

# Analysis of the Process Capability Index According to the Sample Size of Multi-Measurement

Do-Kyung Lee<sup>†</sup>

School of Industrial Engineering, Kumoh National Institute of Technology

## 다측정 표본크기에 대한 공정능력지수 분석

이 도 경<sup>†</sup>

금오공과대학교 산업공학부

This study is about the process capability index (PCI). In this study, we introduce several indices including the index  $C_{PR}$  and present the characteristics of the  $C_{PR}$  as well as its validity. The difference between the other indices and the  $C_{PR}$  is the way we use to estimate the standard deviation. Calculating the index, most indices use sample standard deviation while the index  $C_{PR}$  uses range  $R$ . The sample standard deviation is generally a better estimator than the range  $R$ . But in the case of the panel process, the  $C_{PR}$  has more consistency than the other indices at the point of non-conforming ratio which is an important term in quality control. The reason why the  $C_{PR}$  using the range has better consistency is explained by introducing the concept of 'flatness ratio'. At least one million cells are present in one panel, so we can't inspect all of them. In estimating the PCI, it is necessary to consider the inspection cost together with the consistency. Even though we want smaller sample size at the point of inspection cost, the small sample size makes the PCI unreliable. There is 'trade off' between the inspection cost and the accuracy of the PCI. Therefore, we should obtain as large a sample size as possible under the allowed inspection cost. In order for  $C_{PR}$  to be used throughout the industry, it is necessary to analyze the characteristics of the  $C_{PR}$ . Because the  $C_{PR}$  is a kind of index including subgroup concept, the analysis should be done at the point of sample size of the subgroup. We present numerical analysis results of  $C_{PR}$  by the data from the random number generating method. In this study, we also show the difference between the  $C_{PR}$  using the range and the  $C_P$  which is a representative index using the sample standard deviation. Regression analysis was used for the numerical analysis of the sample data. In addition, residual analysis and equal variance analysis was also conducted.

**Keywords** : Process capability index, Multi-measurement, Range, Sample Size

### 1. 서 론

공정능력지수(process capability index)는 공정능력을 수치화된 지수로 나타낸 것이다. 공정능력은 제품의 성능 구

현을 위한 설계도의 규격에 대해 제조 공정이 어느 정도 이를 실행하는 가를 나타내는 것으로, 이런 의미에서 '공정능력비'라고도 한다. 공정능력지수는 이 공정능력을 숫자로 나타낸 것으로서, 일반적으로 공정이 안정되어 있을 때, 규격의 상한과 하한의 공차와 제조공정을 통해 생산한 제품들의 산포인 표준편차의 대비로 나타낸다.

공정상에서 품질을 평가하는 방법들로서 부적합률, 공정능력지수 그리고 기대손실 등이 있다. 우리에게 친숙한

Received 23 February 2019; Finally Revised 18 March 2019;

Accepted 20 March 2019

<sup>†</sup> Corresponding Author : dklee@kumoh.ac.kr

부적합률은 생산한 제품들 중에서 제품의 품질특성이 규격에서 벗어난 비율을 나타낸다. 그러나 부적합률은 규격에 대한 충족과 미충족의 이분법적인 정보로써, 전체 제품들의 특성분포에 대한 정보를 제공하지 못한다. 공정능력지수는 부적합률의 개념인 부적합률과 유사하지만, 품질특성의 전체 범주에 대한 정보를 고려한 지수이며, 공정의 정밀도에 대한 공정규격과의 비교라는 면에서 차이가 있다.

Juran[5]이 최초로 제시한 공정능력 개념은 규격과의 비교가 아닌 단순한 공정의 산포수준이었다. Juran은 측정 대상 품질특성치의 산포를 표준편차  $\sigma$ 로 나타낼 때, 표준편차의 여섯 배에 해당하는  $6\sigma$ 로 공정능력을 나타내고 이를 ‘자연공차’로 지칭하였다. 이후 수행된 Kane[6]의 연구에서 규격을 공정능력에 포함시켜 현재의 공정능력지수 개념을 정립했다. 이 지수를 사용함으로써 품질목표의 설정과 정보소통을 단순화시킬 수 있기에 현재까지 산업계에서 폭 넓게 사용하고 있다.

공정능력지수를 구성하는 두 가지 요소는 규격과 공정산포다. 이 중 규격은 설계도에서 지정한 값으로서 상수다. 공정의 산포는 생산한 제품들의 품질특성값들에 의한 모 표준편차  $\sigma$ 다. 모 표준편차 역시 상수이지만, 모든 제품들의 품질특성을 측정 검사해야만 알 수 있는 값이다. 전체 제품을 검사하는 것은 검사비용과 검사시간 등의 현실적인 제약으로 인해 일반적으로 불가능하다. 바로 이 점에서 모든 산업현장에서의 공정능력지수 산정에 어려움이 있다. 철판의 두께가 품질특성인 매우 단순한 경우를 생각하더라도, 해당 철판에서 두께를 측정할 수 있는 지점은 무한하다. 이론적인 공식에서의 공정능력지수 산정을 위해 얼마나 많은 수의 측정점 즉, 표본크기가 필요한지에 대한 기준이나 참고사항이 없기 때문이다. 참고사항이라면 ‘공정이 안정되어 있을 때’라는 전제 조건이 유일하다.

