한국초등수학교육학회지 22(4) 475-486.　　　*Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 22*(4) 475-496.
2018. 11. 30　　　*November 30. 2018.*

소수 곱셈 단원의 교과서 개선 방향 탐색

김수경[1)] · 김진숙[2)] · 권성룡[3)]

소수의 곱셈은 계산방법에 있어 자연수 곱셈과의 유사성 때문에 학생들이 쉽게 이해할 것이라고 기대하지만 학생들은 소수의 곱셈에서 많은 오류를 보인다. 이는 개념적인 이해보다 기능적인 숙달에 치중한 결과라고 할 수 있다. 본 연구는 소수의 곱셈 단원을 효과적으로 구성하기 위한 기초연구로서 제7차 교육과정부터 2015 개정 교육과정까지 소수의 곱셈 단원의 성취기준, 교수학습 및 평가 상의 유의점, 지도내용 및 방법을 분석하였고, 2009 개정 교육과정까지 교육과정별 해당 교과서의 차시 구성 및 교과서별 활동을 분석하였다. 또한 소수의 곱셈과 관련된 개론서 및 논문을 분석하여 소수의 곱셈에 대한 학생들의 이해 실태 및 소수의 곱셈을 지도하기 위한 지도 방안을 살펴보고 공통적으로 제시된 방안을 요목화하였다. 분석 결과, 다음의 세 가지 시사점을 얻을 수 있었다. 첫째, 의미 있는 어림 지도가 필요하다. 둘째, 소수 곱셈의 의미에 적합한 시각적 모델을 제시해 줄 필요가 있다. 셋째, 소수의 곱셈 알고리즘을 형식화하는 과정을 다양화할 필요가 있다.

주제어: 소수, 소수의 곱셈, 수학과 교육과정, 수학교과서

Ⅰ. 서　론

소수는 분수와 달리 십진위치기수법을 따르며 표기법에 있어서는 범자연수와 비슷하기 때문에 분수보다 익숙하다(강홍재 외, 2018). 이와 같은 소수와 자연수의 유사성 때문에 분수보다는 소수의 학습이 상대적으로 용이하다고 알려져 있고, '소수 체계는 정말 간단하기 때문에 이해하기만 한다면 분수 체계를 완벽하게 대체할 것이다.'(Kerslake, 1991, Irwin, 2001에서 재인용)라고 생각한 학자도 있다. 그러나 학생과 일반인 모두에게 소수 체계의 학습은 간단하지 않을 뿐만 아니라 이해하기도 쉽지 않다(Irwin, 2001).

소수의 곱셈 역시 사정은 다르지 않다. 범자연수와 소수가 모두 십진위치기수법을 따른다는 공통점에 착안하여 소수 연산 지도에서 규칙을 강조하는 경우가 많다. 특히 소수 곱셈의 경우 승수와 피승수에 포함된 소수 자리를 더하여 곱의 소수점의 위치를 기계적으로 찾도록 한다(Jones, 2011). 수학교과서를 분석해보면 소수 연산을 잘 하기 위해서는 자연수를 계산하는 것처럼 계산한 후 소수점을 찍는 몇 가지 기계적인 규칙을 적용하기만 하면 되는 것 같은 인상을 받는다(Steinle, 2004). 그러나 소수의 곱셈을 포함하는 소수 연산은 많은 학생들에게 문제를 야기한다(Verschaffel, Greer, & De Corte, 2007). Lortie-Forgues,

---

1) [제1저자] 신탄진초등학교, 교사
2) 대전갑천초등학교, 교사
3) [교신저자] 공주교육대학교, 교수

Tian & Siegler(2015)는 소수 연산이 학생들에게 문제가 되는 것은 범자연수와 다른 표기법, 소수에 대한 양감의 부족, 연산 절차의 모호성, 1보다 작은 소수의 곱셈과 나눗셈의 효과에 대한 오류 등이 원인이라고 보았다. 이처럼 소수와 자연수는 유사점만큼이나 차이점이 많음에도 불구하고 이런 차이점이 학습에서 어떤 영향을 미치는지를 개념적으로 이해하지 못하기 때문에 문제를 발생시킨다.

