

수학 영재아의 문제해결 활동에 대한 메타정의적 관점에서의 특성 분석

도주원(서울방현초등학교, 교사), 백석윤(서울교육대학교, 교수)[†]

†교신저자

Analysis of characteristics from meta-affect viewpoint on problem-solving activities of mathematically gifted children

Do, Joowon(Seoul Banghyun Elementary School, dojoowon@hanmail.net)

Paik, Suckyoon(Seoul National University of Education, sypaik@snue.ac.kr)[†]

†Corresponding Author

초록

선행연구에 의하면 수학 학습활동에서 인지적, 정의적 요소들 사이의 상호작용에 기반하는 메타정의는 메타인지와 유사한 방식으로 학습자의 수학적 능력과 긴밀한 역학적 관련성을 유지한다. 본 연구에서는 이러한 특성을 현상학적으로 파악하기 위하여 초등학교 5학년 수학 영재아의 소집단 문제해결 사례를 메타정의적 관점에서 분석하였다. 그 결과 수학 영재아의 인지적, 정의적 특성이 메타정의적 활동을 통해 문제해결 활동에 나타나고 있음을 알 수 있으며, 특히 문제해결자의 정의적 역량은 정서나 태도 형태의 메타정의로 문제해결 활동에 작용함을 알 수 있었다.

Abstract

According to previous studies, meta-affect based on the interaction between cognitive and affective elements in mathematics learning activities maintains a close mechanical relationship with the learner's mathematical ability in a similar way to meta-cognition. In this study, in order to grasp these characteristics phenomenologically, small group problem-solving cases of 5th grade elementary mathematically gifted children were analyzed from a meta-affective perspective. As a result, the two types of problem-solving cases of mathematically gifted children were relatively frequent in the types of meta-affect in which cognitive element related to the cognitive characteristics of mathematically gifted children appeared first. Meta-affects were actively acted as the meta-function of evaluation and attitude types. In the case of successful problem-solving, it was largely biased by the meta-function of evaluation type. In the case of unsuccessful problem-solving, it was largely biased by the meta-function of the monitoring type. It could be seen that the cognitive and affective characteristics of mathematically gifted children appear in problem solving activities through meta-affective activities. In particular, it was found that the affective competence of the problem solver acted on problem-solving activities by meta-affect in the form of emotion or attitude. The meta-affective characteristics of mathematically gifted children and their working principles will provide implications in terms of emotions and attitudes related to mathematics learning.

* 주요어 : 메타정의, 메타적 기능, 수학 영재아, 문제해결

* **Key words** : meta-affect, meta-function, mathematically gifted children, problem-solving

* **Address**: Department of Mathematics Education, Seoul National University of Education, Seoul, Korea

* **ZDM Classification** : C23

* **2000 Mathematics Subject Classification** : 97C23

* **Received**: September 10, 2019 **Revised**: October 25, 2019 **Accepted**: November 10, 2019

I. 서론

일반적으로 수학 문제해결 활동에서 불안감과 같은 부정적인 정의적 요소가 나타나게 되면 성공적이지 못한 결과를 예상하게 되고, 흥미나 친밀감과 같은 긍정적인 정의적 요소가 나타나게 되면 성공적인 결과를 예상하게 된다. 하지만 DeBellis, Goldin(2006)에 의하면 부정적인 정의적 요소가 나타났더라도 메타정의(meta-affect)가 긍정적으로 작용하게 되면, 이 부정적인 정의적 요소가 오히려 문제해결에 긍정적으로 작용할 수 있게 된다. 반면에, 긍정적인 정의적 요소가 나타났더라도 메타정의가 부정적으로 작용하게 되면 이 긍정적인 정의적 요소가 문제해결에 부정적인 영향을 미치게 된다. 이러한 이유로 DeBellis, Goldin(2006)은 메타정의를 문제해결 활동의 정의적 측면에서 가장 중요한 요소로 간주하고 있다. DeBellis, Goldin(1997)이 메타정의에 대한 개념을 처음으로 정서(emotion)에 초점을 맞추어 정의한 이후 Goldin(2002, 2003, 2004, 2006, 2007, 2009, 2010, 2014), DeBellis, Goldin(2006)를 중심으로 ‘정의(affect)’로 그 범위를 확장시키고, 인지적, 정의적 요소 사이의 상호작용과 관련하여 그 개념을 수정, 발전시켜 오고 있다. 이에 수학 문제해결 교육 분야에서는 인지적, 정의적 요소 사이의 상호작용에 기반하면서 문제해결 활동에 긍정적, 또는 부정적 영향을 미치는 메타정의의 구체적인 특성 및 작동 원리에 대한 연구의 필요성이 높아지게 된 것이다.

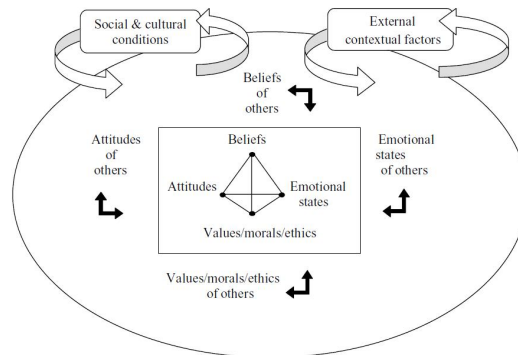
수학 문제해결 과정에 나타나는 메타정의는 메타인지와 마찬가지로 학습자의 수학적 사고 능력과 밀접하게 관련되어 있다. 특히 Clark(1988)이 수학 영재아의 특성으로 제시한 ‘자신과 타인을 향한 평가적 접근’, ‘불굴의 목표 지향적 행동’ 등과 같은 인지적 특성과 ‘고양된 자각’, ‘내적 통제’ 등과 같은 정의적 특성이 수학 영재아의 문제해결 활동에 나타나는 메타정의적 특성과 관련되어 나타남이 Do, Paik(2019)의 연구에서 확인된 바 있다. 이에 본 연구에서는 인지적, 정의적 요소의 상호작용 및 수학 영재아의 특성에 기반한 메타정의적 관점에서 수학 영재아의 문제해결 활동을 분석하였다. 이 분석을 통하여 문제해결의 성공 여부에 따라 수학 영재아의 문제해결 활동에 나타나는 메타정의의 기능적 특성을 규명하였다.

II. 이론적 배경

1. 정의적 영역과 메타정의

McLeod(1992)는 정의적 영역을 정서, 태도, 신념의 하위 영역으로 구분하였다. DeBellis, Goldin(1997, 2006)은 McLeod(1992)가 구분한 정의적 영역의 세 가지 하위 영역 중 신념에서 가치/윤리/도덕 요소를 구분하여 정서, 태도, 신념, 가치/윤리/도덕으로 확장하여 [Fig. 1]에 제시된 사면체 모델을 구안한 후 이를 기반으로 메타정의를 정의(定義)하였다.

개인의 정의는 그 사람이 속한 하위문화의 영향을 크게 받으므로 사면체 모델의 각 꼭짓점에 해당하는 정서, 태도, 신념, 가치는 교사나 다른 학생과 상호작용할 뿐만 아니라 학교에서 공유되는 규범적인 정서적 기대, 태도, 신념, 가치와 상호작용하게 된다.



