

한국과 미국 중학교 교과서의 통계 영역 수학과제가 제시하는 통계적 추론에 대한 학습기회 탐색

이선정(서강대학교 교육대학원 학생)
김구연(서강대학교 교수)[†]

I. 서론

교과서는 학생이 수학개념을 학습하는 데 있어서 중요한 역할을 하고 교사의 교수에도 상당한 영향을 끼친다. 우리나라 예비 수학교사가 가지고 있는 교수지식의 내용이 교과서가 제시하는 내용과 거의 유사함이 나타났다(전미현, 김구연, 2015). 또한, 교사는 수학 수업에서 무엇을 어떻게 가르칠 것인지, 학생들에게 어떤 과제를 제공할 것인지를 주로 교과서의 내용을 사용하여 결정한다(김민혁, 2014). 교사의 수업설계역량을 측정된 연구결과에 따르면, 교사는 교과서의 과제를 변형하지 않고 교과서에 있는 그대로 실행하는 것으로 나타났다(김구연, 전미현, 2017b). 교과서는 수업실행의 측면에서 막대한 영향을 미친다. 따라서 전반적인 수학 학습 활동에 상당한 영향을 미치는 교과서를 질적으로 살펴보는 것이 중요하다. 우리나라의 교과서 분석에 관한 연구가 주로 함수, 기하영역에 해당하는 수학과제들에 대한 분석(김구연, 전미현, 2017a, 권지현, 김구연, 2013, 김미희, 김구연, 2013, 홍창준, 김구연, 2012)으로 이루어졌으며 교과서를 분석한 선행연구에서 공통적으로 교과서의 수학과제 대부분이 Low-Level에 해당한다는 결과를 도출하였다. 이 연구에서는 통계영역에 대해서는 연구가 시작하는 단계에서 수행된 연구가 많지 않기 때문에 수학교과서의 통계단원에 학생들이 통계적 추론과정을 경험하도록 적합

하게 구성되어 있는지 살펴보고 나아가 미국의 개혁 기반 교과서인 Connected Mathematics Project3[이하 CMP3]와 비교하여 어떤 차이점과 공통점을 갖는지를 살펴본다.

통계는 현실상황과 밀접한 관련이 있다. 실생활의 복잡한 문제를 해결하려면 우선적으로 문제의 원인들을 파악하여야 한다. 처한 상황에서 문제의 원인을 올바르게 분석하기 위해 통계적 사고가 필요하다. 예를 들어 신문이나 뉴스에서는 통계량을 이용하여 많은 정보를 제공하는데, 우리는 이를 해석하고 비판적으로 볼 수 있어야 한다. 또한, 경제, 정치, 의학 등 다양한 분야에서 통계를 이용한 많은 연구를 진행하는데, 학교에서 통계교육을 마친 학생들이 졸업 후 원하는 분야에 진출하여 더 깊은 전문성을 쌓을 수 있도록 해야 한다. 2000년대 이후로 빅데이터가 이슈가 되면서 한 번에 많은 양의 자료를 수집하여 분석할 수 있는 것이 중요해졌다. 많은 양의 자료를 분석하는 것을 하지 않더라도 우리 주변에 넘치는 많은 정보 중 필요한 것을 적절하게 선별하고 분석하여 원하는 결과를 도출하려면 통계적 추론능력이 필요하다. 2015 개정 교육과정에서도 이러한 시대의 흐름을 반영하여 실생활에서 통계를 활용하는 것을 성취기준으로 하며 현실에 상황과 관련지어 통계교육을 할 것을 강조하고 있다. 따라서 이 연구는 체계적인 분석기준을 가지고 수학교과서 통계 단원에 제시된 수학과제를 비상황과제(Non-context task)와 상황과제(Context task)로 분류하고 각각의 과제의 인지노력수준(Cognitive demand)과 학생응답유형(Type of student response), 통계적 추론(Statistical reasoning), 상황의 유형(Type of context)에 따라 분석하여 학생들에게 제공되는 학습기회가 어떠한가를 탐색하고자 한다.

미국은 교육과정 개발 및 정책에 관한 의사 결정을

* 접수일(2019년 1월 31일), 수정일(2019년 2월 23일), 게재확정일(2019년 2월 27일)

* ZDM분류 : U23

* MSC2000분류 : 97U20

* 주제어 : 교과서 분석, 통계적 사고, 중학교 수준, 통계적 추론, 학습기회

† 교신저자

주 단위로 위임하고 있다. 그러나 최근 미국 학생들의 학업 성취 부진 등의 문제가 제기됨에 따라 이러한 문제점을 해결하기 위한 방안으로 2010년 6월 Common Core State Standards for Mathematics[CCSSM]를 공표하였다. CCSSM는 수학 과목의 학업 성취기준을 제공하며 현재 미국 주마다 교육정책을 결정하는데 공통적인 틀이 되고 있다. 따라서 이 연구는 중학교에 해당하는 우리나라의 수학교과서에 포함된 통계단원과 CCSSM을 반영한 개혁 기반 교과서인 CMP3에 해당하는 통계단원을 비교 분석하고자 한다. 우리나라는 통계를 중학교 1학년과 중학교 3학년에서 다루기 때문에 중학교교과를 6-8학년으로 설정하고 미국의 7학년과 8학년의 통계단원의 비교에 초점을 둔다. 우리나라와 미국의 사회·문화적 배경이 달라서 비교하는 데 한계가 있지만, 세계적으로 통계교육에서 강조하고 있는 성취목표를 미국과 우리나라는 교과서에서 어떻게 반영하고 있는지 공통적으로 비교할 수 있는 요소를 비교 분석한다. 나라마다 교육과정의 차이가 다르기 때문에 교육과정에 근거한 교과서가 다를 수밖에 없다. 따라서 교과서가 교육과정을 어떻게 구현하고 있는지 알아보기에 앞서 두 나라의 현재 교육과정을 간략히 살펴보고자 한다.

이 연구는 우리나라와 미국의 중학교 수학교과서에 포함된 통계단원의 수학과제가 교육과정을 어떻게 구현하고 있는지 그리고 학생들에게 어떠한 학습기회를 제공하는지 살펴보고자 한다. 이를 위해 연구문제는 다음과 같이 설정한다. 우리나라와 미국의 중학교 수학교과서 통계 단원에 포함된 수학과제는 통계적 추론에 대한 학습기회(opportunity-to-learn)를 어떻게 촉진하는가?

교과서는 수업실행과 밀접하게 연결되는데 수업실행의 핵심적인 매개체이며 여러 연구에서 교사들의 수업 설계와 계획 그리고 실행에 중대한 영향을 끼침을 밝히고 있다. 이 연구에서는 교과서와 수업실행의 관계 또는 상호작용의 측면을 다루지 않고 교과서에 제시된 수학과제에만 집중하여서 살펴본다.

II. 이론적 배경

1. 우리나라와 미국의 교육과정과 교과서
수학교육에서 수학과제는 매우 중요하다. 효과적인

수학 수업을 위한 중요한 원리 중의 하나는 어떠한 수학과제를 선택하여서 실행할 것인가이다(National Council of Teacher of Mathematics, 2014). 교사는 교과서를 기반으로 하여 수업할 내용을 결정하고 수업진행 절차를 계획한다(김구연, 전미현, 2017b; 김민혁, 2013; Reys, Reys, & Chavez, 2004). 교사는 수업내용을 교과서에 제시된 방식으로 전달한다(김구연, 전미현, 2017b; Reys, Reys, & Chavez, 2004). 특히, 중학교 수업에 해당하는 수업지도안을 분석한 연구에서 대부분의 수업지도안이 '교과서의 OO을 설명한다.', '교과서 △△쪽을 풀게 한다.'로 서술하여 교과서·과제를 그대로 사용하는 것으로 보이며 수업을 준비하는 과정에서 교사들은 자신만의 방식과 전략으로 수업을 준비하기보다는 교과서가 제안하는 학습목표, 문제를 변형하지 않고 수용하는 것으로 드러났다(김구연, 전미현, 2017b).

교과서가 제시하는 내용과 그 형식은 학생의 수학학습에 영향을 주며 학생이 경험하는 수학의 내용과 수학학습의 방식, 즉 학습기회(opportunity-to-learn)로 연결된다(김구연, 전미현, 2017a; Charalambous, Delaney, Hsu, & Mesa., 2010; Wijaya, van den Heuvel-Panhuizen, & Doorman, 2015). 학생들은 수업에서 어떤 교과서를 사용하느냐에 따라 학습기회를 다양하게 갖는다(Haggarty & Pepin, 2002). NCTM(2000)이 제안한 학교수학의 기준에 따라 수학 내용과 가르치는 원리에 부합하는 방식으로 만든 기준기반(Standards-based) 교과서로 2년 동안 수업한 미국의 8학년 학생들의 통계와 대수 영역에서의 학업성취도가 전통적인 교과서를 사용한 학생들의 계산 능력 측면에서의 학업성취도보다 낮지 않은 것으로 나타났다(Reys, Reys, Lapan, Holliday & Wasman, 2003). Cain(2002)의 연구에 따르면 기준기반 교과서의 내용을 가지고 3년 동안 수업한 학생들이 더 나은 비판적 사고와 함께 문제 해결을 하고 스스로 개념을 발견할 수 있었다. 기준기반 교과서는 CCSSM이 제시하는 내용 기준과 실행 기준(Standards for Mathematical Practices)을 구현할 수 있는 문제해결을 중심으로 구성되어 있으며 수학에 대한 개념적 이해를 강화하고 여러 수학적 지식을 연결하는 경험을 강조한다(Lappan, Fey, Fitzgerald, Friel, & Phillips, 1996; Senk & Tompson, 2003). CCSSM은 수학 내용 기준과 실행

기준을 구분하여 제시하고 있는데 수학 내용 기준은 우리나라의 내용 영역과 학습 요소에 대한 설명에 해당하는 것으로 비와 비례관계(Number and Number Relationships), 수 체계(Number Systems and Number Theory), 계산과 추정(Computation and Estimation), 패턴 찾기와 함수(Pattern and Functions), 문자와 식(Algebra), 통계(Statistics), 확률(Probability) 기하(Geometry), 측정(Measurement)의 9개의 영역으로 구분하여 각각의 영역을 연결해서 학생들이 학습해야할 수학 내용을 서술하고 실행 기준은 모든 학년의 학생들이 실행에 옮겨야 할 8가지 기술하고 있다(Senk & Tompson, 2003).

교육과정의 제시하는 구체적인 목적과 목표를 교과서가 어떻게 반영하여 구현하고 있는지 살펴보는 것은 수학교육의 중요한 연구 주제 중 하나이다. 세계 여러 나라에서 수학 교육과정과 교과서의 내용 및 구성에 대한 연구를 지속하고 있는데 우리나라에서도 교육과정 및 교과서에 대한 분석 및 탐구(권지현, 김구연, 2013; 김미희, 김구연, 2013; 홍창준, 김구연, 2012; 김구연, 전미현, 2017; 고상미, 김미순, 정재균, 조완영, 2017)가 수행되어 왔다. 홍창준, 김구연(2012)은 2007년 개정 교육과정에 따른 중학교 교과서 함수단원을 분석한 결과에 따르면 중학교 함수 단원의 수학과제 대다수가 학생에게 요구하는 인지적 노력수준이 낮은 수준에 해당하는 것으로 나타났다. 후속연구인 김구연, 전미현(2017a)은 함수 단원에서 학생에게 제공하는 학습기회를 탐색하기 위해 2009 개정 교육과정에 따른 중학교 수학교과서를 분석하였는데 분석결과 함수단원의 수학 과제 상당 부분은 학생들이 앞서 학습한 절차적 지식(법칙, 알고리즘 등)을 수학적 개념과 연결 없이 반복적으로 적용하는 과제에 해당하였다. 우리나라 교과서와 CMP의 함수 영역을 비교 분석한 연구를 통해서 밝혀진 점은 우리나라 교과서는 문제풀이를 통한 절차를 강조하는 반면에 CMP는 문제해결의 경험을 강조한다는 사실이다(김원, 최상호, 김동중, 2018). 교과서를 질적으로 분석한 선행연구들이 공통적으로 밝힌 점은 우리나라 수학 교과서가 교육과정에서 강조하는 고차원적 사고를 함양하는데 충분하지 않음을 알 수 있다(김구연, 전미현, 2017a; 김미희, 김구연, 2013; 권지현, 김구연, 2013; 홍창준, 김구연, 2012). 교과서에서

통계내용을 어떤 방식으로 구성하였는지에 대한 연구가 거의 없다고 볼 수 있지만 통계단원에 해당하는 부분이 기존의 교과서 분석연구의 결과와 다르지 않을 것으로 예상하고 교과서의 통계단원에 해당하는 수학 과제를 질적으로 살펴보고자 한다.