앞서의 철판공정과 같은 연속적인 제조공정의 경우에는 이 전제조건에 의해 인접한 측정점 간의 특성값에 큰 변화가 없음을 가정할 수 있다. 그러나 반도체 공정이나 디스플레이 제품과 같이 하나의 제품이 독자적인 여러 모듈이나 셀의 집합으로 구성되는 경우에는 이러한 전제조건도 측정점의 수 즉, 표본크기를 결정함에 참고사항이 되지 못한다. 결국 공정능력지수 산정이 보다 현실적이기 위해서는, 모 표준편차의 추정 방법과 제품의 검사비용과 시간을 고려한 추정에 필요한 표본크기의 결정이 이루어져야 하며, 표본크기의 변화에 대한 공정능력지수의 분석이 필요하다.

본 연구에서는 공정능력지수의 이러한 취약점에 대한 기존의 여러 공정능력지수들을 소개하고, 하나의 제품이 독자적인 여러 모듈이나 셀의 집합으로 구성되는 경우에

있어 제시되었던 지수에 대해 표본크기의 변화에 대해 분석하고자 한다.

## 2. 기존 연구 고찰

본 장에서는 공정능력지수들에 대해 영역별로 구분하여 기존 연구들을 소개한다.

### 2.1 단일 공정능력지수 모형

가장 기본 공정능력지수는 아래의 식 (1)이다.

$$C_p = (USL - LSL) / 6\sigma \quad (1)$$

이 공식은 규격상한  $USL$ 과 규격하한  $LSL$ 의 차이를 표준편차의 6배로 나눈 값이다. 관리도의 관리한계 입장에서 관리상한선 개념으로 보면, 공정평균이 규격의 중간값에 일치할 때,  $C_p = 1$ 의 값을 갖는 경우 부적합률은 관리한계선 밖으로 나갈 확률과 같아지는 0.3%에 해당한다.

Kane[6]은  $C_p$ 가 공정평균의 치우침을 반영하지 않아 부적합률과의 괴리가 발생하는 단점을 보완한 지수  $C_{pk}$ 를 제안하였다.

$$C_{pk} = \min\left(\frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma}\right) \quad (2)$$

Chan, Cheng, 그리고 Spring[3]은 공정의 목표값  $T$ 가 규격의 중간점이 아닌 경우, 이를 반영한 지수  $C_{pm}$ 을 제안했다.

$$\begin{aligned} C_{pm} &= (USL - LSL) / (6\sqrt{E[(X - T)^2]}) \\ &= (USL - LSL) / (6\sqrt{(\sigma^2 + (\mu - T)^2)}) \end{aligned} \quad (3)$$

이 지수는 산포 측정에 있어 공정평균으로부터의 산포에 더해 목표치  $T$ 와의 산포를 고려했으며, 이는 다구치의 2차 손실함수 개념을 도입한 것이다. 이 연구를 시작으로 공정능력지수가 단순히 공정능력을 나타내는 지수가 아닌 비용분석의 지수로도 응용되기 시작했다. Pearn, Kotz 그리고 Johnson[12]은  $C_{pm}$ 에 공정 평균 위치의 치우침과 공정 목표치를 동시에 고려한 복합 형태의 지수  $C_{pmk}$ 를 제안하였다.

$$\begin{aligned} C_{pmk} &= \frac{\min(USL - \mu, \mu - LSL)}{3\tau} \\ &= C_{pk} / \sqrt{1 + (\mu - T)^2 / \sigma^2} \end{aligned} \quad (4)$$

### 2.2 다변량 공정능력지수 모형

단일 공정능력지수는 한 가지 특성항목에 대한 규격과 산포의 비교 척도이다. 그러나 단일 부품이라 해도 한 가지 품질특성을 구현하기 위한 설계상의 규격이 다수인 경우가 일반적이다. 그러므로 현장에서는 이러한 여러 규격을 포함한 품질특성에 대해 하나의 공정능력지수로 나타내기를 바란다. 그러나 공정능력지수가 주어진 규격 대비 공정의 산포 정도의 개념이므로 이를 한 번에 적용함에는 약간의 무리가 따르며, 설사 이를 적용하려고 해도 이들 특성들 사이에 독립적인 관계를 가정해야만 가능하다. 따라서 여러 특성들을 기초로 그 부품의 통합적 공정능력을 판단함이 보다 바람직하다. 다변량 공정능력지수 영역은 본 연구와의 연관성이 적으므로 상세한 소개는 생략하도록 한다.