[Fig. 1] The tetrahedral model of affective aspect (DeBellis & Goldin, 2006, p.135)

수학 문제해결에서 인지적 요소와 정의적 요소가 복합적으로 상호작용하여 나타나는 메타정의(DeBellis & Goldin, 2006; Malmivuori, 2001; Moscucci, 2010; Schöglmann, 2005)에 대한 개념은 ‘인지에 대해 작용하는 인지’의 구조를 갖는 메타인지처럼 단순히 ‘정의에 대해 작용하는 정의’만으로 그 범주를 제한할 수 없다. 메타정의는 ‘정의에 대한 정의’ 외에 인지적, 정의적 요소 사이의 관계에서 구성된 ‘정의에 대한 인지에 대한 정의’, ‘정의의 모니터링과 조절’에 대한 부분까지 거론하고 있다. 따라서 메타정의의 개념이 인지적, 정의적 요소들 사이의

상호작용에 기반하며, 특히 정의에 대한 인지적, 정의적 모니터링을 포함하고 있음을 확인할 수 있다. 메타정 의적 요소가 문제해결 과정에 작용하는 방식의 속성상 메타인지와 같이 한 방향으로만 작용하지 않고, 인지적, 정의적 요소들의 연쇄 안에서 양방향으로 작용 가능하므로 정의적 요소에 작용하는 정의적 요소뿐만 아니라 인지적 요소까지 포함시켜 고려하는 것이 합리적이다. 이에 Do(2018), Do, Paik(2016, 2017, 2018, 2019)에서는 메타정 의의 개념을 ‘수학 문제해결 과정에서 문제해결자에게 발 현하는 정의적 요소들 사이 또는 인지적, 정의적 요소들 사이의 상호작용에 대한 자각’으로 정의(定義)하고 이에 따라 ‘반드시 정의적 요소를 포함하는 상호 관련된 인지 적, 정의적 요소들의 연쇄’로 조작적 정의(定義)를 규정 한 후 [Table 1]과 같은 10가지 메타정 의 유형을 도출하였다 (Do, 2018). 이러한 복층 구조의 메타정 의 유형은 기존의 메타인지와 함께 정의적 요소에 대한 인지적 또는 정의 적 작용, 인지적 요소에 대한 정의적 작용에 대한 설명을 가능하게 해준다. 이에 본 연구에서는 Do(2018), Do, Paik(2016, 2017, 2018, 2019)가 재규정한 메타정 의의 개념 과 이에 따른 조작적 정의(定義), 그리고 메타정 의 유형 (Do, 2018)을 적용하였다.

[Table 1] Types of meta-affect(Do, 2018, p.44)

Types of meta-affect	
C-C-A	cognition about cognition about affect
C-A	cognition about affect
C-A-C	cognition about affect about cognition
C-A-A	cognition about affect about affect
A-C	affect about cognition
A-C-C	affect about cognition about cognition
A-C-A	affect about cognition about affect
A-A	affect about affect
A-A-C	affect about affect about cognition
A-A-A	affect about affect about affect

C: cognition, A: affect

기존의 수학 문제해결 과정에 대한 연구에서 거론된 메타인지의 메타적 기능은 인지적 요소에 국한되어 작용 하는 기능인 반면에 메타정 의에서 거론하는 메타적 기능 은 메타정 의의 정의(定義)에 따라 정의적 요소를 중심으로 인지적, 정의적 요소가 긴밀히 관련되어 작용하는 기 능이다. 따라서 Do(2018), Do, Paik(2018)의 연구에서는 선행연구들을 기반으로 도출한 메타정 의의 메타적 기능

들을 유사하게 작동하는 기능끼리 범주화하여 주어진 문 제를 해결하기 위한 해결 전략을 구성하는 ‘계획’, 통제, 조절, 관리의 기능으로 작용을 하는 ‘관리’, 인지적, 정의 적 모니터링의 기능으로 작용하는 ‘모니터링’, 사정, 평가 의 기능으로 작용을 하는 ‘평가’, 인지적, 정의적 성향을 모두 공유하는 ‘신념’ 및 ‘태도’의 메타적 기능 유형으로 유형화하였다.

2. 수학 영재아의 메타인지적, 메타정 의적 특성

학생의 영재성에 대한 대부분의 연구에서는 영재성을 여러 가지 복합적인 특성과 관련지어 정의(定義)하고 있 다. 선행 연구에 따르면, 영재성을 행동적 표현인 ‘평균 이상의 일반 능력’, ‘평균 이상의 특수 능력’, ‘과제 집착 력’, ‘창의력’으로 분류할 수 있다(Renzulli & Reis, 1997). 문화적 배경이 상이한 영재들의 일반적, 공통적 속성은 ‘동기’, ‘의사소통 기술’, ‘탁월한 기억력’, ‘통찰’, ‘심상화 및 창의성’, ‘언어나 수와 같은 상징을 다루는 뛰어난 능 력’, ‘높은 관심’, ‘문제해결력’, ‘탐구력’, ‘추론’, ‘유머 감각’ 임을 알 수 있다(Fraiser & Passow, 1994). 또한 영재아 는 ‘다양한 관심과 높은 호기심’, ‘비상한 정보 처리 능력’, ‘유연하고 빠른 사고 과정’, ‘아이디어의 종합적 통합’, ‘일 상적인 관계를 알아내는 능력’, ‘독창적인 아이디어와 해 결책을 만들어내는 능력’, ‘자신과 타인을 향한 평가적 접근’, ‘비상한 집중력’, ‘불굴의 목표 지향적 행동’, ‘자타에 대한 높은 기대’, ‘완벽주의’ 등의 인지적 특성을 가지고 있다. 그리고 ‘정서에 관한 다량의 정보 소유’, ‘타인의 감 정에 대한 비상한 민감성’, ‘뛰어난 유머 감각’, ‘고양된 자 각’, ‘이상주의와 정의감’, ‘내적 통제’, ‘정서적 깊이와 강 도가 비상함’, ‘자타에 대한 높은 기대’, ‘완벽주의’, ‘가치’, ‘행위 간의 일관성에 대한 강한 욕구’, ‘고도의 도덕적 판 단’ 등의 정의적 특성을 가지고 있다(Clark, 1988). 이러한 수학 영재아가 가지고 있는 여러 속성이 문제해결 과정 에 영향을 미치게 되며, 학습자의 인지적, 정의적 요소들 사이의 상호작용에 기반하고 있는 메타정 의의 작용에 영 향을 미치게 된다. 이러한 수학 영재아 고유의 인지적, 정 의적 특성 중에는 ‘자신과 타인을 향한 평가적 접근’이나 ‘타인의 감정에 대한 비상한 민감성’, ‘고양된 자각’, ‘내적 통제’, ‘가치’, ‘고도의 도덕적 판단’과 같은 메타인지적, 메 타정 의적 특성이 포함되어 있음을 알 수 있다.

