한국초등수학교육학회지 22(3) 309-330. *2018. 08. 31*
Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 22(3) 309-330. *August 31. 2018.*

과제 구조화 정도에 따른 초등 영재학생과 일반학생의 수학 문제제기 비교분석[1]

이혜영[2] · 박만구[3]

본 연구의 목적은 구조화 정도가 서로 다른 문제제기 과제를 제시한 후 학생들의 수학 문제제기를 집단별로 분석하여 문제제기 능력이 영재를 판별하는 데 유효한 변인이 될 수 있는지 그 가능성을 확인하는 것이다. 그리고 이를 바탕으로 수학적 창의성을 신장시키기 위한 초등수학영재교육의 방향을 제시하고자 한다. 본 연구에는 영재학생 47명과 일반학생 47명이 참여하여 Stoyanova와 Ellerton(1996)의 구분에 따른 비구조화 및 구조화 문제제기 과제를 수행하였으며, 그 결과를 분석기준에 따라 분석하였다. 수학 문제제기 능력을 측정하기 위한 분석기준으로 Silver와 Cai(2005)가 제안한 유창성, 독창성, 언어적 복잡성, 수학적 복잡성에 Yuan과 Sriraman(2010)의 융통성을 추가하여 기본 분석틀로 구성하였다. 그리고 여기에 수학적 복잡성을 보완하기 위한 기준으로 풀이의 단계적 깊이를 추가하였다. 연구 결과, 과제의 구조화 정도에 상관없이 영재학생은 일반학생에 비하여 수와 연산 영역의 문제를 적게, 도형 영역의 문제는 더 많이 제기하였다. 구조화 정도가 서로 다른 과제의 문제제기에서 영재학생과 일반학생을 판별할 수 있는 공통된 지표는 독창성과 풀이의 단계적 깊이의 두 가지로 나타났다. 한편, 풀이의 단계적 깊이가 3 이상인 문제는 독창적인 문제일 가능성이 높은 것으로 나타나, 학생들의 창의적 문제제기 활동을 지도할 때에는 단순히 연산이 많은 문제가 아닌, 다중단계의 문제를 만들도록 격려해야 필요가 있다.

주제어: 수학 문제제기, 구조화 문제제기, 비구조화 문제제기, 초등수학영재

Ⅰ. 연구의 필요성 및 목적

Sheffield(2003)는 1980년 NCTM의 행동계획(Agenda for Action)에서 문제해결이 수학교육의 중요한 목표로 여겨진 이후 20세기 후반까지 그 중요성이 강조되어 왔다고 지적한다. 그러나 이제 학생들은 설계된 문제를 푸는 것만으로는 부족하며 미래에 마주할 문제를 해결하기 위해서 문제를 인식(recognize)하고 제기(pose)하는 것이 필요하다고 주장하였다.

문제제기는 수학적 창의성과도 관련이 있는데, Brown과 Walter는 문제해결을 강조하는 일반적인 수학교육에선 정답에 초점을 맞추는 경우가 많지만 문제제기에서는 문제를 만듦

---

1) 본 논문은 제1저자의 2018년 석사학위 논문을 수정 보완한 것임.
2) [제1저자] 서울신상도초등학교, 교사
3) [교신저자] 서울교육대학교, 교수

으로써‘바른 방법’이라는 신드롬을 깨뜨릴 수 있다고 이야기 하였다(Brown & Walter, 2005). 이러한 문제제기는 학생 스스로의 다양한 사고 활동을 요구하는 것으로, 단편적인 전략의 사용만이 아닌 이미 학습된 내용을 종합적으로 활용하여야 한다(정성건, 박만구, 2010).

한편, 박아람과 박영희(2018)는 학생들을 정의적 특성이 상, 중, 하인 집단으로 나누고 제기된 문제를 1) 문제의 완성도, 2) 상황과의 관련성(독창성), 3) 개념의 형성의 관점으로 나누어 분석하였는데, 상 집단의 학습자는 1) 문제의 완성도가 높고 2) 교과서 문제와 똑같이 만들려고 하지 않으며 3) 해당 학년 교육과정에 적합하거나 그 기준 이상인 문제를 만들고자 노력하였다. 그리고 하나의 문제에 복수의 개념을 사용하고자 하는 성향을 공통적으로 보였다고 하였다. 영재학생들은 정의적 특성으로 구분된 집단은 아니지만 학생들의 특성에 따라서 제기된 문제의 질이 달라진다는 점은 영재학생과 일반학생의 문제제기를 새로운 시각과 관점에서 볼 필요성을 제공한다.

그러나 기존 연구의 소재가 구조화된 상황에서의 문제제기로 한정된 경우가 많아, 과제가 구조화된 정도에 따라 그 차이점을 살펴볼 필요성 역시 증대되고 있다. 또한 초등 영재학생과 일반학생이 제기한 문제의 특징을 살펴봄으로써 문제제기 활동에 대한 방향성을 제시할 수 있을 것이다. 그리고 단순히 문제제기 후 발표로 활동을 끝내는 것이 아니라 엄밀하게 평가할 수 있는 기준 역시 필요하다. 기존 연구에서 제시된 평가기준들이 있지만 구조화 정도가 서로 다른 문제제기의 평가에 있어서는 새로운 평가기준이 제시되어야 할 것으로 보이며, 이를 위해 지금까지 제안되었던 평가기준을 종합하여 수정·보완할 필요가 있다.

이에 본 연구에서는 과제의 구조화 정도에 따른 수학 문제제기 능력을 평가할 수 있는 기준을 마련하여 초등 영재학생과 일반학생이 제기한 수학적 문제에 양적으로 혹은 질적으로 유의미한 차이가 있는지 알아보았다. 또 과제의 구조화 정도 및 학생 집단별 특성에 따라 수학 문제제기에 어떠한 특징이 드러나는지 확인하여 수학 문제제기 능력이 영재를 판별하는 데 유효한 변인이 될 수 있는지 그 가능성을 확인하고, 나아가 수학적 창의성을 신장시키기 위한 초등수학 영재 선발 및 교육의 방향을 제시하였다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 수학 문제제기의 유형

문제제기에서 구조화의 정도에 따라서 문제제기에 대한 학생 등의 반응은 다양하게 나타날 수 있다. Stoyanova와 Ellerton(1996)은 과제의 구조화 정도에 따른 문제제기 상황을 기준으로 한 세 가지의 문제제기 유형을 제시하였다. 그들의 주장에 따르면, 우선 자유 문제제기 상황(Free Problem Posing Situations)에서는 학생들이 고안된 상황이나 자연스러운 상황과 같은 어떤 주어진 상황에서 문제를 만들도록 요구되며, 특정 활동을 촉진시키기 위해 지시를 할 수 있다. 이들은 학생들에게 수학 경시대회를 위한 문제를 만들도록 요구하거나, 학생들이 좋아하는 문제 만들기, 어려운 문제 만들기, 교사가 풀어야 할 문제 만들기 등의 활동을 실시하였다.

두 번째, 반구조화 문제제기 상황(Semi-Structured Problem Posing Situations)은 미완성인 구조를 포함하는 상황으로, 학생들은 그 상황의 구조에 대한 탐색을 해야 하며 이전의 수

학적 경험으로부터 온 지식과 기능, 개념과 관계를 적용함으로써 상황을 완성시키도록 요구받는다. 따라서 미완성 문제가 주어지기도 하고, 주어진 정보에서 어떠한 문제를 만들 수 있는지 설명하도록 요구되기도 한다. 또한 해결방법이 주어진 상황 혹은 문제 진술의 일부만을 제시한 상황에서 문제 만들기 역시 반구조화 문제제기 상황이라고 할 수 있다.

마지막으로, 구조화 문제제기 상황(Structured Problem Posing Situations)은 특정 문제를 바탕으로 한다. 이는 학생들로 하여금 특정 문제와 풀이방법의 구조를 이해하도록 돕는 것을 목표로 하며, 문제의 진술과 풀이방법 간의 상호관계에 대해 탐색하게 된다. 문제에서 질문이 생략되고, 학생들은 이 문제와 관련하여 질문을 생성하도록 요구받는다. 또 다른 형태로는, 구조를 추가하여 문제를 만들기, 과잉 정보를 찾거나 문제의 구조를 개선하는 문제 만들기 등이 있다.

