

## 시위 방향 비대칭 단면의 복합재료 박벽보의 동특성 연구: II. 다중-셀

김근택<sup>1,†</sup><sup>1</sup>한국항공우주연구원

## Dynamic Characteristics of Composite Thin-Walled Beams with a Chord-Wise Asymmetric Cross-Section: II. Multi-Cell

Keun-Taek Kim<sup>1,†</sup><sup>1</sup>Korea Aerospace Research Institute

## Abstract

Subsequently, Part I [1], which was about the single-cell model, a composite thin-walled beam with a multi-cell of chord-wise asymmetric cross-section, was selected in this study. Moreover, the theoretical dynamic characteristics of the model were analyzed. For this analysis, mathematical modeling was performed by considering the warping restraint effects, transverse shear effects, taper ratio and cross-section ratio. Similar to part I, the mass, stiffness coefficients and Eigen frequencies of the multi-cell section considered were investigated. In particular, the comparison between the multi-cell and single-cell sections and the effects of the cross-section ratio and taper ratio of the model on the Eigen frequencies were analyzed. However, the results compared when the asymmetry of the section was considered and warping function were not corrected.

## 초 록

이번 연구에서는 앞서 Part I [1]에서 수행한 단일-셀(single-cell) 모델에 이어, 시위 방향으로 비대칭성 단면을 가지는 다중-셀(multi-cell) 복합재료 박벽보(thin-walled beam) 모델을 선정하여, 단면의 형상에 대한 이론적인 동특성을 해석하였다. 이를 위해 외팽 구속 효과와 전단 변형 효과, 보의 테이퍼비와 단면 비 등을 고려하였다. Part I에서와 마찬가지로 다중-셀 단면의 질량 및 강성 계수와 고유 진동수 등의 특성을 조사하였다. 특히, 다중-셀과 단일-셀 단면을 비교하고, 다중-셀 단면의 고유 진동수에 미치는 테이퍼비와 단면비의 영향을 비교 분석하였다. 또한, 단면의 비대칭성과 외팽 함수를 보정하지 않은 경우에 대해 그 결과를 비교하였다.

**Key Words** : Composite Thin-Walled Beam(복합재료 박벽보), Multi-Cell Cross-Section(다중-셀 단면), Warping Restraint Effects(외팽 구속 효과), Transverse Shear Effects(횡 전단 효과)

## 1. 서 론

항공기의 날개와 로터 블레이드 등과 같은 복합재료 박벽보(thin-walled beam)의 이론적 해석을 위해 사

용하는 단면은 대부분 극점(pole)을 기준으로 시위 방향(chordwise) 및 두께 방향(flapwise)으로 대칭적인 형상으로 구성하여 단일-셀로 모델링하고 해석을 수행하고 있다[2-4]. 그렇지만, 일반적으로 항공기의 날개는 단면의 전후에 스파 웹(spar web) 구조를 가지며(다중-셀), 시위 방향으로 비대칭 단면을 가진다. 이번 연구에서는 시위 방향으로 비대칭 다중-셀의 단면을 가지는 박벽보의 외팽 함수의 보정을 통한 단면의

이론적인 특성을 조사하였다. 시위 방향으로 비대칭성을 가지는 다중-셀 단면의 와핑 함수는 단일-셀의 경우와 같이, 와핑 평형 조건을 만족하도록 지배 방정식에 보정하여야 한다[5].

이번 연구는 앞서 수행한 단일-셀 연구 결과(Part I [1])를 바탕으로, 다중-셀 단면의 박벽보에 대한 동특성을 고찰하였다. 마찬가지로, 특수한 구조적 연성을 나타내는 circumferentially asymmetric stiffness (CAS) 형상 및 circumferentially uniform stiffness (CUS) 형상을 고려하였다.

또한, 다중-셀과 단일-셀의 단면 특성을 고찰하기 위해, 고려한 모델의 형상과 동일한 단일-셀 단면 모델[1]과 비교 연구를 수행하였다. 그리고 단면의 비대칭성 영향을 고찰하기 위해, 동일한 단면 두께와 시위 길이가 같은 대칭성 단면 모델에 대해서 비교를 수행하였다. 아울러 와핑 함수를 보정하지 않은 경우에 대해서도 보정한 경우와 비교하였다. 또한, 이번 연구에서는 테이퍼비와 단면비가 보의 고유 진동수에 미치는 영향을 조사하기 위해, 수치 예제를 통해 분석, 비교하였다.

## 2. 다중-셀의 운동학

### 2.1 폐단면 보의 Saint-Venant 자유 비틀림 [2]

자유 와핑 조건을 만족하는 보를 가정한다. 이것은 보 양단에 작용하는 토크 모멘트로 인해 전단 흐름이 발생하고 양단 단면에서 와핑이 없음을 의미한다. 또한 다음과 같이, 계수 가중 두께(modulus-weighted thickness)를 가정한다.

$$\tilde{h}(s) = \frac{G_{sz}(s)}{\bar{G}} h(s) \quad (1)$$

여기서,  $\bar{G}$ 는 편의상 선택한 전단 계수로서,

$$n_{sz} = \left( \oint r_n ds / \oint \frac{ds}{h(s) \bar{G}_{sz}(s)} \right) \phi'(z, t) \quad (2)$$

으로부터, 다음의 관계를 얻을 수 있다.

$$\phi' = \frac{n_{sz}}{2\Omega \bar{G}} \oint \frac{ds}{\tilde{h}} \quad (3a)$$

$$\text{혹은, } n_{sz} = \bar{G} \left( \oint r_n ds / \oint \frac{ds}{\tilde{h}} \right) \phi' \quad (3b)$$

또한, 전단 흐름으로 인한 전체 비틀림 모멘트는

$$\bar{M}_t = \oint r_n n_{sz} ds = n_{sz} \oint r_n ds = 2\Omega n_{sz} \quad (4)$$

