한국학교수학회논문집 제 22 권, 제 4 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 22, Number 4, 351-367, December 2019
http://doi.org/10.30807/ksms.2019.22.4.001

중학교 수학 교과서에 제시된 기울기 개념에 관한 유형 분석

강영란[1] · 조정수[2]

기울기는 직선의 가파른 정도를 나타내는 지표로 기초적인 개념이면서 동시에 고급 수학과 연결되는 중요한 수학적 개념이다. 본 연구는 교과서에서 기울기의 개념이 어떻게 제시되는지 알아보기 위해 교과서에서 제시한 기울기 개념 유형을 분석하였다. 본 연구를 위해 중학교 2학년 교과서 13종 일차함수 단원에서 기울기에 대한 도입 활동, 기울기 정의를 위한 약속, 교과서 예제에서 사용된 기울기 개념을 Stump(1999, 2001), Moore-Russo, Connor, & Rugg(2011)의 기울기 개념 유형에 따라 분석하였다. 연구 결과 중학교 2학년 교과서에서 기울기를 설명하거나 기울기 문제를 제시할 때 기울기의 개념 유형이 편향되어 사용하고 있는 것으로 나타났다. 또한 기울기에 대한 실생활 맥락이 빈약하게 제시되고 있으며, 기울기 개념의 도입시 그 유형이 시각적 측면에서 분석적 측면으로 변화가 나타났다. 본 연구는 향후 교육과정과 교과서에서 기울기 개념을 제시하는 방법에 대한 시사점을 제공하고자 한다.

주요용어 : 기울기, 개념 정의, 개념 이미지, 중학교 수학 교과서

Ⅰ. 서 론

기울기(slope)는 직선의 가파른 정도를 나타내는 지표이다. 대수적 개념에서 시작된 기울기는 순간 변화율로 확장하여 미분의 변화율 개념을 형성하는 토대이다(Carlson, Oehrtman, & Engelke, 2010; Confrey & Smith, 1995). 이와 같이 기울기는 지표로서 가지는 기초적인 개념과 동시에 고급 수학적 사고와 연결되는 중요한 수학적 개념이다(Carlson, Oehrtman, & Engelke, 2010; Confrey & Smith, 1995; Noble, Nemirovsky, Wright, & Tierney, 2001).

기울기는 다양한 측면을 내포하는 복잡한 개념이다. Stump는 1999년 연구에서 기울기를 기하적 비율, 대수적 비율, 물리적 성질, 함수적 속성, 매개계수, 삼각함수 개념, 미분 개념과 같이 7가지 개념으로 표현할 수 있다고 밝혔다. 게다가 2001년 연구에서 실생활 맥락으로서 물리적 상황과 함수적 상황에서 기울기가 가지는 개념을 추가적으로 제시하였다. Moore-Russo, Conner, & Rugg(2011)는 Stump의 연구를 확장하여 속성 결정으로서 기울기, 행동 지표로서 기울기, 선형 상수로서 기울기와 같이 기울기에 대한 세 가지 관점을 더 추가하였다. 정리하면, 기울기는 다양한 상황에서 여러 가지 표현을 함축적으로 가진 개념이라 할 수 있다(Moore-Russo, Conner, & Rugg, 2011; Stump, 1999, 2001). 이러한 선행 연구에 따르면 여러 상황에서 다양한 관점을 가지는 기울기의 개념을 형성할 필요가 있다(Moore-Russo, Conner, & Rugg, 2011; Mudaly & Moore-Russo, 2011; Stanton & Moore-Russo,

* MSC2010분류 : 97-01, 97U20
1) 경상북도경주교육지원청 장학사 (hkyr@gyo6.net)
2) 영남대학교 교수 (chocs@ynu.ac.kr), 교신저자

2012; Stump, 1999, 2001). 이 과정에서 수학 교과서는 기울기 개념 학습을 위한 다양한 상황을 제공하는 데 중요한 역할을 한다(Nagle & Moore-Russo, 2012).

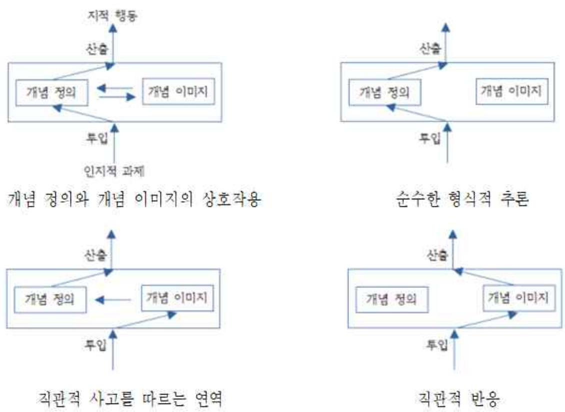
이러한 측면에서 본 연구는 중학교 교과서에서 기울기 학습과 관련된 상황을 어떻게 제시하고 있는지 분석하고자 한다. 이를 위하여 중학교 2학년 교과서 13종에서 제시한 기울기 개념 유형과 개념 도입 과정을 분석하였다. 본 연구의 연구문제를 좀 더 구체적으로 진술하면, 중학교 2학년 교과서에서 기울기 개념을 도입하고 관련 문제를 제시할 때, 기울기의 개념 유형은 어떠하며, 개념 도입 과정은 어떤 순서로 진행되고 있는지에 관한 것이다. 본 연구를 통해 중학교 2학년 교과서에서 제시된 기울기의 개념 유형과 개념 도입 과정을 분석하여 향후 교과서에서 기울기를 제시하는 방법에 대한 시사점을 제공하고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 개념 정의와 개념 이미지

수학 시간에 수학적 개념을 배우기 전에 학생들은 그 개념과 관련해서 이미 알고 있거나 비슷한 개념을 마음 속에 가지고 있다. 이런 기존 지식과 유사 개념은 어떤 개념을 배울 때 의식적으로나 무의식적으로 학생의 인지 구조에 동화되고 조절되어 개념의 의미 형성과 사용에 영향을 미친다. 이처럼 개념과 관련된 모든 심상, 속성 등으로 이루어진 인지 구조를 '개념 이미지'라 한다. 반면, 개념을 정확히 설명하는 언어적 정의를 '개념 정의'라 하는데(Tall & Vinner, 1981), 보통 교과서와 교사에 의해 설명되어지는 개념이다.

이 개념 정의와 개념 이미지는 인지 구조 내에서 서로 상호작용하는데, 그 방식은 [그림 Ⅱ-1]과 같다(Vinner, 1991).