우리나라의 2015 개정 교육과정은 미래 사회가 요구하는 핵심역량을 구현하고 창의·융합형 인재 양성을 강조한다. 수학교과에서는 ‘문제 해결, 추론, 창의·융합, 의사소통, 정보 처리, 태도 및 실천’의 6가지 수학 교과역량을 규정하고 이를 교육부(2015)는 [표 1]과 같이 설명한다. 이에 따라 수학 교과역량 함양을 수학과 교육과정의 전 영역에서 강조한다. 국제적으로 2000대 이후 급변하는 사회의 필요와 수요에 따라서 통계교육이 강조되었고 교육부는 이러한 시대의 흐름을 교육과정에 반영한다. 특히 2015 수학과 교육과정에서는 교과역량의 하나로 정보처리능력을 제안하며 개정의 큰 줄기 중 하나로 실생활 중심의 통계교육으로 설정한다(교육부, 2015).

통계영역의 구성은 실생활과 밀접하게 연결되어 있는

[표 1] 2015 교육과정 수학 교과역량(교육부, 2015)
[Table 1] 2015 National Curriculum Mathematical Competencies Ministry of Education, 2015

핵심역량	의미
문제해결	해결 방법을 알고 있지 않은 문제 상황에서 수학의 지식과 기능을 활용하여 해결 전략을 탐색하고 최적의 해결 방안을 선택하여 주어진 문제를 해결하는 능력
추론	수학적 사실을 추측하고 논리적으로 분석하고 정당화하며 그 과정을 반성하는 능력
창의·융합	수학의 지식과 기능을 토대로 새롭고 의미 있는 아이디어를 다양하고 풍부하게 산출하고 정교화하며, 여러 수학적 지식, 기능, 경험을 연결하거나 수학과 타 교과나 실생활의 지식, 기능, 경험을 연결·융합하여 새로운 지식, 기능, 경험을 생성하고 문제를 해결하는 능력
의사소통	수학 지식이나 아이디어, 수학적 활동의 결과, 문제 해결 과정, 신념과 태도 등을 말이나 글, 그림, 기호로 표현하고 다른 사람의 아이디어를 이해하는 능력
정보 처리	다양한 자료와 정보를 수집·정리·분석·활용하고 적절한 공학적 도구나 교구를 선택·이용하여 자료와 정보를 효과적으로 처리하는 능력
태도 및 실천 능력	수학의 가치를 인식하고 자주적 수학 학습 태도와 민주 시민의식을 갖추어 실천하는 능력

수학내용이다. 교육과정에서 제안하는 중학교 1-3학년군의 학습목표는 학생들로 하여금 현실세계의 다양한 상황에서 자료를 수집하여 분석하고 결과를 도출하는 과정을 경험하게 하는 것이다([표 2]).

[표 2] 중학교 1-3학년 통계영역 성취기준(교육부, 2015)
[Table 2] Grade level expectations for grades 7-9 statistics (Ministry of Education, 2015)

□자료의 정리와 해석
<ul style="list-style-type: none"> • 자료를 줄기와 잎 그림, 도수분포표, 히스토그램, 도수분포다각형으로 나타내고 해석할 수 있다. • 상대를 구하며, 이를 그래프로 나타내고, 상대도수의 분포를 이해한다. • 공학적 도구를 이용하여 실생활 관련된 자료를 수집하고 표나 그래프로 정리하고 해석할 수 있다.
□대푯값과 산포도
<ul style="list-style-type: none"> • 중앙값, 최빈값, 평균의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다. • 분산과 표준편차의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다.
□상관관계
<ul style="list-style-type: none"> • 자료를 산점도로 나타내고, 이를 이용하여 상관계수를 말할 수 있다.

[표 3] 한국과 미국의 중학교 통계영역 내용 비교
[Table 3] Mathematical ideas in statistics in the curriculum of Korea and the US

학년	한국	미국
7	·자료의 정리와 해석(줄기와 잎그림, 도수분포표, 히스토그램, 도수분포다각형, 상대도수와 그래프 및 분포, 공학적 도구를 이용한 자료의 수집과 정리 및 해석)	·모집단의 표본을 조사하고 이를 사용하여 모집단에 대한 정보를 얻을 수 있음을 이해한다. ·무작위 추출한 표본을 사용하여 모집단에 대한 추론을 할 수 있다. ·무작위 추출한 표본을 사용하여 두 집단에 대한 비교 추론을 도출한다.
8	·대푯값과 산포도(중앙값, 최빈값, 대푯값, 분산과 표준편차) ·상관관계(산점도, 상관관계)	·두 숫자데이터 사이의 연관 패턴을 알기 위해 이변량 데이터에 대한 산포도를 구성하고 해석한다. ·선형 모델의 방정식을 사용하여 기울기와 절편을 해석하고 이변량 숫자 데이터의 문제를 해결한다. ·동일한 주제에서 수집한 두 개의 범주데이터로 산포도를 구성하고 해석한다. 이를 이용하여 두 변수 간의 연관성을 찾는다.

미국은 주 단위로 서로 다른 수학과 교육과정을 가지

고 있어서 주 교육과정마다 학생들이 학습하는 수학 내용이 다르다. 주마다 다른 교육과정을 사용함으로써 발생하는 여러 문제점을 해결하기 위한 방안으로 2010년에 연방정부 차원에서 국가교육과정의 역할을 하는 CCSSM을 발표하였다. 우리나라와 미국 교육과정의 중학교 통계영역에 해당하는 수학내용을 살펴보면 [표 3]과 같다. 우리나라는 중학교 1학년과 3학년에서 통계를 다루고 CCSSM은 중학교에 해당하는 6학년과 7학년, 8학년 모두에서 통계를 다룬다. 우리나라 중학교 교육과정의 통계영역을 살펴보면 중학교 1학년에서 자료의 정리와 해석을 도입하여 줄기와 잎 그림, 도수분포표, 히스토그램과 도수분포다각형, 상대도수와 그래프 및 분포를 다루고 중학교 3학년에서 대푯값과 산포도, 상관관계를 다룬다. 미국은 주마다 학년의 구분이 다르고 우리나라와도 차이가 있지만, 교육과정에서 나타나는 중학교 통계교육의 흐름을 보기 위해 6-8학년을 중학교군으로 보았다. CCSSM의 중학교 수준에서 제안한 통계영역의 성취기준은 다음과 같다. 6학년은 변산도(statistical variability)를 이해하고 분포를 다룰 수 있게 하며 7학년은 무작위 추출을 사용한 모집단의 추정과 다른 두 모집단을 비교하며 8학년은 이변량 자료를 분석하여 두 변량 사이의 관계를 학습한다(정영옥 외, 2016). 우리나라 중학교 통계교육은 통계에서 사용되는 표나 그래프 만들기 활동을 주로 하고 대푯값과 산포도는 계산으로 설명하며 계산의 숙달을 강조하는 반면에 미국 교과서는 변산도, “분포”, “두 모집단의 비교” 등을 포함한다. 중학교 통계영역에서 미국과 우리나라 교육과정에 두드러지게 나타나는 차이로 미국은 집단의 분포와 통계의 기본개념에 중점을 두는데 우리나라는 주어진 자료를 정리하고 계산하는 도구를 중심으로 다루고 있다는 것이다(정영옥 외, 2016). 즉, 우리나라의 교육과정에서 제시한 통계교육은 수학적 개념보다 통계에 필요한 계산 기능에 초점을 맞추고 있음을 알 수 있다.

1989년 NCTM이 발표한 교육과정 기준(Curriculum and evaluation standards for school mathematics)은 수학교육의 내용과 과정의 방향을 제시하였고, 미국은 이를 반영하는 기준기반 교과서를 제작하여 출판하였다. 이 연구에서는 기준기반 교과서인 7학년과 8학년의 Connected Mathematics Project3[CMP3]에 해당하는 통

계영역을 살펴보고 우리나라 교과서와 비교한다.

2. 통계적 추론

통계교육에서 학생들이 달성하기 기대하는 능력은 통계교육연구자 또는 통계학자들에 의해 다양하게 제시된다(Schild, 2010). 통계교육의 목표를 기술하는 데 있어서 ‘통계적 추론’, ‘통계적 사고’, ‘통계적 소양’이라는 용어들이 상호교환적으로 사용된다(Jolliffe, 2010). 일부 연구자들은 통계적 추론, 사고, 소양을 정의하고 이들의 위계를 구분한다(Ben-Zvi & Garfield, 2004). 그러나 통계적 추론, 사고, 소양은 하나의 교육적 활동을 통해, 하나 이상의 것을 개발할 수 있다는 공통된 의미를 지닌다(DelMas, 2002).

통계적 추론은 다양한 자료들이 우리 주변에 존재하고 있음을 인식하는 것에서 시작한다. 이러한 다양한 자료들이 가지고 있는 공통적인 특성을 찾고 이것이 갖는 의미를 해석하는 것이 통계적 추론과정이다.

따라서 이 연구에서는 통계적 추론 능력을 개발하는 것을 통계교육의 포괄적인 목표로 간주한다. 통계적 추론은 표본에서 모집단에 대한 정보를 얻는 과정이므로 데이터로부터 추론하며 표본의 특성, 표본 추출 과정, 변산도 및 무작위 추출을 이해하는 것이 중요하다(Lavine & Lajoie, 2007; Pfannkuch & Ben-Zvi, 2011). 당연히 통계적 추론은 통계의 여러 개념들과 연결된다.

[표 4] 통계의 Big Ideas (Kader, et al., 2013)

[Table 4] Big Ideas for statistics (Kader, et al., 2013)

1. 분포는 데이터의 변산도를 설명한다.
2. 통계를 사용하여 둘 이상의 데이터 그룹을 비교할 수 있다.
3. 이변량 분포는 두변수의 데이터에서 공분산에 대한 패턴이나 추세를 설명한다.
4. 추론 통계는 모집단의 특성을 설명하기 위해 모집단에서 선택한 표본의 데이터를 사용한다.

통계적 추론에 대해 Kader, Jacobbe, Wilson, & Zbiek (2013)은 통계교육에서 중요한 Big Idea 4가지를 [표 4]와 같이 제시하였고, 각각의 Idea에 대한 설명을 세부적으로 제시하였다. 미국 통계 학회에서 실시한 GAISE 프로젝트(2007)에서는 통계적 문제해결 과정을 경험하도록 교육과정설계의 틀을 제안하면서 통계적 문

제해결 과정을 문제설정, 자료수집, 자료분석, 결과해석의 4단계로 구분하고 각 단계에서 학생들의 사고과정을 A, B, C 세 단계로 구분한다(Franklin & Garfield, 2006). A단계에서 C단계로 갈수록 학생들의 고차원적 사고를 더 요구한다. Kader et al.(2013)은 통계 영역에서 학생들이 반드시 이해하여야 할 핵심내용을 4가지 Big Idea로 제안하며 이는 GAISE 프로젝트(2007)에서 제안한 통계적 문제해결 과정과 연관되며 주로 B, C 단계에서 적용된다.

교수·학습 과정에서 통계적 추론에 대한 경험은 2015 개정에서 제시한 핵심역량 중 정보처리 능력을 포함하여서 다양한 핵심역량을 향상시킬 수 있다. 통계적 문제해결 활동은 통계적 문제 해결에서 필요한 지식과 기능, 비판적인 사고능력 등 자료 조사 과정에서 요구되는 능력, 통계적 결과와 결론에 대한 의사소통 능력 등을 포함해야한다(Davies & Marriott, 2010). 이 연구는 교과서가 통계적 추론을 할 수 있도록 잘 구현되어 있는지를 분석하기 위해 GAISE 프로젝트(2007)에서 제시한 통계적 문제해결 과정의 틀을 활용한다.

고상미 외(2017)의 연구에 의하면 통계적 문제해결 과정에 따른 중학교 3학년 교과서 통계단원의 문항 분석 결과 자료 분석 과정을 포함한 문제가 대부분이었으며 문제설정 및 자료수집을 포함한 문제가 가장 적게 나타났다. 이는 단순히 통계적 문제해결과정의 유형만으로 문항을 분석한 결과이므로 각각의 문항이 고차원적인 수준에 해당하는 통계적 문제 해결 과정을 진행하는지는 알 수 없다. 이러한 점을 보완하여서 이 연구에서는 학생들이 교과서의 과제를 해결하면서 겪는 고차원적 사고의 정도에 따라 각각의 통계적 문제해결과정을 A, B, C 단계로 나누어 분석한다.

3. 분석틀

분석틀을 개발하기 위해 먼저 이 연구와 관련된 선행 연구를 검토하였는데 교과서 분석과 관련한 김구연, 전미현(2017a)의 연구와 Wijaya, Van den Heuvel-Panhuizen & Doorman(2015)의 연구를 중점으로 살펴보았다. 이 연구에서는 교과서가 학생들에게 어떤 학습 기회를 제공하는지와 현 교육과정에서 통계영역의 성취목표를 어떻게 구현하고 있는지 두 가지 주제를 중점으로 선행연구에서

제한한 분석틀을 토대로 재구성하였다.