이므로, Eq. 3은 다음과 같은 형태로 표시할 수 있다.

$$\phi' = \frac{\bar{M}_t}{4\Omega^2 \bar{G}} \oint \frac{ds}{\tilde{h}} \quad (5)$$

자유 와핑의 경우에,  $\bar{M}_t$ 는  $z$ 와 독립이므로, Eq. 5는 비틀림틀이 중 방향 좌표와 독립이고, 자유 비틀림  $\phi(z)$ 가  $z$ -좌표의 선형 함수라는 의미이다. 또 다른 형태로 비틀림 모멘트를 나타내면, 다음과 같다.

$$\bar{M}_t = \bar{G} \bar{J} \phi' \quad (6a)$$

여기서,  $\bar{G} \bar{J}$ 는 자유 비틀림틀에서의 강성을 의미하고, Eq. 6a와 Eq. 5를 비교하면, 다음의 결과를 얻는다.

$$\bar{J} = 4\Omega^2 / \oint \frac{ds}{\tilde{h}} \quad (6b)$$

여기서 Eq. 4로부터, 비틀림 모멘트  $\bar{M}_t$ 가 같을 경우, 전단 흐름  $n_{sz}$ 는 둘러싸인 면적  $\Omega$ 가 동일하면, 단면의 기하학적 형상과 무관하다는 것을 의미한다.

### 2.2 다중-셀 보의 비틀림 [2]

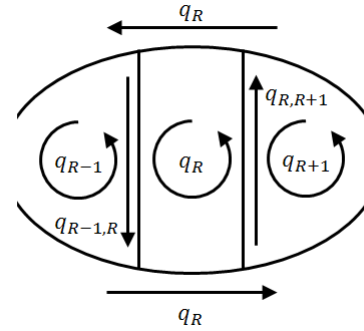


Fig. 1 Shear flow distribution in the R-th cell

이번 절에서는 다중-셀 보의 비틀림에 대한 운동을 해석하기 위해 임의의 단면(Fig. 1)을 가지는 박벽보를 고려한다. 다중-셀 단면 보의 웹(web)로 나누어지는 임의의 여러 개의 셀로 이루어져 있다고 가정한다. 비틀림이 작용하는 과정에서, 횡 방향으로의 강성 강화 요소인 리브(rib)가 단면의 왜곡(distortion)을 방지한다고 가정한다. 이러한 가정에 따라, 비틀림 평면 내에서는 보를 강체로 고려하고, 그 평면의 수직 방향의 변형은 전적으로 유연하다는 의미이다. 또한, 임의 단면에서 와핑 구속이 일어나지 않고, 양단의 단면에서 크기가 같고 방향이 반대로 작용하는

모멘트를 고려한다. 그 결과, 자유 비틀림 모델로부터 구한 와핑 함수는 N-개의 일정한 전단 흐름을 포함하는 N-개 셀의 전단 흐름에 대한 단면 분포를 나타낸다. 이로 인해, 전단 흐름을 구할 수 있는 추가적인 방정식이 필요하다.

이를 위해, 보 윤곽의 중앙선상의 임의의 지점에 대해 정리한 Eq. 3a를 사용한다. R-번째 셀에서 순수 토크  $\overline{M}_t$ 를 받는 경우, 그 셀에서의 비틀림률은 다음과 같이 구한다.

$$\phi_R' = \oint \frac{n_{sz}}{2\Omega_R h G_{sz}} ds \quad (7)$$

여기서, 식 (7)은 R-번째 셀의 중앙선 윤곽을 따라 선 적분한 것이고,  $\Omega_R$ 은 그 중앙선으로 둘러싸인 면적이다. 이 방정식은 또한, 다음과 같이 쓸 수도 있다.

$$\phi_R' = \frac{1}{2\Omega_R \overline{G}} \oint \frac{n_{sz}}{h} ds \quad (8)$$

여기서,  $\tilde{h}(s)$ 는 Eq. 1에서 정의한 계수 가중 두께이다.

N-개의 구성 셀에서, 각각의 벽 부재는 Bredt의 식, Eq. 3b로 주어지는 일정한 전단 흐름을 발생시키면서, 각각의 셀이 토크를 공유한다. 편의상, 다음과 같은 형태로 표시한다.

$$\phi_R' = \frac{1}{2\Omega_R \overline{G}} (q_R \delta_R - q_{R-1} \delta_{R,R-1} - q_{R+1} \delta_{R,R+1}) \quad (9)$$

이 식에서, 전단 흐름  $n_{sz}$ 를  $q$ 로 표시하였고 여기서,  $q_R$ ,  $q_{R+1}$ ,  $q_{R-1}$ 은 각각 R-번째 셀, (R+1)-번째 셀, (R-1)-번째 셀 주위의 전단 흐름이다. 아울러,  $\delta_R$ ,  $\delta_{R,R-1}$ ,  $\delta_{R,R+1}$ 은 각각 R-번째 셀을 둘러싸고 있는 모든 벽과 R-번째와 (R-1)-번째 셀의 공통 웹 및 R-번째와 (R+1)-번째 셀의 공통 웹에 대한 적분을 의미한다. 이 관계를 수식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\delta_R = \oint \frac{ds}{R \tilde{h}} \quad (10a)$$

$$\delta_{R,R-1} = \oint \frac{ds}{R_{R-1} \tilde{h}}, \quad \delta_{R,R+1} = \oint \frac{ds}{R_{R+1} \tilde{h}} \quad (10b,c)$$