III. 연구방법

1. 연구 대상

본 연구의 대상은 서울 소재의 한 대학부설 영재교육원의 초등학교 5학년 수학 영재아 2명을 임의로 선정하였다. 2018년 3월 10일에 Do, Paik(2019)에서 개발하여 적용한 4문제를 한 문제당 30분 동안 협업적으로 해결하도록 하였다. 이 중에서 상호 관련된 인지적, 정의적 요소의 연쇄를 충분히 포함하는 성공적인 문제해결 사례와 성공적이지 못한 문제해결 사례를 각각 하나씩 의도적 표집(Yin, 2014)하였다. 각 사례에서 나타난 메타정의의 유형 및 메타적 기능 유형에 대하여 빈도 분석 및 사례 분석을 실시하여 문제해결의 성공 여부에 따라 문제해결 활동에서 나타나는 메타정의의 특성을 비교하고자 하였다.

2. 자료 수집

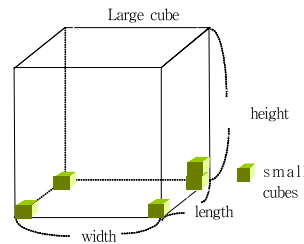
본 연구에서 문제해결 성공 여부에 따라 의도적으로 선정된 사례에서 사용된 문제는 [Table 2]에 제시한 바와 같다. 여기에서 성공적인 문제해결 결과를 보인 문제는 1번 문제의 경우이며, 성공적이지 못한 결과를 보인 문제는 2번 문제의 경우이다.

문제는 문제지의 형태로 제시하였으며, 별도의 교사의 지도 없이 협업적으로 문제를 해결하도록 하였다. 문제를 해결하는데 필요한 계산이나 풀이과정을 적을 수 있도록 빈 종이를 함께 제시하였으며, 자신의 생각과 문제해결 과정을 활발한 의사소통을 통해 표현하고 문제를 해결하는 과정을 자세히 기록할 것을 지시했다. 구성원 사이의 의사소통을 통해 문제를 해결하도록 안내하였으며, 풀이 과정은 한 사람만 쓰도록 제한을 두어 구성원 사이의 사고의 과정이 상호 보완적으로 연속되어 나타날 수 있도록 설정하여 문제해결 활동 기록 자료를 수집하였다. 또한 소집단 협업적 수학 문제해결 과정을 노트북을 활용하여 녹화하여 자료를 수집하였다.

3. 자료 분석

수집한 문제해결 활동을 녹화한 동영상 자료는 문제지와 문제해결 활동 기록 자료를 참고하여 말, 행동, 표정 등의 모든 행위를 전사하였다. 분석의 신뢰도를 높이기 위하여 연구자 개인이 각각 3회 반복 분석한 후 공동 연

[Table 2] Application problem(Do & Paik, 2019, p.63)

number	problem
1	There are six natural numbers. Two three digits were created using the first three digits and the last three digits of this natural number. Supposing the sum of these two numbers squared again equals the first six digits, what is the sum of the numbers in each of the first six digits?
2	<p>Large cube was made by stacking several pieces of the same sized blocks of wood in the shape of small cubes as shown below. The total number of pieces of wood seen on each of the six faces of the large cube is four digits, and the total number of small cubes used to make the large cube is three digits. However, the number of small cubes in the horizontal and vertical height of a large cube is said to be a prime number.(A prime number is any number that has no divisor except 1 and itself.) How many times does this large cube add up to the number of small cubes that fit into the width, length, and height?</p> 

구자 간 교차 분석 및 논의를 거쳐 최종 분석하였다. 전사한 자료를 분석하기 위하여 먼저 정의적 요소(A)를 추출하였다. 정의적 요소(A)는 DeBellis, Goldin(2006)이 메타정의를 정의(定義)할 때 기반으로 한 정서(E), 태도(A), 신념(B), 가치(V)로 구분하였다. 여기에서 정서(E)는 수학적 활동 중에 의식적, 전의식적, 무의식적으로 경험하게 되는 느낌의 급변하는 상태를 나타낸다. 태도(A)는 긍정적, 부정적인 정서적 감정, 특히 수학적 맥락에 대한 방향이나 경향을 나타내며, 비교적 안정적이며, 정의와 인지의 균형 잡힌 상호작용에 기반한다. 신념(B)은 외부 진리나 타당한 명제를 명제 체계나 다른 인지적 구성과 관련시키며, 매우 안정적이며 인지적으로 풍부하고, 잘 정돈된 구조를 가지고 있다. 윤리 및 도덕을 포함한 가치(V)는 개인이 소중히 여기는 개인적인 진리나 약속을 의미하며, 장기적인 선택과 단기적인 우선순위에 동기를 부여하며, 고도로 체계화된 가치 체계를 형성할 수 있다. 정의적 요

[Table 3] Classification criteria of Affective element(A)(Do, 2018, pp. 89-93)

affective element	lower rank element	detail element
emotion (E)	positive emotion (PE)	satisfaction, self-esteem, gratitude, puff up, pleasure, hopeful, delight, passion, fun, reassurance, comfort, participative(enthusiastic), curiosity, exciting, interesting, happy, good, intimate, regal etc
	negative emotion (NE)	bored, uninteresting, inconvenient, disgusting, self-confident, anxiety, frustrated, humiliated, confused, depressed, disappointed, unhappy, nervous, guilt, despair, impatient, anger, worried, shame, jealous, boring, alienated, shy, fear, upset, embarrassment, bothersome etc
attitude (A)	positive attitude (PA)	positive attitude to problem, trying to solve the problem successfully, actively participate in problem-solving, focus on problem-solving until the problem is completely solved - positive reactions with positive emotions etc.
	negative attitude (NA)	negative posture to deal with problems, try to solve the problem roughly, reluctantly participate in problem-solving, the attitude of trying to answer without solving the problem, solving problems with dryness - affective reactions with negative emotions, etc.
belief (B)	belief in problem-solving (BP)	beliefs in problems, beliefs in problem-solving strategies, beliefs in problem-solving activities
	belief in oneself (BS)	self-efficacy beliefs, self-regulation beliefs, goal-oriented beliefs
	belief in social context(BC)	belief in colleagues, beliefs in collaborative activities
value (V)	value for problem-solving(VP)	value for the problem, value for problem-solving strategy, value for problem-solving activity
	value for oneself(VS)	self-efficacy value, self-regulating value, goal-oriented value
	value for social context(V5)	value to colleagues, value for collaborative activities

[Table 4] Meta-function type criteria of meta-affect(Do, 2018, p.97)

unique number	type	chain
1	plan	chain containing remarks such as "How do I do it?"(design problem-solving strategies and methods)
2	manage-ment	chain with remarks such as "don't do it", "Wait a minute, you have to make it."(regulation, control, and management of progress of peer behavior or accidents)
3	monitor-ing	chain containing remarks such as "Why did you think this?" (monitoring and observing the cognitive and affective phenomena of the problem or peer behavior)
4	evaluat-ion	chain containing remarks such as "is wrong"(judgment, assessment and evaluation of problems, problem-solving processes, peer behavior, etc.)
5	belief	a chain containing words like "I'm wrong".(possibility and views on problem-solving, known cognition and positive phenomena)
6	attitude	chain containing remarks such as "to solve problems with attitude such as..."(participation in problem-solving and positive or negative problem-solving attitudes)

소(A)는 [Table 3]에 제시한 정의적 요소의 분류 기준 (Do, 2018)을 적용하여 분류하였다. 인지적 요소를 나타내는 행위이지만 정의적 요소를 내포하고 있는 융합적 요소(M)는 정의적 요소로 간주하여 분석하였다.