소수의 곱셈 지도의 문제점을 개선하기 위해서는 문제점에 대한 철저한 분석과 더불어 이를 개선하기 위한 구체적인 노력이 필요하다. 먼저, 교육과정을 개정함으로써 지도의 방향이나 지도내용을 변화시킬 수 있다. 그럼에도 불구하고 교과서의 개선이 중요한 것은 교육 현장에서 교육과정이 개정되었다는 것을 가장 피부로 와 닿게 하는 것은 바로 교과서의 변화이기 때문이다. 교과서는 교과용 도서 중의 하나로 분류되긴 하지만, 교과서의 내용과 구성이 실제 수학 수업에 미치는 영향력은 매우 크다. 대부분의 교사들은 교과서를 바탕으로 수업의 구성에 대한 아이디어를 얻고 소재나 활동에 약간의 변화를 주는 수준에서 수업을 재구성하기 때문에 교사들의 교과서 의존도는 매우 높은 편이다(황현미, 2013). 따라서 교육과정의 핵심적인 강조점들을 교과서에 충분히 반영하여 개발하는 것은 곧 교육과정의 충실한 구현으로 이어진다고 볼 수 있다.

교과서 개발에 있어서 또 한 가지 중요한 점은 교과서에 대한 연구와 내용과 관련된 이론이 교과서 개발과 긴밀하게 연결되어야 한다는 점이다. 기존 교육과정이나 교과서에 대한 비판적인 분석과 다른 나라 교과서의 우수 사례, 또는 체계적이고 전문적으로 이루어진 이론들을 검토하고 이를 바탕으로 하여 교과서를 개발할 때, 이전 교육과정보다 좀 더 개선된 교과서를 개발할 수 있기 때문이다. 그러나 교과서 개발에 있어서 이론과 연구의 반영이 충분히 이루어지지 못했다는 지적은 계속되어 왔다(오영열, 2006).

소수의 곱셈 단원 역시 이전 교과서보다 학생들의 이해를 좀 더 신장시킬 수 있는 방향으로 개선되었지만, 한편으로는 형식적인 어림 과정 제시나 계산 알고리즘의 강조로 소수의 곱셈에 대한 학생들의 이해도가 부족하다는 비판이 제기되었다(문범식, 이대현, 2014). 이에 본 연구에서는 제7차 교육과정부터 현재까지의 수학과 교육과정과 교과서를 분석하여 각 교육과정의 특징과 교과서의 내용 및 구성을 비판적으로 검토하여 시사점을 찾고, 국내외 개론서와 소수의 곱셈과 관련된 연구 결과를 검토하여 학생들의 이해를 도울 수 있는 지도 방안을 모색하고자 한다. 이러한 시사점들을 바탕으로 소수의 곱셈 단원에 대한 집필 방향을 도출함으로써 보다 체계적이고 타당한 소수의 곱셈 단원 집필을 위한 시사점을 모색하고자 한다.

Ⅱ. 연구 방법

1. 분석 대상

본 연구는 보다 개선된 소수의 곱셈 단원 구성을 위해서 제7차 교육과정, 2007 개정 교육과정, 2009 개정 교육과정, 2015 개정 교육과정의 소수의 곱셈 관련 성취기준과 각 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서의 소수의 곱셈 단원의 내용을 분석하였다. 구체적으로 제7차 교육과정에 따른 3-나와 5-나 교과서, 2007 개정 교육과정에 따른 3-2와 5-2 교과서, 2009 개정 교육과정에 따른 3-1과 5-2 교과서를 분석하였다. 또 소수의 곱셈 지도의 올바른 방향을 살펴보기 위해서 선행연구를 살펴보았으며, 소수의 곱셈 지도의 방향에 대

해 다룬 국내외의 개론서의 내용을 분석하였다.

2. 분석 방법

본 연구에서의 분석은 크게 두 가지로 구분된다. 먼저 교육과정과 각 교육과정별 교과서의 '소수의 곱셈'단원을 분석하고 두 번째로 '소수의 곱셈'을 효과적으로 지도하기 위한 선행연구들을 분석한다.

먼저 교육과정 및 각 교육과정별 교과서의 '소수의 곱셈'단원 분석을 위한 분석 기준 및 내용은 <표 1>과 같다.