2. 수학 문제제기 능력의 측정

수학 문제제기는 과제 자체의 열린 속성으로 인해 학생들이 제기한 반응에 다양한 가변성이 존재하기 마련이다. 이러한 점이 교육적인 관점에서는 바람직함에도 불구하고 평가의 관점에서는 어려움이 될 수 있다(Silver & Cai, 2005). 따라서 기존 연구에서 학생들의 수학 문제제기 능력을 어떻게 분석하고 측정하였는지 살펴볼 필요가 있다.

Yuan과 Sriraman(2010)은 미국과 중국의 고등학교 수학 우수반 학생들을 대상으로 한 수학 문제제기 평가에서 유창성, 융통성, 독창성을 분석기준으로 삼았다. 수학 문제제기의 평가는 자유 문제제기 상황, 반구조화 문제제기 상황, 구조화 문제제기 상황을 활용한 3개의 과제로 제시하였다. 먼저 수학적이지 않거나 제시된 과제에 동떨어진 반응, 조건이 불충분하여 풀이가 불가능한 문제는 제외하였다. 이러한 과정을 거치고 남은 반응들에 대하여 유창성, 융통성, 독창성의 측면에서 점수를 부여하였다. 이 때 융통성은 학생들이 제기한 문제가 어떠한 내용영역에 속해있는지를 판단함으로써 측정하였는데, 연산, 대수, 기하, 자료 분석, 확률 등으로, 각 과제마다 드러나는 내용영역을 분석하여 그 빈도를 그래프로 나타내었다. 한편, 독창성은 미국 학생 그룹과 중국 학생 그룹별로 따로 측정하였는데, 어떤 문제가 각 그룹에서 10% 이내로 생성되었으면 그 문제는 독창적이라고 분석하였다.

Silver와 Cai(2005)는 수학 문제제기의 평가를 위하여 유창성, 독창성, 복잡성의 3가지 분석기준을 제시하였다. Yuan과 Sriraman(2010)과 구분되는 기준인 복잡성은 서로 다른 관점에서 평가될 수 있는데 그 중 하나는 언어적 복잡성이고 다른 하나는 수학적 복잡성이다. 아래는 학생이 제기한 문제의 복잡성 평가를 위한 과제이다.

> · 아래의 정보를 이용하여 3개의 다른 문제를 만드시오.
> 제롬, 엘리엇, 알투로는 여행에서 집으로 돌아가고 있습니다. 알투로는 엘리엇보다 80마일을 더 운전했습니다. 엘리엇은 제롬의 2배만큼 운전했습니다. 제롬은 50마일을 운전했습니다.

언어적 복잡성은 언어의 구조에 초점을 맞추어 복잡성을 평가하는 것으로, 과제 제시(assignment propositions), 관계적 제시(relational propositions), 조건적 제시(conditional propositions)로 구분한다. 과제 제시는“제롬, 엘리엇, 알투로는 여행에서 집으로 돌아가고 있습니다.”,“제롬은 50마일을 운전했습니다.”,“세 사람이 운전한 거리는 모두 몇 마일입니까?”와 같은 진술이다. 관계적 제시는“엘리엇은 제롬의 2배만큼 운전했습니다.”,

“알투로는 제롬보다 몇 마일을 더 운전했습니까?”와 같은 것이고, 조건적 제시는“알투로가 엘리엇보다 80마일 더 운전했다면, 알투로는 몇 마일을 운전했습니까?”와 같은 진술이다.

수학적 복잡성은 생성된 문제 내에 얼마나 많은 의미적 구조 관계가 있는지 평가함으로써 판단할 수 있다. 이를 위해 Marshall(1995; Reed, 1999에서 재인용)이 연산 문제를 분류하기 위해 개발한 기본적인 의미적 구조 관계인 변화(change), 모음(group), 비교(compare), 재진술(restate), 다양화(vary)를 활용한다. <표 1>은 다섯 가지 의미적 구조 관계의 상황에 따른 문제 예시이다.

<표 1> 의미적 구조 관계에 따른 문제 예시 (Reed, 1999, 67쪽)

의미적 구조	문제 예시
변화	· 스텐은 우표 35개를 가지고 있습니다. 삼촌이 스텐에게 생일선물로 8개의 우표를 더 주었습니다. 스텐이 가지고 있는 우표는 몇 개입니까?
모음	· 3학년 교실에 18명의 남학생과 17명의 여학생이 있습니다. 교실에는 모두 몇 명의 학생이 있습니까?
비교	· 빌은 15분 동안 1마일을 걷습니다. 동생 톰은 같은 거리를 18분 동안 걷습니다. 누가 더 빠른가요?
재진술	· 펫샵 안에 강아지보다 고양이가 2배 더 많습니다. 고양이는 8마리 있습니다. 강아지는 몇 마리가 있을까요?
다양화	· 메리가 껌 한 통을 샀는데 그 안에는 5개의 껌이 들어있었습니다. 껌 2통을 샀다면 껌은 모두 몇 개일까요?

<표 1>에서 재진술과 다양화의 문제 예시는 모두 연산 상으로는‘×2’를 해야 한다는 공통점이 있지만, 의미적으로는 다르게 해석되어야 한다. 재진술에서는 강아지와 고양이 둘 만의 관계, 즉 특정 상황에만 적용되는 것이고, 다양화에서는 껌 통과 껌 개수는 함수적으로 정의되고 있기 때문에 의미적 구조 관계에 의하여 서로 구분된다. 재진술은 둘 이상의 대상이‘두 배 더 큰, 절반의, 다섯 개 더 많은’과 같은 관계적 진술(위의 문제에서는 고양이가 2배 더 많은)로 기술되는데, 해당 문제의 특정 상황에서만 적용되고 일반화할 수는 없다. 다양화는 둘의 관계가 일반화될 수 있는 상황으로, 때때로 가설적인 상황을 가정하는데 위의 문제에서는 하나의 양(한 통에 든 껌의 개수)이 특정 함수를 통해 어떻게 다른 양(총 껌의 개수)으로 변화하는지 설명하고 있다. 수학적 복잡성을 판단하기 위해서는 이상에서 언급한 다섯 가지 의미적 구조 관계를 바탕으로 관계의 수가 얼마인지 세어보아야 한다.

주어진 정보로부터 바로 답을 도출할 수 있는 경우에는 0-관계인 문제이며, 관계의 수가 커질수록 연산이 많아지고 수학적 복잡성이 높은 것으로 판단할 수 있다. <표 2>는 3쪽의 복잡성 평가 과제에 대하여 각 의미적 관계의 수 별로 대응되는 문제의 예시를 작성한 것이다.

본 연구에서는 Stoyanova와 Ellerton(1996)의 과제의 구조화 정도에 따른 문제제기 상황을 제시하여 초등 영재학생과 일반학생의 문제제기를 살펴보고자 한다. 학생들의 문제제기를 분석하기 위하여 이상의 수학 문제제기 능력 측정기준을 활용할 예정이며, 측정을 위한 분석틀로 Silver와 Cai(2005)가 제안한 유창성, 독창성, 복잡성에 Yuan과

Sriraman(2010)의 융통성을 추가하여 기본 분석틀로 구성하고자 한다. 융통성을 추가한 까닭은 비구조화 및 구조화 문제제기에서 특정 집단의 학생들이 더 자주 활용하는 내용영역이 있는지 확인하기 위함이다.

<표 2> 의미적 관계의 수와 문제 예시 (Silver & Cai, 2005, 134쪽)

관계의 수	문제 예시
0	· 알투로는 엘리엇보다 80마일을 더 운전했습니까? (없음)
1	· 엘리엇은 몇 마일을 운전했습니까? (재진술)
2	· 엘리엇은 제롬보다 몇 마일을 더 운전했습니까? (비교/재진술)
3	· 3명이 운전한 거리는 총 몇 마일입니까? (모음/재진술/재진술)
4	· 60마일마다 가스를 충전한다면 가스는 총 몇 번을 충전했을까요? (다양화/모음/재진술/재진술)

또한, 구조화 문제제기 과제는 특성 상 특정 내용영역에 속해있을 수밖에 없는데, 이미 주어진 내용영역이 학생들의 문제제기에 영향을 미칠 것으로 생각되며 이것이 학생들의 문제제기에 어떻게 작용하는지 확인하고자 한다.

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구 대상

본 연구에서는 초등영재 세 집단과 일반학생 두 집단을 연구대상으로 선정하였다. 초등영재는 S대학교 부설 과학영재교육원 융합반 2개 학급 36명, G교육청 부설 D초등학교 영재학급 수과융합반 1개 학급 11명으로 5, 6학년 총 47명, 일반학생은 G교육청 소재 S초등학교 5학년 1개 학급 22명과 6학년 1개 학급 24명 총 47명이다.