문제해결 과정은 '도입(I)', '전개(E)', '정리(R)'의 3단계로 분절하였다. 각 행위를 인지적 요소(C), 정의적 요소(A), 융합적 요소(M)로 구분하여 핵심 정의적 요소를 선정하고, 그 요소와 상호작용하는 인지적, 정의적 요소를 출현 순서대로 연쇄의 형태로 나타냈다. Do(2018)에서 제시한 메타정의 유형인 1) C-C-A유형, 2) C-A유형, 3) C-A-C유형, 4) C-A-A유형, 5) A-C유형, 6) A-C-C유형, 7) A-C-A유형, 8) A-A유형, 9) A-A-C유형, 10) A-A-A유형과 [Table 4]에 제시된 메타정의의 메타적 기능 유형인 1) 계획, 2) 관리, 3) 모니터링, 4) 평가, 5) 신념, 6) 태도 유형을 분석기준으로 설정하였다.

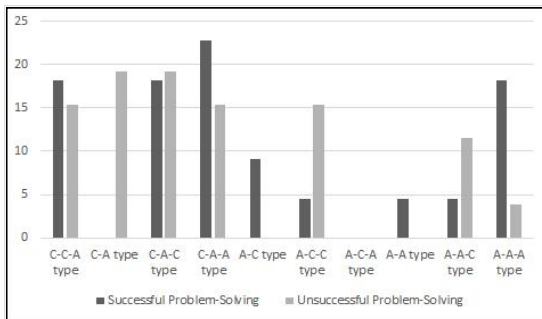
각 메타정의에 대해서 문제 번호(1, 2), 성공적인 문제

해결(S)/성공적이지 못한 문제해결(F), 메타정의의 등장 순서(1~26), 메타정의 유형(1~10), 메타정의의 메타적 기능 유형(1~6), 문제해결 단계를 도입(I)/전개(E)/정리(R) 단계로 구분하여 코딩하였다.

IV. 결과 분석 및 논의

1. 문제해결 성공 여부에 따른 메타정의의 유형별 특성

성공적인 문제해결 사례와 성공적이지 못한 문제해결 사례에서 나타난 메타정의의 유형별 출현 비율을 비교해보면 [Fig. 2]에 제시된 바와 같다. 성공적인 문제해결 사례에서는 C-A-A유형(22.72%), C-C-A유형과 C-A-C유형과 A-A-A유형(각각 18.18%), A-C유형(9.09%) 순으로 빈번하게 나타났으며, A-C유형, A-C-A유형은 전혀 나타나지 않았다. 반면에 성공적이지 못한 문제해결 사례에서는 C-A유형과 C-A-C유형(각각 19.23%), C-C-A유형과 C-A-A유형과 A-C-C유형(각각 15.38%), A-A-C유형(11.55%) 순으로 빈번하게 나타났으며, A-C유형, A-C-A유형, A-A유형은 전혀 나타나지 않았다. 따라서 성공 여부와 관계없이 주로 인지적 요소(C)가 먼저 나타나는 메타정의 유형들이 정의적 요소(A)가 먼저 나타나는 메타정의 유형에 비해 상대적으로 빈번하게 나타남을 알 수 있다.



[Fig. 2] Emergence rate by type of meta-affect according to success of problem solving

이를 통해 수학 영재아의 문제해결 과정에 나타나는 메타정의의 특성을 연구한 Do, Paik(2019)의 연구 결과를 재확인할 수 있었다. 이는 일반 학생을 대상으로 연구한 Do(2018), Do, Paik(2018)의 연구 결과와도 일치한다. 따

라서 수학 영재아의 문제해결 활동에서는 영재아의 ‘평균 이상의 일반 능력’, ‘평균 이상의 특수 능력’(Renzulli & Reis, 1997), ‘탁월한 기억력’, ‘통찰’, ‘언어나 수와 같은 상정을 다루는 뛰어난 능력’, ‘문제해결력’, ‘탐구력’, ‘추론’ 등과 같은 인지적 속성(Fraiser & Passow, 1994)이 반영되어 문제해결 맥락과 관련된 인지적 요소(C)가 우선하여 나타나는 메타정의 유형이 보다 빈번하게 나타나는 현상을 보임을 알 수 있다.

한편, 성공적인 문제해결 사례에서는 성공적이지 못한 문제해결 사례에 비해 A-A-A유형이 14.33%, A-C유형이 9.09%, C-A-A유형이 7.34%만큼 편중되어 나타났다. 반면에 성공적이지 못한 문제해결 사례에서는 성공적인 문제해결 사례에 비해 C-A유형이 19.23%, A-C-C유형이 10.83%, A-A-C유형이 7.00%만큼 편중되어 나타났다.

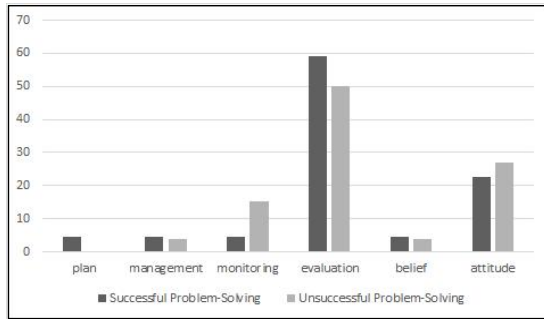
2. 문제해결 성공 여부에 따른 메타정의의 유형별 특성

1) 문제해결의 성공 여부에 따른 메타정의의 메타적 기능 유형별 빈도 분석

문제해결의 성공 여부에 따라 수학 영재아의 문제해결 활동에 나타난 메타정의의 메타적 기능 유형별 출현 비율을 비교해보면 [Fig. 3]과 같이 성공 여부에 관계없이 평가 유형의 메타적 기능으로 가장 빈번하게 작용했으며 (성공적인 문제해결의 경우 59.08%, 성공적이지 못한 문제해결의 경우 50%), 그 다음으로 태도 유형의 메타적 기능으로 빈번하게 작용했다(성공적인 문제해결의 경우 22.72%, 성공적이지 못한 문제해결의 경우 26.92%). 이는 수학 영재아의 문제해결 활동에서 나타나는 메타정의가 성공적인 문제해결에서는 평가 및 태도 유형의 메타적 기능 순으로, 성공적이지 못한 문제해결 활동에서는 태도 및 평가 유형의 메타적 기능 순으로 빈번하게 작용한다는 Do, Paik(2019)의 연구 결과와 일부 일치한다. 또한 메타정의를 일반 학생을 대상으로 연구한 Do(2018)의 연구 결과와도 일부 일치한다. 이 연구에서는 성공적인 문제해결에서는 태도, 관리 및 모니터링 유형의 메타적 기능으로, 성공적이지 못한 문제해결에서는 태도 및 평가 유형의 메타적 기능으로 빈번하게 작용하는 양상을 보였다.