<표 1> 분석 기준과 분석 내용

분석 대상	분석 기준	분석 내용
교육과정	지도 내용	소수의 곱셈 관련 지도 내용은 무엇인가?
	유의점	소수의 곱셈 관련 지도에서 유의할 점은 무엇인가?
교과서	단원의 지도 내용 및 차시 구성	소수의 곱셈 관련 지도 순서 및 차시 배분은 어떠한가?
	문장제 소재	소수의 곱셈지도를 위해 이용한 문장제의 소재는 무엇인가?
	곱셈의 의미와 시각적 표현	곱셈지도를 위해 이용한 곱셈의 의미는 무엇이며 이를 구체화하기 위한 시각적 표현은 무엇인가?
	알고리즘의 형식화 방법	알고리즘을 형식화하기 위해서 어떤 방법을 활용했는가?

교육과정의 분석을 통해서는 먼저 교육과정별로 소수의 곱셈과 관련된 지도 내용과 학습지도상의 유의점을 비교한다. 이를 통해서 교육과정의 변화에 따라 소수의 곱셈 관련 지도 내용에 변화가 있었는지를 살펴볼 것이며, 지도상의 유의점에 대해서도 비교하여 살펴보고자 한다.

교과서의 분석을 통해서는 먼저 단원의 지도 내용을 살펴볼 것이다. 이를 위해서 어떤 내용이 어떤 순서로 지도되며, 차시 배분은 어떻게 되었는지를 비교하여 살펴보고자 한다. 이를 통해 교육과정별로 지도 내용에 따른 차시배분이나 지도순서에 차이가 있는지를 살펴보고자 한다. 둘째, 소수의 곱셈 지도를 위해 활용한 문장제 소재를 살펴볼 것이다. 소수의 곱셈지도를 위해 문장제를 사용했는지의 여부와 사용했다면 어떤 맥락을 활용했는지를 살펴보고자 한다. 셋째, 곱셈의 의미와 이를 위한 시각적 표현은 어떤 것이 활용되었는지를 살펴본다. 넷째, 알고리즘을 어떻게 형식화했는지를 살펴본다. 이를 통해서 형식화를 위한 방법에 차이가 있는지를 살펴보고자 한다.

소수의 곱셈을 효과적으로 지도하기 위한 방안 모색을 위한 선행연구 고찰은 크게 두 가지로 구성된다. 먼저, 국내외 논문을 통해서 바람직한 소수의 곱셈 지도 방향을 고찰한다. 두 번째로 국내외의 개론서에서 제안하고 있는 바람직한 소수의 곱셈 지도 방향을 고찰한다. 개론서에서 기술하고 있는 지도 방향 역시 기본적으로 선행 연구를 바탕으로 하고 있으므로 두 가지 분석 결과는 비슷한 방향을 제안할 것으로 기대된다.

Ⅲ. 교육과정 및 교과서의 지도 내용 분석

1. 시기별 교육과정의 소수의 곱셈 관련 지도 내용 분석

교과서의 집필 방향은 교육과정이 추구하는 방향과 내용의 변화에 따라서 결정된다. 따라서 수학과 교육과정에서 제시한 변화의 방향과 지도 내용을 면밀히 살펴보는 것이 교과서 집필의 토대라 할 수 있다. 본 절에서는 교육과정의 내용 변화를 통해서 교육과정별로 추구하는 변화의 방향을 살펴보고자 한다.

<표 2>는 7차 교육과정부터 2015 개정 교육과정까지 각 교육과정에서 제시한 소수의 곱셈과 관련된 지도 내용을 교육과정별로 정리한 것이다. 이를 통해 교육과정별 소수의 곱셈 지도 경향성을 파악하고자 한다.