2. 검사 도구

검사 도구는 Stoyanova와 Ellerton(1996)이 제안한 문제제기 상황을 수정하여 사용하였으며, 두 개의 과제로 구성되어 있다. 과제 1은 L놀이동산의 안내책자를 보고 자유롭게 문제를 만드는 비구조화 문제제기 과제이며, 과제 2는 기 제시된 문제의 조건을 변경하거나 새로운 조건을 추가하여 문제를 만드는 구조화 문제제기 과제이다. 학생들의 과제 부담을 덜기 위하여 검사 과제는 문제제기 상황 중 구조적인 차이가 가장 크게 드러나는 자유 문제제기와 구조화 문제제기, 두 가지 과제 상황을 <표 3>과 같이 제시하였다.

<표 3> 수학 문제제기능력 검사 과제

과제 1	1반 친구들 20명은 L놀이동산으로 현장체험학습을 갔습니다. 안내책자를 보고 문제를 만들어 보세요. 여기에 나와 있지 않은 가격 등의 모든 수치는 여러분이 직접 정하되, 문제에 그 수치를 써 주세요.
과제 2	아래에 나온 조건을 바꾸거나, 조건을 더 추가해서 문제를 만들어 보세요. 이번 체육시간에는 콩주머니를 던져 바구니에 넣는 게임을 합니다. 게임은 출석번호 순서대로 합니다. 1번 친구는 콩주머니 한 개를 던지고, 2번 친구부터는 앞 번호 친구보다 2개씩 더 던집니다. 마지막 번호 친구가 던진 후에는 다시 1번부터 던집니다.

과제 2는 Stoyanova와 Ellerton(1996)에서 구조화 문제제기 상황으로 제시된 문제 상황을 우리나라 교실 수업과 친숙한 내용으로 바꾸어 구성하였다. 이 문제에 해당하는 우리나라 초등수학교육과정 상 내용영역은‘규칙성’이며 학생들에게는 주어진 상황과 연관 지어 조건을 바꾸거나 추가하여 문제를 만들도록 안내되었다. 이 과제의 특징은 완전한 문제의 형태를 띠지 않는 특정‘상황’이라는 점인데, 이 상황을 문제로 만들기 위해 추가로 필요한 조건은 세 가지이다. 첫째, 마지막 출석번호가 몇 번인지, 둘째, 마지막 번호가 던지고 다시 1번으로 돌아가는 횟수가 몇 차례인지, 셋째, 구하는 것이 무엇인지 명확히 드러나야 한다는 것이다. 구조화 문제제기 과제는 이러한 점을 종합적으로 고려하여 문제를 제기해야 한다는 특징이 있다.

3. 분석틀

수학 문제제기 능력을 측정하기 위한 분석틀로 Silver와 Cai(2005)가 제안한 유창성, 독창성, 복잡성에 Yuan과 Sriraman(2010)의 융통성을 추가하여 기본 분석틀로 구성하였다. 여기에 수학적 복잡성을 보완하기 위한 기준으로 풀이의 단계적 깊이를 추가하였는데 각 기준에 대한 자세한 설명은 다음과 같다.

가. 유창성

유창성은 정반응의 개수를 셈으로써 측정할 수 있다. Silver와 Cai(2005)는 유창성의 분석을 위해 두 개의 단계적 하위 요인을 언급하였는데, 첫 번째는 수학적 문제의 여부, 두 번째는 풀이 가능성의 여부이다. 학생들이 제기한 모든 문제는 먼저 수학적인 문제(Mathematical Questions; 이하 MQ)가 맞는지, 단순 진술(Statements; 이하 St)인지 혹은 비수학적 문제(Nonmathematical Questions; 이하 NM)인지 확인하는 과정이 필요하다고 하였다. 수학적인 문제는 다시 풀이 가능(Solvable; 이하 S)한지 불가능(Nonsolvable; 이하 NS)한지 분류되고 여기에서 풀이 가능한 문제만 이후의 분석을 하도록 제안하였다. 한편, 비구조화 문제제기는 자유 문제제기 상황에서 어떠한 문제를 만들어도 상관이 없지만, 구조화 문제제기는 기 제시된 문제의 조건이나 상황에서 지나치게 동떨어진 문제를 만든 경우(Irrelevant to Conditions; 이하 IC), 이후의 분석에서 제외하였다.

나. 융통성

융통성은 Yuan과 Sriraman(2010)과 같이 교육과정 상의 내용영역을 하위 요인으로 분석

하여, 수와 연산, 도형, 측정, 규칙성, 자료와 가능성의 5가지로 분석한다. 다만 수학 문제의 특성 상 수와 연산은 거의 모든 문제에 해당하기 때문에 수와 연산 외의 다른 영역에 해당하는 경우는 그 해당 영역에만 표시하였다. 한편, 학생들이 제기한 문제 중 여러 내용 영역에 걸쳐있는 문제가 있는데, 이 경우에는 수와 연산을 제외한 해당되는 모든 영역에 표시하였다.

다. 독창성

독창성은 평가할 문제를 전형적인 문제들과 비교하여 이례적인 문제인지 아닌지 확인함으로써 평가할 수 있다. 비구조화 문제제기와 구조화 문제제기에서 각각 분석하였으며 전체 풀이 가능한 문제의 10%미만일 경우 독창적이라고 보았다.

라. 복잡성

문제의 복잡성은 Ⅱ장 2절에서 다룬 것과 같이 Silver와 Cai(2005)에 따라 언어적 복잡성과 수학적 복잡성으로 나누어 분석하였으며, 수학적 복잡성을 보완하기 위한 분석기준으로 풀이의 단계적 깊이를 추가하였다. 먼저 Silver와 Cai(2005)는 언어적 복잡성을 언어적 구조에 초점을 맞추어 진술방법에 따라 과제 제시(assignment propositions; 이하 A), 관계적 제시(relational propositions; 이하 R), 조건적 제시(conditional propositions; 이하 C)의 3가지 유형으로 분석하였으며 한 문제의 언어적 복잡성 합계는 해당 문제의 문장 개수와 일치한다. 즉 언어적 복잡성이 A(2), C(1)인 문제는 과제 제시형 문장이 2문장, 조건적 제시형 문장이 1문장으로 총 3문장으로 이루어진 문제를 의미한다.

다음으로, 수학적 복잡성을 측정하기 위해 Silver와 Cai(2005)는 Marshall(1995)의 변화(change; 이하 Ch), 모음(group; 이하 G), 비교(compare; 이하 Co), 재진술(restate; 이하 Re), 다양화(vary; 이하 V)를 활용하였다. 본 연구에서는 용어의 직관성을 위해 다섯 가지 의미적 구조 관계의 합을 뜻하는'의미적 관계의 수'를 '수학적 복잡성 합계'로 칭하였으며 수학적 복잡성과 관련하여 본 연구에서 얻은 데이터를 분석한 예시는 <표 4>와 같다. V(2), Co(1)은 해당 문제의 풀이를 위해 다양화 연산 2번, 비교 연산 1번이 필요하다는 의미이고, 수학적 복잡성 합계는 문제를 풀기 위해 필요한 총 연산 횟수를 뜻한다.

<표 4> 수학적 복잡성 분석 예시

관계의 수	문제 예시	분석
0	·콩주머니를 2개씩 던지면 맨 마지막 사람이 던지는 콩주머니는 몇 개입니까?	None
1	·1반 친구들 20명이 매표소에서 표를 사는데 한 사람당 18,000원이 필요하다고 합니다. 1반 친구들이 산 전체 표 금액은 얼마입니까?	V(1)
2	·5명이 다쳐서 병원에 갔고 6명이 집에 갔습니다. 남은 9명이 25,000원짜리 음식 2개를 사서 나눠 먹으려고 합니다. 1인당 내야하는 돈을 얼마입니까?	V(2)
3	·자유이용권 요금은 3만원이지만 30명 이상의 단체는 1인당 20000원이라고 합니다. 30명 어치 요금과 20명 어치 요금 중 어느 것이 이득일까요?	V(2) Co(1)
4	·20명을 절반으로 나누어 A, B팀을 만들었습니다. A팀은 모두 어린이범퍼카를 타러 갔습니다. B팀의 2/5는 신밧드의 모험으로, 나머지는 식당에 갔습니다. 식당으로 간 사람은 모두 몇 명입니까?	Re(3) Ch(1)

Marshall의 의미적 구조 관계를 활용하여 수학적 복잡성을 분석하는 것은 문제의 복잡성을 분석하고 난이도를 판단하는 데 훌륭한 기준임에는 틀림이 없으나, 본 연구에서 얻은 데이터 중에서는 이 기준만으로 복잡성 분석이 불가능하거나 분석을 하더라도 그 의미가 떨어지는 경우가 있었다. 이러한 문제점의 해결을 위해 수학적 복잡성을 보완할 수 있는 분석기준인'풀이의 단계적 깊이'를 설정하였다. 본 연구에서는 풀이의 단계적 깊이를 '문제를 풀 때 종속적으로 연결된 풀이 단계의 최대 수'로 정의한다. 풀이의 단계적 깊이가 필요한 이유는 첫 번째, Marshall의 분류는 연산 문제를 분석하기 위한 것으로, 문제 풀이에 연산이 필요 없거나 혹은 연산이 결정적인 역할을 하지 않는 문제에서는 복잡성을 판단하기 어렵다는 점이다. 다음은 이러한 문제의 예시이다.