따라서 수학 영재아의 성공적인 경우와 성공적이지 못한 경우에 나타나는 메타정의는 문제해결 전략이나 해결 과정에 대한 평가나 문제해결 활동에 대한 태도 유형의

메타적 기능으로 빈번하게 작용하는 특성이 있음을 알 수 있다. 즉, 메타정의를 영재아의 인지적, 정의적 특성 중 ‘자신과 타인을 향한 평가적 접근’(Clark, 1988), ‘통찰’(Fraiser & Passow, 1994) 등이 반영되어 평가 유형의 메타적 기능으로, ‘과제 집착력’(Renzulli & Reis, 1997), ‘비상한 집중력’, ‘불굴의 목표 지향적 행동’, ‘완벽주의’(Clark, 1988) 등이 반영되어 태도 유형의 메타적 기능으로 빈번하게 작용한 것으로 볼 수 있다.



[Fig. 3] Emergence rate by meta-function type of meta-affect according to success of problem solving

수학 영재아의 성공적인 문제해결의 경우 성공적이지 못한 경우에 비해 평가 유형의 메타적 기능으로 9.08%만큼 편중되어 작용했으며, 계획 유형의 메타적 기능으로 4.55%만큼, 관리, 신념 유형의 메타적 기능으로 각각 0.70%만큼 편중되어 작용했다. 성공적이지 못한 문제해결의 경우 성공적인 경우에 비해 모니터링 유형의 메타적 기능으로 10.83%만큼 편중되어 작용했으며, 태도 유형의 메타적 기능으로도 4.20%만큼 편중되어 작용했다. 이는 일반 학생을 대상으로 연구한 Do(2018)에서 수학 학습 성취 상 수준 집단의 메타정의를 성공적인 문제해결의 경우 태도, 관리, 모니터링 유형의 메타적 기능으로, 성공적이지 못한 경우 평가, 신념, 태도 유형의 메타적 기능으로 편중되어 작용한 것과는 차이가 있는 분석 결과이다.

2) 문제해결의 성공 여부에 따른 메타정의를의 메타적 기능 유형별 사례 분석

(1) 계획 유형의 메타적 기능으로 작용한 메타정의를의 특성

계획 유형의 메타적 기능으로 작용한 메타정의를는 성공

적인 문제해결 활동 사례에서만 나타났다. 예를 들어, 아래의 성공적인 문제해결 사례에서 나타난 메타정의를 [1-S-12-10-1-E]는 A-A-A유형으로 학생1이 긍정적인 태도(PA)를 나타내었는데, 이 긍정적인 태도(PA)가 계획 유형의 메타적 기능으로 작용하였다. 이에 대해 학생2는 “적어서 풀어야 한다.”는 부정적인 태도(NA)를 나타내었지만, 이를 설득하는 동료 학생1이 문제해결에 대한 가치(VP)를 나타내며 자신이 제안한 문제해결 계획을 실행에 옮기도록 이끌어 문제해결에 긍정적인 영향을 미쳤음을 알 수 있다. 이는 수학 영재아의 특성(Renzulli & Reis, 1997) 중 하나인 ‘과제 집착력’을 가지고 있는 학생1에게서 나타난 긍정적인 태도(PA)가 메타정의를의 중심이 되어 계획 유형의 메타적 기능으로 작용한 것으로 파악된다.

[1-S-12-10-1-E]

학생1 그래도 2번은 노가다니까 한 번 해볼래? (PA)

학생2 2번은 다 적어서 풀어야 되는데..(NA)

학생1 아무튼 계속 다 노가다니까 그래도 머리로 생각하면서 안 해도 되잖아.(미소)(VP)

(2) 관리 유형의 메타적 기능으로 작용한 메타정의를의 특성

아래의 성공적인 문제해결 활동 사례에서 나타난 메타정의를[1-S-02-04-2-E]는 C-A-A유형으로 학생2가 나타낸 인지적 요소인 C₁이 관리 유형의 메타적 기능으로 작용하였다. 이로 인해 자신이 잘못 생각한 것을 알고(C₂) 이에 대해 사과를 하는 부정적인 정서(NE)를 나타낼 수 있었으며, 이어서 학생1이 긍정적인 태도(PA)를 나타내며 문제해결에 집중하는 모습을 보이도록 긍정적인 영향을 미치고 있음을 알 수 있다.

[1-S-02-04-2-E]

학생2 아~ 그러네. 지워버리고... 애네가 전체인거지? 애네가 나와야 돼. 그러니까 애네들 중에서 하나가 나와야...(C₁) 아~ 그래서 네가 그걸 발견한 거구나(C₂). 미안(NE).

학생1 괜잖아(PA). f 더하기 c의 제곱이... 애네 또 f가 나오니까...세 자리, 네 자리... 그러면...(C₃)

이는 학생2가 문제를 해결하기 위해 고심 끝에 전략을 발견하는 과정을 보임으로 해서 ‘언어나 수와 같은 상징

을 다루는 뛰어난 능력'을 가진 영재아의 속성(Fraiser & Passow, 1994)'이나 '비상한 정보 처리 능력'과 같은 수학 영재아의 인지적 특성(Clark, 1988)과 관련한 인지적 요소인 C_1 이 메타정의의 중심이 되어 자신들의 문제해결 과정을 관리하는 관리 유형의 메타적 기능으로 작용한 것으로 파악된다.

한편, 성공적이지 못한 문제해결 사례에서 나타난 메타정의[2-F-25-09-2-E]는 A-A-C유형으로 학생1이 나타낸 융합적인 요소인 M_1 에 대하여 학생1은 다시 융합적 요소인 M_2 를 나타내었다. 이 융합적 요소인 M_2 가 관리 유형의 메타적 기능으로 작용하며 문제를 해결 진행 과정에 대해 통제 및 조절하고 있으며 이어서 주어진 문제를 해결하고 있는 과정에 대해 판단하는 인지적 요소인 C_1 과 인지적 요소인 C_2 가 나타나도록 영향을 미치고 있음을 알 수 있다.

[2-F-25-09-2-E]

학생1 (웃으면서 쓰고)... 3 더하기 2 더하기 3은... 168.
168... 오케이?(M_1)
학생2 (눈 크게 떴다가)생각해 보니까...
학생1 (웃으면서)그럼 이거 풀어야 되네.(M_2) 이 문제는
틀렸을 수도...(C_1)
학생2 이 문제는 틀려...(C_2)

이는 학생1의 '아이디어의 종합적 통합'과 같은 수학 영재아의 인지적 특성이 '내적 통제'와 같은 정의적 특성(Clark, 1988)을 내포하고 있는 융합적 요소 M_2 가 메타정의의 중심이 되어 자신들의 문제해결 과정을 관리하는 관리 유형의 메타적 기능으로 작용한 것으로 파악된다.

