$(i,j)=(0,2),(1,2),(2,2),(3,1),(3,1)$인 경우는 A팀 혹은 B팀이 이기고 최종 승부가 결정되는 경우에 해당한다. 또한 $(i,j)=(2,1)$인 경우는 A팀의 1명과 B팀 1명이 남아 있는 경우에 해당하며 $(i,j)=(1,1),(2,0)$인 경우는 A팀의 2명과 B팀의 1명이 남아 있는 경우에 해당한다. $(i,j)=(0,1)$인 경우는 A팀의 3명과 B팀의 1명이 남아 있는 경우에 해당하며 $(i,j)=(1,0)$인 경우는 A팀의 2명과 B팀의 2명이 남아 있는 경우에 해당하며 $(i,j)=(0,0)$인 경우는 모두 남아 잇는 경우에 해당한다. 그러므로 확률

Table 2.4. Probability distribution of Y in case of $(m, n) = (3, 2)$

		i			
		0	1	2	3
	0	153/243	9/243	9/243	3/243
j	1	6/243	9/243	18/243	6/243
	2	3/243	9/243	9/243	0

변수 $Z_{3:2}$는 Y의 값에 따라 다음이 성립함을 알 수 있다.

$$Z_{3:2} = \begin{cases} 1, & Y = (0,2),(1,2),(2,2),(3,0),(3,1), \\ 1 + Z_{1:1}, & Y = (2,1), \\ 1 + Z_{2:1}, & Y = (1,1),(2,0), \\ 1 + Z_{3:1}, & Y = (0,1), \\ 1 + Z_{2:2}, & Y = (1,0), \\ 1 + Z_{3:2}, & Y = (0,0). \end{cases} \tag{2.10}$$

식 (2.10)과 $Z_{1:1}, Z_{2:1}, Z_{3:1}, Z_{2:2}$에 관한 결과를 이용하면 $Z_{3:2}$의 평균은 다음 식을 만족한다.

$$\begin{aligned} E(Z_{3:2}) &= \sum_{y \in S} E(Z_{3:2}|y) P(Y = y) \\ &= 1 \times \frac{30}{243} + 2.5 \times \frac{18}{243} + 3 \times \frac{27}{243} + \frac{103}{28} \times \frac{9}{243} + \frac{55}{14} \times \frac{6}{243} + (1 + E(Z_{3:2})) \times \frac{153}{243} \end{aligned} \tag{2.11}$$

식 (2.11)로부터 A_1, A_2, A_3가 한 팀이며 B_1, B_2가 한 팀인 5인의 가위바위보게임에서 승부가 결정될 때까지의 시행횟수 $Z_{3:2}$에 대한 평균 $E(Z_{3:2}) = 9909/2520$임을 알 수 있다.

또한 $Z_{3:2}$에 대한 2차 적률은 다음 식을 만족한다.

$$\begin{aligned} E\left(Z_{3:2}^2\right) &= \sum_{y \in S} E\left(Z_{3:2}^2|y\right) P(Y = y) \\ &= 1 \times \frac{30}{243} + E\left[(1 + Z_{1:1})^2\right] \times \frac{18}{243} + E\left[(1 + Z_{2:1})^2\right] \times \frac{27}{243} + E\left[(1 + Z_{3:1})^2\right] \times \frac{9}{243} \\ &\quad + E\left[(1 + Z_{2:2})^2\right] \times \frac{6}{243} + E\left[(1 + Z_{3:2})^2\right] \times \frac{153}{243} \\ &= \frac{30}{243} + \left[1 + 2E(Z_{1:1}) + E\left(Z_{1:1}^2\right)\right] \times \frac{18}{243} + \left[1 + 2E(Z_{2:1}) + E\left(Z_{2:1}^2\right)\right] \times \frac{27}{243} \\ &\quad + \left[1 + 2E(Z_{3:1}) + E\left(Z_{3:1}^2\right)\right] \times \frac{9}{243} + \left[1 + 2E(Z_{2:2}) + E(Z_{2:2}^2)\right] \times \frac{6}{243} \\ &\quad + \left[1 + 2E(Z_{3:2}) + E\left(Z_{3:2}^2\right)\right] \times \frac{153}{243} \end{aligned} \tag{2.12}$$