### 2.3 시스템 공정능력지수 모형

시스템 공정능력지수는 순차적으로 여러 공정을 거친 모듈이나 부품의 통합적인 공정능력지수다. 이 지수 산정에는 여러 단일 공정의 개별 규격들이 포함되므로 순수한 공정능력지수라고 할 수는 없다. 설계도에는 많은 규격들이 존재한다. 이들 많은 규격들에 대한 개별 공정능력들이 최종적인 부품 전체에 어느 정도 영향력을 미치는지를 파악하기 어렵기 때문에, 이들을 통합한 시스템 공정능력지수의 개념이 필요하다.

시스템 공정능력지수는 여러 특성을 하나의 공정능력지수로 표현함에 있어 다변량 공정능력지수와 유사한 성격을 갖는다. 다변량 공정능력지수는 여러 특성자료들에 대해 측정된 물리적 값들로서 지수를 구성하는 반면, 시스템 공정능력지수는 여러 단계의 개별 공정의 품질특성에 대해 단일 공정능력지수로 표현 후, 이들로써 전체 공정능력으로 나타냄에 차이가 있다. 또한 개별 공정들은 서로 독립이라고 전제하는 점이 다변량 공정능력지수와 차이점이라 할 수 있다.

Bothe[1]는 우선 개별 공정의 부적합률로 전체 부적합률  $P(f)$ 을 계산하고, 이를 다시 공정능력지수로 변환했다. 여러 품질 특성들이 서로 독립이라는 가정 하에서 변량  $i$ 에 의한 부적합률을  $p_i$ 라고 할 때,  $f$ 개의 변량으로 구성된 전체 부적합률은 다음과 같다.

$$P(f) = 1 - \prod_{i=1}^f (1 - p_i) \tag{5}$$

이 부적합률에 해당하는 표준화  $Z$ 값을 찾아 전체 공정능력으로 전환했다. Bothe[2]는 같은 맥락으로 변량  $i$ 에 의한 공정능력지수를  $C_p(i)$ 라고 할 때, 개별  $C_p(i)$ 들에

의한 수율로 전체 부적합률을 나타내고, 표준정규분포에서 이 전체 부적합률에 해당하는 공정능력지수를 제시하기도 했다. Plante[13]는 다단계 공정의 전체 공정능력을 평가하기 위해  $SC_{pk}$ 을 제안하였다. 그는 각각의 하위 공정능력을 지수  $C_{pk}$ 로 계산하고,  $m$ 개의 하위 공정으로 구성되는 최종 공정능력을 표현함에 있어 이들 하위 공정능력들의 기하평균으로 표현했다.

$$SC_{pk} = \left( \prod_{i=1}^m C_{pk}(i) \right)^{1/m} \tag{6}$$

$$= \left[ \prod_{i=1}^m \min \left( \frac{USL_i - \mu_i}{3\sigma_i}, \frac{\mu_i - LSL_i}{3\sigma_i} \right) \right]^{1/m}$$

Cho와 Lee[4]는 식 (6)에서 하위 공정능력지수를  $C_{pk}$  대신  $C_{psk}$ 를 적용했다. Lee와 Lee[10]는 위치별 공정능력지수로서  $C_{pm}$ 을 적용한 최소기준의 시스템 공정능력지수  $SC_{pm}(m)$ 을 다음과 같이 제시했다.

$$SC_{pm}(m) = \min C_{pm(i)}, \quad i = 1, 2, \dots, m \tag{7}$$

$$C_{pm}(i) = \left[ \frac{(USL_i - LSL_i)}{6\sqrt{\hat{\sigma}_i^2 + (\hat{\mu}_i - T_i)^2}} \right] \tag{8}$$

윗 식에서  $m$ 은 측정 위치수이며,  $T_i$ 는 측정위치  $i$ 에서의 공정 목표값이다. Lee[11]는 시스템 공정능력지수에 대해 식 (7)의 최소 기준을 그대로 적용하지만, 위치별 공정능력지수  $C_{pm}(i)$  산정에 있어 식 (9)와 같이 모분산 추정량으로 합동추정량  $S_p^2(i)$ 를 사용했다.

$$C_{pm}(i) = \left[ \frac{(USL_i - LSL_i)}{6\sqrt{S_p^2(i) + (\bar{x}_{i..} - T_i)^2}} \right] \tag{9}$$

동일 자료에 대해 합동추정량  $S_p^2$ 은 범위를 이용한  $\bar{R}/d_2$ 나 표준편차 평균을 이용한  $\bar{s}/c_4$ 에 비해 모분산을 크게 추정함으로써 전체 공정능력지수는 상대적으로 작게 산정된다. Lee[9]는 제시한 판넬공정의 공정능력지수 산정에 있어, 한 판넬에서 측정수를 부분군으로 파악하고 앞서 연구들에서 모표준편차의 추정량으로 사용했던 표본 표준편차  $s$ 대신 범위  $R$ (range)을 사용한 시스템 공정능력지수  $C_{PR}$ 을 제안했다.