(3) 모니터링 유형의 메타적 기능으로 작용한 메타정의의 특성

다음의 성공적인 문제해결 사례에서 나타난 메타정의[1-S-13-01-3-E]는 C-C-A유형으로 학생2가 나타낸 인지적 요소 C_1 에 대하여 다시 인지적 요소 C_2 를 나타냈다. 여기에 긍정적인 정서(PE)가 모니터링 유형의 메타적 기능으로 작용하며 학생2가 문제를 해결한 과정에 대해 모니터링 하도록 영향을 미치고 있는 것으로 보인다.

[1-S-13-01-3-E]

학생2 너가 구했어? C_1) 이걸 다 구했어?(C_2) (눈 크게

뜨면서)대박인데, 어떻게 이걸 벌써 다 구했나?(PE)

이는 학생2의 '높은 관심', '유머 감각'과 같은 영재아의 속성(Fraiser & Passow, 1994)'이나 '타인의 감정에 대한 비상한 민감성'과 같은 수학 영재아의 정서적 특성(Clark, 1988)이 반영되어 나타난 긍정적인 정서(PE)가 메타정의의 중심이 되어 모니터링 유형의 메타적 기능으로 작용한 것으로 파악된다.

반면에, 성공적이지 못한 문제해결 사례에서 나타난 메타정의[2-F-19-03-3-E]는 C-A-C유형으로 학생1이 인지적 요소인 C_1 을 나타내자 학생2는 이에 대해 긍정적인 정서(PE)를 나타냈다. 이 긍정적인 정서(PE)는 모니터링 유형의 메타적 기능으로 작용하며 앞서 나타난 인지적 요소인 C_1 에 대한 감탄을 나타냈다. 그리고 이 긍정적인 정서(PE)에 대해 학생1은 그렇게 생각하는 이유를 묻는 인지적 요소인 C_2 를 나타냈다.

[2-F-19-03-3-E]

학생1 39는 소수가 아니지...(C_1)
학생2 이거 완전 대박인데?(PE)
학생1 왜(쓰다가 학생2를 흘끔 쳐다봄)(C_2)

이는 학생2의 '통찰'과 같은 수학 영재아의 속성(Fraiser & Passow, 1994)'이나 '고양된 자각', '자타에 대한 높은 기대'과 같은 수학 영재아의 정서적 특성(Clark, 1988)이 반영되어 나타난 긍정적인 정서(PE)가 메타정의의 중심이 되어 자신들의 문제해결 과정을 모니터링 하는 모니터링 유형의 메타적 기능으로 작용한 것으로 파악된다.

(4) 평가 유형의 메타적 기능으로 작용한 메타정의의 특성

아래의 성공적인 문제해결 사례에서 나타난 메타정의[1-S-04-03-4-E]는 C-A-C유형으로 학생2가 인지적 요소인 C_1 을 나타내자, 그렇게 해야 되는 이유로 문제에 대한 자신의 판단을 나타내는 융합적 요소인 M 이 평가 유형의 메타적 기능으로 작용했다. 이 융합적 요소인 M 은 이어서 해결 전략을 다시 생각하는 인지적 요소인 C_2 가 나타나도록 문제해결 활동에 긍정적인 영향을 미치고 있

음을 알 수 있다.

[1-S-04-03-4-E]

학생2 아~ 이거... 그냥 3번 하자.(C₁)이거 너무 어려워.
워.(M) 이렇게 푸는 게 아닐 거야.(C₂)

이는 학생2의 '자신과 타인을 향한 평가적 접근'과 같은 수학 영재아의 정의적 특성(Clark, 1988)이 반영되어 나타난 융합적 요소인 M이 주어진 문제를 평가하는 평가 유형의 메타적 기능으로 작용하여 '독창적인 아이디어와 해결책을 만들어내는 능력'과 같은 인지적 특성(Clark, 1988)이 반영된 인지적 요소인 C₂가 나타나게 된 것으로 파악된다.

한편, 성공적이지 못한 문제해결 사례에서 나타난 메타정 의[2-F-08-09-4-E]는 A-A-C유형으로 학생2가 주어진 문제에 대해 너무 어렵다는 융합적 요소인 M을 나타냈다. 이 융합적 요소인 M은 평가 유형의 메타적 기능으로 작용하였으며, 이어서 부정적인 정서(NE)가 나타나도록 부정적인 영향을 미쳤다. 이 부정적인 정서(NE)에 대해 지금까지 시간이 상당히 소요되었음을 언급하는 인지적 요소인 C가 나타났다.

[2-F-08-09-4-E]

학생2 (두리번거린 후)너무 어렵다.(M) 이거 한 시간 걸
려도 못 풀 것 같은데?(웃으면서) (NE)
학생1 48분 지났어...(C)

이는 학생2의 '자신과 타인을 향한 평가적 접근'과 같은 수학 영재아의 정의적 특성(Clark, 1988)이 반영되어 나타난 융합적 요소인 M이 제시된 문제를 평가하는 평가 유형의 메타적 기능으로 작용하여 부정적인 영향을 미치고 있는 것으로 파악된다.

(5) 신념 유형의 메타적 기능으로 작용한 메타정 의의 특성

다음의 성공적인 문제해결 사례에서 나타난 메타정 의 [1-S-20-09-5-E]는 A-A-C유형으로 학생1은 수학 학습을 하는 자기 자신에 대한 신념(BS)를 나타냈다. 이 자기 자신에 대한 신념(BS)는 신념 유형의 메타적 기능으로 작용하였으며, 학생2는 이에 대해 웃는 긍정적인 정서가

내포된 인지적 요소인 융합적 요소인 M을 나타낸 후 이어서 문제해결 활동에 집중하는 인지적 요소인 C를 나타내며 문제해결에 영향을 미치고 있음을 알 수 있다.

[1-S-20-09-5-E]

학생1 항상 첫 날만 아프고 둘째 날부터 안 아파.(BS)
학생2 하~(웃음) 제곱수여야 된다는 거잖아.(M) 그니까 f
가 1, 4, 9...뫼지... 음... 4, 0...은 될 것 같은데...(쓰
다가 멈추고 생각함)(C)

이는 학생1의 수학 영재아의 '불굴의 목표 지향적 행동'과 같은 인지적 특성이나 '자타에 대한 높은 기대', '행위 간의 일관성에 대한 강한 욕구'와 같은 정의적 특성(Clark, 1988)이 반영되어 나타난 자기 자신에 대한 신념(BS)이 신념 유형의 메타적 기능으로 작용하여 문제해결에 긍정적인 영향을 미치고 있는 것으로 파악된다.