· 언더랜드 입구가 중심이라 하면, 뽀로로 파크, 환상의 숲, 카페 다쥬르는 언더랜드 입구부터 각각 거리가 같다고 합니다. 뽀로로 파크, 언더랜드 입구, 카페 다쥬르가 직선 위에 있을 때, ∠(뽀로로파크)(환상의숲)(카페다쥬르)를 구해보세요.

이 문제는 풀이에 연산이 필요 없는 문제로, 수학적 복잡성으로는 분석이 불가능하다. 풀이의 단계적 깊이가 필요한 이유 두 번째는, 수학적 복잡성만으로 분석할 경우 분석된 복잡성 수치와 실제 문제 풀이 시 느끼는 난이도에 차이가 생기는 경우가 있다는 점이다. 일반적으로 수학적 복잡성이 높은 문제는 어려운 문제이며 이러한 문제를 만들기 위해서는 더 높은 사고력이 필요하지만 <표 5>의 문제와 같이 그렇지 않은 경우가 존재한다.

<표 5> 수학적 복잡성 분석 예시

구분	문제	수학적 복잡성
1	롯데월드 1F의 둘레거리가 x라고 한다. 20명 중 1명이 분속 80m로 걷다가 반(여기서는 0.7시간의 절반을 의미)을 가다 돌아서 다시 분속 6m로 걸어 왔다. 총 걸린 시간은 0.7시간이라 한다. 걸은 거리를 구하라.	V(4) G(1)
2	20명 중 1명은 유레카, 8명은 플라이 벤처, 3명은 어린이 범퍼카, 3명은 신밧드의 모험, 5명은 회전목마를 타러 갔습니다. 1반 친구들은 총 얼마를 내야 합니까?	V(5) G(1)

1번 문제는 수학적 복잡성 합계가 5이고 2번 문제는 6이지만 실제 문제를 풀 때에는 1번 문제가 훨씬 더 어렵게 느껴지는데, 수학적 복잡성만으로는 이를 설명할 수가 없다. 이처럼 수학적 복잡성과 실제 난이도에 괴리가 발생하는 경우와 연산 문제가 아닌 경우를 처리하기 위해 본 연구에서는 분석기준에 풀이의 단계적 깊이를 추가하였는데, Bonotto와 Dal Santo(2015) 역시 더 높은 문제제기 능력을 판단하는 기준 중 하나로'더 많은 다중단계 문제를 만들었는가'를 들었다. 다중단계를 분석하는 방법을 구체적으로 제시하지는 않았으나,'단계적'이라는 의미는 어느 한 단계의 풀이가 완료되지 않으면 다음 단계로 나아갈 수 없는 종속적인 관계를 표현한다. 따라서 본 연구에서는 문제를 풀 때 종속된 풀이 단계의 최대 수를 분석하여 풀이의 단계적 깊이로 나타내었다.

풀이의 단계적 깊이를 이용하면 위에서 예시로 들었던 문제들의 실제적 분석이 가능하

며 의미 있는 값을 얻을 수 있는데, 먼저 <표 6>은 위에서 제시된 비연산 문제의 풀이의 단계적 깊이를 통한 분석이다.

<표 6> 수학적 복잡성 분석 예시

풀이단계	단계별 사고 과정
1	뽀로로 파크(이하 뽀), 환상의 숲(이하 환), 카페 다쥬르(이하 카)는 언더랜드(이하 언) 입구부터 각각 거리가 같음. ∴ (언)은 원의 중심. (뽀), (환), (카)는 원주 위의 세 점.
2	(뽀)−(언)−(카)가 직선 상에 있음. ∴ (뽀)−(카)가 원의 지름임.
3	(환)은 원주 위의 다른 점임. ∴ ∠(뽀)(환)(카)=90°임.

연산이 없는 문제는 기존의 수학적 복잡성으로 분석할 수 없었으나, 풀이의 단계적 깊이를 이용하면 답을 구해나가는 사고 과정의 단계 수를 세어 위와 같이 분석할 수 있다. 그리고 <표 5>의 두 문제는 수학적 복잡성과 실제 체감 난이도에 괴리가 생긴다는 문제점이 있었는데, 풀이의 단계적 깊이를 보조지표로 이용하여 분석하면 아래의 <표 7>과 같이 처리되어 실제 풀이 난이도와 분석결과가 일치하는 것을 확인할 수 있다.

<표 7> 풀이의 단계적 깊이를 활용한 <표 5>의 문제 분석

풀이 단계	단계별 풀이 및 수학적 복잡성	
	문제 1	문제 2
1	0.7시간을 분으로 변환(42분) [V]	1명×(유레카 탑승료) [V] 8명×(플라이벤처 탑승료) [V] 3명×(어린이범퍼카 탑승료) [V] 3명×(신밧드의모험 탑승료) [V] 5명×(회전목마 탑승료) [V]
2	42분을 반으로 나눔(21분) [V]	5개 요금의 합 [G]
3	분속 80m로 걸은 거리(80m×21분) [V] 분속 6m로 걸은 거리(6m×21분) [V]	
4	두 거리의 합 [G]	

문제 2가 연산횟수는 더 많지만, 실제 문제를 풀 때에는 문제 1이 더 어렵게 느껴지는데, 그 이유는 다음 단계의 연산이 이전 단계에 종속되어 있기 때문이다. 문제 1은 총 네 단계를 거쳐야 하지만 각 단계에서의 연산횟수가 적으며, 문제 2는 총 두 단계로만 이루어져 있으나 연산횟수가 더 많다. 문제 2는 1단계에서만 다양화 연산이 5번이나 일어나기 때문에 수학적 복잡성 합계 수치는 높아진다. 하지만 같은 단계에 속해 있는 경우 연산이 아무리 많더라도 각각의 연산은 병렬적으로 연결되어 독립성을 지니며 다른 연산에 영향을 미치지 않음을 알 수 있다. 이는 종속되어 있는 연산이 있는 경우 이전에 요구되는 연산을 하지 않으면 다음 과정으로 나아가지 못하는 것과 대비된다. 또한 같은 단계에 속해 있을 경우 연산이 일어나는 원리가 같기 때문에 큰 사고력이 요구되지 않으나, 한 단계에서 다음 단계로 넘어갈 때에는 어떤 수학적 지식과 방법을 사용해야 할지 다시 생각해야 하기 때문에 난도가 높아지는 것으로 보인다. 따라서 풀이의 단계적 깊이(D)를 추가로 활용하는 것이 그 문제를 분석하는 데 더 정확한 자료를 제공할 수 있을 것이다.

Ⅳ. 연구 결과

1. 비구조화 문제제기에서의 집단별 특징

유창성은 영재/일반, 5/6학년, 남/여 어느 집단 구분에서도 유의미한 차이는 존재하지 않았다. 특기할 점은, 영재학생의 경우 풀이 불가능에 해당하는 문제 중 2차 함수 및 그래프와 관련된 문제가 종종 있었는데, 함수와 그래프의 관계 자체를 잘못 설정하거나 문제에서 x축이나 y축이 무엇을 의미하는지 설명이 없는 경우가 대부분이라는 점이었다.