$$C_{PR} = \frac{(USL - LSL)}{6R/d_2} \tag{10}$$

$C_{PR}$ 은 산포의 추정에 있어 범위 평균  $\bar{R}$ 를 사용함으로써, 군간 변동이 제거된 공정능력을 나타낸다. 그러므로 표본표준편차를 사용하는 공정능력지수들에 비해

일반적으로 큰 값을 나타낸다.  $d_2$ 는 부분군 크기  $n$ 에 대한 표준편차 추정의 수정계수다. Kotz와 Johnson[8]은 위에서 언급한 공정능력지수들을 포함하여, 기타 측정 자료들이 정규성 결여, 비대칭성 및 자료 간에 상관성이 있는 경우와 같이 공정의 특수 상황에 대한 연구들에 대해 정리했다.

### 3. 연구 내용

위의 기존 연구에서 다양한 경우에 해당하는 공정능력 지수들을 살펴보았다. 그러나 ‘정확한 공정능력지수 산정을 위해 얼마나 많은 수의 측정점 즉, 표본크기가 요구되는가?’에 대한 연구는 없다. 이를 위해서는 표본크기의 증가에 대한 공정능력지수의 분석이 필요하다. 물론 표본크기가 클수록 해당 지수가 정확해 지는 것은 당연하지만, 기업에서는 측정에 필요한 시간과 비용을 고려할 때 무조건 표본크기를 크게 할 수는 없다.

일반적으로 품질특성이 규격을 어느 정도 충족하는지 여부를 알아보기 위해, 개별 부품의 정해진 한 곳에서 측정한다. 그러나 공정능력을 가능한 정확히 표현하기 위해서는 하나의 부품에서 한 곳의 측정이 아닌 여러 곳의 측정이 필요하다. 예를 들어, 철판이나 유리를 생산하는 공정의 품질특성인 그 두께는 서로 근접한 위치에서는 거의 변동이 없지만, 어느 정도 거리가 있는 경우 두께가 일정하게 유지가 된다는 보장은 없다. 따라서 두께에 대한 공정능력을 측정하기 위해서는 한 장의 유리에서 여러 위치를 선정하여 측정함이 타당하다. 이 때 공정능력 지수는 합리적 측정의 기준으로 다음 세 가지 전제조건을 만족해야 할 것이다.

- 1) 정확성 : 측정 위치는 전체 영역을 포함해야 한다.
- 2) 검사비용 : 측정점 수(표본크기)는 작아야 한다.
- 3) 정합성 : 지수는 가능한 부적합률과 부합해야 한다.

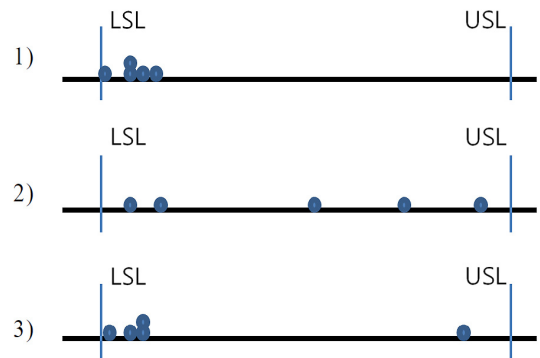
#### 3.1 판넬 공정의 부적합률과 산포

본 연구에서의 대상 제품특성은 평판 디스플레이 판넬(FPD : flat panel display)의 휘도다. 한 장의 판넬은 판넬의 용도와 크기 그리고 해상도에 따라 빛을 구현하는 1,000,000개 이상의 셀들로 구성된다. 하나의 셀의 밝기 즉, 휘도는 해당 셀에 인쇄된 형광물질의 두께에 의해 결정되며, 이 인쇄 두께가 본 연구의 품질특성이다.

인쇄 두께에 대해 앞서 첫 번째 전제조건 ‘측정점은 전체 영역을 포함해야 한다.’에 부합하기 위해서는 한 장의 판넬 전체를 커버할 수 있는 여러 위치별 측정점들이 필요하다. 본 연구에서는 Lee[9]가 제시한  $C_{PR}$ 을 공정능력

지수로 선정한다. 이때 한 장의 판넬이 부분군이며, 이 안의 측정점 수가 표본크기에 해당한다.

일반적으로 범위가 표본표준편차에 비해 모표준편차의 상대적으로 둔감한 추정량임에도 불구하고, 이 연구에서 범위를 사용하는 이유는 세 번째 전제조건 ‘지수는 가능한 부적합률과 부합해야 한다.’는 정합성 때문이다. Lee는 그의 연구에서 <Figure 1>을 통해 범위를 사용해야 하는 이유를 다음과 같이 설명했다.