함수의 내용에 대해 3종의 중학교 교과서를 분석한 김구연, 전미현(2017a)의 연구에서는 교과서의 수학과제가 학생에게 제공하는 함수 학습기회를 살펴보기 위해 인지적 노력수준과 학생들이 제시해야하는 응답의 유형(type of student response)을 분석하였다. 이 연구는 교과서에서 통계 영역의 수학과제가 학생들에게 어떠한 학습 기회를 제공하는지 전반적으로 살펴보기 위해 분석틀의 구성요소로서 인지적 노력수준과 학생의 응답유형을 선택하였다.

과제는 상황으로 제시하는지 여부에 따라서 비상황과제(Non-context task)와 상황과제(Context task)로 구분된다(Wijaya et al., 2015). Wijaya et al. (2015)은 상황과제를 중심으로 인도네시아 중학교 교과서의 수학과제의 특징을 분석하여 상황과제가 학생에게 제공하는 학습 기회가 어떠한지 분석하였다. 실생활과 통계는 밀접한 관련이 있으며 우리나라 2015년 개정 교육과정의 수학과목은 통계교육에서 실생활의 다양한 상황 자료를 수집, 분석하고 해석하는 과정을 학생이 경험할 것을 강조한다. 교과서의 통계 단원에 해당하는 과제들의 상당수가 일반과제가 아닌 문장제 문제에 해당한다. 따라서 우리나라 교과서와 미국 교과서가 통계 영역의 수학 과제에서 어떤 상황을 어떻게 이용하는지 알아보고자 교과서의 과제를 분석하기에 앞서 우선적으로 교과서에 포함된 모든 과제를 비상황과제와 상황과제로 분류한다. 교과서의 수학과제가 교육과정에서 제시한 통계교육의 성취목표를 어떻게 반영하고 있는지 탐구하고 이를 교과서의 수학과제를 통해서 학생들이 경험하게 되는 통계적 추론 과정으로 살펴보기 위해 통계적 추론의 과정을 추가하여서 분석의 요소로 정하였다. 통계적 추론은 GAISE 프로젝트(2007)에서 제안한 통계적 문제해결 과정을 차용하여 ‘연구문제 수립(formulate the question)’, ‘자료수집(collect data)’, ‘자료분석(analyze the data)’, ‘결과해석(interpret results)’ 4가지 구성요소를 설정하였고 각각의 구성요소는 학습자가 경험하게 되는 고차원적 사고수준에 따라 A, B, C 등의 하위 단계로 구분하였다. 인지적 노력수준과 학생의 응답유형, 상황과제는 선행연구의 분석코드들을 모두 포함하여 기술하였고, 통계적 추론에 대한 코드를 추가하였다. 위의 과정을 거쳐 최종적으로

분석틀을 확정하였다([표5]).

[표 5] 분석틀
[Table 5] A framework for data analysis

수학과제	
<ul style="list-style-type: none"> • 상황과제 <ul style="list-style-type: none"> - 유의미한 맥락 - 위장된 상황 - 맥락이나 상황이 없음 - 수학과와 모델링 • 비상황과제 	
통계적 추론(Statistical reasoning)	
<ul style="list-style-type: none"> - 연구문제 수립 (Formulate the question) - 자료수집 (Collect data) - 자료분석 (Analyze the data) - 결과해석 (Interpret Results) 	
인지적 노력 수준 (cognitive demand)	<ul style="list-style-type: none"> - Memorization [M] - Procedure without connections [PNC] - Procedure with connections [PWC] - Doing mathematics [DM]
학생의 응답 유형	<ul style="list-style-type: none"> - 답만 제시 - 답과 풀이 절차 기술 - 답과 근거를 기술 (Justification) - 추론 과정 전체 기술 (Explanation)

1) 인지적 노력수준과 학생응답유형

2015 개정 수학과 교육과정에서 제시하는 수학 교과 역량 6가지는 단순히 문제 풀이나 계산 기능의 습득으로 향상시킬 수 있는 능력이 아니며 매우 고차원적인 사고 능력이다(김구연, 전미현, 2017a). 이러한 교육과정이 제시하고 있는 목표를 교과서가 어떻게 반영하고 있는지 보기 위해 학생들이 과제를 수행하며 겪는 인지적 노력 수준을 분석하는 것은 의미가 있다. 인지적 노력수준은 학생들이 과제를 해결하면서 경험하게 되는 사고과정의 종류이다. Smith & Stein (1998)이 제안한 수학 과제 분석틀은 학생들의 인지적 노력수준에 따라 수학 과제를 전체적으로 Low-Level Tasks와 High-Level Tasks로 나눈다. Low-Level Task는 다시 Memorization Tasks와 Procedure without Connections Tasks로 나뉘며 High-Level Tasks는 다시 Procedures with Connections Tasks와 Doing Mathematics로 나뉜다. 이처럼 수학 과제 분석틀은 과제 해결 시, 개념에 대한 이해를 토대로 알고리즘을 사용하는지, 추론 전략을 사용하는지 등으로 과제를 네 유형으로 구분하였다(Stein, Smith, Henningsen, & Silver, 2000). 학생들의 수학적 역량을 향상하려면 학생들의 학습 과정은 High-Level Tasks를

바탕으로 이루어져야 한다(Stein & Lane, 1996). 교과서의 수학과제를 해결하는 데 필요한 학생들의 인지적 노력수준을 분석하는 것은 과제를 해결함으로써 통계적 추론을 개발하는 경험을 할 수 있는지를 전체적으로 파악하는데 의미가 있다. 또한, 수학과제의 분석요소로 학생의 응답유형을 채택하였다. 학생의 응답유형은 학생이 과제를 학습한 후 성취하기를 기대하는 학습결과이다. 따라서 학생의 응답유형을 살펴보면 과제를 통해 무엇을 배울지 예상할 수 있다.

2) 상황과제(context task)

현실세계의 다양한 상황에 수학을 적용하는 능력은 수학교육의 중요한 목표 중 하나이다(Gaumann, 2011; Muller & Burkhardt, 2007). 일상적인 상황은 수학 학습 활동을 지원하는 중요한 도구로 활용된다.

통계는 실제 상황의 문제를 해결하는 중요한 도구로써 통계교육을 통해 학생들은 궁극적으로 통계 모델을 토대로 자료와 실제 상황 사이의 관계를 적절히 분석하고 통합할 수 있어야 한다. 따라서 교사는 교수·학습 활동에서 실생활과 관련된 다양한 과제를 제시하고, 학생들이 스스로 과제의 주어진 맥락 속에 감추어진 정보를 적절히 파악하고 분석하여 고차원적인 사고를 경험할 수 있도록 해야 한다. Wijaya et al.(2015)은 상황에 기반을 둔 과제의 형태를 맥락이 없이(no context) 수학적 대상 또는 기호만으로 진술하는 과제, 실제 상황이 제시되지만 과제를 해결하는데 그 상황이 불필요한 위장(camouflage) 과제, 그리고 실생활과 관련 있으며 문제 해결 하는데 맥락을 이해하는 것이 필수적인 상황(relevant and essential context) 과제로 구분하였다. Context는 문장제문제의 맥락이라는 의미로 보통 사용되는데 모든 문제가 맥락을 가지고 있는 것은 아니므로 더 포괄적인 의미인 상황으로 본다. 학생들이 필수적인 상황 과제를 해결하며 겪는 경험은 그들이 배우는 수학적 지식의 개념을 획득하는데 의미 있는 토대가 된다(NCTM, 2000, 2014; Stein & Lane, 1996). 김구연, 전미현(2017a)은 우리나라 교과서가 어떤 상황과 맥락을 어떻게 활용하고 있는지 알아보기 위해 수학 과제를 상황의 유형에 따라 과제를 일반 과제(non context task)와 상황과제(context task, 문장제 문제)로 구분하여 상

황과제를 분석 요소로 우리나라 중학교 수학교과서의 합수단원을 분석하였다. 2009 개정 교육과정에 따른 교과서의 함수 단원에서 제시하는 실생활 문제들의 대부분이 수학적 개념과 실제 상황과 연결이 되어있지 않고 문제의 내용과 맥락이 단순히 실생활을 위장하는 것에 그치고 있다(김구연, 전미현, 2017a). 통계영역의 수학과제는 학생들의 생각과 문장제로 제시한 상황들이 어떠한 맥락을 제공하고 실제적인 상황과 유사한 것을 제시하느냐가 중요하다. 따라서 이 연구에서는 확률과 통계영역에서 교과서가 학생들이 수학 교과역량을 향상시킬 수 있도록 잘 구현되어 있는지, 통계교육의 목표인 통계적 추론을 할 수 있도록 되어있는지 살펴보기 위해서 앞에서 제시한 분석틀([표 5])을 차용하였다. 교과서에 제시된 과제를 일반과제와 상황과제로 분류하고 각각의 과제를 인지적 노력수준과 학생의 응답유형, 과제의 상황유형, 통계적 추론으로 살펴봄으로써 학생들이 교과서에 제시된 수학과제로 무엇을 수행하며 어떠한 통계적 추론을 경험하게 되는지를 파악하고자 하였다.

III. 연구방법

이 연구는 우리나라와 미국의 통계영역에 해당하는 중학교 수학 교과서가 학생들에게 통계적 추론에 대한 학습기회(opportunity-to-learn)를 어떻게 제공하고 있는지 알아보기 위하여 2015 개정 수학과 교육과정에 따른 중학교 1학년 수학 교과서 2종과 2009 개정 수학과 교육과정에 따른 중학교 3학년 수학 교과서 2종을 선정하여 살펴보았다. 각 교과서의 통계 단원에 포함된 수학 과제를 앞에서 제시한 분석틀에 따라 분석하였다.

1. 한국과 미국의 중학교 교과서

중학교 1학년과 3학년에 해당하는 수학교과서의 통계 단원에 포함된 수학 과제를 분석하기 위하여 2015 개정 교육과정에 따라 개발된 중학교 1학년 검정교과서 2종(2018년 출간)을 선정하였는데, 중학교 3학년은 2015 개정 교육과정에 따른 교과서가 아직 출판되지 않았기 때문에 2009년 개정 교육과정에 따른 교과서를 선정하였다. 2009개정 교육과정에 따른 교과서는 2013년 중학교 1학년부터 순차적으로 출간되어 수학 수업에 적용되었으

며 중학교 3학년 교과서는 2015년에 출간되었다. 선정된 4종의 중학교 수학교과서는 일선 중학교에서 많이 채택하는 것으로 파악되었다. 선정된 4종의 중학교 1학년과 3학년 교과서는 두산동아, 지학사에서 2015 개정 교육과정에 따라 출판된 중학교 1학년 김정 수학교과서와 2009 개정 교육과정에 따라 출판된 중학교 3학년 김정 수학교과서로 편의상 네 교과서를 각각 A, B, C, D교과서로 표기한다.

[표 6] 2015 개정 교육과정 중학교 1학년 교과서 통계 단원 구성

[Table 6] Topics of statistics in textbooks for grade 7 (2015 Curriculum)

교과서 학년	A	B
1	1. 자료의 정리와 해석 01. 줄기와 잎 그림 02. 도수분포표 03. 히스토그램과 도수 분포다각형 04. 상대도수	1. 자료의 정리와 해석 01. 줄기와 잎 그림, 도수분포표 02. 히스토그램과 도수 분포다각형 03. 상대도수 04. 공학적 도구를 이용한 자료의 정리와 해석

[표 7] 2009 개정 교육과정 중학교 3학년 교과서 통계 단원 구성 비교

[Table 7] Topics of statistics in textbooks for grade 9 (2009 Curriculum)

교과서 학년	C	D
3	1. 통계 01. 대푯값 02. 분산과 표준편차 03. 도수분포표에서 분산과 표준편차	1. 대푯값과 산포도 01. 대푯값 02. 산포도

한국의 4종 교과서는 국가 수준의 교육과정의 내용에 따라 개발되었기 때문에 학습내용은 동일하지만 교과서마다 통계 영역의 단원 및 내용 구성 체계는 약간씩 다르다. [표 6]과 [표 7]은 각 교과서에서 통계 영역의 단원 구분을 비교한 것이다. A 교과서는 통계 단원에서 다루는 모든 학습내용을 ‘줄기와 잎 그림’, ‘도수분포표’, ‘히스토그램과 도수분포다각형’, ‘상대도수’로 4개의 소단원을 구성하였다. 각 소단원에서는 공학적 도구를 이용하여 소단원에서 학습한 표와 그래프를 그리는 방법을

다루고 있다. B 교과서는 ‘줄기와 잎 그림, 도수분포표’, ‘히스토그램과 도수분포다각형’, ‘상대도수’, ‘공학적 도구를 이용한 자료의 정리와 해석’로 4개의 소단원을 구성하였다. 앞선 3개의 소단원은 다양한 상황의 자료를 표현하는 표와 그래프, 상대도수를 다루고 네 번째 소단원은 학습한 표와 그래프, 상대도수를 공학적 도구를 이용하여 구하는 과정을 다루는 것에서 A교과서와 차이가 있다. C교과서는 ‘대푯값’, ‘분산과 표준편차’, ‘도수분포표에서 분산과 표준편차’로 3개의 소단원을 구성하였고 D교과서는 ‘대푯값’, ‘산포도’로 2개의 소단원으로 구성하였다. 교과서마다 약간의 단원 구분 차이를 보이지만 전반적으로 단원 구성 체계가 비슷하였다.