<표 2> 교육과정별 소수의 곱셈과 관련된 지도 내용 및 이전 교육과정과의 차이점

교육과정	내용	이전과의 차이점
7차 교육과정	5-나 $\boxed{1}$ 분수, 소수의 곱셈과 나눗셈 ① 소수와 자연수, 소수끼리의 곱셈을 할 수 있다. <학습 지도상의 유의점> ① 소수의 계산 원리를 이해할 수 있는 수준에서 간단히 다룬다. [심화 과정] ① 분수, 소수의 곱셈과 나눗셈이 관련된 생활 장면의 문제를 만들고 해결할 수 있다.	6차→7차 -학습지도상의 유의점 진술 -[심화과정]진술
2007 개정 교육과정	<5~6학년군> $\boxed{6}$ 소수의 곱셈과 나눗셈 ① 소수와 자연수, 소수끼리의 곱셈을 할 수 있다. <교수·학습 상의 유의점> ③ 소수의 계산은 계산 원리를 이해할 수 있는 수준에서 간단히 다룬다.	7차→2007 -[심화과정] 진술 삭제
2009 개정 교육과정	<5~6학년군> $\boxed{4}$소수의 곱셈과 나눗셈 ① 소수의 곱셈의 계산 원리를 이해한다. ④ 소수의 곱셈과 나눗셈의 계산 결과를 어림할 수 있다. <교수·학습 방법 및 유의사항> ④ 소수의 곱셈과 나눗셈은 계산 원리를 이해할 수 있는 수준에서 간단히 다룬다. ⑤ 소수의 곱셈과 나눗셈에서 복잡한 계산은 계산기를 사용하게 한다. ⑧ 수와 연산 영역의 문제 상황에서 문제 해결 전략 비교하기, 주어진 문제에서 필요 없는 정보나 부족한 정보 찾기, 조건을 바꾸어 새로운 문제 만들기, 문제 해결 과정의 타당성 검토하기 등을 통해 문제 해결 능력을 기르게 한다.	2007→2011 -어림하기 -복잡한 계산의 계산기 사용 -문제해결 능력 기르기 강조

2015 개정 교육 과정	<5~6학년군> 6 소수의 곱셈과 나눗셈 [6수01-13] 소수의 곱셈의 계산 원리를 이해한다. [6수01-16] 소수의 곱셈과 나눗셈의 계산 결과를 어림할 수 있다. <교수·학습 방법 및 유의사항> -소수의 곱셈과 나눗셈은 계산 원리를 이해하는 수준에서 간단히 다루고, 복잡한 계산은 계산기를 사용하게 할 수 있다. -수와 연산 영역의 문제 상황에서 문제 해결 전략 비교하기, 주어진 문제에서 필요 없는 정보나 부족한 정보 찾기, 조건을 바꾸어 새로운 문제 만들기, 문제 해결 과정의 타당성 검토하기 등을 통하여 문제 해결 능력을 기르게 한다.	2011과 동일 -계산 원리를 이해할 수 있는 수준에서 간단히 다룸. -복잡한 계산은 계산기 사용 -문제해결 능력 기르기 강조

교육과정별 소수의 곱셈과 관련된 주요 내용을 비교 분석해 보면 다음과 같다. 첫째, 계산 원리의 이해를 강조하고 있다. 7차 교육과정과 2007 개정 교육과정은 '~의 곱셈을 할 수 있다.'로 성취 기준을 제시하였다. 이에 반해, 2009 개정 교육과정부터는 꾸준히 '~의 계산 원리를 이해한다.'로 진술함으로써 알고리즘을 익혀 기능적으로 소수의 곱셈을 계산하기 이전에 학생들이 소수의 곱셈 계산 원리를 이해할 수 있도록 지도할 것을 강조하고 있다.

둘째, 어림하기를 강조하고 있다. 2009 개정 교육과정부터는 소수의 곱셈 결과를 어림해 볼 것을 성취기준에 명시적으로 제시하고 있다. 어림하기는 수 감각을 키우고 연산능력을 향상시키는데 도움을 줄 수 있다. 특히 계산에 있어서 어림하기는 학생들로 하여금 계산 과정을 점검하여 계산 결과가 타당한지 반성할 수 있는 기회를 제공하기 때문에 National Council of Teachers of Mathematics(2000)에서는 교사가 학생들에게 어림과 어림셈을 할 수 있는 기회를 충분히 제공해야 함을 밝힌 바 있다. 이에 교육과정의 의도가 교과서에 제대로 구현되고 있는지에 대해서 살펴볼 필요가 있다.

셋째, 수학적 문제해결능력의 신장을 강조하고 있다. 7차 교육과정에서 다루던 '심화과정'이 2007 개정 교육과정부터 삭제됨에 따라 소수의 곱셈과 관련된 생활 장면의 문제를 만들고 해결하는 활동이 삭제되었다. 그러나 2009 개정 교육과정부터는 문제 상황에서 문제 해결 전략 비교하기, 주어진 문제에서 필요 없는 정보나 부족한 정보 찾기, 조건을 바꾸어 새로운 문제 만들기, 문제해결과정의 타당성 검토하기 등을 통해 문제해결능력을 기르게 할 것과 교사로 하여금 학생들의 문제해결능력 향상에 힘쓸 것을 제시하고 있다.