<Figure 1> Types of Dispersion in an FPD

‘판넬 공정의 특성상 측정값들의 표본표준편차 값이 작더라도, 한 장의 판넬에서 측정한 여러 위치의 측정값들 중에서 적어도 하나의 측정값이 다른 자료들에 비해 매우 크거나 작은 경우, 측정 위치별 품질특성의 차이가 크므로 균질도(uniformity)가 나빠서 해당부품은 적합품으로 처리하기 어렵다. 그러므로 산포의 기준으로 범위  $R$ (range)을 사용함이 타당하다. 위의 <Figure 1>에서 1)은 공정 목표치에서 치우침 정도가 심하지만, 산포가 작음으로 인해 균질도가 높아 적합품으로 처리된다. 2)의 경우, 모든 값들이 규격을 충족시키고 평균이 공정 목표치에 거의 일치하지만, 그들 사이에 산포가 큼으로 인해 균질도가 낮아 특성검사 단계에서 부적합품으로 처리된다. 3)의 경우, 공정 목표치와 많은 차이가 있으나 이는 문제시 되지 않는다. 또한 산포의 측면에서 하나의 측정값만 차이가 있으므로 표본표준편차  $s$ 는 작다. 그러나 평판도가 나빠서 부적합품으로 처리된다. 단일 공정능력지수들의 연구 방향은 중간값이나 목표값 대비 치우침을 고려함으로써 부적합률과 유사한 성질을 나타내도록 진행되어 왔다. 그러나 본 연구에서 제시한 공정에서는 한 부품 안에서의 평판도가 중요하기 때문에 규격을 매우 벗어나지 않는 이상, 개별 부품 안에서의 치우침을 고려할 필요가 없다.’

산포의 추정에 있어, 표본표준편차는 부분군으로 나눈다. 무관하게 전체 자료의 산포를 포함하지만, 범위  $R$ 은 군내 변동만 포함한다. 앞서의 설명에서와 같이 판넬 공

정의 부적합률은 한 판넬의 휘도의 산포가 중요하다. 판넬 공정의 경우, 제품의 부적합 여부는 전체 자료들에 대한 산포보다는 기하학적 ‘평탄도’에 해당되며, 이를 반영할 수 있는 통계량이 범위  $R$ 이다. 범위를 사용하기 위해서는 범위를 구분하는 합리적 군구분(rational subgrouping)이 필요하다. 본 연구의 경우, 하나의 부분군은 한 장의 판넬이며, 군의 크기 즉, 표본크기는 한 장의 판넬에서 측정하는 측정 수다. 한 곳의 측정 위치에서 한 셀의 인쇄 두께를 측정한다면, 표본크기는 한 장의 판넬에서 측정 위치수와 동일하다.

<Table 1> Coefficients  $d_2$  for Estimating the Standard Deviation by Sub-group Size

Sub-group Size n	$d_2$	Sub-group Size n	$d_2$	Sub-group Size n	$d_2$
2	1.128	8	2.847	14	3.407
3	1.693	9	2.907	15	3.472
4	2.059	10	3.078	16	3.532
5	2.326	11	3.173	17	3.588
6	2.534	12	3.258	18	3.640
7	2.704	13	3.336	19	3.686

공정능력지수 산정에 있어 마지막으로 결정해야 할 사항은 두 번째 전제조건 ‘검사비용’에서 언급한 검사시간과 비용을 고려한 부분군의 크기 즉, 한 장의 판넬에서 측정할 셀의 숫자다. 첫째 전제조건 ‘정확성’과 두 번째 전제조건 ‘검사비용’은 서로 상충한다. 정확성을 위해 표본크기를 늘려 많은 위치에서 측정할 경우, 검사비용은 늘어나기 때문이다.

공정능력지수는 실제 제조공정의 능력을 나타내기 위한 지수다. 따라서 기업에서 이 지수를 현장에서 사용하기 위해서는 기업의 환경에 부합하는 조건(예를 들어 제품 생산 속도와 검사 속도의 비교나 전체 비용에서 검사비용이 차지하는 비용 등)하에서 표본크기를 선택할 수 있어야 한다. 따라서 본 연구에서는 자료 분석을 통해 <Table 1>에 제시된 현재 사용하고 있는 모든 표본크기에 대해  $C_{PR}$ 을 산정하고 기존 방식에 의한  $C_p$ 와 비교하도록 한다.