순차적으로 인접한 셀 즉, 1-번 셀은 2-번 셀과 2-번 셀은 1-번과 3-번 셀 등과 같이 서로 인접하는 셀로 이루어진 다중-셀 보에 대해 Eq. 10을 적용할 수 있다. m-개의 셀에 인접한 R-번째 셀의 경우, Eq. 9는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\phi_R' = \frac{1}{2\Omega_R \overline{G}} \left( q_R \delta_R - \sum_{r=1}^m q_r \delta_{r,R} \right) \quad (11)$$

$$\text{단,} \quad \delta_{n,R} = \oint \frac{ds}{n_{,R} \tilde{h}} \quad (12)$$

로서, R-번째 셀과 r-번째 셀의 공통 웹의 선 적분으로 정의한다. R-번째 셀의 각각에 대해 Eq. 9를 적용할 수 있다. 그 결과는 다음과 같다.

$$\phi' = \mathbf{S} \mathbf{q} \quad (13)$$

여기서, N-개의 구성 셀인 경우, 다음과 같다.

$$\phi' = \{\phi_1', \phi_2', \dots, \phi_{N-1}', \phi_N'\}^T \quad (14)$$

$$\mathbf{q} = \{q_1', q_2', \dots, q_{N-1}', q_N'\}^T \quad (15)$$

여기서,  $\mathbf{S}$ 는 비틀림률의 유연성(flexibility) 행렬이고, 벡터  $\{ \}^T$ 는 벡터  $\{ \}$ 의 전치(transpose)를 의미한다. 따라서 Fig. 1의 단면 형상의 보에 대해,  $\mathbf{S}$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{S} \equiv \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ S_{21} & S_{22} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & S_{R,R-1} & S_{R,R} & S_{R,R+1} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & S_{N,N-1} & S_{N,N} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\text{단,} \quad S_{R,R} = \frac{1}{2\Omega_R \overline{G}} \delta_R$$

$$S_{R,R-1} = \frac{1}{2\Omega_R \overline{G}} \delta_{R,R-1}$$

$$S_{R,R+1} = \frac{1}{2\Omega_R \overline{G}} \delta_{R,R+1}$$

여기서 Eq. 13으로부터,  $S_{R,R}$ 은 R-번째 셀( $q_R = 1$ ,  $q_{R-1} = q_{R+1} = 0$ )에서,  $S_{R,R+1}$ 은 R-번째와 (R+1)-번째 셀의 공통 웹( $q_{R+1} = 1$ ,  $q_R = q_{R-1} = 0$ )에서 단위 전단 흐름으로 기인한 각각의 비틀림률을 의미한다.

또한, 단면의 불변성(invariance)의 조건을 부가하면,

$$\phi_1' = \phi_2' = \phi_3' = \dots = \phi_{N-1}' = \phi_N' \equiv \phi' \quad (17)$$

을 의미하고, Eq. 17은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\phi' = \mathbf{I} \phi' \quad (18)$$

여기서,  $\mathbf{I}$ 는 단위 벡터이다. Eq. 18을 고려하여, Eq. 13의 역 변환 결과는 다음과 같다.

$$\mathbf{q} = \mathbf{H} \phi' \quad (19)$$

$$\text{단,} \quad \mathbf{H} = \mathbf{S}^{-1} \mathbf{I} \quad (20)$$

한편, N-개의 셀로 이루어진 보에 대해, 전체

토크는 각 셀에서의 토크의 합이다. 비틀림 모멘트 관계식(Eq. 4)을 사용하여, 이 조건에 대한 관계를 다음과 같이 구한다.

$$\overline{M}_t = 2\Omega^T \mathbf{q} \quad (21)$$

단,  $\Omega = \{\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_{N-1}, \Omega_N\}^T$  이다. 따라서 Eq. 21에 Eq. 18과 Eq. 19를 대입하면, 다음의 결과를 얻는다.

$$\overline{M}_t = 2\Omega^T \mathbf{S}^{-1} \mathbf{I} \phi' \quad (22)$$

다음 Eq. 6a와 연계하여 Eq. 22로부터, 다중-셀 보의 전역(global) 비틀림 강성을 구하면, 다음과 같다.

$$(\overline{GJ})_{global} = \frac{\overline{M}_t}{\phi'} = 2\Omega^T \mathbf{S}^{-1} \mathbf{I} \quad (23)$$

이와 같이, Eq. 19와 Eq. 22로부터, N-개의 전단 흐름과 비틀림을  $\phi'$ 에 대한 (N+1)-개의 식을 구한다.

그리고 Eq. 19를 이용하여, 자유 비틀림의 경우, 다중-셀 보의 각 요소에 대한 전단 흐름을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_{12} \\ q_2 \\ q_{23} \\ \vdots \\ q_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_1 - q_2 \\ q_2 \\ q_2 - q_3 \\ \vdots \\ q_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} H_1 \\ H_2 - H_1 \\ H_2 \\ H_3 - H_2 \\ \vdots \\ H_N \end{Bmatrix} \phi' \quad (24)$$

아울러, Eq. 24의 결과로서, 전단 변형률의 분포는 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{sz}^1 \\ \gamma_{sz}^{12} \\ \gamma_{sz}^2 \\ \gamma_{sz}^{23} \\ \vdots \\ \gamma_{sz}^N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} H_1 / (h G_{sz})_1 \\ (H_2 - H_1) / (h G_{sz})_{12} \\ H_2 / (h G_{sz})_2 \\ (H_3 - H_2) / (h G_{sz})_{23} \\ \vdots \\ H_N / (h G_{sz})_N \end{Bmatrix} \phi' \quad (25)$$

혹은,

$$\{\gamma_{sz}\} = \{\lambda\} \phi' \quad (26)$$

여기서,  $\{\gamma_{sz}\}$ 와  $\{\lambda\}$ 는  $(2N-1) \times 1$  벡터이다.

이러한 관계는 비틀림 관련 와핑 함수의 차이를 제외하고 단일-셀의 보와 비슷하다.