[그림 Ⅱ-1] 개념 정의와 개념 이미지의 상호작용

[그림 Ⅱ-1]과 같이 개념 정의는 학생들이 형성하는 개념 이미지의 근거가 되어 학습에 많은 영향을 끼치기도 하고, 인지적 과제를 해결하는데 결정적인 역할을 한다. 또 개념 이미지는 그 개념과 관련된 이미지를 떠오르게 해서 인지적 과제를 해결하는데 작용한다. 개념 이미지를 직관의 정도에 따라 분류한 Semadeni(2008)에 따르면, '개념 정의에 의해 지지되는 직관'으로, 수학적 개념을 도입할 때 그 개념에

관한 개념 이미지가 형성될 수 있는 많은 예와 설명을 제시할 것을 시사해준다. 하지만 개념 정의를 사용하지 않은 채, 개념 이미지만을 적용하는 경우, 즉 '개념 정의가 없는 직관'(Semadeni, 2008)에만 의존하면 학생들의 사고는 직관에 의존하는 일상적인 수준에 머무르게 된다. 결국 교사나 교과서의 저자는 새로운 개념을 가르칠 때 형식적 개념 정의와 함께 개념 이미지를 어떻게 제시해야 학생들의 사고에 도움을 줄 수 있는지 고려할 필요가 있다(양기열, 장유선, 2010; 이헌수, 김영철, 박영용, 김민정, 2015).

2. 기울기의 개념 정의와 개념 이미지

기울기의 개념 정의는 직선의 기울어진 정도를 나타낸 수이다(Clapham & Nicholson, 2009). 대수적으로 표현하면, 직선의 기울기는 한 점$(x_1,\ y_1)$에서 다른 점$(x_2,\ y_2)$으로 이동할 때 직선의 수직 변화(y_2-y_1)와 수평 변화(x_2-x_1)의 비율이다(Kaufmann, 1992). 이 수직 변화를 간단히 Δy로, 수평 변화를 Δx로 표현하여(Foreman, 1987), 직선의 기울기는 $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$로 표현된다. 이 기울기는 학생이 만나는 가장 기본적인 형태의 변화율이고(Stanton & Moore-Russo, 2012), 함수와 그래프를 이해하도록 돕는 강력한 연결 개념이라 할 수 있다(Leinhardt, Zaslavsky, & Stein, 1990).

하지만 다수의 선행 연구에 따르면, 학생들은 기울기에 대한 오개념을 갖거나 과제 해결에 어려움을 느끼고 있으며(Knuth, 2000; Stump, 2001), 기울기의 개념을 분석함으로써 이에 대한 해답을 찾고자 노력했다(도종훈, 2008; 안숙영, 2005; Zaslavsky, 2002).

먼저, Zaslavsky(2002)는 기울기 개념을 분석적 관점(함수에서 기울기)과 시각적 관점(직선에서 기울기)으로 구분하였다. 분석적 관점에서 기울기는 좌표축의 단위 길이를 변화시켜도 그 불변성을 유지하며, 미분계수나 두 양의 차의 비, 함수식 $y=ax+b$에서 a의 값으로 표현된다. 반면 시각적 관점에서 기울기는 가로 길이와 세로 길이의 비 또는 직선이 x축의 양의 방향과 이루는 각으로 $\tan\theta$로 표현되며, 이는 좌표축의 단위 길이가 변하면 함께 변한다.

안숙영(2005)은 함수와 해석기하에서 직선방정식은 모두 대수식과 좌표평면 위의 그래프로 표현되지만, 둘은 서로 다른 현상(함수: 변화하는 두 양의 관계를 수학적으로 조직, 해석기하: 실세계에서 보이는 형상을 조직)을 수학화하는 과정에서 생성된다고 하였다. 이처럼 일차함수와 해석기하에서의 직선방정식은 서로 다른 현상을 수학화한 것이지만 둘 다 대수식과 그래프로 표현된다. 하지만 서로 다른 현상에서 공통적으로 나타나는 기울기는 다른 의미로 해석된다. 이들 현상에 따른 기울기의 개념을 요약하면 <표 Ⅱ-1>과 같다.

<표 Ⅱ-1> 좌표평면 위에 표현된 두 가지 직선

		일차함수 그래프	평면도형
관점		변화하는 두 양의 관계	직선이라는 도형
기울기	의미	변화율 일정	직선의 기울어진 정도
	수학적 표현	• 두 양의 차의 몫 • $y=mx+b$에서 x의 계수 • 미분계수	• x축과 직선이 이루는 각의 $\tan$값 • 가로 길이와 세로 길이의 비
	예	속도, 가속도, 단위 가격	도로나 계단 등의 경사
각과 기울기		• x축과 직선이 이루는 각의 크기는 의미 없음 • 같은 좌표축에서 두 함수의 변화율을 비교할 때 이용	• 각과 기울기가 동일 • x축과 직선이 이루는 각의 $\tan$값이 기울기 • 두 직선의 관계를 표현하기 위해 기울기 사용

도종훈(2008)은 도형으로서 직선을 좌표평면에서 대수적으로 표현하는 과정에서 곧음이라는 직선의 고유한 성질을 삼각형의 닮음에 의해 x값의 변화량에 대한 y값의 변화량의 비가 일정하다는 성질로 구체화되고, 이로부터 기울기의 개념이 등장했다고 보았다. 이 때 기울기는 좌표평면에서 직선의 직선다움 즉, 직선성을 나타내주는 수학적 개념으로 서로 평행인 직선을 구분하지 않을 때 한 직선의 불변량이라 할 수 있고, 직선방정식은 일정한 비로 기울기가 지닌 성질을 대수적으로 표현한 것이다.

다음은 기울기가 사용되는 상황의 다양성으로 기울기에 대한 개념 정의가 개인 간에 서로 다른 의미를 가질 수 있다는 가정 하에 기울기에 대한 개념 이미지를 분석하는 연구가 시도되었다(Moore-Russo, Connor, & Rugg, 2011; Stump, 1999, 2001).