### 3.2 표본크기의 증가에 대한 $C_{PR}$ 특성 분석

공정이 안정된 상태라는 조건에 부합하도록 분석 모형을 다음과 같이 설정한다. 공정 목표값 100, 규격하한 97, 규격상한 103. 발생시키는 난수는  $N(100, 1)$ 이다. 한 장의 판넬에서 측정하는 표본크기를  $n$ 으로 설정하고, 표본크기는 현재 산업계에서 사용하는  $n = 2\sim 19$ 의 전체 범주에 대해 분석한다. 모형에 포함하는 군의 개수는 10개 즉, 판넬 10장으로 선정한다. 여러 부분군 크기들 중에서 관리도에서

가장 많이 사용되는 표본크기  $n = 5$ 의 경우에 대한  $C_{PR}$  산정 시뮬레이션 결과를 아래 <Table 2>에 제시한다. <Table 2>의 발생 난수는 지면의 제약으로 인해 소수점 이하 세 자리에서 반올림한 결과다. 위의 자료에 대한  $\bar{R} = 2.09794$ 이며, 이에 의한 모표준편차 추정값  $\bar{R}/d_2 = 0.901952$ 다. 그리고 전체 50개 자료에 대한 표본표준편차  $s = 0.925986$ 이다. 본 연구에서 제시했던 판넬 간 산포에 해당하는 군간 변동이 제외된 결과에 의해, 예상한 대로 동일 자료에 있어 범위에 의한 추정이 표본표준편차 보다 작게 나옴을 확인할 수 있다. 물론  $\bar{R}$ 과 표본표준편차  $s$ 는 통계량이기 때문에 항상 기댓값과 동일하게 나오지는 않는다.

<Table 2> Ranges to Sample Size n = 5

No. of sub-group	data					range $R_i$
1	100.89	99.45	98.53	99.05	100.05	2.363981
2	100.42	99.99	99.15	101.37	99.33	2.215825
3	101.15	101.08	100.00	101.02	99.84	1.307474
4	98.40	101.00	98.06	101.27	97.91	3.368446
5	99.40	99.04	99.00	100.49	100.11	1.492313
6	99.26	99.70	98.85	100.03	100.24	1.398016
7	99.62	100.29	99.18	101.04	100.62	1.857943
8	98.48	99.80	99.52	100.60	99.78	2.120198
9	98.69	100.32	100.02	101.54	100.67	2.848976
10	100.66	99.25	98.70	100.71	98.94	2.006232

<Table 3> Ranges to Sample Size n = 9

No. of sub-group	data					range $R_i$
1	100.01	99.55	99.97	99.20	100.22	2.222184
	101.43	99.91	100.09	101.14		
2	100.78	100.54	100.47	98.79	99.94	1.990236
	100.53	99.09	99.86	99.60		
3	99.21	98.98	100.50	101.13	98.93	2.5853
	100.61	98.58	100.54	101.16		
4	99.01	99.97	97.71	99.05	100.69	2.984552
	99.75	100.43	98.53	98.59		
5	101.51	100.56	98.71	99.22	100.83	2.908039
	98.60	99.45	100.47	100.34		
6	99.20	98.88	101.37	100.56	99.71	2.491574
	100.06	98.88	100.68	99.39		
7	100.78	100.72	98.75	99.63	101.46	2.712434
	100.11	99.54	99.31	100.30		
8	100.78	99.05	99.99	99.80	100.22	2.491638
	100.24	100.05	101.54	100.87		
9	99.79	100.27	99.48	100.34	100.28	3.583791
	99.01	99.61	101.71	98.13		
10	101.03	98.63	100.99	98.95	99.89	3.053001
	100.24	101.50	99.33	98.44		

실제로 판넬 공정에서 사용하는 상하좌우별 아홉 곳의 측정위치(표본크기 9)에 대한 판넬 10장에서 측정한 90개 자료의 범위는 <Table 3>과 같다. 이 경우에는 범위에 의한 모표준편차 추정이 표본표준편차 보다 크게 나왔다. 표본크기  $n = 5$ 에 대한 <Table 2>의 자료에 대한 공정능력지수들의 경우, 식 (10)에 의한  $C_{PR} = 1.1087$ 이며, 식 (1)에 의한  $C_p = 1.07993$ 이었다. 9개의 표본크기의 경우에 대한  $\bar{R} = 2.702275$ 이며, 이때 모표준편차 추정값은  $\bar{R}/d_2 = 0.929575$ 다. 그리고 전체 90개 자료에 대한 표본표준편차  $s = 0.89516$ 이다. 이 경우에는  $\bar{R}/d_2$ 에 의한 추정이 표본표준편차  $s$ 보다 크게 나왔다. 그러나 나머지 17가지의 표본크기에 대한 분석 결과를 통해 전반적으로  $\bar{R}/d_2$ 에 의한 모표준편차의 추정이 표본표준편차에 의한 경우에 비해 작게 나옴을 통해 확인할 수 있다.