이 밖에, 소수의 계산 원리를 이해할 수 있는 수준에서 소수의 곱셈을 간단히 다루되 2009 개정 교육과정부터는 복잡한 계산은 계산기를 사용하도록 권고하고 있다.

2. 교육과정별 교과서의 소수의 곱셈 지도 내용 분석

가. 소수의 곱셈 단원의 차시별 지도 순서

교육과정별 교과서에 제시된 소수의 곱셈 단원에서의 지도 순서를 정리하면 <표 3>과

같다. 이는 교과서의 단원 도입, 문제 해결, 놀이마당 등과 같은 차시는 제외하고 소수의 곱셈 계산 원리를 지도하는 차시만을 대상으로 지도 순서를 정리한 것으로, 7차 교과서는 7차시, 2007 개정 교과서는 8차시, 2009 개정 교과서는 9차시가 이에 해당된다.

<표 3> 교과서에 따른 소수의 곱셈 단원 차시별 지도 순서

교과서	7차 교과서	2007 개정 교과서	2009 개정 교과서
단원명	5-2-1. 소수의 곱셈	5-2-4. 소수의 곱셈	5-2-1. 소수의 곱셈
차시별 지도 순서	<총 7차시> 1. (순소수)×(자연수) 2. (대소수)×(자연수) 3. (자연수)×(소수) -자연수와 순소수의 곱 -자연수와 대소수의 곱 4. 곱의 소수점의 위치(1) 5. 곱의 소수점의 위치(2) 6. (순소수)×(순소수) 7. (대소수)×(대소수) -세 소수의 곱셈 지도	<총 8차시> 1. (순소수)×(자연수) 2. (대소수)×(자연수) 3. (자연수)×(순소수) 4. 곱의 소수점의 위치(1) 5. 곱의 소수점의 위치(2) 6. (순소수)×(순소수) 7. (대소수)×(대소수) 8. 교환법칙, 세 소수의 곱	<총 9차시> 1. 분수를 소수로 나타내기 2. 소수를 분수로 나타내기 3. (순소수)×(자연수) 4. (대소수)×(자연수) 5. (자연수)×(순소수) 6. (자연수)×(대소수) 7. 곱의 소수점의 위치 8. (순소수)×(순소수) 9. (대소수)×(대소수)

7차 교과서와 2007 개정 교과서에서는 3학년 2학기에 분수의 개념을 활용하여 소수의 개념을 도입한 뒤, 5학년 2학기에 '(소수)×(자연수)→(자연수)×(소수)→곱의 소수점 위치→(소수)×(소수)→세 소수의 곱'의 순으로 소수의 곱셈을 지도한다. 지도 요소별로 좀 더 자세히 살펴보면 다음과 같다. 먼저, 두 교과서 모두 (소수)×(자연수)는 두 차시에 걸쳐 순소수와 자연수의 곱을 지도한 뒤 대소수와 자연수를 지도한다. (자연수)×(소수)는 한 차시로 구성하되 7차 교과서에서는 (자연수)×(순소수)와 (자연수)×(대소수)를 차시 내에서 모두 다루고, 2007 개정 교과서에서는 (자연수)×(순소수)만 다룬다. 곱의 소수점 위치는 두 교과서 모두 두 차시로 구성하여 1차시에서는 (소수)×(자연수)와 (자연수)×(소수)에서의 승수와 피승수의 소수점의 위치와 곱의 소수점의 위치와의 관계를 파악하고, 2차시에서 소수에 10, 100, 1000을 곱했을 때와 자연수에 0.1, 0.01, 0.001을 곱했을 때 곱의 소수점 위치를 파악하도록 하였다. (소수)×(소수)는 두 차시로 구성하되 7차 교과서에서는 두 소수의 곱셈 이후 세 소수의 곱셈까지 지도하고, 2007 개정 교과서는 따로 한 차시를 추가하여 소수의 곱셈에서 교환법칙을 지도한 뒤 세 소수의 곱셈을 지도한다.