Stump(1999)는 기울기가 무엇인지 그리고 기울기를 무엇으로 표현할 수 있는지에 대해 기하적 비율, 대수적 비율, 물리적 성질, 함수적 속성, 매개계수, 삼각함수 개념, 미분 개념으로 기울기 개념을 7가지로 구체화하였다: ① 기하적 비율로서 기울기: 수평 거리와 수직 거리의 비, ② 대수적 비율로서 기울기: 'x의 변화에 대한 y의 변화' 또는 $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$로 표현되는 대수적 표현, ③ 물리적 성질로서 기울기: '경사 정도', '각도'와 같이 선의 성질, ④ 함수적 속성으로서 기울기: 변수 사이의 일정한 변화율, ⑤ 매개계수로서 기울기: 직선의 방정식에서 $y=ax+b$ 또는 $y_2-y_1=a(x_2-x_1)$ 경우 x의 계수, ⑥ 삼각함수 개념으로서 기울기: x축과 직선이 교차할 때 이루는 각도, 경사각의 접선, 벡터의 방향 성분, ⑦ 미분 계수로서 기울기: 곡선이나 접선의 기울기 또는 곡선 함수에 대한 순간적인 변화로 미분하여 얻은 값. 후속 연구에서 Stump(2001)는 실생활 맥락으로서 기울기 개념을 추가하였고, 이 개념에는 직선성을 가진 물리적 상황과 함수적 상황이 포함되어 있다.

Moore-Russo, Conner, & Rugg(2011)는 Stump의 연구를 정교화하고 확장하여 기울기에 대한 3가지 관점을 추가하였다.

- 속성 결정으로서 기울기: 한 점과 기울기가 주어졌을 때 직선방정식으로 표현되고 직선 사이의 관계(예, 수직, 수평) 설명
- 행동 지표로서 기울기: 기울기 값을 바탕으로 양수, 음수, 0 등으로 기울기가 증가하는지, 감소하는지 또는 수평인지 등 경사 정도 인식
- 선형 상수로서 기울기: '곧은' 또는 '편평한'과 같이 곡률의 존재를 나타내는 직선의 일정한 성질, 한 직선 위 어떤 두 점으로 기울기 결정

이상의 선행 연구를 정리하면, 교과서에서 기울기 개념을 도입할 때 형식적인 정의를 어떻게 제시하는가에 따라 학생들이 갖는 기울기에 대한 개념 이미지는 달라질 수 있다. 그리고 기울기 개념은 다양한 현상에 해석이 가능하여 이를 통해 형성된 개념 이미지는 학생들이 기울기에 대한 오개념을 갖거나 어려움을 겪게 하는 것을 알 수 있다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

1. 분석 대상

본 연구는 기울기에 관한 교과서 내용과 문제를 분석하기 위해 2009 개정 수학과 교육과정에 따라 개발된 2학년 중학교 수학 교과서 13종을 분석 대상으로 삼았다. 이들 분석 대상 교과서를 구체적으로 제시하면 <표 Ⅲ-1>과 같다.

<표 Ⅲ-1> 분석 대상 교과서

단원명	출판사	지은이
일차함수	교학사	고호경 외 12명
일차함수	금성출판사	정상권 외 6명
일차함수	대교	허 민 외 8명
일차함수	두배의 느낌	신준국 외 12명
일차함수와 그래프	두산동아	강옥기 외 8명
일차함수	두산동아	우정호 외 16명
일차함수	미래엔	이강섭 외 10명
일차함수	비상교육	김원경 외 8명
일차함수	좋은책 신사고	황선욱 외 8명
일차함수	지학사	신항균 외 6명
일차함수와 그 그래프	천재교육	김서령 외 10명
일차함수	천재교육	류희찬 외 9명
일차함수	천재교육	이준열 외 7명

특히 기울기의 개념은 교과서에서 '약속'의 형태로 제시되고 있어, 학교수학에서는 순수수학에서 사용하는 정의의 방법을 그대로 사용하기보다는 교수학적 의도에 따라 상이하게 제시되기 때문에(우정호, 조영미, 2001), 교과서의 '약속'을 도출하기 위한 활동[도입 단락 및 개요], '약속', 그리고 교과서 내 문제[예제]로 분석 대상을 선정하였다.

2. 분석 기준 및 분석 방법

본 연구에서 기울기에 대한 교과서 분석은 다음의 분석 기준과 방법으로 이루어졌다. 본 연구의 분석 초점은 기울기의 정의를 도입하기 위해 사용된 개념 유형과 그 유형별, 그리고 '약속'을 도출하기 위한 활동이 어떤 순서로 전개되고 있는지이다. 이에 분석 기준은 선행 연구 결과를 토대로 Stanton & Moore-Russo(2012)이 제시한 유형을 사용하였다. 이때, 2009 개정 교육과정에 따라 스토리텔링을 기반으로 한 수학 교과서가 개발되었기에 실생활 맥락으로서 기울기(R) 개념이 교과서에 도입되었으리라 예상되어, 실생활 맥락이 정적 물리적 상황인지 동적 함수적 상황인지 구체적으로 분석하기 위해 R1, R2로 나누었다. 또 일차함수 $y=ax+b$에서 '$\text{기울기}=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=a$'로 정의하고 있어 각각

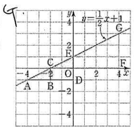
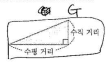
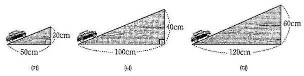
을 PC1, PC2로 세분화하여 <표 Ⅲ-2>와 같이 분석 기준을 상세화하였다.

<표 Ⅲ-2> 기울기 개념의 분석 기준

분석기준	내 용	코드
기하적 비율 (Geometric Ratio)	직선 그래프의 수평 거리에 대한 수직 거리의 비	G
대수적 비율 (Algebraic Ratio)	$\frac{y}{x}$의 변화 즉, 비를 대수식으로 표현한 것 (대부분 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 또는 $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$로 표현)	A
물리적 성질 (Physical Property)	가파른 정도, 경사도, 기울기 등과 같이 기울어진 정도를 나타내는 직선의 성질	P
함수적 속성 (Functional Property)	변수나 양들 사이의 (일정한) 변화율(예: x가 2만큼 증가할 때, y가 3만큼 증가한다)을 함수의 다양한 표상으로 나타낸 것	F
매개계수 (Parametric Coefficient)	$y=ax+b$에서 x의 계수 $y_2-y_1=a(x_2-x_1)$에서 x의 계수	PC1 PC2
삼각함수 개념 (Trigonometric Conception)	수평선(보통 x축의 양인 부분)과 직선이 만나서 생기는 각과 관련된 성질 접선의 경사각 벡터의 방향 성분	T
미분 개념 (Calculus Conception)	곡선의 접선이나 할선(secant line)의 기울기로서 미분값 (선형이 아니라도) 어떤 함수의 순간 변화율로서 미분값	C
실생활 맥락 (Real World Situation)	정적, 물리적 상황(예: 휠체어 경사로) 동적, 함수적 상황(예: 시간에 대한 거리)	R1 R2
결정적 속성 (Determining Property)	직선들이 수직인지 수평인지 결정하는 성질 직선 위의 점이 주어졌을 때 직선을 결정할 수 있는 성질	D
행동 지표 (Behavior Indicator)	직선의 증가, 감소 또는 수평 등을 나타내는 성질 직선의 증가량 또는 감소량을 나타내는 성질 기울기가 0이 아닐 때 직선과 x축의 교점을 나타내는 성질	B
선형 상수 (Linear Constant)	변형에 영향을 받지 않는 직선의 곡률의 부재 '곧음' 또는 '편평함' '곧은' 도형이 가지는 유일한 성질(무엇이 선을 '곧게' 만드는지 또는 직선의 '곧은 정도'를 언급하는 것)	L