융통성 이하 항목의 분석은 모두 풀이 가능한 331문제(S)만을 대상으로 하였으며, 한 학생이 만든 풀이 가능한 문제 중 한 문제당 포함된 수학 내용영역의 평균 개수를 세어 수치화하였다. 이 방법을 통하여 한 학생이 문제를 제기할 때, 얼마나 다양한 내용영역을 활용하는지 그 사용비중을 확인할 수 있다. 집단 구분에 따라 문제를 만들 때 사용하는 수학 내용영역에 비중 차이가 있는지를 알아보기 위해 융통성에 대한 통계적 유의도 검증을 실시하였으며, 영재는 일반학생보다 수와 연산 영역은 적게, 도형 영역과 자료와 가능성 영역은 많이 활용하였다는 차이가 있었다. 영재학생들의 수와 연산 영역 활용 빈도가 낮다는 것은 그만큼 다른 영역을 많이 활용한다는 뜻으로도 해석할 수 있다.

<표 8> 집단별(영재/일반) 융통성의 통계적 유의도 검증 (비구조화)

융통성	집단	평균	표준편차	사례 수	t	p
수와연산	영재	0.280	0.272	46	−4.548***	0.000
	일반	0.594	0.371	41		
도형	영재	0.035	0.095	46	2.074*	0.041
	일반	0.003	0.020	41		
측정	영재	0.310	0.284	46	1.959	0.053
	일반	0.195	0.263	41		
규칙성	영재	0.176	0.256	46	−0.143	0.887
	일반	0.185	0.315	41		
자료와가능성	영재	0.278	0.328	46	4.349***	0.000
	일반	0.041	0.127	41		

* $p < .05$, *** $p < .001$

그리고 융통성은 한 문제당 사용된 영역의 평균개수를 세었으나, 독창성은 한 학생당 만든 독창적인 문제의 총 개수를 세어 수치화하였다. 이유는 융통성 측면에서는 풀이 가능한 모든 문제는 반드시 1개 이상의 수학 내용영역이 사용되지만, 독창적인 문제는 학생이 제기한 여러 문제 중에서 단 한 개도 없을 수 있기 때문이다. 또한, 10개의 문제를 만든 학생의 문제 중 2개가 독창적인 문제인 경우는 문제 당 독창성이 0.2이지만, 2개의 문제를 만든 학생의 문제 중 1개가 독창적인 문제인 경우는 0.5로 후자가 더 높은 학생이라고 판단될 수 있는데, 독창적인 수학적 아이디어는 평균치보다는 하나하나의 가치를 온전히 평가해야하기 때문이다. 이러한 기준에 따라 학생 당 제기한 독창적 문제의 총 개수를 세어 수치화 하였고, 그 결과 <표 9>와 같이 독창성은 집단을 영재/일반으로 나누었을 때만 통계적으로 유의한 차이가 있었으며, 학년이나 성별에 따른 차이는 없는 것으로 나타났다.

<표 9> 집단 구분에 따른 독창성의 통계적 유의도 검증 (비구조화)

	집단	평균	표준편차	사례 수	t	p
독창성(합)	영재	0.978	0.882	46	4.988***	0.000
	일반	0.195	0.511	41		
	5학년	0.610	0.862	41	−0.350	0.727
	6학년	0.674	0.845	46		
	남	0.708	0.824	48	1.246	0.216
	여	0.487	0.823	39		

*** $p < .001$

언어적 복잡성은 집단을 어떻게 구분하더라도 집단 간 차이가 없었다. 언어적 복잡성 합계뿐만 아니라 특정 집단이 선호하는 언어적 제시 방법(과제 제시, 관계적 제시, 조건적 제시)이 있는 것도 아니었다. Mayer(1987)는 문제에 관계적 혹은 조건적 제시가 포함되어 있는 경우 학생들이 문제풀이를 더 어렵게 느낀다고 하였는데(Silver & Cai, 2005에서 재인용), 영재학생들이 비구조화 문제제기에서 참신하고 어려운 문제를 만들도록 요구 받았을 때 언어적인 복잡성의 총합을 높이거나 관계적 제시 혹은 조건적 제시를 일반학생들보다 더 많이 사용하는 것도 아니었다.

<표 10> 집단별(영재/일반) 언어적 복잡성의 통계적 유의도 검증 (비구조화)

복잡성	집단	평균	표준편차	사례 수	t	p
A	영재	2.236	1.331	46	0.622	0.535
	일반	2.066	1.200	41		
R	영재	0.212	0.317	46	−0.695	0.489
	일반	0.266	0.404	41		
C	영재	0.558	0.386	46	0.615	0.540
	일반	0.505	0.404	41		
L.C.(계)	영재	3.005	1.392	46	0.645	0.521
	일반	2.837	0.977	41		

수학적 복잡성은 <표 11>과 같이 집단을 영재/일반으로 나누었을 때만 모음(G)과 다양화(V)에서 유의한 차이가 나타났다.

수학적 복잡성 합계가 영재가 조금 더 높기는 하지만 통계적으로 유의한 수준이 아니었는데, 이는 통념과 달리 영재가 일반학생에 비하여 수학적으로 더 복잡한 문제를 만드는 것은 아니라는 것을 의미한다. 즉, 비구조화 문제제기에서 영재는 일반학생에 비하여 단순히 연산 횟수가 많은 문제를 제기하는 것은 아니다.

<표 11> 집단별(영재/일반) 수학적 복잡성의 통계적 유의도 검증 (비구조화)

종속변수	집단	평균	표준편차	사례 수	t	p
Ch	영재	0.168	0.334	46	−1.483	0.142
	일반	0.815	2.941	41		
G	영재	0.636	1.055	46	2.238*	0.028
	일반	0.246	0.387	41		
Co	영재	0.326	0.575	46	1.130	0.262
	일반	0.190	0.545	41		
Re	영재	0.184	0.379	46	0.985	0.328
	일반	0.093	0.474	41		
V	영재	1.833	2.569	46	2.793**	0.006
	일반	0.691	0.534	41		
M.C.(계)	영재	3.147	3.345	46	1.576	0.119
	일반	2.035	3.216	41		

* $p < .05$, ** $p < .01$

집단별 풀이의 단계적 깊이에 차이가 드러나는지 살펴본 결과는 <표 12>와 같다. 수학적 복잡성 합계는 영재와 일반학생을 구분하는 지표가 되지 못했으나 풀이의 단계적 깊이는 영재와 일반학생 간에 유의한 차이가 있었다. 즉, 문제를 푸는데 비슷한 횟수의 연산을 거쳐야 한다고 하더라도 일반학생이 만든 문제는 병렬적으로 연결된 연산이 많은 반면, 영재가 만든 문제는 종속적인 연산이 많아 다단계적인 풀이과정을 거쳐 문제를 해결해야 함을 암시한다.

<표 12> 집단 구분에 따른 풀이의 단계적 깊이의 유의도 검증 (비구조화)

	집단	평균	표준편차	사례 수	t	p
풀이의 단계적 깊이	영재	1.845	0.753	46	3.888***	0.000
	일반	1.287	0.555	41		
	5학년	1.567	0.604	41	−0.154	0.878
	6학년	1.591	0.822	46		
	남	1.669	0.767	48	1.258	0.212
	여	1.475	0.650	39		

*** $p < .001$

영재의 문제제기에서 나타나는 또 다른 특징 중 하나는 중학 1년 이상의 상급 교육과정 내용이 활용된 문제의 비율이 높다는 점이다. 많은 영재들이 선행학습을 받기 때문에 당연한 결과일 수도 있으나, 이러한 문제는 오히려 독창성이 부족하고 문제의 정교성이 현저하게 떨어지는 단순한 문제라는 특징이 있었다. 이러한 이유는 해당 개념을 배워서 안다고는 하더라도 다양한 상황에서 활용해보는 기회나 그 개념 자체에 대한 충분하고 깊은 이해가 이루어지지 않았기 때문인 것으로 보인다. 영재학생들이 만든 문제 중 풀이 불가능(NS)한 함수 그래프 문제 중 축을 잘못 설정한 점이나 상황과 어울리지 않는 2차 함수 관련 문제를 제기한 것 역시 함수와 그래프에 대한 이해가 부족하기 때문으로 해석할 수 있다.

2. 구조화 문제제기에서의 집단별 특징

영재와 일반학생 간 유창성은 <표 13>과 같이 대부분의 항목에서 유의한 차이가 있었다.