[표 8] CMP3 통계 단원 구성

[Table 8] Topics of statistics for CMP3

교과서 학년	CMP3
7	1. 표본 이해 1.1 중앙과 분포 1.2 표본 비교: MAD (Mean Absolute Deviation) 1.3 범주 데이터와 숫자 데이터 1.4 표본 비교: IQR 2. 표본 추출 2.1 표본 통한 결론 도출 2.2 표본 유형 2.3 표본 비교 2.4 표본 크기 3. 표본 통한 결론 도출 3.1 표본 비교: 박스 플롯 3.2 평균과 MAD 3.3 시뮬레이션에서 표본 활용 3.4 표본 활용 모집단 크기 추정
8	4. 숫자 데이터: 변산도, 관계 4.1 신체 측정 4.2 부적 상관관계 4.3 상관 계수와 아웃라이어 4.4 표준편차 5. 범주 데이터: 변산도, 관계 5.1 범주 데이터에서 관계 5.2 Two-way 표에서의 데이터 분석 5.3 Two-way 표 만들기

우리나라 수학교과서와 비교하여 연구할 미국 교과서는 규준기반 교과서인 CMP3(2014)을 선택하여서 우리나라 중학교와 같은 학년에 해당하는 7학년과 8학년 통계영역을 분석한다. 7학년의 CMP3에 제시된 통계단원은 3개의 단원으로 표본, 무작위 추출, 모집단을 대표하는 표본으로 이루어져 있다. 8학년의 CMP3에 제시된 통계 단원은 크게 6개의 단원으로 구성되어 있으며 1단원에

통계영역이 포함되어 있으며 1단원의 구성을 살펴보면 패턴 찾기, 방정식, 통계 내용을 포함하고 있다([표 8]). 이는 우리나라의 수학교과서가 학습영역에 따라 단원을 분류하는 것과 비교하여 다소 차이가 있음을 알 수 있다.

CMP3의 각 단원은 3-5개의 소단원으로 구성되며 각 소단원은 3-5개의 절을 포함한다. 각 절은 하나의 수학과제로 되어있으며 개념 설명은 간단하게만 제시되어 있거나 제시되어 있지 않은 절도 있다. 모든 절의 학습이 끝난 후 소단원의 마지막에는 적용(application), 연결(connection), 심화(extension)로 구분한 여러 유형의 문제를 제시한다.

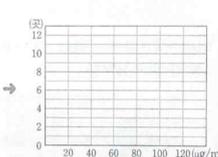
2. 분석절차

이 연구는 전체 과제에 공통된 기준을 적용하여 분석하기 위해 수학 과제를 구분하는 데 있어서 다음과 같은 기준을 적용하였다. 첫째, 수학교과서의 단원 도입에서 단원을 학습하기 전 선수지식을 확인하기 위해 제시한 직전 학년까지의 학습한 내용을 복습하는 문제는 수학과제로 분류하지 않는다. 둘째, 수학교과서의 본문 학습에서 개념 설명하기에 앞서 도입하는 ‘탐구하기’, ‘생각 펼치기’ 등의 문제도 수학과제로 분류한다. 셋째, 수학교과서의 본문 학습에서 개념 설명 후 제시되는 예제는 수학과제로 분류하지 않는다. 넷째, 하나의 문제가 여러 개의 소 문제로 구성되어 있는 경우는 소 문제들이 관련 있는 유형일 경우 소 문제를 분류하지 않고 제시된 모든 질문을 하나의 수학과제로 분류한다. 소 문제들이 관련되지 않는 경우는 두 가지 이상의 수학과제로 간주한다. CMP3의 각 절에 있는 수학과제는 하나의 과제로 분류한다. 다섯째, CMP3의 소단원 마무리 부분에 있는 적용, 연결, 심화 문제는 연구기간에 따른 시간적 제한으로 선별하여 분석한다.

[표 9] 수학교과서의 수학과제 개수

[Table 9] The number of mathematical tasks in the textbooks

교과서 구분	A	B	C	D	CMP-7	CMP-8	총계
통계	38	50	48	41	47	12	236

번호	K-13	교과서	A교과서, p. 256														
			3.														
<p>3 다음은 어느 날 전국 30개 지역의 미세먼지 농도를 조사하여 나타난 도수분포표이다. 도수분포다각형으로 나타내시오.</p> <p style="text-align: center;">미세먼지 농도</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <thead> <tr> <th>농도($\mu\text{g}/\text{m}^3$)</th> <th>지역 수(곳)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>20 ~ 40</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>40 ~ 60</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>60 ~ 80</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>80 ~ 100</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>100 ~ 120</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>합계</td> <td>30</td> </tr> </tbody> </table>  <p style="font-size: small;">● $1\mu\text{g}/\text{m}^3 \cdot 1\text{m}^3$ 당 미세먼지가 $\frac{1}{100}$ g 있음을 나타내는 단위로, μg은 마이크로그램이라고 읽음.</p>				농도($\mu\text{g}/\text{m}^3$)	지역 수(곳)	20 ~ 40	3	40 ~ 60	8	60 ~ 80	12	80 ~ 100	6	100 ~ 120	1	합계	30
농도($\mu\text{g}/\text{m}^3$)	지역 수(곳)																
20 ~ 40	3																
40 ~ 60	8																
60 ~ 80	12																
80 ~ 100	6																
100 ~ 120	1																
합계	30																
분석기준		분석내용	특징														
통계적 추론		없음															
인지적 노력수준		PNC	5, 6, 7, 8, 9														
학생의 응답유형		답만 제시															
상황의 유형		위장된 상황															
과제의 특징		<ul style="list-style-type: none"> 문제 바로 상단에 도수분포다각형을 그리는 방법을 단계별로 제시되어있다. 이 절차를 그대로 따르면 문제를 해결할 수 있다. 고차원적인 인지노력수준을 요구하지 않는다. 															

[그림 1] A교과서의 상황과제분석 예시
[Fig. 1] An analysis of a context-task in textbook A

위의 기준에 따라 6종의 수학교과서가 포함하고 있는 수학과제의 수는 총 236개로 분류되었으며 [표 9]와 같다. 다음으로 하나의 수학과제로 분류된 문제를 비상황 과제와 상황과제로 구분하였고, 분석표를 제작하여 각 분석기준에 따른 과제의 특징을 기술하였다([그림1], [그림 2]). 과제의 인지적 노력수준을 구분할 때 그 분류기준을 명확하게 세우기 위하여 김구연, 전미현(2017a)에서 사용한 절차를 적용하여 수학과제 분석가이드(Stein, Smith, Henninsen, & Silver, 2000)의 과제 분석기준을 번호로 코드화하여 기록하였고 과제를 분석할 때 교과서의 내용과 구성의 흐름에 따라 개별 과제의 인지적 노력수준을 파악하였다. 과제분석은 먼저 과제들을 일반 과제와 상황 과제로 분류한 후 각 수준으로 분류된 과제들의 인지적 노력수준과 요구하는 학생의 응답 유형, 경험할 수 있는 통계적 추론, 과제에 제시된 상황은 어떤 것을 활용하고 있는지 등을 살펴보는 순서로 이루어졌다. 여러 분석요소로 과제를 살펴본 후에는 각 분석 기준들에서 공통적으로 나타나는 특징을 도출하였다. 또한, 연구 과정과 결과에 대한 신뢰도를 높이기 위하여 임의의

10(24/236)%의 과제에 대해서 저자 간의 상호일치도를 살펴보았다. 그 결과 95(23/24)%가 일치하였으며 일치하지 않은 하나의 문제는 재검토하여 그 이유를 확인하여 분석에 반영하였다.

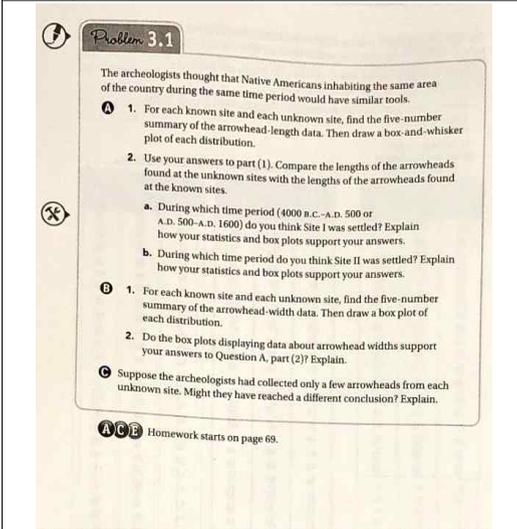
IV. 결과 분석 및 논의

이 연구에서는 우리나라 중학교 수학교과서와 미국의 CMP3 교과서의 통계 단원에 제시된 수학과제가 학생의 통계적 추론 능력을 축진을 위하여서 어떠한 학습기회를 제공하는지를 알아보고자 하였다. 이를 위해 선행연구를 바탕으로 제조직한 분석틀을 이용하여 2015 개정 교육과정에 따른 중학교 1학년 수학 교과서 2종(A, B로 구분)과 2009 개정 교육과정에 따른 중학교 3학년 수학 교과서 2종(C, D로 구분)의 통계 단원을 분석하였다. 다음에서 분석 결과를 제시한다. 한국과 미국 교과서의 통계 단원에 포함된 수학과제의 구성의 특성과 통계적 추론을 어떻게 축진하는지를 차례로 기술한다.

1. 우리 중학교 수학교과서 통계 단원

우리나라 중학교 교과서의 통계영역은 각각의 소단원에서 통계의 아이디어 하나만을 다루며 학습하는 통계의 개념을 계산식과 절차적인 지식으로 설명한다. 따라서 학습할 내용설명 후 제시되는 문제들도 통계적 개념의 이해를 바탕으로 한 통계적 사고나 추론을 축진하기보다는 자료를 읽거나 계산하는데 그치는 것으로 나타났다.

우리나라 중학교 교과서 4종의 통계 단원에 제시된 수학과제의 개수는 총 177개로, 그 중에서 비상황과제는 12.9%(23/177), 상황과제는 87%(154/177)로 나타났다. 총 154개의 상황과제 중에서 유의미한 맥락을 포함한 과제는 7.2%(11/154), 위장된 상황을 포함하는 과제는 92.8%(143/154)를 차지하는 것으로 밝혀졌다. 대부분의 상황과제가 문제를 풀기 위한 과정에서 주어진 상황이 불필요한 경우가 가장 많았다. 상황과제 중 가장 큰 비율을 차지하는 유형인 위장된 상황의 과제 대부분이 통계적 추론을 포함하지 않는 것으로 보인다. 다시 말해서, 유의미한 맥락에서 통계적 추론을 경험하고 이해하여서 보다 점진적으로 추론 능력을 개발하기보다는 표면적으로는 상황으로 제시되지만, 그 상황이 주어진 문제를 해결하는 데 본질적이고 핵심적인 맥락으로는 보기 어려운 경우가 많은 것으로 나타났다. 예를 들어서 그림 1에 제시된 수학과제는 미세먼치 농도에 관한 도수분포표를 주어진 그래프에 옮기는 것에 불과하며 학생이 이 과제 수행을 통해서 이해해야 하는 통계적 개념 혹은 추론이 무

번호	U-2 2	교과서	CMP3-7, p. 60 본문-3.1
			
분석기준	분석내용	특징	
통계적 추론	자료 수 집 자료 분석 결과 해석	A B B	
인지적 노력 수준	DM		
학생의 응답 유형	답과 이유를 기술		
상황의 유형	실생활 기반		
과제의 특징	<ul style="list-style-type: none"> 기원전 사람들이 살았던 기간을 추정하기 위하여 그 지역에서 발견된 화살촉을 이용한다. 이는 학생들이 실생활의 다양한 상황에서 통계를 경험하도록 하는 것이다. 학생들마다 다양한 방법으로 각기 다른 샘플을 추출하여 bot and whisker plot을 그리고 자신의 답을 도출하고 이를 설명해 볼 것을 요구하여 자신의 추론과정을 되돌아보고 친구들의 것과 비교할 수 있다. 다른 자료로 추정했을 때 통계적 결과가 어떻게 달라질지 비교한다. 데이터의 수가 적었다면 (표본의 크기가 작았다면) 어떤 결과를 도출할지 생각해 보는 활동을 하여 표본크기의 중요성을 인식할 수 있다. 		