본 연구를 위해 10년 이상 교육 경력을 가진 수학 교사 2명과 본 연구자가 함께 실시하였으며, 'all-code-all' 방법으로 코딩하였다. 먼저, 위 분석 기준을 이용하여 연구자가 중학교 수학 교과서에 제시된 기울기 개념을 각자 개념 유형별로 코딩하였다. 각 문장마다 코딩하되, 여러 문장이 하나의 생각을 설명하고 있는 경우는 하나로 묶어서 코딩하였다. 이러한 과정을 통해 개별로 미리 코딩했던 것을 바탕으로 토론을 거쳐 공동으로 코딩을 했다. 이때 구분이 명료하지 않아 논의가 필요한 경우는 의견이 일치할 때까지 수정과 보완, 토론을 통해 코딩을 확정하였다. 코딩한 예는 <표 Ⅲ-3>과 같다.

<표 Ⅲ-3> 코딩 결과 예

내용	코드
오른쪽 그림은 좌표평면 위에 함수 $y=\frac{1}{2}x+1$의 그래프와 세 직각삼각형 ABC, ADE, CFG를 그린 것이다. (1) 세 직각삼각형 ABC, ADE, CFG에 대하여 $\frac{(높이)}{(밑변의\ 길이)}$를 각각 구하여 보자. (2) (1)에서 구한 세 값을 비교하여 보자. G  	G
R. 오른쪽 그림과 같은 비탈면의 기울어진 정도를 나타내는 경사도는 $\frac{(수직\ 거리)}{(수평\ 거리)}$로 구할 수 있다. 물음에 답하여 보자. R. G. A. G   	R1 G
이하 생략	

Ⅳ. 결과 분석 및 논의

1. 도입 단락 및 개요에서 기울기 개념 유형

1) 기울기 개념 유형

도입 단락 및 개요에서 나타난 기울기에 관한 개념 유형과 그 빈도는 <표 Ⅳ-1>과 같다.

<표 Ⅳ-1> 도입 단락 및 개요에서 기울기 개념 유형

개념 유형		빈 도(회)
매개계수	PC1	39
	PC2	13
함수적 속성(F)		29
선형 상수(L)		28
기하적 비율(G)		12
대수적 비율(A)		15
실생활 맥락(R1)		12
행동 지표(B)		2

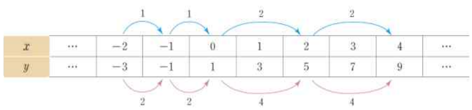
도입 단락 및 개요에서는 매개계수로서 기울기, 함수적 속성으로서 기울기, 선형 상수로서 기울기, 기하적 비율로서 기울기, 대수적 비율로서 기울기, 실생활 맥락으로서 기울기, 그리고 행동 지표로서 기울기 유형 순으로 유형이 나타났으며, 각 유형을 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 매개계수로서 기울기 개념 유형은 39회로 가장 많은 빈도를 차지하였으며, '일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 기울기는 a이다'라는 문장과 [그림 Ⅳ-1]과 같이 $y=ax+b$에서 'a ← 기울기'로 나타내어 매개계수로서 기울기로 설명하고 있다.

$$\underset{\text{기울기}}{\underset{\uparrow}{}}\boldsymbol{y=ax+b} \qquad y=\overset{\text{기울기}}{a}x+\underset{y\text{절편}}{b}$$

[그림 Ⅳ-1] 매개계수로서 기울기 예(미래엔, p.118, 좋은책 신사고, p.127)

둘째, 함수적 속성으로서 기울기 개념 유형은 29회 나타났으며, 변수 사이의 일정한 변화율로, [그림 Ⅳ-2]와 같이 13종의 교과서가 모두 변수 사이의 변화율을 나타낸 표와 그 표에 대한 설명으로 기울기를 설명하고 있다.



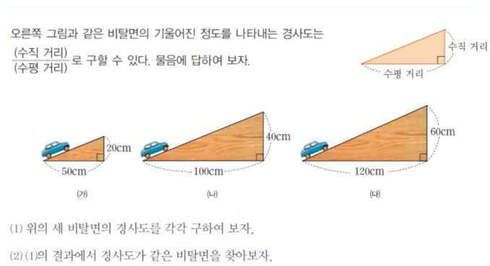
x	⋯	-2	-1	0	1	2	3	4	⋯
y	⋯	-3	-1	1	3	5	7	9	⋯

위의 표에서 x의 값이 1만큼 증가하면 y의 값은 2만큼 증가하고, x의 값이 2만큼 증가하면 y의 값은 4만큼 증가한다.

[그림 Ⅳ-2] 함수적 속성으로서 기울기 예(두산동아, p.151)

셋째, 선형 상수로서 기울기 개념 유형은 29회로, 모든 교과서에서 2회 이상 언급되었으며 x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율은 항상 '일정'함을 강조하여 직선 모양이 갖는 일정한 속성으로 설명하고 있다.

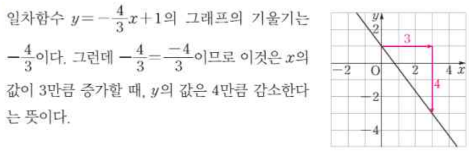
넷째, 기하적 비율로서 기울기 개념 유형은 12회 나타났으며, 도입 단락에서 실생활 맥락의 기울기와 함께 제시되었다. 13종 교과서 중 12종 교과서는 [그림 Ⅳ-3]과 같이 경사로, 스키장 슬로프, 계단, 눈썰매장 등 정적 물리적 상황으로 기울기 개념을 도입하고 있으며, 이 때 기하적 비율로서 기울기를 그림으로 제시하였다.