<표 13> 집단별(영재/일반) 유창성의 통계적 유의도 검증 (구조화)

종속변수	집단	평균	표준편차	사례 수	t	p
St	영재	0.196	0.806	46	−0.147	0.883
	일반	0.217	0.593	46		
NM	영재	0.022	0.147	46	−1.010	0.315
	일반	0.087	0.412	46		
S	영재	3.500	2.052	46	5.670***	0.000
	일반	1.370	1.511	46		
NS	영재	0.957	1.010	46	2.694**	0.008
	일반	0.457	0.751	46		
IC	영재	0.109	0.434	46	−3.420***	0.001
	일반	0.826	1.355	46		
계	영재	4.783	2.190	46	4.252***	0.000
	일반	2.957	1.920	46		

** $p < .01$, *** $p < .001$

풀이 가능한 문제는 영재들이, 조건에서 동떨어진 문제는 일반학생들이 더 많이 만들었다. 그러나 풀이 불가능한 문제 역시 영재들이 더 많이 만들었는데, 이는 영재들은 최대한 과제의 요구사항에 맞는 문제를 만들려고 노력하였지만, 새로운 조건을 추가하거나 변경할수록 생각해야 할 변수가 많아져서 조건이 부족한 풀이불가능 반응이 많아졌기 때문으로 해석된다. 반면, 일반학생은 문제의 조건을 바꿀 때 문제의 핵심적인 수학적 조건을 연관성이 떨어지는 조건으로 바꾸어 문제를 쉽게 변형하려고 하는 모습이 자주 보였다. 그리고 집단을 5/6학년, 남/여로 구분한 경우에는 통계적으로 유의미한 차이가 없었다.

융통성 측면에서 영재는 일반학생보다 수와 연산 영역은 적게, 도형 영역과 자료와 가능성 영역은 많이 활용하였다는 차이가 있었다. 비구조화 문제제기에서와 마찬가지로 영재학생이 일반학생에 비하여 수와 연산 영역의 활용 빈도는 낮고 도형 및 자료와 가능성 영역을 활용하는 빈도가 높았다. 그리고 구조화 문제제기 과제가 규칙성 영역과 관련되어 있었는데, 해당 과제의 조건과 상황에 지나치게 동떨어져 있으면 IC로 처리되어 융통성 분석에서 제외되었기 때문에 영재와 일반학생 모두 규칙성 영역의 문제가 가장 많았다. 그럼에도 불구하고 영재는 일반학생에 비하여 더 다양한 영역의 문제를 제기했다.

<표 14> 집단별(영재/일반) 융통성의 통계적 유의도 검증 (구조화)

융통성	집단	평균	표준편차	사례 수	t	p
수와연산	영재	0.088	0.224	44	-3.160**	0.002
	일반	0.323	0.415	31		
도형	영재	0.017	0.000	44	0.000***	0.000
	일반	0.000	0.000	31		
측정	영재	0.131	0.208	44	1.483	0.142
	일반	0.059	0.204	31		
규칙성	영재	0.723	0.332	44	1.694	0.094
	일반	0.572	0.439	31		
자료와가능성	영재	0.320	0.343	44	2.963**	0.004
	일반	0.102	0.268	31		

** $p < .01$, *** $p < .001$

집단을 학년별로 구분한 경우에는 6학년이 5학년보다 자료와 가능성 영역을 더 활용한 것으로 나타났으며 통계적으로 $p<.05$ 수준에서 유의가 차이가 있었다. 비구조화 문제제기에서는 학년별 융통성에서 통계적인 차이가 없었지만 구조화 문제제기에서는 그 차이가 드러났는데, 이는 본 연구에서 제시한 구조화 문제제기 과제의 특징, 교육과정 상 각 학년에서 배우는 내용과 이 영역을 다뤄본 경험의 차이에서 기인하는 것으로 보인다. 비구조화 과제에서는 조건의 제약이 없어 5, 6학년 모두 자료와 가능성 영역에서 아는 개념을 활용하여 문제를 많이 제기하였지만, 구조화 과제에서는 제한된 상황에서 문제를 만들어 내야하기 때문에 특정 개념을 활용하는 것이 더 까다로웠던 것으로 보인다.

<표 15> 집단별(5/6학년) 융통성의 통계적 유의도 검증 (구조화)

융통성	집단	평균	표준편차	사례 수	t	p
수와연산	5학년	0.176	0.331	34	-0.211	0.834
	6학년	0.193	0.343	41		
도형	5학년	0.017	0.055	34	1.172	0.245
	6학년	0.005	0.031	41		
측정	5학년	0.125	0.248	34	0.892	0.376
	6학년	0.082	0.168	41		
규칙성	5학년	0.673	0.370	34	0.251	0.803
	6학년	0.650	0.401	41		
자료와가능성	5학년	0.148	0.232	34	-2.014*	0.048
	6학년	0.299	0.383	41		

* $p < .05$

독창성은 <표 16>과 같이 집단을 영재/일반으로 나누었을 때만 차이가 있었으며, 학년이나 성별에 따른 차이는 없는 것으로 나타났다.

<표 16> 집단 구분에 따른 독창성의 통계적 유의도 검증 (구조화)

종속변수	집단	평균	표준편차	사례 수	t	p
독창성(합)	영재	1.386	1.185	44	4.383***	0.000
	일반	0.355	0.661	31		
	5학년	0.971	1.218	34	0.074	0.941
	6학년	0.951	1.048	41		
	남	0.955	1.200	44	−0.050	0.960
	여	0.968	1.016	31		

*** p < .001

영재학생과 일반학생 간 언어적 복잡성의 총합에는 차이가 없었으나, 조건적 제시(C)를 사용하는 데에는 <표 17>과 같이 p<.01 수준에서 유의한 차이가 있었다. 이는 문제에 사용된 문장의 개수는 비슷하지만, 구조적인 차이가 있음을 드러낸다. 비구조화 문제제기에서는 과제의 특성 상 문제풀이에 필요한 거의 모든 조건을 직접 만들어야하기 때문에 일반학생들도 입장료나 그 외 필요한 문제의 조건을'입장료는 2,000원일 때,'와 같이 조건적 제시(C)로 진술한 경우가 많았는데, 주어진 조건을 변경하는 구조화 문제제기에서는 조건을 바꾸거나 추가하더라도 기존의 진술 형태를 따르는 경우가 많아 상대적으로 일반학생에게서 조건적 제시(C)가 적어졌다. 반면, 5, 6학년이나 남녀 간에는 제기된 문제의 언어적 복잡성에 차이가 없었다.

<표 17> 집단별(영재/일반) 언어적 복잡성의 통계적 유의도 검증 (구조화)

종속변수	집단	평균	표준편차	사례 수	t	p
A	영재	2.257	1.008	44	−0.360	0.720
	일반	2.352	1.272	31		
R	영재	0.388	0.299	44	−0.801	0.426
	일반	0.457	0.444	31		
C	영재	0.796	0.376	44	3.022**	0.003
	일반	0.498	0.478	31		
L.C.계	영재	3.418	1.014	44	0.443	0.659
	일반	3.306	1.168	31		

** p < .01

다음으로, 영재학생과 일반학생 간 수학적 복잡성에 차이가 드러나는지 살펴보았으며 그 결과는 <표 18>과 같다.

<표 18> 집단별(영재/일반) 수학적 복잡성의 통계적 유의도 검증 (구조화)

종속변수	집단	평균	표준편차	사례 수	t	p
Ch	영재	0.097	0.203	44	−1.142	0.257
	일반	0.193	0.502	31		
G	영재	0.841	0.569	44	3.041**	0.003
	일반	0.429	0.591	31		
Co	영재	0.242	0.342	44	3.317**	0.001
	일반	0.032	0.100	31		
Re	영재	0.825	0.448	44	0.100	0.920
	일반	0.811	0.771	31		
V	영재	1.544	2.345	44	1.449	0.151
	일반	0.913	0.713	31		
M.C.계	영재	3.520	2.503	44	2.325*	0.023
	일반	2.379	1.300	31		

* $p < .05$, ** $p < .01$

비구조화 문제제기에서는 영재학생들이 모음(G)과 다양화(V)를 더 많이 사용하는 것으로 나타났지만 수학적 복잡성 합계는 차이가 없었다. 그러나 구조화 문제제기에서는 자주 활용하는 연산 원리에도 차이가 있을 뿐만 아니라 총 연산횟수도 차이가 나타났는데, 이는 학생 수준에 따라 구조화 문제제기 상황이 문제를 제기하는 데 더 까다로울 수 있음을 보여주는 것이다. 이러한 경향은 집단을 5/6학년으로 나누었을 경우에도 나타났다.

학년별 수학적 복잡성을 분석하여 통계적 유의도를 검증한 결과는 <표 19>와 같다.