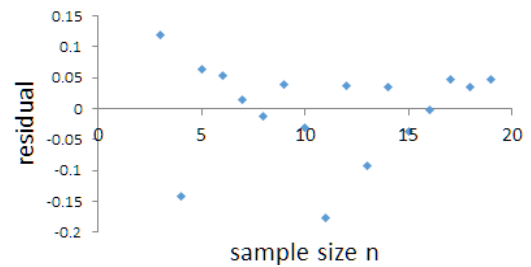
<Table 4>  $C_{PR}$  and  $C_p$  to the Sample Size

Sample Size n	$\bar{R}/d_2$	$s$	$C_{PR}$	$C_p$
2	1.05088	1.193437	0.951584	0.837916
3	0.856146	0.850169	1.168025	1.176237
4	1.106106	1.167245	0.904072	0.856718
5	0.901952	0.925986	1.108706	1.07993
6	0.911942	0.932935	1.096561	1.071886
7	0.947959	0.974526	1.054898	1.02614
8	0.973753	0.973345	1.026955	1.027385
9	0.929575	0.895162	1.07576	1.117116
10	0.996	0.98945	1.004016	1.010663
11	1.169931	1.121126	0.854751	0.89196
12	0.936716	0.929599	1.067559	1.075733
13	1.068784	1.040305	0.935643	0.961257
14	0.94152	0.963526	1.062112	1.037854
15	1.010945	0.968117	0.989174	1.032933
16	0.978755	0.985062	1.021706	1.015165
17	0.935568	0.94359	1.06887	1.059782
18	0.948737	0.965997	1.054032	1.0352
19	0.939086	0.893373	1.064865	1.119353
<b>average</b>	<b>0.97802</b>	<b>0.984053</b>	<b>1.028294</b>	<b>1.024068</b>

나머지 표본크기  $n = 2\sim 19$ 까지의 과정에 대해서는 그 분석 결과만 <Table 4>에 정리했다. <Table 4>에서  $\bar{R}/d_2$ 는 구간변동이 제거된 표준편차의 추정량으로서  $C_{PR}$ 에 대응하며,  $s$ 는 구간 변동이 포함된 표본표준편차로서  $C_p$ 와 대응한다. 표본크기  $n = 2\sim 19$ 까지의 전체 범위에 대한  $\bar{R}/d_2$  평균은 0.97802로서 예상한 것처럼 표본표준편차 평균 0.984053보다 작게 나왔다. 이에 따라  $C_{PR}$ 의 평균은  $C_p$ 에 비해 0.07061정도 커서 공정능력이 높게 산정됨을

알 수 있으며, 두 지수 사이의 상관계수는 0.8948이었다. 표본크기  $n$ 에 대한  $C_{PR}$ 의 회귀분석 결과, 회귀계수는 -0.00187이었다. 검정통계량은  $F_0 = 0.2265$ 이며 이에 의한 유의확률은  $p = 0.64$ 로서 유의하지 않았다. 그러므로 표본크기의 증가에 대한  $C_{PR}$ 의 경향성은 무시할 수 있으며,  $C_{PR}$ 이 표본크기와 무관하게 실제 공정의 공정능력을 반영함을 확인할 수 있다. 이는  $C_{PR}$  산정에 포함된  $\bar{R}/d_2$  항에 이미 표본크기에 대한 수정계수  $d_2$ 가 포함되어 있기 때문이다.

표본크기  $n$ 의 증가에 대한  $C_{PR}$ 과 기존 공정능력지수  $C_p$ 와의 차이의 회귀분석 결과, 기울기에 대한 추정계수는 -0.00236이었다. 검정통계량은  $F_0 = 0.1789$ 이었으며, 이에 의한 유의확률은  $p = 0.112303$ 로서 유의수준 10%하에서 마저 유의하지 않았다. 그러나 유의확률이 0.1에 근접함은 표본크기에 증가에 대해 두 지수사이의 차이가 작아짐을 의미한다. 그 이유는  $C_p$ 는 전체 자료의 산포를 나타내지만,  $C_{PR}$ 은 군내산포만 반영하기 때문에 평균적으로  $C_{PR}$ 이  $C_p$ 보다 크게 나온다. 그러나 한 군의 표본크기를 증가시킬수록  $\bar{R}/d_2$ 가 표본 전체를 반영하기 때문에 표본표준편차  $s$ 에 근접함에 따라,  $\bar{R}/d_2$ 과  $s$ 간의 차이가 작아진다. 표본크기 증가에 대한 회귀직선의 기울기 추정계수 -0.00236이 이를 설명한다. 이 점에 대해 Kenney와 Keeping[7]은 그들의 연구에서 표본크기가 커질수록  $\bar{R}/d_2$ 는 표본표준편차에 비해 크게 추정되어, 두 추정량 간의 차이가 작아짐을 보였던 것과 일치한다.



<Figure 2> Residual Plots for  $C_{PR}$

이는 <Figure 2>의  $C_{PR}$ 에 대한 잔차분석에서도 확인할 수 있다. 본 연구에서 사용한 자료들이 정규분포로부터 발생시킨 난수이므로 정규성이나 경향성에는 당연히 유의하지 않았으나, <Figure 2>에서 확인할 수 있는 것처럼 표본크기의 증가에 대해 등분산성은 확인할 수 없다. 이는 앞서 언급한 것처럼 표본크기를 증가시킬수록  $\bar{R}/d_2$ 가 표본표준편차  $s$ 에 근사하며, 대수의 법칙에 의해 표본표준편차가 상수인 모표준편차의 성질을 가지기 때문이다.