### 3. 수치 해석

#### 3.1 다중-셀 단면의 형상

연구 대상 모델은 시위 방향의 비대칭 단면 모델(variant model)로서 다음 Fig. 2와 같다.

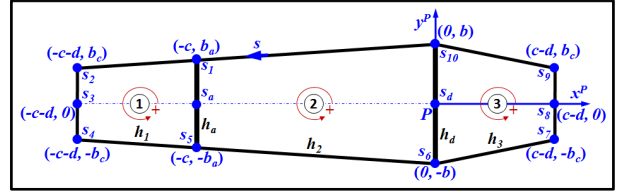


Fig. 2 A Chordwise asymmetric model (3-cell)

또한, 비교 분석을 위해 다음 Fig. 3의 모델(base model)을 고려한다. 이 모델은 Fig. 2 모델과 동일한 기하학적 형상을 가지는 다중-셀 단면의 대칭성 모델이다.

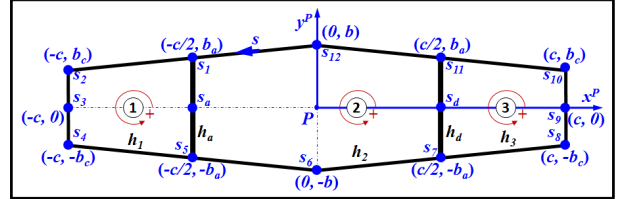


Fig. 3 Symmetrical model for comparison

다중-셀 단면에 대한 수학적 해석을 위해, 이 논문의 2장의 다중-셀 운동학으로부터 유도한 1차 와핑 함수를 제외하고, 참고 문헌 [1]의 단일-셀 단면에 대한 수학적 모델링을 이용한다.

#### 3.2 해석 결과 및 논의

이번 연구를 위해 사용한 재료의 물성치와 단면의 치수는 참고 문헌 [1]과 동일한 물성치를 사용한다.

##### (1) 단면 특성: 질량 및 강성 계수

고려한 시위 방향의 비대칭 단면(variant model)에 대한 특성을 조사하기 위해, 고려한 모델의 CUS 및 CAS 형상에 대해 각각 질량 계수  $b_j$  및 강성 계수  $a_{ij}$ 를 각각 구하였다. 그 결과, 질량 계수  $b_j$  및 강성 계수  $a_{ij}$ 가 대칭성의 단면(base model)과 비교하여 “0”이 아닌 값을 가지는 경우를 Table 1과 Table 2에서 각각 정리하였다. 비교를 위해 표에서 대칭성 단면의 경우는 “S”, 비대칭성 단면의 경우는 대칭성 단면에서 추가적으로 값을 가지는 요소에 대해 “A”로 표시하여

구분하였다.

질량 계수  $b_j$ 는 CUS와 CAS 모두,  $b_3, b_8, b_9, b_{12}, b_{16}$ 에서 대칭성의 단면보다 추가로 “0”이 아닌 값을 가진다(Table 1). 또한,  $b_2, b_6, b_7, b_{11}, b_{13}, b_{17}$ 에서는 어떠한 경우에도 값을 가지지 않는다. 또한, 강성 계수 ( $a_{ij} = a_{ji}$ )의 경우, CUS 형상은  $a_{12}, a_{26}, a_{36}, a_{46}, a_{56}$  등에서(Table 2), CAS 형상은  $a_{12}, a_{24}, a_{26}, a_{36}, a_{46}$  등에서(Table 3) 대칭성의 단면보다 “0”이 아닌 값을 추가로 가진다.

**Table 1 Mass coefficients  $b_j$  for CUS & CAS**

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
| S  |    | A  | S  | S  |    |    | A  | A  |
| 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| S  |    | A  |    | S  | S  | A  |    | S  |

**Table 2 Stiffness coefficients  $a_{ij}$  for CUS**

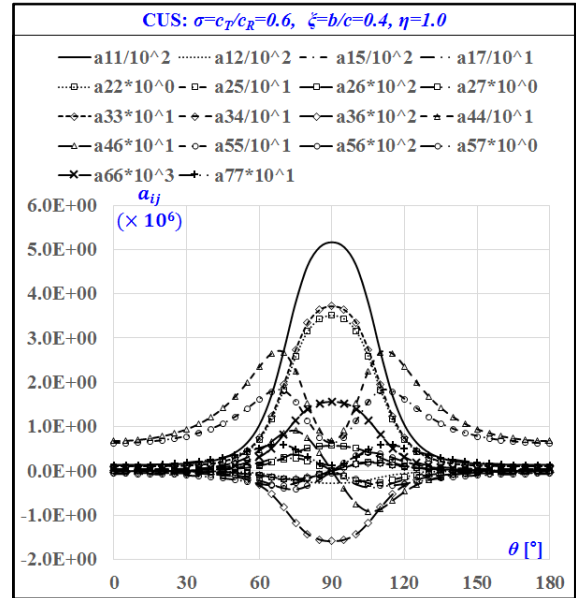
|                 |   |      |   |   |   |   |   |
|-----------------|---|------|---|---|---|---|---|
| $i \setminus j$ | 1 | 2    | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1               | S | A    |   |   | S |   | S |
| 2               |   | S    |   |   | S | A | S |
| 3               |   |      | S | S |   | A |   |
| 4               |   |      |   | S |   | A |   |
| 5               |   |      |   |   | S | A | S |
| 6               |   | Sym. |   |   |   | S |   |
| 7               |   |      |   |   |   |   | S |