[그림2] CMP3의 상황과제분석 예시
[Fig. 2] An analysis of a context task in CMP3

엇인지는 분명하지 않다. 단순히 도수분포표를 그래프에 점으로 나타내어서 그 점을 연결하는 도형을 그림으로써 경험하게 되는 학습기회를 통계적 추론으로 보기는 어렵다.

[표 10] 한국 교과서 상황과제의 통계적 추론
[Table 10] Context-tasks promoting statistical reasoning suggested in Korean textbooks

교과서 상황과제	A		B		C		D		합계
	통계적 추론		통계적 추론		통계적 추론		통계적 추론		
	없음	있음	없음	있음	없음	있음	없음	있음	
유의미백량	0	0.6% (1)	0.6% (1)	2.5% (4)	1.2% (2)	0.6% (1)	1.2% (2)	0	11
위장상황	22% (34)	0.6% (1)	27.9% (43)	0	22.7% (35)	0	18.8% (29)	0.6% (1)	143
합계	36		48		38		32		154



[그림 3] 통계적 추론 촉진하지 않는 상황과제 예시 (C 교과서, 2014, p. 171)

[Fig. 3] A Context-task that does not promote statistical reasoning (Textbook C, 2014, p. 171)

상황과제 중 통계적 추론을 포함하는 과제는 5.19%(8/154), 통계적 추론을 포함하지 않는 과제가 94.8%(146/154)로 나타났다([표 10]). 통계적 추론을 포함하지 않는 상황과제는 ‘도수분포표를 완성하시오.’, ‘평균을 구하시오.’, ‘표준편차를 구하시오.’로 기술되어 있어 표면적으로는 통계적 지식을 이용한 자료 분석으로 볼 수도 있겠지만 앞서 제시된 본문의 내용에 계산식과 그래프를 그리는 단계가 설명되어 있어서 엄밀하게 이 과

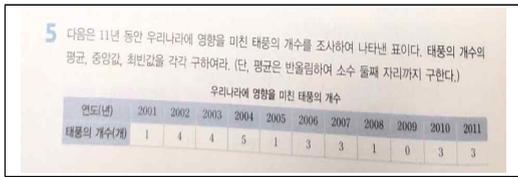
제들이 학습자가 알고 있는 통계적 지식을 활용한 자료 분석을 요구하는 것이라고 보기는 어렵다([그림 3]). 또한, 대부분의 통계적 추론을 포함하는 과제는 모두 A단계의 사고수준을 요구한다. 즉, 자료를 수집하는 것은 주로 학습을 대상으로 하며 표본을 어떻게 추출하는지를 생각하도록 요구하지 않으며 여기에서 도출한 결론은 특정 교실에만 적용된다. 이러한 형태의 수학 과제를 수행함으로써 학생들이 경험할 수 있는 학습기회는 자료를 수집하여서 어떻게 해석하여 결론을 내릴 것인지의 종합적 문제해결과정으로서 통계적 추론으로는 충분하지 못한 것으로 보인다.

우리나라 중학교 교과서 4종의 통계 단원에 제시된 수학과제의 개수는 총 177개로 그 중 96.04% (170/177)의 과제가 Low-Level에 해당하는 것으로 나타났다. PWC 과제의 비중은 3.95% (7개)에 그치며 DM 과제는 찾기 어려웠다. 교과서별로 수준별 과제의 비중은[표 11]과 같다.

[표 11] 한국 교과서 수학과제의 인지적 노력수준
[Table 11] The levels of cognitive demand of the mathematical tasks in the Korean textbooks

인지적 노력수준 교과서	Low		High		합계
	M	PNC	PWC	DM	
A	7.9% (3/38)	92.1% (35/38)	0	0	38
B	38% (19/50)	52% (26/50)	10% (5/50)	0	50
C	14.6% (7/48)	81.2% (39/48)	4.2% (2/48)	0	48
D	36.6% (15/48)	63.4% (26/48)	0	0	41
합계	44	126	7	0	177
	170		7		

A, B교과서에 포함된 수학과제는 학습할 그래프를 소단원 도입에 ‘탐구해봅시다.’와 ‘탐구해보기.’로 제시하고 이를 이용하여 그래프에 대한 설명한 다음 그래프를 그리거나 그래프를 읽는 유형의 문제를 반복하여 제시하는 구조로 나타난다. C, D교과서에 포함된 수학과제는 단순히 자료가 주어지고 ‘최빈값, 중앙값, 평균을 구하시오.’처럼 주어진 자료의 대푯값을 계산하여 구하는 내용으로 제시된다([그림 4]).



[그림 4] 대푯값 과제(C교과서, 2014, p. 160)
 [Fig. 4] A task for finding mean, median and mode (Textbook C, 2014, p, 160)

교과서에 제시된 대부분의 수학과제가 앞서 학습한 절차적 지식에 기초하여 정확한 답을 계산하는 것을 요구한다. 또한, 본문에서 제시되는 과제의 상당수가 도입 부분에 있는 문제와 비슷한 유형이거나 앞서 제시된 절차적 지식을 그대로 반복하는 유형에 해당하며 수학적 개념을 연결하여 이해하는 과제를 찾기가 어려웠다. 본문이 끝나고 학습한 내용을 확인해보는 활동으로 나온 문제는 본문에 있었던 문제의 유형을 그대로 반복해서 제시한다([그림 5]). 소단원의 도입이나 마무리하는 ‘소단원 스스로 점검하기’, 단원의 마지막 활동에서만 주로 다루고 있어 학생들이 통계적 개념을 이해하기는 어려울 것으로 보인다.

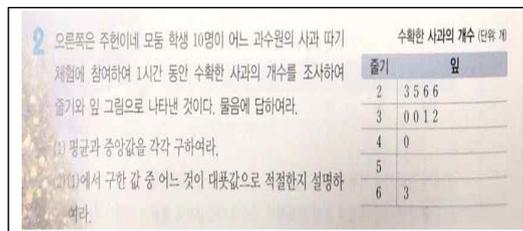


[그림 5] 같은 유형의 과제 반복(A교과서, 2018, p. 265)
 [Fig. 5] Similar tasks repetition (Textbook A, 2018, p. 265)

교과서에 포함된 Procedures With Connections[PWC] 수준의 과제는 그 비중이 낮은 것으로 나타났다. PWC 수준의 수학 과제는 대체로 소단원의 도입이나 마무리하는 ‘소단원 스스로 점검하기’, 단원의 마지막 활동에서 주로 제시된다. 이러한 형식으로는 학생들이 통계적 개념을 활용해서 통계적 추론의 과정으로 나아가지 못할 개연성이 높으며 여러 통계 개념조차도 그 의미를 깊이 있게 이해하기는 어려울 것으로 보인다.

위장된 상황을 포함하는 과제가 모두 Low-Level에

해당하며 ‘그래프를 보고 알 수 있는 특징을 말하시오.’ 등과 같이 과제에서 요구하는 것이 구체적으로 존재하지 않거나 ‘친구들과 이야기해보자.’, ‘말해보자.’라고 제시되어 있어 학생들이 무엇을 어떻게 하는 것인지, 다시 말해서 이 과제 수행에서 요구하는 수학적 의사소통이 갖추어야 할 내용과 형식은 무엇인지를 명확히 파악하기 어렵다. 이는 과제 수행을 통해서 학생에게 요구하는 응답의 형태와 밀접하게 연결된다. 학생의 응답유형은 총 177개의 과제 중 오로지 답만을 요구하는 응답유형으로 89.8%(159/177)로 분석되었으며 답과 풀이 절차를 요구하는 응답유형은 9%(16/177), 답과 근거를 요구하는 응답유형의 과제가 0.6%(1/177)%, 전체적 추론과정을 기술하는 문제는 0.6%(1/177)로 나타났다. 학생에게 요구하는 응답유형은 Low-Level 과제들의 특징과도 연관된다. 즉, Low-level에 해당하는 Procedures without Connections[PNC] 과제는 개념과 절차의 연결이나 수학적 이해를 촉진하기보다는 정답을 도출하는 것에 초점을 두며 절차 수행의 단계를 단순히 기술하는 것에 그친다. 따라서 PNC 과제는 학생에게 근거와 이유를 설명하게 하기보다는 답만 제시하거나 답과 풀이를 단순히 나열하게 한다. Low-Level의 과제(170과제) 중 ‘구하시오.’와 같이 오로지 답만을 요구하는 과제가 93.5%(159/170), 답과 함께 풀이절차를 서술하도록 요구하는 과제는 6.5%(11/170)로 나타났다. [그림 6]을 보면 (2)번에 ‘평균과 중앙값 중 어느 것이 대푯값으로 적절한지 설명하라.’라고 기술되어있으나 이 문제 앞서 내용설명에 ‘자료에 극단적인 값이 있을 경우는 중앙값이 자료 전체의 중심적인 경향을 잘 나타낼 수 있다.’고 기술되어 있으며 곧바로 이 과제와 연결하여서 답을 구할 수 있다.



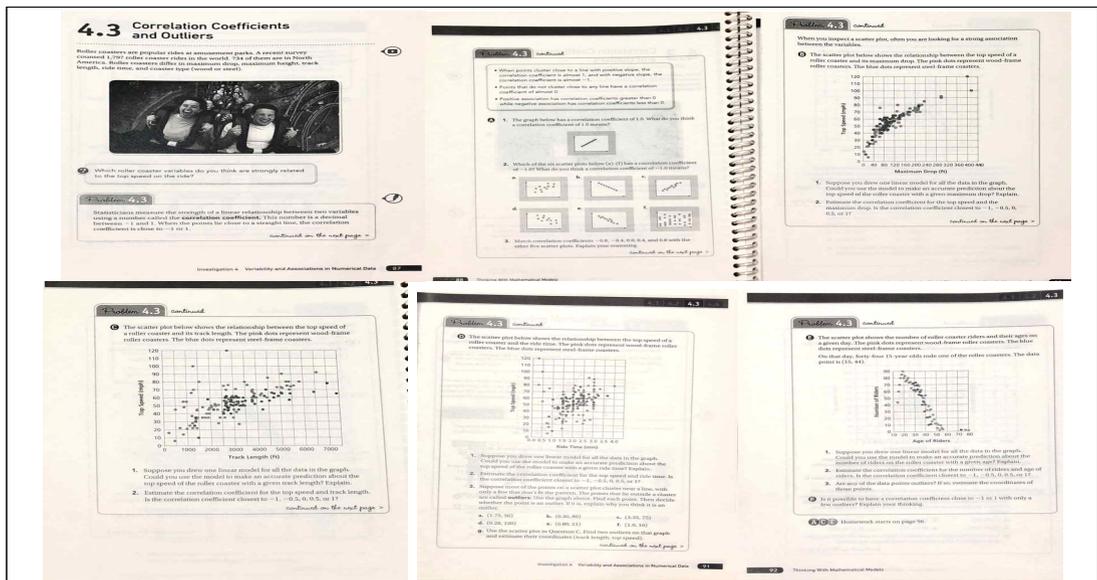
[그림 6] 답만 요구하는 과제 (C교과서, 2014, p. 158)
 [Fig. 6] A task that requires only answers (Textbook C, 2014, p. 158)

2. CMP3 교과서 통계 단원

CCMP3의 통계단원은 학생들이 통계의 개념을 이해하고 복합적인 통계적 추론을 경험할 수 있도록 구성되어 있다. 소단원이 하나의 수학과제로 되어있어 학생이 과제를 해결해가면서 개념을 학습하도록 구성되어 있다. 대단원은 3-4개의 소단원으로 구성되며 소단원별로 Application, connection, extensions로 구분된 연습문제가 제시되어있다. 연습문제는 본문에 있는 데이터를 이용해서 다른 통계문제를 해결하는 과제나 본문에서 다뤘던 통계문제가 다른 데이터를 이용해서 해결하는 과제를 포함하는 것이 특징이다. 이는 우리나라 교과서의 연습문제에서 본문과 유사한 문제가 반복적으로 제시되는 것과 차이가 있다. 하나의 소단원은 여러 개의 문제로 구성되어 있지만 모든 문제가 관련이 있기 때문에 하나의 과제로 보았다. 7학년 CMP3의 통계 영역은 세 개의 장에서 다루고 있다. 1장에서는 숫자 데이터와 범주 데이터를 구분하여 숫자 데이터를 다루고 난 후 범주 데이터를 다룬다. 2장에서는 우선 표본에 대한 이해와 표본추출에 대해 대략적인 인식을 하게 한 뒤 표본추출의 여러 방법과 무작위 추출에 대한 이해를 하게 한다. 3장에서는 앞서 무작위 추출에 대한 이해를 바탕으로 무작위 추출을 사용하여 통계활동을 하게 한다. 8학년 CMP3의 통계영역은 두 개의 장에서 다루고 있다. 4장과 5장은 각각 숫자 데이터의 분산도와 범주 데이터의 분산도에 관한 내용이다.