## 5. 결 론

공정능력지수 산정에는 정확성, 낮은 검사비용 그리고 정합성을 요구한다. 판넬 공정의 경우,  $C_{PR}$ 이  $C_P$ 보다 품질관리에 있어 중요 지표인 부적합률 면에서 정합성을 갖는다.  $C_{PR}$ 과  $C_P$ 의 차이는 표준편차의 추정방식에 있다.  $C_{PR}$ 은 범위를 사용하는 반면,  $C_P$ 는 표본표준편차를 사용한다. 표준편차 추정에 있어 표본표준편차에 비해 상대적으로 둔감한 통계량인 범위를 사용하는 이유를 ‘평탄도’ 개념으로 설명했다. 한 장의 판넬에는 최소 백만개 이상의 셀이 있으므로 전수 측정할 수는 없다. 그러므로 검사비용을 고려하면서 동시에 표본크기의 정확성을 확보할 필요가 있다. 정확성에서는 보다 많은 표본이 요구되는 반면, 검사비용 측면에서는 가능한 작은 표본크기를 원하는 절충관계가 존재한다.  $C_{PR}$ 이 산업현장에서 보다 널리 사용되기 위해서는  $C_{PR}$ 에 대한 특성분석이 필요하다.  $C_{PR}$ 은 부분군 개념을 도입한 지수이므로, 부분군의 크기 즉, 표본크기에 대한 통계적 분석이 필요하다. 이에 대해 우리는 난수 발생 방법으로 자료를 생성하고 그 분석 결과를 제시했다. 또한 이미 오래전부터 표본표준편차를 사용해서 그 값의 의미가 명확한  $C_P$ 와 본 연구의  $C_{PR}$ 을 비교 분석하여 두 지수간의 차이를 설명했다.

분석 결과, 표본크기 증가에 대해  $C_{PR}$  값의 경향성을 보이지는 않았다.  $C_{PR}$ 은 기존  $C_P$ 와의 비교에서 평균적으로 큰 값이 나오며, 유의수준 10% 하에서 통계적으로 유의하지는 않았지만, 표본크기의 증가에 대해  $C_{PR}$ 과  $C_P$ 의 차이가 감소함을 수치분석을 통해 제시했다.

## Acknowledgement

This study has been supported by a research fund of Kumoh National Institute of Technology, Korea.

## References

- [1] Bothe, D.R., A Capability Index For Multiple Process Streams, *Quality Engineering*, 1999, Vol. 11, No. 4, pp. 613-618.
- [2] Bothe, D.R., Composite Capability Index For Multiple Product Characteristics, *Quality Engineering*, 1999-2000, Vol. 12, No. 2, pp. 253-258.
- [3] Chan, L.K., Cheng, S.W., and Spiring, F.A., A New Measure of Process Capability, *Journal of Quality Technology*, 1988, Vol. 20, pp. 162-175.
- [4] Cho, N.H. and Lee, Y.H., A New Multivariate System Process Capability Index, *Journal of Korea Safety Management & Science*, 2003, Vol. 26, No. 3, pp. 145-156.
- [5] Juran, J.M., *Quality Handbook*, McGraw-Hill Companies, Inc., 1962.
- [6] Kane, V.E., Process Capability Indices, *Journal of Quality Technology*, 1986, Vol. 18, No. 1, pp. 41-52.
- [7] Kenney, J.F. and Keeping E.S., *The Distribution in Mathematics of Statistics*, 2<sup>nd</sup> ed, Princeton, NJ : Van Nostrand, 1951, pp. 170-173.
- [8] Kotz, S. and Johnson, N.L., Process Capability Indices-A Review 1992-2000, *Journal of Quality Technology*, 2002, Vol. 34, No. 1, pp. 2-19.
- [9] Lee, D.K., Analysis of Process capability index for multiple measurements, *Journal of Society of Korea Industrial and Systems Engineering*, 2016, Vol. 39, No. 1, pp. 91-97.
- [10] Lee, D.K. and Lee, H.S., Process capability index for single process with multiple measurement location, *Journal of Society of Korea Industrial and Systems Engineering*, 2007, Vol. 30, No. 3, pp. 28-36.
- [11] Lee, D.K., The Process capability Index of minimum base on the multiple measuring locations, *Journal of Society of Korea Industrial and Systems Engineering*, 2011, Vol. 34, No. 4, pp. 114-119.
- [12] Pearn, W.L., Kotz, S., and Johnson, N.L., Distributional and Inferential Properties of Process Capability Indices, *Journal of Quality Technology*, 1992, Vol. 24, No. 4, pp. 216-231.
- [13] Plante, R.D., Process Capability : A Criterion for Optimizing Multiple Response Product and Process Design, *IIE Transactions*, 2001, Vol. 33, No. 6, pp. 497-509.

## ORCID

Do-Kyung Lee | <http://orcid.org/0000-0003-3255-0261>