**Table 3 Stiffness coefficients  $a_{ij}$  for CAS**

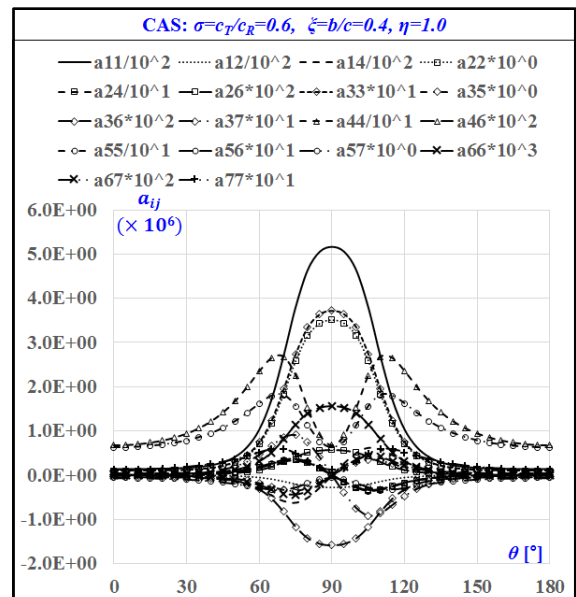
|                 |   |      |   |   |   |   |   |
|-----------------|---|------|---|---|---|---|---|
| $i \setminus j$ | 1 | 2    | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1               | S | A    |   | S |   |   |   |
| 2               |   | S    |   | A |   | A |   |
| 3               |   |      | S |   | S | A | S |
| 4               |   |      |   | S |   | A |   |
| 5               |   |      |   |   | S | S | S |
| 6               |   | Sym. |   |   |   | S | S |
| 7               |   |      |   |   |   |   | S |

날개의 끝단( $\eta=1.0$ )에서 테이퍼비  $\sigma=0.6$ , 단면비  $\xi=0.4$ 인 경우, 비대칭 모델의 CUS 형상 및 CAS 형상에 대해, 각각 강성 계수를 구하여 다음과 같이 Fig. 4와 Fig. 5에 각각 제시하였다. 그림으로부터 알 수 있는 것은 시위 방향으로 비대칭인 단면의 경우에도 와핑 함수를 보정하여 적용할 경우, 와핑 평형 조건을 만족하므로, 대칭성 단면과 동일하게 섭유각  $90^\circ$ 를 기준으로 모든 강성 계수는 좌우 대칭을 이룬다는 것을

확인할 수 있다.



**Fig. 4 Stiffness coefficients for CUS**



**Fig. 5 Stiffness coefficients for CAS**

**(2) 단일-셀과 다중-셀 단면의 비교**

다음은 단일-셀(1-cell)[1]과 다중-셀(3-cell) 단면에 대한 고유 진동수를 비교하여 다음과 같이 Fig. 6 및 Fig. 7에 각각 제시한다.

그림으로부터, 3-cell 단면이 1-cell 단면보다  $90^\circ$  부근에서 더 낮은 고유 진동수 값을 가지고, 고유 진

동수의 차수가 증가할수록 차이가 많아지는 것을 알 수가 있다. 일반적으로 항공기는 3-cell과 같은 구조를 가지며, 1-cell로 가정하여 해석하는 경우보다 정밀한 결과를 얻기 위해서는 다중-셀(3-cell)을 이용하여 해석하는 것이 보다 정밀한 결과를 얻을 수 있다.

(3) 단면의 비대칭성의 영향

다음은 대칭 단면을 기준으로 섭유각( $\theta$ )에 따른 비대칭성의 영향을 조사하기 위해, 고유 진동수의 변화 특성에 대해 다음과 같이 Fig. 8과 Fig. 9에 각각 제시한다.

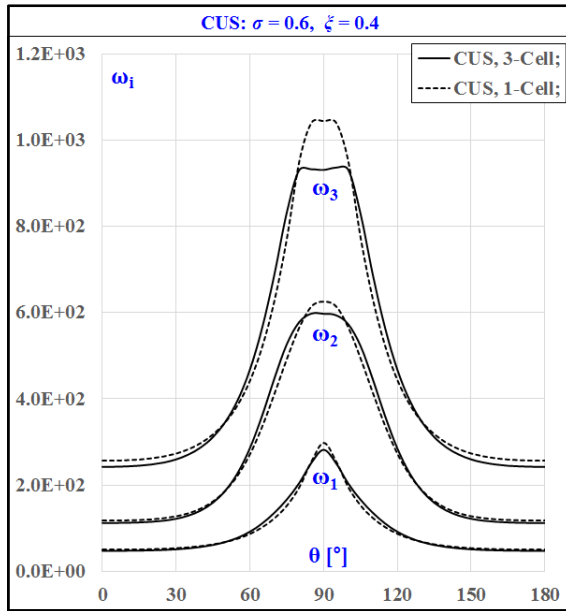


Fig. 6 Eigenfrequencies of 3-cell vs. 1-cell models for CUS

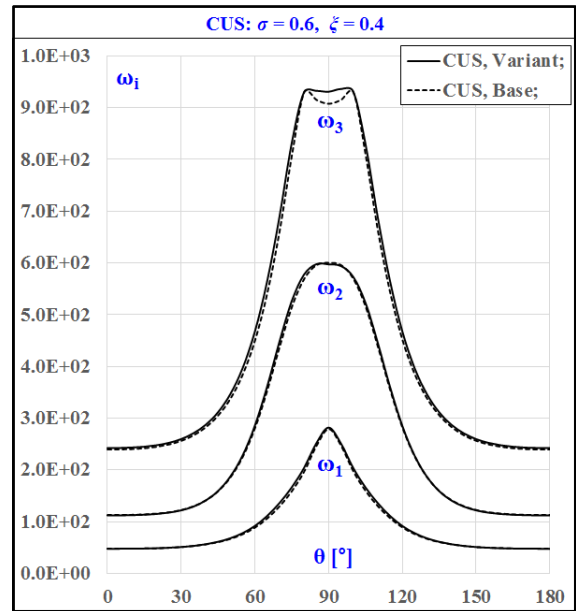


Fig. 8 Eigenfrequencies of asymmetric (variant) vs. symmetric (base) models for CUS