반면에 성공적이지 못한 문제해결 사례에서 나타난 메타정 의[2-F-26-10-5-E]는 A-A-A유형으로 학생2는 문제에 대한 가치(VP)를 나타냈다. 이 문제에 대한 가치(VP)는 신념 유형의 메타적 기능으로 작용했으며, 이에 대해 학생1은 이렇게 풀기도 어려운 문제를 일단 시도를 해본 것에 대해 만족하는 긍정적인 태도(PA)를 나타냈다. 이 긍정적인 태도(PA)에 대해 다시 학생2는 일단 시도해 본 자신들의 행위에 대해 스스로 잘했다고 평가하는 융합적 요소인 M을 나타냈다. 이 메타정 의는 문제에 대해 가지고 있는 가치에 대한 신념으로 인해 해결하기에 어려운 문제이지만 해결하려고 시도한 자신들의 행위에 대해 스스로 칭찬을 하도록 긍정적으로 작용했음을 알 수 있다.

[2-F-26-10-5-E]

학생2 이걸 풀기도 어려운 문제야(웃으면서) (VP)
학생1 (웃으면서) 일단 시도는 해 봤잖아.(PA)
학생2 맞아 시도는 해 본 거야,(웃으면서) 잘 한 거지 우리(M).

이는 학생2의 '가치', '도덕적 판단'과 같은 정의적 특성(Clark, 1988)이 반영되어 나타난 문제에 대한 가치(VP)가 신념의 메타적 기능 유형으로 작용하여 문제해결에 영향을 미치고 있는 것으로 파악된다.

(6) 태도 유형의 메타적 기능으로 작용한 메타정 의의

특성

아래의 성공적인 문제해결 사례에서 나타난 메타정의 [1-S-18-10-6-E]에서는 학생1이 문제에 잘 집중하지 못하고 “오늘 아픈 것 같다.”는 부정적인 태도(NA_1)의 정의적 요소를 나타내자 “그냥 짝을 수밖에 없다.”는 부정적인 태도(NA_2)를 나타냈다. 이 부정적인 태도(NA_2)가 태도 유형의 메타적 기능으로 작용하며 문제해결 활동에 영향을 미치고 있음을 알 수 있다.

[1-S-18-10-6-E]

학생1 (오른 손으로 이마 짚다가 턱 받침)저 오늘 아픈 것 같아요...(NA₁)

학생2 (웃으면서)에는 그냥... 어쩔 수가 없는데.. 이거는... 그냥 짝을... 수밖에 없는 거... 아닌가?(NA₂)
(주변 두리번거림)

이는 학생1의 ‘자타에 대한 높은 기대감’과 같은 정의적 특성(Clark, 1988)이 나타난 것으로 즉, 문제가 잘 해결되지 않자 나타난 부정적인 태도(NA_1)에 대하여 부정적인 태도(NA_2)의 정의적 요소가 다시 나타나서 문제해결에 영향을 미치고 있는 것으로 파악된다.

한편, 성공적이지 못한 문제해결 사례에서 나타난 메타정의[2-F-12-02-6-E]에서 학생2가 해결하고 있는 문제가 어렵다는 인지적 요소인 C를 나타내자, 이에 대해서 학생1은 몸을 흔들거리며 문제에 잘 집중하지 못하는 부정적인 태도(NA)의 정의적 요소를 나타냈다. 이 부정적인 태도(NA)는 학생1에게 태도 유형의 메타적 기능으로 작용하며, 문제해결 활동에도 부정적인 영향을 미치고 있는 것으로 보인다.

[2-F-12-02-6-E]

학생2 어려운데...(C)

학생1 (몸을 흔들거림)(NA)

이는 학생2의 수학 영재아의 ‘통찰’과 같은 속성(Fraiser & Passow, 1994)이나 ‘일상적인 관계를 알아내는 능력’ 등의 인지적 특성(Clark, 1988)이 반영되어 나타난 인지적 요소인 C에 대하여 부정적인 태도(NA)의 정의적 요소가 나타나 문제해결에 영향을 미치고 있음을 알 수 있다.

V. 결론 및 제언

본 연구에서 수학 영재아의 문제해결 사례에서 나타나는 메타정의의 작용 현상을 분석한 결과에 대한 논의 및 시사점을 정리하면 다음과 같다.

첫째, 수학 영재아의 성공적인 문제해결 사례와 성공적이지 못한 문제해결 사례 모두 메타정의는 주로 인지적 요소가 먼저 나타나는 유형이 정의적 요소가 먼저 나타나는 유형에 비해 상대적으로 빈번하게 나타났다. 이는 ‘평균 이상의 일반 능력’이나 ‘평균 이상의 특수 능력’(Renzulli & Reis, 1997), ‘탁월한 기억력’, ‘통찰’, ‘언어나 수와 같은 상징을 다루는 뛰어난 능력’, ‘문제 해결력’, ‘탐구력’, ‘추론’(Fraiser & Passow, 1994) 등과 같은 수학 영재아의 인지적 속성이 메타정의 유형에 반영되어 나타나는 현상으로 파악된다. 즉, 수학적 사고 능력이 뛰어난 수학 영재아의 문제해결 과정에 빈번하게 나타나는 인지, 메타인지적 요소가 우선 나타나고 여기에 인지적, 정의적 요소가 상호작용하는 메타정의 유형이 빈번하게 나타나는 것으로 보인다. 이를 통해 수학 영재아의 문제해결 과정에 인지, 메타인지와 관련된 메타정의가 작용하여 문제해결 결과에 영향을 미치고 있음을 알 수 있다. 또한 인지적, 정의적 요소들 사이의 상호작용에 기반하는 메타정의는 인지, 메타인지가 보다 빈번하게 나타나는 수학 영재아의 문제해결 과정에 밀접하게 관련되어 있음을 알 수 있다.

둘째, 수학 영재아의 문제해결 과정에 나타난 메타정의는 문제해결의 성공 여부에 관계없이 평가 및 태도 유형의 메타적 기능으로 빈번하게 작용했다. 이는 수학 영재아의 문제해결 과정에 나타나는 특성으로 파악된다. 또한 성공적인 문제해결의 경우 성공적이지 못한 경우에 비해 메타정의가 평가 유형의 메타적 기능으로 크게 편중되어 작용하는 특성을 보였다. 성공적이지 못한 문제해결의 경우 성공적인 경우에 비해 모니터링 및 태도 유형의 메타적 기능으로 편중되어 작용하는 특성을 나타냈다. 이는 수학 영재아의 경우 문제해결 과정에 ‘고차원적인 이해’나 ‘자신과 타인을 향한 평가적 접근’의 인지적 특성이 발휘되어 자신의 문제해결 전략 및 과정에 대한 판단, 사정 및 평가가 이루어지며 문제를 해결하기 위해 ‘독창적인 아이디어와 해결책을 만들어내는 능력’과 같은 인지적 특

성이 반영되어 전략 수정 및 새로운 전략을 만들어내고자 하였음을 알 수 있다. 특히 성공적인 문제해결의 경우 메타정적은 문제를 해결하기 위해 알맞은 문제해결 전략 선택의 여부, 적절한 식을 세웠는지의 여부, 계산 과정의 오류 확인 등 해결 과정에 대한 반성적 사고와 같은 평가 유형의 메타적 기능으로 활발하게 작용하였음을 알 수 있다. 반면에 성공적이지 못한 문제해결의 경우 메타정적의 문제해결 과정에 대한 모니터링 유형의 메타적 기능으로는 활발하게 작용하였으나 이에 대한 판단 및 평가는 충분히 이루어지지 못했음을 알 수 있다. 그리고 메타정적의 문제해결이 원활하지 않는데서 오는 부정적인 태도 유형의 메타적 기능으로 상당히 작용하였음을 알 수 있다. 이는 수학 영재아가 문제해결자로서 문제해결에 임하는 태도 유형과 같은 메타적 기능으로 작용한 메타정적의 문제해결 활동과 밀접히 관계되어 있음을 의미한다. 또한 수학 영재아의 문제해결 과정에서 나타나는 메타정적의 평가 유형의 메타적 기능에 주목할 필요가 있음을 알 수 있다.