<표 19> 집단별(5/6학년) 수학적 복잡성의 통계적 유의도 검증 (구조화)

종속변수	집단	평균	표준편차	사례 수	t	p
Ch	5학년	0.083	0.218	34	−1.189	0.238
	6학년	0.182	0.440	41		
G	5학년	0.518	0.501	34	−2.012*	0.048
	6학년	0.797	0.666	41		
Co	5학년	0.162	0.322	34	0.165	0.869
	6학년	0.150	0.259	41		
Re	5학년	0.831	0.577	34	0.149	0.882
	6학년	0.810	0.622	41		
V	5학년	0.780	0.433	34	−2.176*	0.033
	6학년	1.701	2.434	41		
M.C.계	5학년	2.335	1.003	34	−2.722**	0.008
	6학년	3.640	2.640	41		

* $p < .05$, ** $p < .01$

6학년은 5학년에 비해 모음은 $p<.05$ 수준에서, 다양화는 $p<.05$ 수준에서, 수학적 복잡성 합계는 $p<.01$ 수준에서 유의미하게 더 많이 활용하였다. 이러한 특징은 영재학생과 일반학생 사이에서도 보이는 특징과 유사한 점이 있다. 모음을 많이 사용하고 총 수학적 복잡성이 높은 경향은 집단을 영재학생과 일반학생으로 구분한 경우에도 나타났는데, 이는 학생들의 수준에 따라 자주 활용하는 연산 원리 및 총 연산횟수에 차이가 있음을 암시한다. 영

재학생과 일반학생 간에도 수학적인 능력에 차이가 있듯이, 5학년과 6학년 역시 특정 수학적 지식을 다루어본 경험에 분명한 차이가 있을 것이고 이로 인해 학년별 수준 차이가 비롯되며, 특히 비구조화 문제제기 상황보다 구조화 문제제기 상황에서 그 차이가 더 뚜렷하게 나타날 수 있음을 보여준다.

<표 20> 집단 구분에 따른 풀이의 단계적 깊이의 유의도 검증 (구조화)

	집단	평균	표준편차	사례 수	t	p
풀이의 단계적 깊이	영재	2.511	0.831	44	2.322*	0.023
	일반	2.033	0.941	31		
	5학년	2.096	0.827	34	−1.928	0.058
	6학년	2.493	0.934	41		
	남	2.367	0.987	44	0.619	0.538
	여	2.236	0.778	31		

* $p < .05$

비구조화 문제제기 과제에서는 수학적 복잡성 합계가 영재/일반, 5/6학년, 남/여를 모두 구분하지 못한 반면, 구조화 문제제기 과제에서는 <표 20>과 같이 영재/일반과 5/6학년에서 모두 유의미한 차이를 보여 서로 다른 의미에서 영재와 일반학생을 구분하는 지표로 사용할 수 없었다. 반면 풀이의 단계적 깊이는 비구조화 문제제기 과제뿐만 아니라 구조화 문제제기 과제에서도 영재학생과 일반학생만을 구분하는 지표로 사용될 수 있음을 알 수 있다.

3. 독창성의 특징

비구조화 문제제기에서 수학 문제제기 능력의 측정기준 간에 내적상관을 알아보기 위해 학생 87명의 문제제기 능력 분석기준별 점수 간 Pearson 적률상관계수를 제시하였다.

<표 21> 비구조화 문제제기 능력 측정기준 간 점수 상관(n=87)

	유창성	독창성	언어적 복잡성	수학적 복잡성	풀이의 단계적 깊이
유창성	1				
독창성	.106	1			
언어적 복잡성	−.361**	.182	1		
수학적 복잡성	−.057	.124	.191	1	
풀이의 단계적 깊이	−.132	.590**	.434**	.417**	1

** $p < .01$

융통성은 학생별로 하나의 점수를 산출한 것이 아니라 수와 연산 등 각 내용영역별로 활용된 비중을 분석하여 학생별 5개의 수치로 표현되며 이에 따라 융통성과의 상관관계는 나타내지 않았다.

학생 개개인이 획득한 점수 외에도, 전체 풀이 가능한 문제 331개에 대하여 풀이의 단계적 깊이가 3 이상인 문제와 독창성이 있는 문제 간 상관이 있는지 알아보기 위해 빈도분석을 실시하였다. 풀이의 단계적 깊이가 3 이상인 경우 $p<.001$ 수준에서(카이제곱=77.2976, 자유도=1, p=0.0000) 통계적으로 독창성이 있다고 볼 수 있었으며, 따라서 비구조

화 문제제기에서 독창성이 있는 문제를 가려내기 위한 방법으로 풀이의 단계적 깊이가 3 이상인 문제를 찾는 방식을 제안할 수 있다.

구조화 문제제기에서 수학 문제제기 능력의 측정기준 간에 어떠한 관계가 있는지 알아보기 위해 모든 학생들의 문제제기 능력 분석기준별 점수 간 Pearson 적률상관계수를 제시하였다.

<표 22> 구조화 문제제기 능력 측정기준 간 점수 상관(n=75)

	유창성	독창성	언어적 복잡성	수학적 복잡성	풀이의 단계적 깊이
유창성	1				
독창성	.609**	1			
언어적 복잡성	−.212	.043	1		
수학적 복잡성	.030	.275*	.131	1	
풀이의 단계적 깊이	.046	.460**	.400**	.586**	1

* p < .05, ** p < .01

구조화 문제제기에서는 풀이의 단계적 깊이 외에도 유창성과 수학적 복잡성 모두 정적인 상관관계를 보였다. 이와 같은 결과는 위처럼 개개인의 점수로 볼 때뿐만 아니라 집단별로 구분했을 때에도 비슷한 양상으로 나타났다. 또한 이를 통하여 유창성(풀이가능), 수학적 복잡성(계), 풀이의 단계적 깊이의 평균점수가 높은 학생이 독창적인 학생일 가능성이 높다는 것을 알 수 있다.

한편, 구조화 문제제기에서도 전체 풀이 가능한 문제 224개에 대하여 풀이의 단계적 깊이가 3이상인 문제와 독창성이 있는 문제 간 빈도분석을 실시하였다. 풀이의 단계적 깊이가 3 이상인 경우 p<0.001 수준에서(카이제곱=77.7744, 자유도=1, p=0.0000) 통계적으로 독창성이 있다고 볼 수 있었으며, 따라서 구조화 문제제기에서도 역시 독창성이 있는 문제를 가려내기 위한 방법으로 풀이의 단계적 깊이가 3 이상인 문제를 찾는 방식을 제안할 수 있다.

V. 결론 및 제언

이상의 연구 결과를 기반으로 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

첫째, 비구조화 문제제기에서는 집단 구분을 영재/일반으로 한 경우에만 수학 문제제기 능력에 차이가 존재하였으며, 차이가 존재하는 기준은 융통성, 독창성, 수학적 복잡성, 풀이의 단계적 깊이였다. 융통성 측면에서 영재학생은 수와 연산 영역의 문제를 적게, 도형 및 자료와 가능성 영역의 문제는 많이 제기하는 경향이 있었다. 수학적 복잡성 측면에서 영재학생이 모음과 다양화를 더 많이 사용하기는 하지만 수학적 복잡성의 합계가 높지는 않았는데, 이는 문제풀이에 필요한 총 연산횟수는 비슷하지만 어떤 연산을 활용하는지는 다를 수 있음을 보여준다. 그리고 풀이의 단계적 깊이 역시 영재학생이 더 높았는데, 문제풀이에 필요한 연산횟수는 같더라도 일반학생이 만든 문제는 병렬적으로 연결된 연산이 많은 반면, 영재학생이 만든 문제는 종속적인 연산이 많아 다단계적인 풀이과정을 거쳐 해결해야 하는 문제임을 암시한다. 학년 간, 남녀 간에는 어떠한 차이도 나타나지 않았다.