미국 CMP3 7학년과 8학년의 통계 단원에 제시된 수학과제의 개수는 총 59개로 모든 과제가 상황과제로 분류되었다. 총 59개의 상황과제 중에서 유의미한 맥락을 포함한 과제는 91.5%(54/59)이며 위장된 상황을 포함하는 과제는 1.7%(1/59), 수학적 모델링 과제가 6.8%(4/59)로 나타났다.

구체적으로 상황과제를 살펴보면, 나무 롤러코스터와 쇠 롤러코스터의 속도, 신장과 팔 길이의 관계, 1인분의 시리얼 당 설탕과 열량, 초코쿠키 속의 초코 칩의 개수 등 다양한 실생활 소재를 사용하고 하나의 과제에서 제시된 상황과 관련하여 여러 측면을 살펴본다. [그림 7]은 유의미한 맥락을 포함한 과제로 다양한 산점도의 예시를 제시하고 학생들이 학습한 상관계수의 특징을 이해할 수 있도록 하여 통계문제해결 할 때 상관계수를 어떻게 이용할 수 있을지 생각하게 한다.

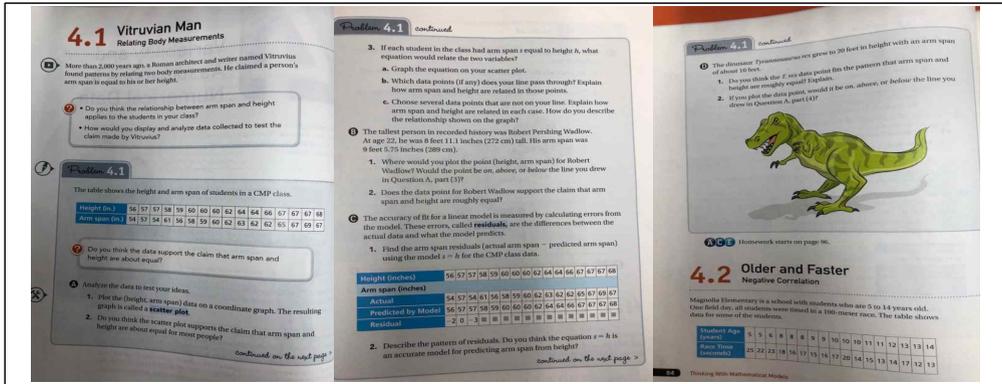


[그림 7] 유의미 맥락 과제 (CMP3-8, 2014, p. 88-92)

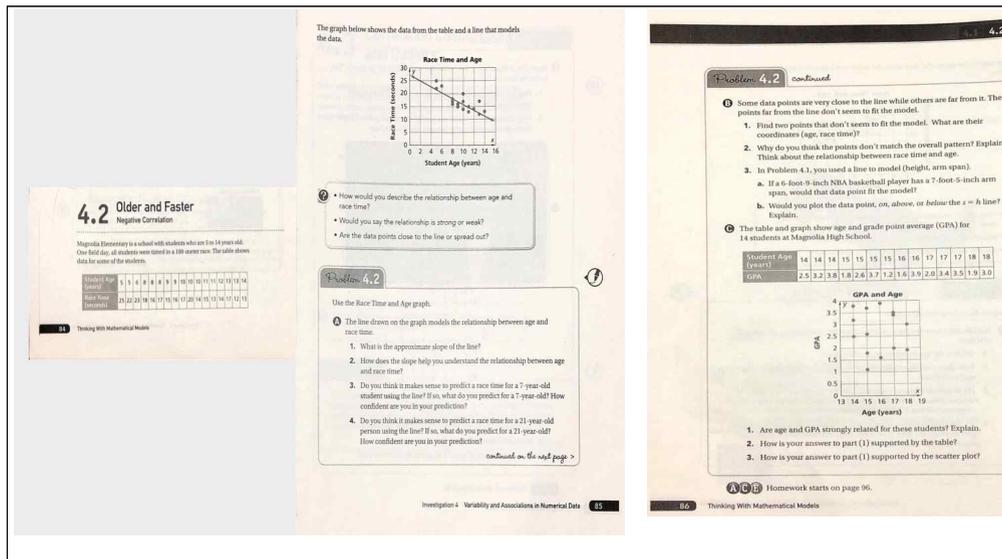
[Fig. 7] Relevant and essential context tasks (CMP3-8, 2014, p. 88-92)

또한, 상황과제 중에서 통계적 추론을 포함하는 과제는 81.4%(48/59)이고 통계적 추론을 포함하지 않는 과제가 18.6%(11/59)로 나타났다. 통계적 추론을 포함하는 과제 중 통계적 추론이 하나만 해당하는 과제가 47.9%(23/48), 통계적 추론이 두 개 이상 해당하는 과제는 52%(25/48)로 나타났다. 통계적 추론을 위한 과제는 GEISE가 제안한 통계적 추론 단계 B에 해당하는 과제의 비중이 가장 높게 나타났다. [그림 8]은 각각 B단계

에 해당하는 자료 분석과 결과 해석에 대한 문제들로 이루어져 있으며 임의의 학급의 학생들의 신장과 팔 길이에 대한 자료를 제시하고 산점도를 그리게 하여 신장과 팔 길이의 관계를 따져보게 한다. 또한 학생이 얻은 신장과 팔 길이의 관계가 모든 사람들에게도 적용할 수 있을지 생각해보게 한다. [그림 9]의 과제에서는 전혀 다른 패턴을 보이는 (나이-100m 달리기 초), (나이, 성적) 두 쌍의 데이터를 제시하여 상관관계에 대해 이해하게 한다.



[그림 8] 통계적 추론 과제 (CMP3-8, 2014, p. 82-84)
 [Fig. 8] Tasks for promoting statistical reasoning (CMP3-8, 2014, p. 82-84)



[그림 9] 상관관계 과제 (CMP3-8, 2014, p. 85-86)
 [Fig. 9] A mathematical task for correlations (CMP3-8, 2014, p. 85-86)

CMP3 교과서의 통계 영역에서 제시하는 수학 과제에서는 통계 개념을 유의미한 맥락에서 설명하며 개념들을 연결 지어서 제시한다. 이를 통해서 학생들은 통계적 추론을 경험할 수 있게 된다.

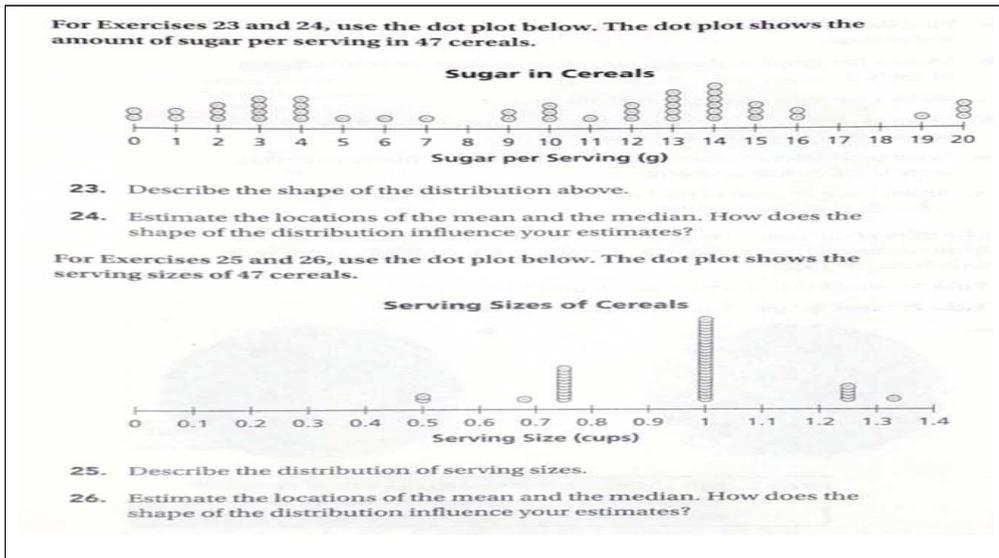
[표 12] CMP3 통계 상황과제의 인지적 노력수준
[Table 12] The levels of cognitive demand of context tasks in CMP3

인지적 노력수준 교과서	Low		High		합계
	M	PNC	PWC	DM	
7학년	0	2.1% (1/47)	70.2% (33/47)	27.7% (13/47)	47
8학년	0	0	100% (12/12)	0	12
합계	0	1	45	13	59
	1.7%(1/59)		98.3%(58/59)		

총 59개의 상황과제 중 Low-Level의 과제는 1.7%(1/59), PWC 수준의 과제가 76.3%(45/59), DM 수준의 과제는 22%(13/59)로 나타났다([표 12]). 즉, 통계 단원은 대체로 High-level 과제로 이루어져 있는 것으로

드러났다. High-level 과제는 복잡한 사고를 요하며 알고리즘 등 공식이나 절차를 곧바로 적용할 수 없는 과제로 학생 스스로가 수학의 여러 개념을 이해하며 개념 간의 관계를 파악하여서 무슨 개념을 어떻게 활용할 것인지를 결정하여야 한다. 이러한 과제를 수행함으로써 학생들은 통계적 추론을 문제해결 과정으로 경험할 가능성이 크다. 예를 들어서, CMP3 통계 단원의 수학 과제를 수행하면서 학생들은 데이터를 숫자 데이터와 범주 데이터로 구분해서 살펴보고 표본을 다양한 방법을 활용해서 비교하는 경험을 할 수 있게 된다.

특히, High-level의 과제는 ‘Explain,’ ‘Justify your answer.’와 같이 문제에서 요구하는 것을 분명하게 제시하며 각 과제에서의 핵심 수학적 개념을 학생이 더 깊이 이해하도록 돕기 위하여 단계적으로 기술한다. 예를 들어서, [그림 10]의 과제를 수행하는 과정에서 학생들은 분포를 이루는 변량들이 자신의 추정에 어떠한 영향을 주는지 자신만의 기준을 세워서 논리적으로 따져야 한다. 바로 다음 과제를 통해서 학생들은 같은 시리얼에 대한 통계자료임에도 무엇을 관찰 대상으로 할 것인가에 따라 다른 분포가 나올 수 있음을 학생들이 인식할 수



[그림 10] High-level 과제 (CMP3-7, 2014, p. 67)
[Fig. 10] High-level Tasks (CMP3-7, 2014, p. 67)

있다. 또한, 완전히 대조되는 분포를 연속적으로 과제에 포함함으로써 여러 가지 분포를 학생이 이해할 수 있도록 한다.

Problem 3.4

Work with your group to simulate the capture-tag-recapture method.

1. Take a sample of 25 beans. Record the number of marked beans and the number of unmarked beans in a table such as the one below. Use the data to estimate the total number of beans in the container.

Sample Size	Number of Marked Beans	Number of Unmarked Beans	Estimate of Total Number of Beans
25	██	██	██
50	██	██	██
75	██	██	██
100	██	██	██
125	██	██	██
150	██	██	██

2. Follow the steps you used in part (1) with samples of 50 beans, 75 beans, 100 beans, 125 beans, and 150 beans. Record your data.

3. Describe the strategy you used to estimate the total number of beans in the container.

4. Explain why this experiment can be considered a simulation.

5. Use the table from Question A. Make a final estimate for the number of total beans in the container. Explain your reasoning.

6. Ask each group in your class for their estimates of total number of beans in the container for each sample size.

- For each sample size, draw a line plot of the data you collected from your class.
- Explain how the line plots you drew in part (1) might change your final estimate for the total number of beans in the container.

7. Use what you have learned from this experiment. How do you think biologists count deer populations?

Homework starts on page 69.

[그림 11] High-level 과제 (CMP3-7, 2014, p. 67)
 [Fig. 11] High-level tasks (CMP3-7, 2014, p. 67)

[그림 11] 과제에서는 실제 생물학자들이 사슴의 개체

수를 추정하기 위해 사용하는 방법 중 하나를 제시하여 설명하고 있지만 개체수를 어떻게 측정할지는 학생들이 직접 추론해야 한다. 표본의 크기를 다양하게 하여 실험을 진행하며 표본 수집한 것을 이용해 어떻게 콩의 전체 개수를 추정할 것인지 학생의 전략을 설명하도록 요구한다. 또한, 표본 크기에 따라 line plot을 작성하고 이를 이용하여 콩의 총 개수를 마지막으로 추정하고 학생 스스로 표본평균의 평균을 인식하게 한다. [그림 12] 과제는 A에서 했던 것을 통해 D에 어떻게 적용할 것인지를 학생 스스로 유추하는 활동을 포함한다.