셋째, 수학 영재아의 성공적인 문제해결 사례와 성공적이지 못한 문제해결 사례에서 나타난 메타정적에는 수학 영재아의 속성 및 인지적, 정의적 특성이 반영된 인지적, 정의적 요소들 사이의 상호작용이 나타났다. 이는 메타정적의 문제해결의 성공 여부에도 영향을 미치고 있음을 의미한다. 즉, 본 연구에서 문제해결의 성공 여부에 따라 비교 분석한 결과에서 ‘과제 집착력’이나 ‘높은 관심’, ‘문제해결력’, ‘목표 지향적 행동’, ‘완벽주의’ 같은 수학 영재아의 특성(Clark, 1988; Fraiser & Passow, 1994; Renzulli & Reis, 1997)이 반영되어 반드시 문제를 해결하고자 하는 행위가 문제해결 과정에 자주 등장한 것으로 파악되며, 이러한 행위를 포함한 메타정적 역시 빈번하게 나타났다음을 알 수 있다. 한편, 수학 영재아의 정의적 특성(Fraiser & Passow, 1994; Renzulli & Reis, 1997)이 반영되어 나타난 긍정적, 부정적 정서나 긍정적, 부정적 태도의 정의적 요소가 중심이 되어 메타적 기능으로 작용한 메타정적도 다수 확인할 수 있었다. 이를 통해 수학 영재아의 인지적, 정의적 특성이 메타정적과 밀접하게 관련되어 있음을 알 수 있다. 또한 수학 영재아가 가지고 있는 풍부한 정의적 역량이 정서나 태도의 정의적 요소의 형태로 메타정적에 반영되어 문제해결에 영향을 미치고 있

음을 알 수 있다.

본 연구에서 파악한 수학 영재아의 메타정적 특성과 그 작용 원리는 수학 문제해결 활동 지도를 위한 교수·학습 방법 구안에 시사점을 제공할 것이다. 즉, 수학 영재아의 인지적, 정의적 특성을 고려하여 문제해결 활동의 갈등 국면에서 성공적인 문제해결 결과를 이끌어낼 수 있도록 메타정적 관점에서의 세부적인 지도를 위한 방법 구안에 수학 학습관련 정서나 태도 면에서 효과성 있는 아이디어를 제공할 것으로 생각한다.

참 고 문 헌

- Clark, B. (1988). *Growing up gifted(3th ed.)*. Columbus, OH: Merrill.
- DeBellis, V. A. & Goldin, G. A. (1997). The affective domain in mathematical problem-solving. In E. Pekhonen (Ed.) *Proceedings of the PME 21, 2*, 209-216.
- DeBellis, V. A. & Goldin, G. A. (2006). Affect and Meta-affect in Mathematical Problem Solving: A Representational Perspective. *Educational Studies in Mathematics, 63*(2), 131-147.
- Do, J. W. (2018). *Aspects of meta-affect in collaborative mathematical problem-solving processes*. Unpublished doctoral dissertation, Seoul National University of Education.
- Do, J. W. & Paik, S. Y. (2016). The function of meta-affect in mathematical problem solving. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 20*(4) 563-581.
- Do, J. W. & Paik, S. Y. (2017). The sociodynamical function of meta-affect in mathematical problem-solving procedure *J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. C: Education of Primary School Mathematics 20*(1), 85-99.
- Do, J. W. & Paik, S. Y. (2018). Aspects of meta-affect according to mathematics learning achievement level in problem-solving processes. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 22*(2) 143-159.
- Do, J. W. & Paik, S. Y. (2019). Aspects of meta-affect in problem-solving process of mathematically gifted children. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 23*(1) 59-74.
- Fraiser, M. M. & Passow, A. H. (1994). *Towards a new paradigm for identifying talent potential*. Storrs,

- CT: University of Connecticut, The National Research Center on the Gifted and Talented.
- Goldin, G. A. (2002). Affect, meta-affect, and mathematical belief structures. In G. C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 59-72). Dordrecht: Kluwer.
- Goldin, G. A. (2003). Representation in school mathematics: A unifying research perspective. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 275-286). Reston, VA: NCTM.
- Goldin, G. A. (2004). Characteristics of affect as a system of representation. In M. J. Hoines & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the PME 28, 1* (pp. 109-114). Bergen: Bergen University College.
- Goldin, G. A. (2006). Commentary on "The articulation of symbol and mediation in mathematics education" by Moreno-Armella and Sriraman. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 38, 70-72.
- Goldin, G. A. (2007). Aspects of affect and mathematical modeling processes. In R. Lesh, E. Hamilton, & J. Kaput (Eds.), *Foundations for the future in mathematics education* (pp. 281-296). NJ: Erlbaum.
- Goldin, G. A. (2009). The affective domain and students' mathematical inventiveness. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (pp. 181-194). Rotterdam: Sense Publishers.
- Goldin, G. A. (2010). Commentary on symbols and mediation in mathematics education. In B. Sriraman & L. English (Eds.), *Theories of mathematics education?* (pp. 233-237). New York: Springer-Verlag.
- Goldin, G. A. (2014). Perspectives on emotion in mathematical engagement, learning, and problem solving. In R. Pekrun & L. Linnenbrink-Garcia (Eds.), *International handbook of emotions in education* (pp. 391-414). New York: Routledge.
- Malmivuori, M. L. (2001). Malmivuori, M. L. (2001). *The dynamics of affect, cognition, and social environment in the regulation of personal learning processes: The case of mathematics*. Research Report, 172, Helsinki: Helsinki University Press.
- Malmivuori, M. L. (2006). Affect and self-regulation. *Educational Studies in Mathematics*, 63, 149-164.
- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 575-596). New York: Macmillan.
- Moscucci, M. (2010). Why is there not enough fuss about affect and meta-affect among mathematics teacher? In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of the CERME-6* (pp. 1811-1820). INRP, Lyon.
- Renzulli, J. S. & Reis, S. M. (1997). *The schoolwide enrichment model: A how-to guide for educational excellence (2nd ed.)*. Mansfield Center, CT: Creative Learning Press.
- Schlöglmann, W. (2005). Meta-affect and strategies in mathematics learning. In M. Bosch (Ed), *Proceeding of CERME-4* (pp. 275-284). Barcelona: FundEmi IQS.
- Yin, R. K. (2014). *Case study research: Design and methods (5th ed.)*. Thousand Oaks, CA: Sage.