[그림 Ⅳ-3] 기하적 비율 및 실생활 맥락으로서 기울기 예(두산동아, p.151)

다섯째, 대수적 비율로서 기울기 개념 유형은 15회 나타났으며, 다음의 두 가지 방식으로 제시되고 있다. 먼저, $\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$으로만 제시된 것으로, 이것은 13종 교과서 중 11종 교과서에서 나타났다. 반면, 2종 교과서는 $\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$로 변수 사이 일정한 변화율인 함수적 속성으로서 기울기를 대수적으로 표현하여 두 유형 사이를 관련지어 기울기를 설명하였다. 교과서에서 대수적 비율로서 기울기 유형은 함수적 속성으로서 기울기 유형 다음에 배치되고 있으므로 $\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ 형태로 대수적 비율로서 기울기를 제시하는 것이 일차함수에서 기울기 개념을 더 잘 이해할 것으로 보인다.

여섯째, 행동 지표로서 기울기 개념 유형은 증가, 감소 등을 나타내는 기호, 음수와 양수를 포함하는 실수, 그리고 기울어진 정도를 나타내는 크기에 대한 내용으로 2회 나타났으며, 그 예시는 [그림 Ⅳ-4]와 같다.


일차함수 $y=-\frac{4}{3}x+1$의 그래프의 기울기는 $-\frac{4}{3}$이다. 그런데 $-\frac{4}{3}=\frac{-4}{3}$이므로 이것은 x의 값이 3만큼 증가할 때, y의 값은 4만큼 감소한다는 뜻이다.

[그림 Ⅳ-4] 행동 지표로서 기울기 예(좋은책 신사고, p.127)

교과서의 도입 단락에서 x계수를 모두 양수로 나타내었기 때문에 $\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$으로 설명이 가능하지만 음수인 경우 증가량이 아닌 감소량으로 설명을 해야 하기 때문에 이에 대한 언급이 필요하다. 또 $\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$의 값이 클수록 기울어진 정도가 크다는 내용도 함께 포함되어 있지만 교과서 전반에 걸쳐 행동 지표로서 기울기를 이해하기에는 설명이 부족한 편이다.

2) 기울기 개념 유형의 전개 순서

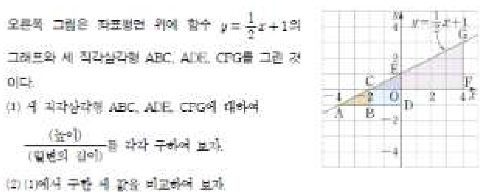
일차함수 기울기를 다루는 13종 교과서가 대체로 유사한 형식을 유지하였다. 즉, ‘동기유발→일차함수 기울기 도입→일차함수 기울기 용어 설명→일반화된 일차함수 기울기 용어 부연 설명→기울기 용어와 기호→기울기 약속’이 그것이다. 이처럼 교과서 전개 형식이 유사했기 때문에 도입 단락 및 개요에서 나타난 기울기에 관한 개념 유형의 전개 순서도 <표 Ⅳ-2>와 같이 유사한 패턴으로 전개되었다. 그러나 다음 세 가지 측면에서 서로 상이한 부분이 나타났으며, 이를 바탕으로 기울기 개념 유형의 전개 순서를 A, B, C, D 4유형으로 세분화할 수 있었다.

<표 Ⅳ-2> 기울기 개념 유형의 전개 순서

	개념 유형 전개 순서		
	A B	C	D
동기유발 (경사도)	실생활 맥락(R1) 기하적 비율(G)	실생활 맥락(R1) 기하적 비율(G)	기하적 비율(G)
일차함수 기울기 도입	함수적 속성(F)	함수적 속성(F)	함수적 속성(F)
일차함수 기울기 용어 설명	대수적 비율(A) 선형 상수(L) 매개계수(PC1) 기하적 비율(G)	대수적 비율(A) 선형 상수(L) 매개계수(PC1) 기하적 비율(G)	대수적 비율(A) 선형 상수(L) 매개계수(PC1) 기하적 비율(G)
일차함수 기울기 용어 부연 설명	선형 상수(L) 매개계수(PC1)	선형 상수(L) 매개계수(PC1)	선형 상수(L) 매개계수(PC1)
기울기 용어와 기호	함수적 속성(F)	함수적 속성(F)	함수적 속성(F)
기울기 약 속	매개계수(PC1) 매개계수(PC2)	매개계수(PC1) 매개계수(PC2)	매개계수(PC1) 매개계수(PC2)
기울기 부호	행동 지표 (B)		

연결 분리

먼저, 실생활 맥락으로 도입을 시작하고 있는지 여부에 따라 A, B, C와 D로 나뉘어졌다. 실생활 맥락으로 기울기 개념 유형을 사용하는 교과서는 12종이었고, 이때, 계단이나 비탈길 등의 기울어진 정도를 수평 거리와 수직 거리의 비의 값으로 표현하고 있어 기하적 비율로서 기울기 개념을 내포하였다. 반면 1종의 교과서는 [그림 Ⅳ-5]와 같이 좌표평면 위의 함수 그래프와 그 그래프를 빗면으로 하는 직각삼각형에 대하여 밑변의 길이에 대한 높이의 비로 기울어진 정도를 도입하고 있었으며, 실생활 맥락이 없는 수학적 상황으로만 제시되어 있었다.



[그림 Ⅳ-5] 실생활 맥락이 없는 동기유발 예(교학사, p.154)

Vinner(1991)에 따르면, 개념 정의는 학생들이 형성하는 개념 이미지의 근거가 되어 학습에 많은 영향을 끼치기도 하고, 인지적 과제를 해결하는데 결정적인 역할을 한다. 따라서 새로 배우는 용어인 기울기에 대해 학생들이 알고 있는 개념 정의나 개념 이미지가 바탕이 되도록 교과서가 개발될 필요가 있다.

둘째, 동기유발과 일차함수 기울기 용어 도입 사이의 연관 여부에 따라 A, B와 C, D로 분류되었다. A, B는 5종 교과서에 나타났으며, 경사로에서 경사도를 구하는 것과 같이 '일차함수의 그래프의 기울어진 정도를 하나의 수로 나타낼 수 있다.' 또는 '경사도는 기울어진 정도를 나타낸다. 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 기울어진 정도와 방향을 나타내는 방법을 알아보자.'와 같이 기하적 비율로서 기울기를 바탕으로 배워야 할 일차함수에서 그래프의 기울기를 자연스럽게 연결하고자 하였다. 그러나 나머지 7종 교과서는 도입은 기하적 비율로 하여 경사도나 기울어진 정도를 도입하지만, 이를 함수적 비율과 연결하지 않은 채 교과서가 개발되어 학생들은 경사도나 기울어진 정도와 일차함수 그래프를 동떨어진 별개 내용으로 받아들일 가능성이 높다고 본다.