여기서 $E(Z_{1:1}) = 3/2$, $E(Z_{1:1}^2) = 3$, $E(Z_{2:1}) = 2$, $E(Z_{2:1}^2) = 11/2$, $E(Z_{3:1}) = 75/28$, $E(Z_{3:1}^2) = 1822/196$, $E(Z_{2:2}) = 41/14$, $E(Z_{2:2}^2) = 578/49$, $E(Z_{3:2}) = 9909/2520$이므로

$$\begin{aligned} E\left(Z_{3:2}^2\right) = \frac{30}{243} &+ \left(1 + 2 \cdot \frac{3}{2} + 3\right) \times \frac{18}{243} + \left(1 + 2 \cdot 2 + \frac{11}{2}\right) \times \frac{27}{243} + \left(1 + 2 \cdot \frac{75}{28} + \frac{1822}{196}\right) \times \frac{9}{243} \\ &+ \left(1 + 2 \cdot \frac{41}{14} + \frac{578}{49}\right) \times \frac{6}{243} + \left(1 + 2 \cdot \frac{9909}{2520} + E\left(Z_{3:2}^2\right)\right) \times \frac{153}{243} \end{aligned}$$

Table 2.5. Probability distribution of Y in case of $(m,n)=(3,3)$

		i			
		0	1	2	3
j	0	543/729	9/729	9/729	3/729
	1	9/729	27/729	27/729	9/729
	2	9/729	27/729	27/729	9/729
	3	3/729	9/729	9/729	0

으로부터

$$\begin{aligned} E\left(Z_{3:2}^2\right) &= \frac{1}{90}\left[30+7\times 18+\frac{21}{2}\times 27+\left(\frac{89}{14}+\frac{1822}{196}\right)\times 9+\left(\frac{48}{7}+\frac{578}{49}\right)\times 6+\frac{10169}{1260}\times 153\right] \\ &= \frac{475917372}{22226400}=\frac{1468881}{68600}\simeq 21.41226 \end{aligned}$$

이다. 그러므로 A_1, A_2, A_3가 한 팀이며 B_1, B_2가 한 팀인 5인의 가위바위보게임에서 승부가 결정될 때까지의 시행횟수 $Z_{3:2}$에 대한 분산 $\mathrm{Var}(Z_{3:2}) = 1468881/68600 - (9909/2520)^2 = 12961329129/2178187200 \simeq 5.905$임을 알 수 있다. □

2.2.6. 각 팀당 3명이 참가하여 가위바위보게임을 하는 경우 각 팀당 3명이 참가하여 최종승부가 결정될 때까지의 시행횟수를 확률변수 $Z_{3:3}$이라 할 때 다음의 결과를 얻을 수 있다.

결과 2.5. 최종 승부가 결정될 때까지의 시행횟수인 $Z_{3:3}$의 평균과 분산은 다음과 같다.

$$E(Z_{3:3})=\frac{150579}{26040}\simeq 5.782604, \qquad \mathrm{Var}(Z_{3:3})=\frac{11862739}{617400}\simeq 5.905.$$

증명: 각 팀당 3명이 참가하여 가위바위보게임을 하는 경우 첫 시행결과에 대한 확률변수 Y의 분포는 정리 2.2를 이용하면 $(m,n)=(3,3)$에 해당하므로 Table 2.5와 같이 주어짐을 알 수 있다.