둘째, 구조화 문제제기에서는 집단을 영재/일반, 5/6학년으로 한 경우에 수학 문제제기 능력에 차이가 존재하였다. 영재학생과 일반학생은 모든 분석기준에서, 5학년과 6학년 학생은 융통성, 수학적 복잡성에서만 차이를 보였다. 유창성 측면에서 영재학생은 풀이 가능한 문제 및 풀이 불가능한 문제를 더 많이 제기하였고, 일반학생은 조건에서 동떨어진 반응이 많이 나온 것으로 나타났다. 융통성 측면에서는 비구조화 문제제기에서와 같이 영재학생이 수와 연산 영역의 문제를 적게, 도형 및 자료와 가능성 영역의 문제는 많이 제기하였고, 6학년 역시 5학년에 비하여 자료와 가능성 영역의 문제를 많이 제기하는 경향이 있었다. 언어적 복잡성 측면에서 영재학생이 조건적 제시를 더 많이 사용한 것으로 드러났으며, 수학적 복잡성 합계는 영재/일반, 5/6학년에서 모두 차이가 나타나 구조화 문제제기가 수학적 복잡성의 수준별, 학년별 차이를 더 뚜렷하게 드러내는 것으로 보인다. 반면 풀이의 단계적 깊이는 영재/일반으로 집단을 구분한 경우에서만 차이가 나타났는데, 비구조화 문제제기에서는 수학적 복잡성 합계에선 차이가 없고 풀이의 단계적 깊이에서만 차이가 있었으나, 구조화 문제제기에서는 수학적 복잡성 합계와 풀이의 단계적 깊이에서 모두 차이가 있었다는 점에서 차별화가 되었다.

과제의 구조화 정도 및 영재/일반 집단 간 특징의 공통점을 간추려 살펴보면, 과제의 구조화 정도에 상관없이 영재학생은 일반학생에 비하여 수와 연산 영역의 문제는 적게, 도형 영역의 문제는 더 많이 제기하였으며, 서로 다른 구조화 상황의 문제제기에서 영재학생과 일반학생을 구분할 수 있는 공통된 지표는 독창성과 풀이의 단계적 깊이 두 가지라는 점이다. 이 같은 결과는 수와 연산 및 도형 영역을 사용하는 빈도, 풀이의 단계적 깊이는 영재학생과 일반학생을 구분 짓는 특징이 될 수 있음을 시사한다.

셋째, 비구조화 문제제기에서 독창성은 풀이의 단계적 깊이와만 관계가 있었고, 구조화 문제제기에서는 유창성, 풀이의 단계적 깊이, 수학적 복잡성 합계 순으로 독창성과의 상관관계가 높은 것으로 나타났다. 한편, 과제의 구조화 정도에 상관없이 풀이의 단계적 깊이가 3 이상인 문제는 독창적인 문제일 가능성이 높았으며, 이는 풀이의 단계적 깊이가 깊을수록 독창적인 문제일 가능성이 높음을 암시한다.

이와 같은 결론을 토대로 수학 영재교육에 대하여 다음과 같이 제언하고자 한다.

첫째, 본 연구를 통해 수학 문제제기 능력은 영재판별변인으로서의 타당성이 어느 정도 입증 되었다고 할 수 있는데, 실제로 이를 이용하여 영재와 일반학생을 판별하기 위해서는 비구조화 문제제기보다는 구조화 문제제기 과제를 활용해야 할 필요가 있다. 그 이유는 영재 판별과 같이 수 십 혹은 수 백 명이 응시하고 짧은 기간 동안에 채점을 하여 결과를 발표해야 할 때에는 평가의 용이성을 위하여 유창성 기준 하나만을 적용하여 평가하는 것이 효율적이기 때문이다. 구조화 문제제기는 독창성과의 상관관계가 가장 높은 기준이 유창성이기도 하였기 때문에 이러한 상황에 더욱 부합하는 판별과제라고 할 수 있으며, 이는 수학 창의성을 측정할 때 유창성만으로 채점을 해도 상당히 양호한 신뢰도와 타당도를 확보할 수 있다는 조석희와 황동주(2007)의 관점을 지지한다.

둘째, 수학 영재교육은 속진보다 심화에 중점을 두어야 할 필요가 있다. 영재교육은 항상 심화와 속진 중 어느 방향이 더 옳은지 혹은 어느 방향에 더 무게를 두어야 하는지에 대한 논의가 있어 왔는데, 비구조화 문제제기에서 영재학생들이 상급 교육과정의 수학적 개념에 대한 이해도가 높지 않다는 이번 연구결과는 속진보다 심화교육이 더 나을 수 있다는 단서를 제공한다. 속진을 한다하더라도 학생들에게 해당 개념을 자주 활용해 볼 수 있도록 활동을 구성해야 하고 실생활과의 연결고리를 제공함으로써 배운 지식을 온전히 자신의 것으로 만들 수 있도록 해야 할 것이다.

셋째, 문제제기 지도에서는 학생들이 독창적인 문제를 많이 만들 수 있도록 풀이의 단계적 깊이가 깊은 다중 단계의 문제를 만들도록 격려하는 것이 필요하다. 특정 상황을 보고 문제를 제기할 때, 다양한 내용영역을 활용하더라도 한 두 단계의 풀이만을 거치는 문제는 대부분의 학생이 생각할 수 있는 범위 내에 있는 것으로 보인다. 그러나 종속되는 조건이나 상황이 많아질수록 문제는 개별화되며 독창적인 문제가 될 가능성이 높기 때문에, 단순히 수학적 복잡성이 높은 문제, 즉 계산이 많은 문제보다는 풀이의 단계적 깊이가 깊은 문제를 만들도록 하는 것이 더 바람직한 문제제기 지도 방향이라 할 수 있다.

참 고 문 헌

박아람, 박영희 (2018). 문제 만들기 활동과 학습자의 정의적 특성에 관한 연구. **한국초등수학교육학회지, 22**(1), 93-114.

정성건, 박만구 (2010). 수학 문제만들기 활동이 문제해결력과 학습 태도에 미치는 효과. **한국초등수학교육학회지, 14**(2), 315-335.

조석희, 황동주 (2007). 중학교 수학 영재 판별을 위한 수학 창의적 문제해결력 검사 개발. **영재교육연구, 17**(1), 1-26.

Bonotto, C., & Dal Santo, L. (2015). On the relationship between problem posing, problem solving, and creativity. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing* (pp. 103-123). New York, NY: Springer.

Brown, S. I., & Walter, M. I. (2005). *The art of problem posing* (3rd ed.). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Marshall, S. P. (1995). *Schemas in Problem Solving*. New York, Cambridge University Press.

Mayer, R. E. (1987). *Educational Psychology: A Cognitive Approach*. Boston: Little Brown & Company.

Reed, S. K. (1999). Multistep problems. In K. R. Stephen (Ed.), *Word problems research and curriculum reform* (pp.62-75). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Sheffield, L. J. (2003). *Extending the challenge in mathematics: Developing mathematical promise in K-8 students* (pp. 3-5). USA: Corwin Press, Inc.

Silver, E. A., & Cai, J. (2005). Assessing students' mathematical problem posing. *Teaching Children Mathematics, 12*(3), 129-135.

Stoyanova, E., & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing. In P. Clarkson (Ed.), *Technology in mathematics education* (pp. 518-525). Melbourne: Mathematics Education Research Group of Australasia.

Yuan, X., & Sriraman, B. (2010). An exploratory study of relationship between students' creativity and mathematical problem-posing abilities. In B. Sriraman & K. Lee (Eds.), *The elements of creativity and giftedness in mathematics* (pp. 5-28). Sense Publishers.

<Abstract>

A Comparative Analysis on the Mathematical Problem Posing according to the Tasks with Different Degrees of Structure by the Gifted and Non-gifted Elementary Students

Lee, Hyeyoung[4]; & Park, Mangoo[5]

The purpose of this study is to identify possibility of a mathematical problem posing ability by presenting problem posing tasks with different degrees of structure according to the study of Stoyanova and Ellerton(1996). Also, the results of this study suggest the direction of gifted elementary mathematics education to increase mathematical creativity.

The research results showed that mathematical problem posing ability is likely to be a factor in identification of gifted students, and suggested directions for problem posing activities in education for mathematically gifted by investigating the characteristics of original problems. Although there are many criteria that distinguish between gifted and ordinary students, it is most desirable to utilize the measurement of fluency through the well-structured problem posing tasks in terms of efficiency, which is consistent with the findings of Jo Seokhee et al. (2007). It is possible to obtain fairly good reliability and validity in the measurement of fluency. On the other hand, the fact that the problem with depth of solving steps of 3 or more is likely to be a unique problem suggests that students should be encouraged to create multi-steps problems when teaching creative problem posing activities for the gifted. This implies that using multi-steps problems is an alternative method to identify gifted elementary students.

Key words: mathematical problem posing, well-structured problem posing, ill-structured problem posing, gifted elementary students

논문접수: 2018. 07. 15
논문심사: 2018. 08. 06
게재확정: 2018. 08. 17

4) thehyeyoung@sen.go.kr
5) mpark29@snue.ac.kr