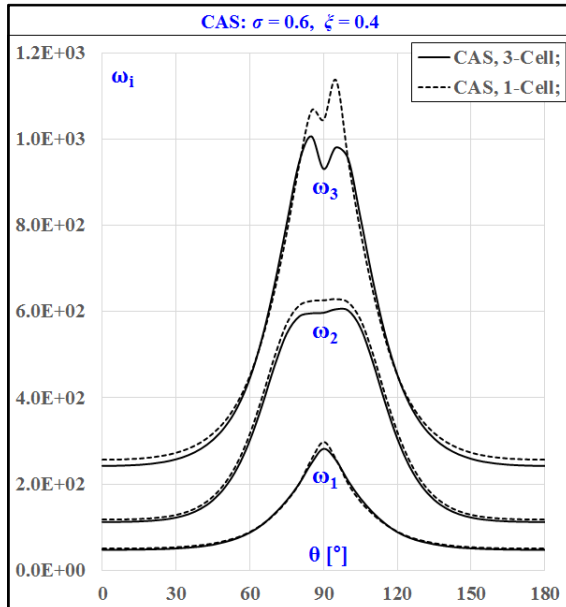


Fig. 7 Eigenfrequencies of 3-cell vs. 1-cell models for CAS

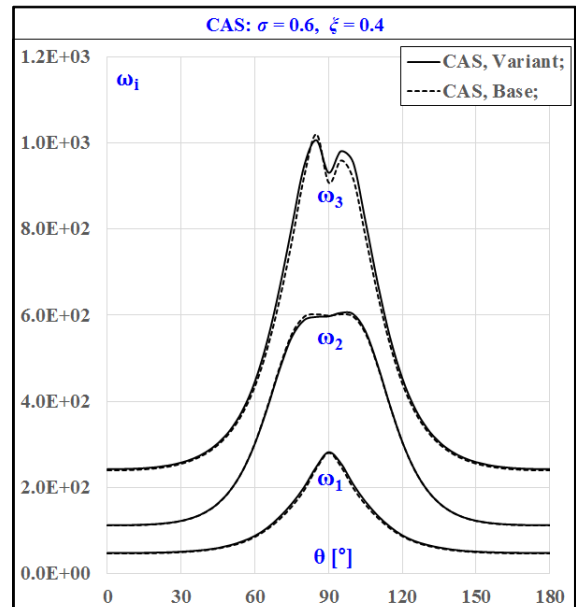
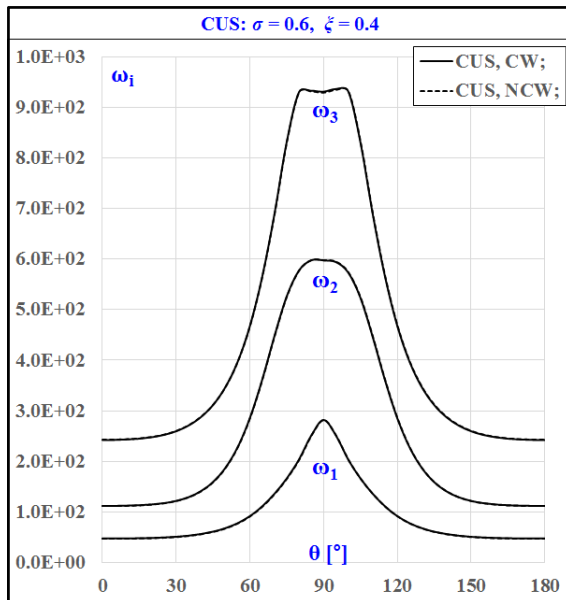


Fig. 9 Eigenfrequencies of asymmetric (variant) vs. symmetric (base) models for CAS

그림으로부터 알 수 있듯이, 대칭 단면의 CUS 모델은 섬유각 90°를 기준으로 고유 진동수가 대칭성을 가지지만, 비대칭 단면의 경우 크기는 작지만 비대칭성이 나타난다. 또한, CAS 형상의 경우 대칭 단면의 경우 2차 고유 진동수까지는 섬유각 90°를 기준으로 대칭성을 나타내지만 비대칭 단면의 경우 섬유각을 따라 비대칭성이 발생하고 있다. 특히, 고유 진동수의 차수가 증가할수록, 비대칭성이 더 확연히 나타남을 알 수 있다.

**(4) 와핑 함수 보정의 영향**

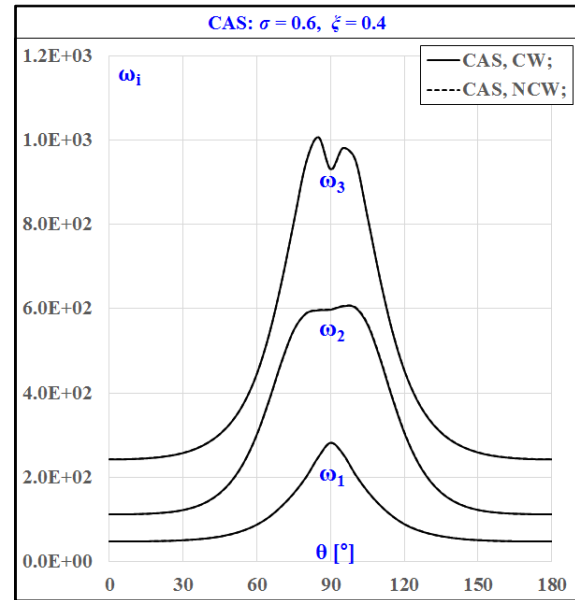
다음은 섬유각( $\theta$ )을 기준으로 와핑 함수를 보정한 경우(corrected warping, CW)와 보정하지 않은 경우(non-corrected warping, NCW)에 대해 고유 진동수의 변화 특성을 조사하여, Fig. 10과 Fig. 11에 각각 제시한다.