셋째, 일차함수 그래프의 기울어진 방향 제시 여부에 따라 A와 B, C, D로 나뉘어진다. 행동 지표로서 기울기 개념이 있는 교과서는 1종으로, 나머지 교과서는 모두 x의 계수가 양수에 국한되어 그래프의 기울어진 정도만 설명하고 있었다. x 계수 부호에 따라 그래프 방향이 달라지며, 기울기를 처음 배울 때 학생들이 증가, 감소를 나타내는 기호, 음수와 양수를 포함한 계수, 기울기 정도를 나타내는 크기 등을 경험할 필요가 있다고 본다.

2. 문제[예제]에서 기울기 개념 유형

교과서 내 문제[예제]에서 나타난 기울기에 관한 개념 유형과 그 빈도는 <표 Ⅳ-3>과 같다.

<표 Ⅳ-3> 문제[예제]에서 기울기 개념 유형

개념 유형		빈도
매개계수	PC1	12
	PC2	1
기하적 비율(G)		7
대수적 비율(A)		7
실생활 맥락(R1)		1

교과서 내 문제는 매개계수로서 기울기, 기하적 비율로서 기울기, 대수적 비율로서 기울기, 그리고 실생활 맥락으로서 기울기 순으로 유형이 나타났으며, 각 유형을 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 매개계수로서 기울기 개념 유형은 $y=ax+b$에서 x 계수로 기울기를 구하는 것이다. 이 유형(PC1)은 13종 교과서 중에서 12개 교과서에서 나타났으며, 가장 많은 빈도(12회)를 차지하였다. 이것은 기울기에 대한 약속으로 13종 교과서에서 모두 '일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 기울기는 a이다'와 같이 매개계수로서 기울기를 설명하고 있으며, 도입 단락 및 개요에서도 가장 많은 부분을 차지하고 있기 때문에 문제 유형 역시 이 유형이 가장 많이 수록되었을 것으로 생각된다. 이 유형의 대표 문제는 [그림 Ⅳ-6]이다.

다음 일차함수의 그래프의 기울기를 구하여라.

(1) $y=\frac{1}{2}x-3$ $\frac{1}{2}$　　　(2) $y=5x+1$ 5

(3) $y=-x+5$ -1　　　(4) $y=-\frac{3}{2}x-2$ $-\frac{3}{2}$

[그림 Ⅳ-6] 매개계수로서 기울기(PC1)(대교, p.160)

그러나 기울기에 대한 약속을 보면 ‘기울기 $=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=a$’이지만, PC1(기울기=$a$)에 비해 PC2($\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=a$)를 묻는 문제는 매우 낮은 빈도(1회)를 차지하였다. 이 유형의 대표 문제는 [그림 Ⅳ-7]이다.

다음 일차함수에 대하여 x의 값이 0에서 3까지 증가할 때, y의 값의 증가량을 구하여라. 또, x의 값의 증가량에 대한 y의 값의 증가량의 비율을 구하여라.

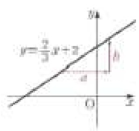
(1) $y=3x-1$　　　(2) $y=-x+5$

[그림 Ⅳ-7] 매개계수로서 기울기(PC2)(금성출판사, p.128)

처음 일차함수 그래프에서 기울기 개념을 다루고 있기 때문에 단순히 $y=ax+b$에서 x 계수인 a는 기울기로 형식화하기보다 x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율을 구하고, 이 값이 x 계수와 같은지 확인하는 문제가 교과서에 좀 더 제시될 필요가 있을 것이다.

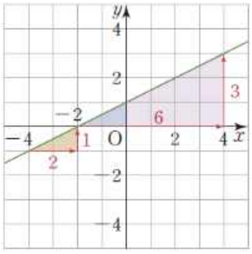
둘째, 기하적 비율로서 기울기 개념 유형은 수평 변화량에 대한 수직 변화량의 비로 기울기를 구하는 것이다. 이 유형은 13종 교과서 중에서 7개 교과서에서 각 1회 나타났으며, $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$을 이용하지 않은 채 그래프에서 수평 변화량에 대한 수직 변화량의 비로 기울기를 구하는 것이다. 즉, 변화하는 두 양의 관계에서 일정한 변화율인 기울기보다 직선의 기울기이다. 유형의 대표 문제는 [그림 Ⅳ-8]이다.

오른쪽 그림은 일차함수 $y=\frac{2}{3}x+2$의 그래프이다. a와 b의 관계식을 구하여라.



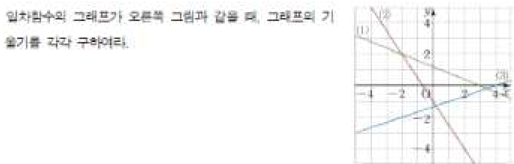
[그림 Ⅳ-8] 기하적 비율로서 기울기(교학사, p.155)

일차함수 그래프의 기울기를 도입하기 위한 단락이나 개요에 기울기를 $\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$으로 설명하고 있지만, 그래프에서는 [그림 Ⅳ-9]와 같이 직각삼각형을 그려서 수평 변화량에 대한 수직 변화량의 기하적 비율로 설명하고 있어 일차함수 그래프가 주어졌을 때 학생들은 기하적 비율로서 기울기를 구하고자 접근할 가능성이 높다. 따라서 기울기가 $\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$이라는 의미를 두기 위해서는 일차함수 그래프 위에 있는 두 점을 이용하여 기울기를 구하는 그림이 교과서의 그래프에 표현될 필요가 있다.



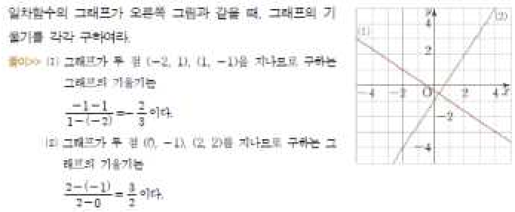
[그림 Ⅳ-9] 기하적 비율로서 기울기(교학사, p.154)

셋째, 대수적 비율로서 기울기 개념 유형은 x 변화에 대한 y 변화로 기울기를 구하는 것이다. 이 유형은 13종 교과서 중에서 6개 교과서에서 7회 나타났으며, $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$을 이용하여 기울기를 구하게 된다. 이 유형의 대표 문제는 [그림 Ⅳ-10]이다.