$(i,j)=(0,3),(1,3),(2,3),(3,0),(3,1),(3,2)$인 경우는 A팀 혹은 B팀이 이기고 최종 승부가 결정되는 경우에 해당한다. 또한 $(i,j)=(2,2)$인 경우는 A팀의 1명과 B팀 1명이 남아 있는 경우에 해당하며 $(i,j)=(1,2),(2,1)$인 경우는 A팀의 2명과 B팀의 1명이 남아 있는 경우에 해당한다. $(i,j)=(0,2)$인 경우는 A팀의 3명과 B팀의 1명이 남아 있는 경우에 해당하며 $(i,j)=(1,1)$인 경우는 A팀의 2명과 B팀의 2명이 남아 있는 경우에 해당하며 $(i,j)=(0,1),(1,0)$인 경우는 A팀의 3명과 B팀의 2명이 남아 있는 경우에 해당하며 $(i,j)=(0,0)$인 경우는 모두 남아 있는 경우에 해당한다. 그러므로 확률변수 $Z_{3:3}$은 Y의 값에 따라 다음이 성립함을 알 수 있다.

$$Z_{3:3}=\begin{cases} 1, & Y=(0,3),(1,3),(2,3),(3,0),(3,1),(3,2), \\ 1+Z_{1:1}, & Y=(2,2), \\ 1+Z_{2:1}, & Y=(1,2),(2,1), \\ 1+Z_{3:1}, & Y=(0,2), \\ 1+Z_{2:2}, & Y=(1,1), \\ 1+Z_{3:2}, & Y=(0,1),(1,0), \\ 1+Z_{3:3}, & Y=(0,0). \end{cases} \tag{2.13}$$

식 (2.13)과 $Z_{1:1}, Z_{2:1}, Z_{3:1}, Z_{2:2}, Z_{3:2}$에 관한 결과를 이용하면 $Z_{3:3}$의 평균은 다음 식을 만족한다.

$$\begin{aligned}E(Z_{3:3}) &= \sum_{y\in S} E(Z_{3:3}|y)P(Y=y)\\ &= 1\times\frac{42}{729}+2.5\times\frac{27}{729}+3\times\frac{54}{729}+\frac{103}{28}\times\frac{18}{729}+\frac{55}{14}\times\frac{27}{729}+\frac{12429}{2520}\times\frac{18}{729}\\ &\quad+(1+E(Z_{3:3}))\times\frac{543}{729}. \end{aligned} \tag{2.14}$$

식 (2.14)로부터 A_1, A_2, A_3가 한 팀이며 B_1, B_2, B_3가 한 팀인 6인의 가위바위보게임에서 승부가 결정될 때까지의 시행횟수 $Z_{3:3}$에 대한 평균은

$$\begin{aligned}E(Z_{3:3}) &= \frac{243}{62}\left(\frac{14}{243}+2.5\times\frac{1}{27}+\frac{18}{81}+\frac{108}{28}\times\frac{1}{27}+\frac{55}{14}\times\frac{1}{27}+\frac{181}{243}\right)\\ &= \frac{243}{62}\times\frac{9519}{6804}=\frac{9531}{1736}\simeq 5.49\end{aligned}$$

임을 알 수 있다.

또한 $Z_{3:3}$에 대한 2차 적률은 다음 식을 만족한다.