**Fig. 10 Eigenfrequencies for CW and NCW cases for CUS**

그림으로부터 알 수 있듯이, CUS와 CAS 모두 와핑 함수를 보정하지 않은 경우, 고려한 모델의 경우에는 그 차이는 미미하게 나타난다. 그러나 앞서 단면 특성 연구 결과(3.2절 (1)항)와 마찬가지로, 와핑 함수로 인해 와핑 함수를 보정하지 않은 경우보다, 질량 계수는 CUS와 CAS 모두,  $b_8$ ,  $b_9$ ,  $b_{16}$ 에서, 강성 계수는 CUS

형상에서  $a_{26}$ ,  $a_{36}$ ,  $a_{46}$ ,  $a_{56}$ 에서, CAS 형상에서  $a_{26}$ ,  $a_{36}$ ,  $a_{46}$ 에서 새롭게 나타난다. 이 계수들은 모델 형상에 따라 지배 방정식에 영향을 미칠 수 있기 때문에, 와핑 함수 보정하지 않으면 비대칭 단면 모델의 정확한 동적 특성을 구할 수 없다[5].



**Fig. 11 Eigenfrequencies for CW and NCW cases for CAS**

**(5) 테이퍼비의 영향**

테이퍼비( $\sigma$ )을 기준으로 고유 진동수의 변화 특성을 조사하여, CUS와 CAS 형상에 대해 다음과 같이 Fig. 12와 Fig. 13에 각각 제시한다. 그림으로부터 알 수 있는 것은, CUS 및 CAS 형상에서 고유 진동수는 차수가 높아질수록 테이퍼비의 영향이 점차 커져간다는 점이다. 1차 및 2차 고유 진동수는 테이퍼비가 커질수록 점차 감소하는 경향을 나타내며, 3차 이상의 고유 진동수는 테이퍼비가 커질수록 점차 증가하는 경향을 나타내고 있다.

**(6) 단면비의 영향**

단면비( $\xi$ )을 기준으로 고유 진동수의 변화 특성을 조사하여, CUS와 CAS 형상에 대해 각각 다음과 같이 Fig. 14 및 Fig. 15에 제시한다.

그림으로부터 알 수 있는 것은, 비대칭성 모델의 CUS 및 CAS 형상에서 고유 진동수는 임의의 단면 두

께비에 따라 고유 진동수는 테이퍼비가 커질수록 점차 증가하는 경향을 나타내고 있다. 또한 단면비에 따라 고유 진동수의 변화는 존재하지만, 테이퍼비의 경우와 달리 단면비의 구간에 따라 고유진동수의 변화가 급격히 나타난다. 이것은 원, 타원 혹은, 네 변의 길이가 같은 정사각형 및 마름모와 같은 상/하 혹은, 좌/우 대칭인 도형은 1차 와핑 함수가 존재하지 않기 때문에 ("0") [2], 단면비에 따른 윤곽선의 기하학적 형상이 박벽보의 고유 진동수에 영향을 미치는 또 하나의 인자라는 것을 의미한다.