[그림 Ⅳ-10] 대수적 비율로서 기울기(교학사, p.156)

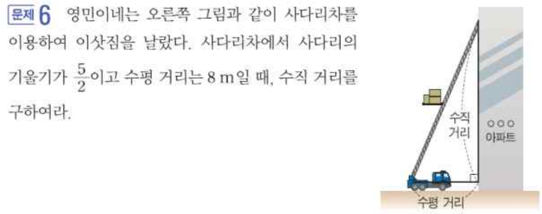
그래프만 보아서는 기하적 비율로서 기울기 개념 유형과 유사하지만 대수적 비율로서 기울기 문제는 교과서 내에서 [그림 Ⅳ-11]과 같이 항상 '함께 풀기'나 '예제'와 같이 별도로 대수적 비율로서 기울기를 구할 수 있도록 방법을 안내하고 있다.



[그림 Ⅳ-11] 대수적 비율로서 기울기(두배의 느낌, p.122)

앞서 언급한 바와 같이 함수적 관점에서 변화하는 두 양의 관계에서 일정한 변화율인 기울기를 표현하기 위해서 별도로 대수적 비율로서 기울기를 설명하기보다는 교과서 내 일차함수 그래프의 기울기를 도입하기 위한 단락이나 개요에서 함께 설명되는 것이 바람직하다고 판단된다.

넷째, 정적 물리적 상황으로서 기울기 개념 유형이다. 이 유형은 13종 교과서 중에서 1개 교과서에서 1회 나타났다. 이 유형의 대표 문제는 [그림 Ⅳ-12]이다.



[그림 Ⅳ-12] 물리적 상황으로서 기울기(좋은책 신사고, p.127)

특히, 2009 개정 교과서에서는 스토리텔링을 강조하고 있기 때문에 다양한 물리적 상황의 기울기 개념 유형이 나올 것이라 예상했지만, 분석 결과 문제에서 물리적 상황을 도입한 것은 단 1개에 불과했다.

직선의 기울어진 정도를 나타낼 때 각도를 이용하기도 하지만 위 문제처럼 수평 거리에 대한 수직 거리의 비율을 이용할 수도 있다. 그러나 이 차시가 '일차함수의 그래프에서 기울기란 무엇인가?'에 대한 것임을 고려할 때 기하적 비율로서 기울기 상황으로 문제 상황을 제시하는 것은 목적에 부합하지 않는 것으로 보인다. 결국 학생들은 함수적 관점과 기하적 관점에서 기울기에 대한 판단을 할 때 인지적 혼란을 겪을 가능성이 높을 것이다.

Ⅴ. 결론 및 제언

본 연구는 교과서에서 기울기 학습을 위한 상황이 어떻게 제시하는지 알아보기 위해 중학교 2학년 교과서 13종에서 기울기 개념 유형과 그 도입 과정을 분석하였다. 연구 결과로부터 얻은 결론과 시사점은 다음과 같다.

첫째, 중학교 2학년 교과서에서 기울기 개념 유형이 편향되어 사용하는 것으로 나타났다. 본 연구 대상인 대부분 교과서에서 기울기를 도입할 때 매개계수, 함수적 속성, 선형 상수 개념을 가지는 기울기를 사용하고 있었으며, 물리적 성질, 삼각함수 개념, 미분을 사용한 기울기를 전혀 사용하지 않는 것으로 나타났다. 많은 연구자들이 기울기를 학습할 때 여러 가지 상황을 활용하여 접근할 필요가 있다고 주장하였다(Mudaly & Moore Russo, 2011; Stanton & Moore Russo, 2012; Stump, 1999, 2001). 이것은 기울기에 대한 교수학습 자료의 역할을 하는 교과서 역시 다양한 개념 유형을 사용할 필요가 있는 것을 의미한다.

둘째, 중학교 2학년 교과서에서 기울기 관련 문제를 제시할 때에 개념 유형을 단편적으로 사용하는 것으로 나타났다. 본 연구 대상인 대부분 교과서에서 기울기 문제를 제시할 때 매개계수, 기하적 비율, 대수적 비율만을 사용했으며, 그 외의 기울기 개념 유형은 대체로 사용하지 않았다. 교과서 문제는 수업에서 공통적으로 참조하는 교과 학습에서 질문의 원형이다(김진숙, 1998). 간혹 학생들이 보인 수학 성취도의 차이를 교과서가 다루는 문제의 차이를 통해 설명하는 연구(예: Li, 2000)가 있을 만큼 교과서 문제가 개념 학습에서 가지는 역할은 크다고 할 수 있다. 따라서 이러한 중요성을 고려할 때 문제에서 사용하는 기울기 개념 유형도 다양하게 제시할 필요가 있을 것으로 본다.

셋째, 중학교 2학년 교과서에서 실생활 맥락으로 사용하는 기울기 개념이 빈약하게 제시되어 있는 것으로 나타났다. 연구 결과에 따르면, 동기유발 단계에서 물리적 상황을 나타내는 실생활 맥락으로 기울기를 제시하는 교과서가 많았지만, 기울기 개념 도입 과정에서 물리적 성질을 전혀 사용하지 않

았다. 이것은 물리적 상황을 나타내는 실생활 맥락과 기울기 개념이 전혀 연결되지 않았으며, 실생활 맥락이 동기유발 단계에서 표면적으로만 사용된 것을 의미한다. 표면적인 실생활 맥락이란 수학화 과정에서 수학적 구조와 연결할 수 있는 비수학적 구조를 가지지 않는 것을 의미한다. Freudenthal(1991)은 풍부한 비수학적 구조를 가진 실생활 상황에서 수학화 과정을 통해 수학을 학습하는 것이 중요하다고 강조했다. 이것은 현재 교과서에서 제시되고 있는 빈약한 실생활 맥락보다 비수학적 구조가 풍부한 실생활 맥락을 이용하여 기울기 상황을 제시할 필요가 있는 것을 의미한다.