$$\begin{aligned}E\left(Z_{3:3}^2\right) &= \sum_{y\in S} E\left(Z_{3:3}^2|y\right)P(Y=y)\\ &= 1\times\frac{42}{729}+E\left[(1+Z_{1:1})^2\right]\times\frac{27}{729}+E\left[(1+Z_{2:1})^2\right]\times\frac{54}{729}+E\left[(1+Z_{3:1})^2\right]\times\frac{18}{729}\\ &\quad+E\left[(1+Z_{2:2})^2\right]\times\frac{27}{729}+E\left[(1+Z_{3:2})^2\right]\times\frac{18}{729}+E\left[(1+Z_{3:3})^2\right]\times\frac{543}{729}\\ &= \frac{42}{729}+\left[1+2E(Z_{1:1})+E\left(Z_{1:1}^2\right)\right]\times\frac{27}{729}+\left[1+2E(Z_{2:1})+E\left(Z_{2:1}^2\right)\right]\times\frac{54}{729}\\ &\quad+\left[1+2E(Z_{3:1})+E\left(Z_{3:1}^2\right)\right]\times\frac{18}{729}+\left[1+2E(Z_{2:2})+E\left(Z_{2:2}^2\right)\right]\times\frac{27}{729}\\ &\quad+\left[1+2E(Z_{3:2})+E\left(Z_{3:2}^2\right)\right]\times\frac{18}{729}+\left[1+2E(Z_{3:3})+E\left(Z_{3:3}^2\right)\right]\times\frac{543}{729},\end{aligned} \tag{2.15}$$

여기서 $E(Z_{1:1}) = 3/2$, $E(Z_{1:1}^2) = 3$, $E(Z_{2:1}) = 2$, $E(Z_{2:1}^2) = 11/2$, $E(Z_{3:1}) = 75/28$, $E(Z_{3:1}^2) = 1822/196$, $E(Z_{2:2}) = 41/14$, $E(Z_{2:2}^2) = 578/49$, $E(Z_{3:2}) = 9909/2520$, $E(Z_{3:2}^2) = 1468881/68600$, $E(Z_{3:3}) = 9531/1736$이므로

$$\begin{aligned}E\left(Z_{3:3}^2\right) &= \frac{42}{729}+\left(1+2\cdot\frac{3}{2}+3\right)\times\frac{27}{729}+\left(1+2\cdot 2+\frac{11}{2}\right)\times\frac{54}{729}+\left(1+2\cdot\frac{75}{28}+\frac{1822}{196}\right)\times\frac{18}{729}\\ &\quad+\left(1+2\cdot\frac{41}{14}+\frac{578}{49}\right)\times\frac{27}{729}+\left(1+2\cdot\frac{9909}{2520}+\frac{1468881}{68600}\right)\times\frac{18}{729}\\ &\quad+\left(1+2\cdot\frac{150759}{26040}+E\left(Z_{3:3}^2\right)\right)\times\frac{543}{729}\end{aligned}$$

으로부터

$$\begin{aligned}E\left(Z_{3:3}^2\right) &= \frac{1}{186}\left[42+7\times 27+\frac{21}{2}\times 54+\left(\frac{89}{14}+\frac{1822}{196}\right)\times 18+\left(\frac{48}{7}+\frac{578}{49}\right)\times 27\right.\\ &\quad\left.+\left(\frac{11169}{1260}+\frac{1468881}{68600}\right)\times 18+\frac{163779}{13020}\times 543\right]\simeq 44.86\end{aligned}$$

이다. 그러므로 A_1, A_2, A_3가 한 팀이며 B_1, B_2, B_3가 한 팀인 6인의 가위바위보게임에서 승부가 결정될 때까지의 시행횟수 $Z_{3:3}$에 대한 분산 $\mathrm{Var}(Z_{3:3}) \simeq 14.72$임을 알 수 있다. □

3. 결언

가위바위보게임은 남녀노소 할 것 없이 모르는 사람이 없을 정도로 자주 하게 되는 게임이다. 두 팀 간에 벌이는 다양한 경기에서 토스나 가위바위보게임을 통하여 공격과 수비를 정하거나 진영을 결정한다. 대부분의 경기는 각 팀의 참가자 수가 동일하지만 참가 팀원들의 실력의 차이가 나는 경우 팀원의 수가 다를 수도 있다. 요즈음 각 두 명씩 벌이는 복식경기에서 4명이 동시에 가위바위보게임을 통하여 진영을 결정하는 것은 보편화 되어 있다. 그러나 각 팀이 3명 이상일 수도 있으며 각 팀의 구성원이 동일하지 않는 경우도 있을 수 있다. 이러한 경우 가위바위보게임을 통한 다양한 승부 결정방식이 있을 수 있다. 본 연구에서는 두 팀의 구성원 모두가 동시에 가위바위보게임에 참여하여 매 시합에서 승자가 한 팀에서만 나오면 그 팀이 이기고 그렇지 않은 경우 승자들이 한 팀에서만 승자가 나올 때까지 계속하는 승부 결정방식을 고려하였다.