High-Level의 문제는 학생이 논리적 사고 과정을 경험하도록 장려하고 있다. High-Level 과제들의 특징은 학습의 결과라 할 수 있는 학생의 응답유형에도 드러난다. 학생의 응답유형은 총 59의 과제 중 답 만을 요구하는 응답유형의 과제가 15.3%(9/59)로, 답과 함께 풀이절차를 서술하도록 요구하는 응답유형의 과제가 11.7%(7/59), 답과 함께 그 근거를 수학적으로 설명하도록 요구하는 응답의 유형의 과제가 47.5%(28/59), 추론 과정을 설명하도록 요구하는 형태의 과제가 25.4%(15/59)로 나타났다([표 13]). 인지적 노력수준이 높은 과제는 학생들이 스스로 문제의 해결과정을 수학적으로 설명하도록 하여 고차원의 사고수준을 경험하게 한다.

2.1 Asking About Honesty
 Using a Sample to Draw Conclusions

Imagine a national magazine asks its readers to respond to the questions below about honesty. Read each table and answer the questions that follow.

HONESTY SURVEY
 If This Happened to You

- What would you do if you found someone's wallet on the street?
 - to turn it in to the police
 - to keep it for myself
 - to turn it in to the police
 - to turn it in to the police
- What would you do if a cashier mistakenly gave you \$10 rather than \$20?
 - to tell the cashier about the error
 - to say nothing and keep the cash
 - to tell the cashier about the error
 - to tell the cashier about the error
- Would you cheat on an exam if you were sure the teacher's not going to find it?
 - Yes
 - No
- Would you download music from the internet illegally instead of buying the music?
 - Yes
 - No
- Do you feel that you are an honest person in most situations?
 - Yes
 - No

• What is the population for the Honesty Survey?
 • Is asking readers to volunteer their answers a good way for the magazine to draw conclusions about the honesty of the population? Why or why not?

Problem 2.1

- A sampling plan is a strategy for choosing a sample from a population. What is the population for the Honesty Survey? What is the sample? How was the sample chosen from the population?
- Suppose 3,289 people completed the survey.
 - For the first question, 3,190 people said they would try to return the wallet to the owner, 792 said they would return the wallet but keep the money, and 129 said they would keep the wallet and the money. What is the relative frequency of each response?
 - For the second question, 4,732 said they would tell the cashier about the error. What is the relative frequency of respondents who said they would tell the cashier about the error?
 - For the third question, 4,334 people answered "No." What is the relative frequency of respondents who said they would not cheat on an exam?
 - For the fourth question, 1,584 people answered "Yes." What is the relative frequency of respondents who said they would not download music illegally from the internet?
- Make a table or graph that shows the relative frequencies of "honest" and "dishonest" answers for each of the first four questions of the Honesty Survey.
 - Use your table or graph to analyze the responses to the first survey questions. What conclusions can you draw about people's behavior? Explain.
- Use the survey results in Question 4 and your answers to Question C. Suppose the United States population is about 310 million.
 - Estimate how many people in the United States would say that they would not cheat on an exam.
 - Estimate how many people in the United States would say that they would not download music illegally from the internet.

Problem 2.1 continued

- Do you think this sample of 5,289 people accurately represents the population of the United States? Why or why not?
- Suppose you were asked to revise the sampling plan for this survey. How could you make sure that the sample more accurately represents the U.S. population?

Homework starts on page 41.

2.2 Selecting a Sample
 Different Kinds of Samples

Drawing accurate conclusions about a population based on a sample can be complicated. When you choose a sample, it should be representative of the population. This means the sample must have characteristics similar to those of the population. Not all samples are representative samples.

Suppose you are doing research on students at your school. You plan to ask these questions:

- How many hours of sleep do you get each school night?
- How many minutes do you watch each week?

If your school has many students, it might be difficult to gather and analyze data from every student.

- Are these questions clear enough to allow you to collect good data? Why or why not?
- How might you select a sample of your school population to survey?

[그림 12] CMP3 통계 과제 (CMP3-7, 2014, p. 35-37)
 [Fig. 12] Tasks in CMP3 (CMP3-7, 2014, p. 35-37)

[표 13] CMP3 상황과제의 학생의 응답유형
 [Table 13] Context tasks in CMP3: Type of student response

응답유형 \ 학년	7		8		합계
	Low	High	Low	High	
답만 제시	2.1% (1/47)	10.6% (5/47)	0	25% (3/12)	9
답과 풀이 절차	0	8.5% (4/47)	0	25% (3/12)	7
답과 근거	0	46.8% (22/47)	0	50% (6/12)	28
전체 추론 과정	0	31.9% (15/47)	0	0	15
합계	1	46	0	12	59
	47		12		

3. 논의

미국의 교육과정에서 7학년에서 배우는 통계는 무작위 샘플링과 추정을 통하여 수치적인 자료를 정리하고 시각적으로 평가할 수 있도록 하고 있다. 우리나라 교육과정에서는 통계에서 사용되는 표나 그래프 만들기를 중심으로 설명에 치중하고 있다면 미국 교과서에서는 일상 생활에서 생각할 수 있는 통계 상황에서 설문이나 무작위 샘플링, 모집단 추측과 추정 등의 활동을 제안한다. 또한, 자료를 해석하기 위한 시뮬레이션 등을 포함하며 자료의 특성에 따라서 숫자 데이터와 범주 데이터로 구분하여 변산도와 분포를 다룬다. 특히, 상관관계, 상관관계 계수 그리고 아웃라이어(outliers)도 포함한다. 결국 수학적 용어보다는 실생활에서 통계를 사용하는 상황들에 익숙하게 하는 과정을 더 많이 포함하는 것으로 파악된다. 우리나라의 중학교 1학년과 3학년의 통계 내용을 미국의 교육과정에서는 7학년에서 모두 포함하면서도 그 범위 이상의 내용을 포함하고 있다.

우리나라의 중학교 수학교과서의 통계단원에 제시된 수학 과제는 대체로 문장제로 제시되지만 유의미한 맥락을 제공하지는 못하는 것으로 보인다. 특히, 대부분의 통계 수학 과제는 Low-level의 과제로, 학생들로 하여금 통계적 아이디어를 개념적으로 이해할 수 있도록 돕기보다는 개별적이고 분절적으로 아이디어를 제시하며 각 아이디어가 어떻게 연결되는지를 충분히 설명하지는 못하였다. 평균, 중간값, 최빈값 등의 대푯값에 대하여서도 데이터 세트를 제공하여서 대푯값을 계산하여 구하는 활

동에 중점을 두는 등 계산을 강조하는 것으로 보인다. 이러한 결과는 함수나 기하 영역 수학 과제 분석에서 도출된 결과 즉, 대수적 추론이나 기하적 추론 등 각 영역에서 기르고자 하는 사고 능력을 기르도록 하기보다는 영역을 불문하고 답을 구하는 계산 과정을 강화한다는 측면(권지현, 김구연, 2013; 김구연, 전미현, 2017a; 김미희, 김구연, 2013; 김원, 최상호, 김동중, 2018; 홍창준, 김구연, 2012)과 그 궤를 같이한다.

반면에, 미국의 중학교 교과서 CMP3에서는 통계 개념을 분절적으로 혹은 개별적으로 설명하기보다는 하나의 아이디어를 다양한 맥락 속에서 여러 방식으로 제시한다. 평균의 의미를 표준편차와 연결하며 우리나라 교육과정에서는 포함되는 않는 상관계수와 아웃라이어 개념도 포함하여 다룬다. 실제 생활에서 관찰하고 의문을 품을 수 있는 실제적이고 유의미한 맥락에서 통계적 추론을 할 수 있는 학습기회를 경험하도록 장려한다.

미국의 CMP3 교과서의 구성을 보면, 특정 대단원은 하나인 수학의 단일 영역으로 구성되기보다는 여러 영역을 다양하게 포함하기도 하는데, 예를 들면, Thinking with mathematical models(linear and inverse variation)의 단원은 자료의 패턴, 선형 모델과 일차방정식, Inverse variation, 숫자 데이터에서의 변산도(variability)와 관계, 범주 데이터에서의 변산도와 관계 등 5개의 소단원으로 구성되며 패턴 찾기, 자료의 해석 능력, 일차방정식 개념의 적용 등으로 복잡적이라고 할 수 있다. 또한, CMP3 교과서가 제시하는 수학 과제들은 특정 수학 내용 및 주제를 설명하기 위한 상황 혹은 맥락을 제공하며 동시에 단일한 영역에 국한되지 않고 여러 가지의 성취기준을 달성할 수 있도록 한다.

우리나라 수학과 교육과정에서 실생활의 맥락을 강조하지만 상황과제가 제시하는 그 상황은 과제 해결을 위해서 필수적으로 이해하지 못해서 답을 구하는 데 지장을 주지 않는 형태로 제시된다. 과제에서 제공하는 그 상황이 맥락으로서 기능하지 못한다. 통계적 추론은 문제를 설정하며, 설정한 문제에 적합한 답을 찾을 수 있는 자료를 수집하고, 수집한 자료를 분석하여서 결과를 도출하는 일련의 문제해결과정이다(Franklin et al., 2006; Kader et al., 2013). 이는 우리나라 교과서에서 제공하는 상황과제의 상당수가 인위적이며 현실에서 있음

직한 상황이라고 보기 어려운 상황을 제시한다. 이러한 위장된 상황과제는 모두 Low-Level 과제에 해당하며 당연한 결과로 이러한 과제는 학생의 통계적 추론을 촉진하지 않는다. 더욱이, 약 90%의 수학 과제가 요구하는 학생의 응답유형은 단순히 답만을 제시하는 것에 그치고 있다.

반면에, CMP3가 제시하는 상황과제 중 81.4%가 통계적 추론을 촉진하는 과제이며 거의 대부분의 과제는 학생의 비알고리즘적인 사고, 복잡한 사고, 문제해결 능력, 추론 능력 등을 장려하는 High-Level의 과제에 해당한다. 이러한 수학 과제의 특성은 과제를 완수하는 데 있어서 학생이 수행해야 하는 책무는 자신이 거친 사고 과정을 근거를 들어서 정당화하기 등을 포함한다. 이러한 과정이 통계 영역의 여러 개념을 이해하고 추론하는 과정을 바탕으로 이루어지며 이는 다시 역으로 통계적 추론을 강화하는 역할을 할 수 있다.

V. 결론 및 제언

이 연구에서는 우리나라와 미국의 중학교 수학교과서 통계단원에 대한 내용과 형식이 어떠한 특징을 나타내며 학생들이 어떠한 학습 경험을 하게 될 것인지를 체계적인 탐색을 시도하였다.

우리나라 교과서에 포함된 수학과제들은 대부분 유의미한 맥락을 제공하지 않는 것으로 보인다. 소단원에서 제시하는 한 가지 내용만을 단편적으로 다루고 서로 연결성이 없는 것으로 나타났다. 그리고 학생들에게 절차적 지식을 수학적 개념과 연결 지어 생각하도록 요구하는 과제는 그 의미가 과제의 앞부분에 이미 주어진 경우가 많아 학생들이 스스로 사고하는 기회를 제한하는 것으로 보인다. 또한, 통계적 추론의 4단계를 모두 포함하는 과제를 통계적 추론과정을 온전히 경험할 기회를 제공하지 않고 있는 것으로 나타났다. 2015년 개정 교육과정에서 강조하는 실생활과 연결된 통계교육, 정보처리 능력을 개발하기에 적합한 과제로 간주하기도 어려운 것으로 보인다.

한국 교과서의 통계단원에서 제시하는 과제는 학생들이 복합적인 통계적 추론을 할 수 있도록 장려하지 않으며 절차적 기능을 습득만을 강조하는 것으로 보인다. 이

러한 결과는 선행연구 결과(권지현, 김구연, 2013; 김구연, 전미현, 2017a; 김미희, 김구연, 2013; 김원, 최상호, 김동중, 2018; 정영옥 외, 2016; 홍창준, 김구연, 2012)와도 일맥상통하는 측면이다. 특히, 교과서에서 제공하는 내용과 형식은 학생들이 수학적 사고력을 함양하는 데 크게 도움이 되지 않을 것이다.

CMP3에 포함된 수학과제는 모두 상황과제에 해당하였으며 대부분의 과제에 포함된 상황의 유형은 유의미한 맥락이고 과제들이 유기적으로 연결되어 있어 학생들이 통계의 수학적 개념을 이해하고 복합적인 통계적 추론을 할 수 있는 학습기회를 경험할 수 있다. CMP3는 본문에서 정의나 공식에 대한 설명이 간략히 되어 있거나 교과서 뒷부분에 부록으로 제시되어 있고 하나의 수학과제가 여러 내용들을 동시에 직접적으로 탐구할 수 있도록 구성되어 있다.

미국의 교육과정의 통계 영역에서 다루는 주제는 우리나라 교육과정에서는 다루지 않는 내용과 개념들도 포함하며 이러한 개념들은 중학교에서부터 고등학교에 걸쳐 반복, 심화, 확대하여 제시한다. 또한 전 학년에 걸쳐 패턴 찾기를 강조하며 학생들이 스스로 주어진 자료의 패턴을 찾는 활동을 할 수 있도록 단원의 내용을 제시하며 그 패턴을 수학적 용어와 개념으로 설명하도록 유도한다.