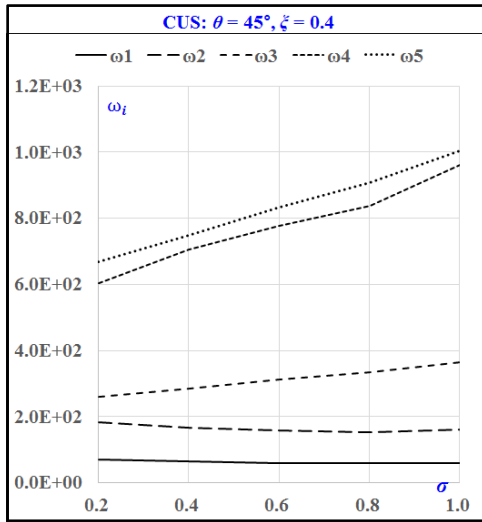


Fig. 12 Eigenfrequencies for taper ratio for CUS

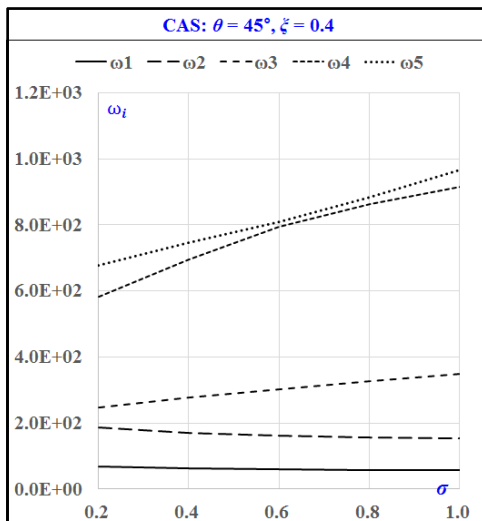


Fig. 13 Eigenfrequencies for taper ratio for CAS

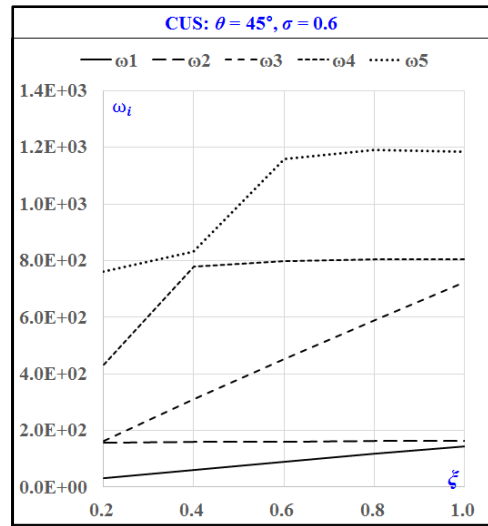


Fig. 14 Eigenfrequencies for thickness ratio for CUS

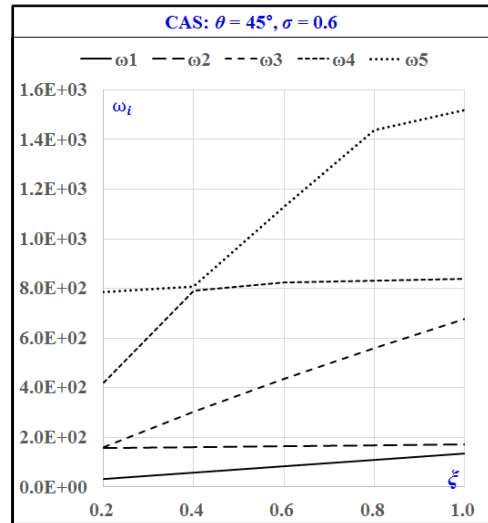


Fig. 15 Eigenfrequencies for thickness ratio for CAS

### 4. 결 론

이번 연구는 Part I [1]에 이어, 다중-셀(3-cell)의 복합재료 박벽보의 시위 방향으로 비대칭성 단면을 가지는 모델을 선정하여, 전단 변형 효과와 와핑 구속 효과, 날개 길이 방향으로 일정한 테이퍼비와 단면비를 고려하고, 와핑 함수 보정을 통해 비대칭 단면의 수학적 모델링을 수행하였다.

시위 방향으로 비대칭성 단면 모델의 CUS 및 CAS 형상에 대해 와핑 함수를 보정한 각각 복합재료 박벽



보로 모델링한 보의 질량 계수 및 강성 계수와 고유 진동수의 특성을 조사하여 고찰하였다. 또한, 단일-셀 [1]과 다중-셀 단면의 비교 및 고려한 모델의 단면 형상과 동일한 단면 두께와 시위 길이를 가지는 대칭성 단면 모델에 대해서도 비교 연구를 수행하고 그 결과를 제시하였다.

그리고 단면의 동특성 연구에서 테이퍼비와 단면비 등의 설계 변수가 고유 진동수  $\omega_i$ 에 미치는 영향을 분석하였다. 그 결과를 요약하여 정리하면 다음과 같다.

|                                    |                  |  |
|------------------------------------|------------------|--|
| 단일-셀(1-cell) 및 다중-셀(3-cell) 단면의 비교 |                  | 항공기는 3-cell과 같은 구조를 가지며, 1-cell 경우보다 3-cell을 이용하여 정밀하게 해석하는 것이 바람직 |
| 시위 방향의 비대칭성 다중-셀 단면                |                  | 대칭성 단면보다 질량 및 강성 계수에서 와핑 함수와 관련된 계수 항이 나타나며, 이에 대한 고려가 필요함         |
| 와핑 함수 보정                           |                  | 와핑 함수로 인해, 추가적인 질량 및 강성 계수가 나타나며, 와핑 함수 보정이 필요                     |
| 매개 변수                              | 테이퍼비( $\sigma$ ) | 테이퍼비에 따라 고유 진동수에 변화를 나타냄   |
|                                    | 단면비( $\xi$ )     | 단면비에 따라 고유 진동수의 변화가 있지만, 단면 형상에 따른 변화도 존재함                         |

이상의 결과를 통해 이번 연구에서 제시한 결과를 통해 시위 방향으로 비대칭성을 가지는 박벽보의 다중-셀 단면에 대한 동특성 및 공탄성 등의 분야에서도 이론적 해석이 가능함을 보였다.

[참조] 기호(Nomenclature)

- $\tilde{G}$  : 전단계수
- $\overline{M}_t$  : 비틀림 모멘트
- $\phi(z)$  : 자유 비틀림

- $\tilde{G}\tilde{J}$  : 자유비틀림에서의 강성
- $n_{sz}$  : 전단흐름
- $\Omega$  : 윤곽선으로 둘러싸인 면적
- $\Omega_R$  : R-번째 셀의 면적
- $\tilde{h}(s)$  : 계수 가중 두께
- $S$  : 비틀림률의 유연성(Flexibility) 행렬

후 기

이 논문은 현재 다부처 사업으로 수행 중인 “국민 안전 대응 무인항공기 융합시스템 구축 및 운용” 사업 (과제번호: 10080047)의 연구 결과 중 일부이다.

References

- [1] K-T Kim, "Dynamic Characteristics of Composite Thin-Walled Beams with a Chordwise Asymmetric Cross-Section: I. Single-Cell," *Journal of Aerospace System Engineering*, Vol. 12, No. 6, pp. 41-49, Dec. 2018.
- [2] L. Librescu and O. Song, *Thin-Walled Composite Beams: Theory and Application, Solid Mechanics and its Applications*, Vol. 131, Springer, ISBN-10 1-4020-3457-1, 2006.
- [3] O. Song, *modeling and Response Analysis of Thin-Walled Beam Structures Constructed of Advanced Composite Materials*, Ph.D. Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1990.
- [4] K-T Kim and O. Song, "Aileron Reversal of Nonuniform and Swept Composite Aircraft Wings," *Journal of Aircraft*, Vol. 50, No. 3, pp. 681-693, May-Jun. 2013.
- [5] K-T Kim, "A Study on the Correction of the Warping Functions of Composite Thin-Walled Beams with a Chordwise Asymmetric Closed Cross-Section," *Journal of Aerospace System Engineering*, Vol. 12, No. 4, pp. 9-17, Aug. 2018.