결국 복식의 경우 가위바위보게임을 통하여 먼저 공격할 팀을 결정할 경우 4명 모두가 동시에 가위바위보에 참여하는 것이 한명씩의 대표를 뽑는데 머뭇거리는 시간까지를 고려하면 심리적인 측면과 함께 시간적인 측면에서도 대표인 2명이 하는 것보다 4명 모두가 참여하는 것이 바람직하다고 할 수 있다. 그러나 각 팀이 3명씩으로 구성된 경우 6명이 동시에 가위바위보게임을 통하여 게임이 끝날 때까지 걸리는 시간이 만만치 않음을 알 수 있다. 이러한 결과들을 이용하면 구성원 수가 다른 두 팀이 가위바위보게임을 통하여 팀의 승리를 결정하는 경우 걸리는 시간을 예측할 수 있다. 이러한 결과들을 이용하면 참여인원과 주어진 시간에 따른 다양한 전략을 세울 수 있다.

References

Chang, D. K. (1995). A game with four players, *Statistics and Probability Letters*, **23**, 111–115.

Cho, D. (1996). A game with n players, *Journal of Korean Statistical Society*, **25**, 185–193.

Cho, D. (2010). Decision making through the game of scissors-paper-stone and simulation, *The Korean Journal of Applied Statistics*, **23**, 1217–1224.

Cho, D. and Kim, B. (2012). Method of choosing one in the doubles through the game of rock-paper scissors, *The Korean Journal of Applied Statistics*, **25**, 785–792.

Chung, K. L. (2001). *A Course in Probability Theory*, Academic press, New York.

Jeon, J. and Kim, W. (1987). *Introduction to Probability Theory*, Youngji Publishers, Seoul.

Ross, S. (2006). *A First Course in Probability* (4th ed), Prentice Hall, New Jersey.

Sandell, D. (1989). A Game with three players, *Statistical Probability Letters*, **7**, 61–63.

Shin, Y. (2004). *Basic Theory of Probability*, Kyungmoon Press, Seoul.

두 팀 간에 벌이는 가위바위보게임에 관한 연구

조대현[a,1]

[a]인제대학교 통계학과

(2019년 1월 10일 접수, 2019년 2월 17일 수정, 2019년 2월 19일 채택)

요 약

우리는 메인게임에 앞서 어느 팀이 먼저 공격할 것인가를 동전던지기나 가위바위보게임을 통하여 결정하곤 한다. 가위바위보게임은 둘 중 혹은 여러 사람들 중에서 하나를 선택하고자 할 때도 사용되어진다. 두 팀이 서로 다른 수로 구성되어져 있는 경우 가위바위보게임을 통해 두 팀 중 한 팀을 선택하고자 할 때 가위바위보게임을 사용할 경우 다양한 승부결정방식이 존재한다. 본 연구에서는 서로 다른 수의 팀원 모두가 참여하는 가위바위보게임에서 한 팀에만 승자가 있는 경우 그 팀이 이기는 승부결정방식에 따라 게임이 끝날 때까지 가위바위보의 총 게임 수에 대한 평균과 분산을 구하였다.

주요용어: 가위바위보게임, 경우의 수, 평균, 분산

이 연구는 2018년 인제대학교 대학연구비의 지원으로 연구되었음.

[1](50834) 경남 김해시 인제로 197, 인제대학교 통계학과, 통계정보연구소. E-mail: statcho@inje.ac.kr