우리나라와 미국 교육과정에서 공통적으로 학생들이 통계적 추론과정을 경험하는 것과 더불어 실생활과 연결된 통계교육을 강조하고 있다. 그러나 교과서의 수학과제 분석한 결과를 통해서 한국 중학교 교과서는 교육과정이 지향하는 수학교육의 목표 즉, 수학교육을 통한 학생들의 고차원적 사고 습관 개발과 함양을 강조하고 있지만 이러한 강조점이 교과서에 충분히 구현되어 있지 않다.

CMP3 교과서가 제시하는 수학과제/문제들은 매우 복합적으로 수학의 내용뿐만 아니라 수학적 사고과정도 강조하며 내용과 과정이 복합적으로 얽혀 있다. 우리나라 교과서는 하나의 소단원 주제가 곧 하나의 성취기준을 의미하며 여러 가지의 성취기준을 달성할 수 있는 환경을 제공하지 않는다. 또한, 우리나라 교과서에 포함된 문제들은 수학 개념과 주제를 설명하기 위한 상황 혹은 맥락을 단 대단원의 서두에서 제시하는데 이러한 상황과

맥락이 본격적인 내용을 설명하고 적용하는 데 있어서 연결성이 부족하다. 그뿐만 아니라, 실생활에서 자주 접할 수 있는 현상을 소재로 문제를 제시하는 경향이 뚜렷하며 이는 실제로 고차원적 사고를 촉진하는 것으로 이해할 수 있는 여지를 제공하지만, 교과서에서 제시하는 실생활 문제들의 대부분이 수학적 개념과 실제 상황과의 연결을 강조하기보다는 문제의 내용과 상황이 다시 비현실적인 실생활을 묘사하는 것에 그친다(권지현·김구연, 2013).

인지적 노력수준이 높은 수학 과제가 수학학습에 있어서 학생들의 사고수준을 무조건 향상시키는 것은 아니지만, 교과서가 제시하는 수학과제의 대부분이 간단한 암기에 기초하거나 단순한 절차적 기능을 통해 답을 구하는 것에 집중한다면 학생들이 2015 개정 교육과정에서 강조한 교과역량을 기르는 데에 도움이 되지 못할 것이다. 학생들이 다양한 사고과정을 경험할 수 있도록 다양한 수준의 수학 과제를 수행하는 경험을 제공하여야 한다. 교과서는 인지적 노력수준이 높은 과제의 비중을 높여서 다양한 형태의 과제를 고르게 포함할 수 있도록 해야 한다. 우리나라의 수학 교사들은 대체로 교과서의 내용과 형식을 바탕으로 하여서 수업을 설계하고 실행하는 경향을 드러낸다(김구연·전미현, 2017b; 김민혁, 2014). 즉, 교과서는 교사가 수업을 결정하는 데 있어 상당한 영향을 미치기 때문에 교과서의 내용과 형식에 대하여 심각하게 검토하여서 개선의 노력이 필요하다. 나아가 교사가 학생의 올바른 학습에 도움이 되는 과제를 분별할 수 있는 역량을 기를 수 있도록 교원양성기관의 교육과정 프로그램 구성에 반영하는 것이 시급한 당면 과제일 것이다.

참 고 문 헌

- 강옥기 외 (2014). 중학교 수학 3. 서울: 동아.
- Kang, O. et al. (2014). *Middle School Mathematics 3* Seoul: Dong-A.
- 고상미, 김미순, 정재균, 조완영 (2017). 통계적 소양의 관점에서 살펴본 중학교 3학년 통계단원 문항 분석. 학교수학 19(4), 731-749.
- Go, S. M., Kim, M. S., Jung, J. K., & Cho, W. Y. (2017). Analysis of the problems in statistics units of middle school textbooks for the 3rd grade in terms of statistical literacy. *School Mathematics* 19(4), 731-749.
- 교육부(2015). 수학과 교육과정. 교육부 고시 제2015-74호 [별책 8]. 교육부.
- Ministry of Education (2015). *Mathematics Curriculum*. 2015-74. Author.
- 권지현, 김구연 (2013). 중학교 수학 교과서에 제시된 기하영역의 수학 과제 분석. 수학교육 52(1), 111-128.
- Kwon, J. & Kim, G. (2013). An analysis of mathematical tasks for middle school geometry. *The Mathematical Education*, 52(1), 111-128.
- 김구연, 전미현 (2017a). 중학교 수학교과서가 학생에게 제공하는 함수 학습기회 탐색. 학교수학 19(2), 289-317.
- Kim, G. & Jeon, M. (2017b). Exploring how middle-school mathematics textbooks on functions provide students an opportunity-to-learn. *School Mathematics*, 19(2), 289-317.
- 김구연, 전미현 (2017b). 수업지도안 분석을 통한 수학교사의 수업설계역량(Pedagogical Design Capacity) 탐색. 수학교육 56(4), 365-385.
- Kim, G. & Jeon, M. (2017b). Exploring teachers' pedagogical design capacity: How mathematics teachers plan and design their mathematics lessons. *The Mathematical Education*, 56(4), 365-385.
- 김미희, 김구연 (2013). 고등학교 교과서의 수학 과제 분석. 학교수학 15(1), 37-59.
- Kim, M. & Kim, G. (2013). An analysis of mathematical tasks in the high school mathematics. *School Mathematics*, 15(1), 37-59.
- 김민혁 (2014). 수학 교사의 교과서 및 교사용 지도서 활용도 조사. 학교수학 16(3), 503-531.
- Kim, M. (2013). Secondary mathematics teachers' use of mathematics textbooks and teacher's guide. *School Mathematics* 16(3), 503-531.
- 김원, 최상호, 김동중 (2018). 담론적 관점에서 그래프 해석에 대한 분석틀 재구성 및 적용-우리나라 수학 교과서와 미국 CMP 교과서 중심으로. 수학교육 57(4), 433-452.
- Kim, W., Choi, S. H., & Kim, D. J. (2018). Reconstruction and application of an analytic framework for discursive approach to interpretations of graph: The case of a Korean textbook and CMP. *The Mathematical Education*,

- 574), 433-452.
- 박교식 외 (2018). 중학교 수학 1, 동아출판.
- Park, K. S. et al. (2018). *Middle School Mathematics 1*. Seoul: Dong-A.
- 신향균 외 (2014). 중학교 수학 3, 지학사.
- Shin, H. K. et al. (2014). *Middle School Mathematics 1*. Seoul: Jihaksa.
- 장경윤 외 (2018). 중학교 수학 1, 지학사.
- Chang, K. Y. et al. (2018). *Middle School Mathematics 1*. Seoul: Jihaksa.
- 전미현, 김구연 (2015). 예비교사들의 수학교수지식 (MKT) 측정 및 분석 연구. 수학교육학연구 25(4), 691-715.
- Jeon, M. & Kim, G. (2015). Measuring and analyzing prospective secondary teachers' mathematical knowledge for teaching[MKT]. *Journal of Educational Research in Mathematics* 23(4), 691-715.
- 정영욱, 장경윤, 김구연, 권나영, 김진호, 서동엽, ..., 탁병주 (2016). 수학 교육과정 국제 비교 분석 연구-미국, 싱가포르, 영국, 일본, 호주의 중학교와 고등학교 교육과정을 중심으로. 수학교육학연구 26(3), 371-402.
- Chung, Y. O. et al. (2016). A comparative study of mathematics curriculum among the United States, Singapore, England, Japn, Australia, and Korea. *Journal of Educational Studies in Mathematics*, 23(3), 371-402.
- 홍창준, 김구연 (2012). 중학교 함수 단원의 수학 과제 분석. 학교수학 14(2), 213-232.
- Hong, C. J. & Kim, G. (2012). Functions in the middle school mathematics: The cognitive demand of the mathematical tasks. *School Mathematics*, 14(2), 213-232.
- Ben-Zvi, D. & Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions, and challenges. In D. Ben-Zvi & J. Garfield. (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*. (pp. 3-15). Dordrecht, Netherlands: Kluwer.
- Cain J. S. (2002). An evaluation of the Connected Mathematics Project. *Journal of Educational Research* 95(4), 224-233.
- Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H., & Mesa, V. (2010). A comparative anlysis of the addition and subtraction of fractions in textbooks from three countries. *Mathematical thinking and learning*, 12, 117-151.
- Davies, N. & Marriott, J. (2010). Assessment and feedback in statistics. In P. Bidgood, N. Hunt, & F. Jolliffe (Eds.), *Assessment methods in statistical education: An international perspective* (pp. 3-19). Chichester, England: John Wiley & Sons.
- DelMas, R. C. (2002). Statistical literacy, reasoning, and learning: A commentary. *Journal of Statistics Education*, 10(3). Retrieved June 29, 2015, from <http://www.amstat.org/publications/jse/>
- Franklin. C. A. & Garfield. J. B. (2006). *The GAISE Project: Developing statistics education guidelines for grades Pre-K-12 and college courses*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Graumann, G. (2011). Mathematics for problems in everyday world. In J. Maasz, & J. O'Donoghue (Eds.), *Real-world problems for secondary school mathematics students: Case studies* (pp. 113-122). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Haggarty, L. & Pepin, B. (2002). An investigation of mathematics textbooks and their use in English, French and German classroom: Who gets an opportunity to learn what? *British Educational Research Journal* 28(4), 567-590
- Jolliffe, F. (2010). Assessing statistical thinking. In P. Bidgood, N. Hunt, & F. Jolliffe (Eds), *Assessment Methods in Statistical Eduction: An International Perspective* (pp. 71-74). Chichester, England: John Wiley & Sons.
- Kader, G. D., Jacobbe, T., Wilson, P., & Zbiek, R. M. (2013). *Developing essential understanding of statistics for teaching mathematics in grades 6-8*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lappan, G., Phillips, E. D., Fey, J. T., & Friel. S. N. (2014). *Connected Mathematics3; Grade 7*. Boston:

- Pearson.
- Lappan, G., Phillips, E. D., Fey, J. T., & Friel, S. N. (2014). *Connected mathematics 3: grade 8*. Boston: Pearson.
- Lavine, N. C. & Lajoie, S. P. (2007). Statistical reasoning of middle school children engaged in survey inquiry. *Contemporary Educational Psychology* 32(4) 630-666.
- Muller, E. & Burkhardt, H. (2007). Applications and modelling for mathematics: Overview. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modeling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 267-274). London: Springer.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. Reston, VA: Author.
- Pfannkuch, M. & Ben-Zvi, D. (2011) Developing teacher's statistical thinking. In C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education: A joint ICMI/IASE study* (pp. 323-333). Dordrecht, Netherlands: Springer.
- Reys, B. J., Reys, R. E., & Chavez, O. (2004). Why mathematics textbooks matter. *Educational Leadership* 61-66.
- Reys, R. E., Reys, B. J., Lapan, R., Holiday, G., & Wasman, D. (2003). Assessing the impact of Standard-based middle grades mathematics curriculum materials on student achievement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34, 74-95.
- Schield, M. (2010). Assessing statistical literacy: Take CARE. In P. Bidgood, N. Hunt, & F. Jolliffe (Eds.), *Assessment Methods in Statistical Education: An International Perspective* (pp. 134-152). Chichester, England: John Wiley & Sons.
- Senk, S. L., & Thompson, D. R. (2003). Middle school mathematics curriculum reform. In S. L. Senk & D. R. Thompson (Eds.), *Standards-based school mathematics curricula: What are they? What do students learn?* (pp. 181-191). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Smith, M. S. & Stein, M. K. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: from research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3, 344-350.
- Stein, M. K., & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation*, 2, 50-80.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Wijaya, A., van den Heuvel-Panhuizen, M. & Doorman, M. (2015). Opportunity-to-learn context-based tasks provided by mathematics textbooks. *Educational Studies in Mathematics* 89, 41-65.

How middle-school mathematics textbooks of Korea and the US support to develop students' statistical reasoning

Lee, Sunjung

Graduate School of Education, Sogang University

E-mail : dlsunjung@naver.com

Kim, Gooyeon[†]

Sogang University

E-mail : gokim@sogang.ac.kr

This study attempts to examine statistical tasks in the middle-school mathematics textbooks of Korea and Connected Mathematics 3 [CMP] of the US in terms of an opportunity-to-learn for statistical reasoning. We utilized an analytical framework consisting of types of context, statistical reasoning level, cognitive demand of the tasks, and types of student response. The findings from the task analysis suggested that Korean textbooks focused on finding answers by applying previously learned algorithms or formulas and thus provided students with very limited opportunities to experience statistical reasoning. Also, the results proposed that the mathematical tasks in statistics unit of CMP3 offer more essential and complex tasks that promote students' conceptual understanding of various statistical ideas and statistical reasoning in a meaningful way.

* ZDM Classification : U23

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U20

* Key words : textbook analysis, statistics, middle-school level, statistical reasoning, opportunity-to-learn

† Corresponding author