넷째, 중학교 2학년 교과서의 기울기 개념 도입 과정에서 시각적 측면에서 분석적 측면으로 개념 유형의 변화가 나타났다. 교과서에서 기울기 개념을 도입하고 용어를 설명하는 과정에서 기하적 상황 맥락과 기하적 비율과 같은 시각적 측면을 주로 사용하였다. 한편 기울기 용어를 정의하고 개념을 정리하는 과정에서는 대수적 비율과 함수적 성질과 같은 분석적 측면의 개념 유형을 사용하는 것을 볼 수 있었다. Zaslavsky(2002)는 시각적 측면의 기울기와 분석적 측면의 기울기 개념을 구분할 필요가 있다고 주장하였다. 이것은 현재 교과서에서 시각적 측면과 분석적 측면의 기울기를 구분하지 않고 제시하는 것은 문제가 있음을 의미한다. 기울기는 다양한 개념 유형을 사용하여 접근할 필요가 있다 (Mudaly & Moore Russo, 2011; Stanton & Moore Russo, 2012; Stump, 1999, 2001). 하지만 다양한 개념 유형을 사용하는 것이 구분되지 않은 상태로 뒤섞여 제시하는 것을 의미하지는 않는다. 따라서 교과서는 시각적 측면과 분석적 측면의 기울기를 구분하면서 개념 과정의 도입부터 문제 상황까지 다양하게 제시할 필요가 있을 것으로 본다.

참고 문헌

김진숙 (1998). 문제해결과 교과서 문제의 교육과정적 의미. **교육과정연구, 16**(2), 205-226.

도종훈 (2008). 직선의 대수적 표현과 직선성(直線性)으로서의 기울기. **수학교육논문집, 22**(3), 337-347.

안숙영 (2005). **기울기의 개념 분석과 일차함수의 이해를 돕는 기울기 지도**. 서울대학교 대학원.

양기열, 장유선 (2010). 고등학생들의 함수단원 학습과정에서 나타나는 오류유형 분석과 교정. **한국학교수학회논문집**, 13(1), 23-43.

우정호, 조영미 (2001). 학교수학 교과서에서 사용하는 정의에 관한 연구. **수학교육학연구,** 11(2), 363-384.

이헌수, 김영철, 박영용, 김민정 (2015). 일차방정식과 일차함수에 대한 중학생들의 인식과 오류. **한국학교수학회논문집**, 18(3), 259-279.

Carlson, M., Oehrtman, M., & Engelke, N. (2010). The precalculus concept assessment: A tool for assessing students' reasoning abilities and understandings. *Cognition and Instruction, 28*, 113 - 145.

Clapham, C., & Nicholson, J. (2009). *Oxford concise dictionary of mathematics, gradien*. Retrieved from http://web.cortland.edu/matresearch/OxfordDictionary

Confrey, J., & Smith, E. (1995). Splitting, covariation, and their role in the development of exponential functions. *Journal for Research in Mathematics Education, 26*, 66-86.

Foreman, S. (1987). *Algebra: First course*. Boston, MA: Addison-Wesley Educational Publishers.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Kaufmann, J. E. (1992). *Intermediate algebra for college students*. Belmont, CA:Brooks.

Knuth, E. J. (2000). Student understanding of the cartesian connection: An exploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*(4), 500-507.

Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, *learning, and teaching, Review of Educational Research, 60*(1), 1-64.

Li, Y. (2000). A comparison of problems that follow selected content presentations in American and Chinese mathematics textbooks. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*(2), 234-241.

Moore-Russo, D., Conner, A., & Rugg, K. I. (2011). Can slope be negative in 3-space? Studying concept image of slope through collective definition construction. *Educational Studies in Mathematics, 76*(1), 3-21.

Mudaly, V., & Moore-Russo, D. (2011). South African teachers' conceptualisations of gradient: *A study of historically disadvantaged teachers in an advanced certificate in education programme, Pythagoras, 32*(1), 27-33.

Nagle, C., & Moore-Russo, D. (2012). A comparison of college instructors′ and students′ conceptualization of slope. In Van Zoest, L., Lo, J. J., & Kratkey, J. L. (Eds). *Proceedings of the 34th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (p. 1010). Kalamazoo, MI: Western Michigan University.

Noble, T., Nemirovsky, R., Wright, T. & Tierney, C. (2001). Experiencing change: The mathematics of change in multiple environments. *Journal for Research in Mathematics Education, 32*, 85 - 108.

Semadeni, Z. (2008). The triple nature of mathematics: Deep ideas, surface representation, formal models. In M. Niss (Ed.), *Proceedings of the 10th international Congress on Mathematical Education*, (pp.4-11). Roskilde: Roskilde University Press.

Stanton, M., & Moore-Russo, D. (2012). Conceptualizations of slope: A look at state standards. S*chool Science and Mathematics, 112*(5), 270-277.

Stump, S. (1999). Secondary mathematics teachers′ knowledge of slope. *Mathematics Education Research Journal, 11*(2), 124-144.

Stump, S. (2001). Developing preservice teachers′ pedagogical content knowledge of slope. *Journal of Mathematical Behaviour, 20*(2), 207-227.

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference on limit and continuity. *Educational Studies in Mathematics, 12*(2), 151-169.

Vinner, S. (1991). The role of definition in the teaching and learning of mathematics. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 65-81). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Zaslavsky, O. (2002) Being slopy about slpoe: The effect of changing the scale. *Educational Studies in Mathematics, 49*(1), 119 - 140.

An Analysis of the Types of Slope Concepts in Math Textbooks of Middle School

Kang, YoungRan[3)] · Cho, CheongSoo[4)]

Abstract

Slope is an important mathematical concept that is connected to advanced mathematics as well as a basic concept as an indicator of the steepness of a straight line. The purpose of this study is to see how the concept of slope is presented in mathematics textbooks of middle school. For this study, we analyzed the types of slope concepts in the textbooks. In particular, we analyzed motivation activity, definition, examples of slope in them and used a concept framework of slope by Stump(1999, 2001), Moore-Russo, Connor & Rugg (2011). As a result, it was shown that middle school mathematics textbooks use the types of slope concepts to be biased when explaining the slope or presenting the slope problems. In addition, the real contexts of slope is poorly presented, and the concept types change from visual aspect to analytical aspect in the processes. This study provides suggestions on how to present the slope concepts in mathematics curriculum and middle school textbooks.

Key Words : Slope, Concept definition, Concept image, Middle school mathematics textbook

Received August 10, 2018
Revised November 20, 2019
Accepted December 11, 2019

---

* 2010 Mathematics Subject Classification : 97-01, 97U20
3) Gyeongsangbukdo Gyeongju Office of Education (hkyr@gyo6.net)
4) Yeungnam University (chocs@yu.ac.kr), Corresponding Author