2009 개정 교과서에서는 3학년 1학기에 분수를 활용한 소수의 개념을 도입한 뒤, 5학년 1학기에서 '분수를 소수로→소수를 분수로→(소수)×(자연수)→(자연수)×(소수)→곱의 소수점 위치→(소수)×(소수)'의 순으로 소수의 곱셈을 지도한다. 이전 교육과정 교과서와 지도 흐름은 비슷하나 분수와 소수의 관계를 파악하는 차시가 2차시 추가된 것이 가장 큰 차이점이다. 이는 2007 개정 교과서에서는 분수와 소수의 관계를 파악하도록 별도의 단원(5-2-1. 분수와 소수)을 구성하여 학습하던 것을 소수의 곱셈 단원에 그대로 포함시킨 것이다. 소수의 곱셈 계산 원리를 이해하기 위한 핵심 아이디어 중 하나가 먼저 학습한 분수의 곱셈을 이용하는 것이므로 소수와 분수의 관계를 파악하는 것이 소수의 곱셈을 위한 필수 선수 지식인 것은 분명하다. 그러나 두 단원을 하나로 통합함에 따라 소수의 곱셈 단

원만의 전체적인 일관성이 약해졌음은 간과할 수 없는 사실이다. 소수의 곱셈을 학습하기 전 소수의 개념을 도입할 때 '소수는 분모가 십의 거듭제곱인 분수'라는 관계를 학습한다. 그러나 소수의 덧셈과 뺄셈은 자연수의 덧셈과 뺄셈의 계산원리가 거의 그대로 적용되기 때문에 이 단계에서 분수와 소수의 관계를 이용할 가능성은 크지 않다. 그렇지만 소수의 곱셈과 나눗셈은 이전에 학습한 분수의 곱셈과 나눗셈을 활용하는 것이 한 가지 방법이기 때문에 분수와 소수의 관계를 학습하는 것이 필요하다. 다만, 소수의 곱셈단원에서 분수와 소수의 관계를 다루는 것은 학생들에게 소수의 곱셈을 분수로 고쳐서 계산해야 한다는 암묵적인 메시지를 줌으로써 학생들의 비형식적인 문제해결방법을 제한할 가능성이 있다. 따라서 이전처럼 별도의 단원으로 구성하거나, 소수의 곱셈 단원에서 다루되 소수 곱셈을 위한 다양한 방법 중 하나로 소수를 분수로 고쳐서 계산하는 것이 논의된 후 분수와 소수의 관계를 곱셈의 원리이해를 위한 과정의 일부로 학습하는 것도 방법이다.

이 외에 2009 개정 교과서는 이전 교과서와 달리 (자연수)×(소수)를 2차시로 구성하여 앞 차시에서는 (자연수)×(순소수), 뒤 차시에서는 (자연수)×(대소수)를 동등한 분량으로 다룬다. 곱의 소수점 위치는 소수에 10, 100, 1000을 곱했을 때와 자연수에 0.1, 0.01, 0.001을 곱했을 때의 규칙을 찾는 한 차시 내용만 다루며, (소수)×(소수)에서 세 소수의 곱셈은 지도하지 않는다.

반면 7차 교과서부터 2009 개정 교과서까지 지도 순서의 공통적인 특징은 곱의 소수점의 위치를 학습한 뒤 (소수)×(소수)를 학습하는 것이다. 이는 곱의 소수점의 위치 차시에서 '소수의 곱셈은 자연수의 곱셈결과를 이용하되 승수와 피승수의 소수점 아래 자릿수의 합만큼 자연수 곱에 소수점의 자리를 맞춰 찍는다.'는 계산 방법을 익히게 됨으로 이후 (소수)×(소수)는 계산 원리의 탐구보다는 계산 방법의 기계적인 숙달에 중점을 두어 지도할 가능성이 크다. 따라서 소수의 곱셈에 대한 이해를 심화하기 위해서 곱의 소수점의 위치를 언제 학습할 것인지 심도 있는 고려가 필요하다.

나. 소수의 곱셈 단원의 지도 방법 분석

교과서별 소수의 곱셈 단원에서 소수의 곱셈 계산 원리를 지도하는 차시만을 대상으로 각 차시별 문장제 소재, 곱셈의 의미와 시각적 표현을 비교하여 지도 방법을 분석하고자 한다.

1) 교과서별 문장제 소재

7차 교과서는 총 7차시 중 두 차시에서만 실생활 소재를 활용하였으나 2007 개정 교과서와 2009 개정 교과서에서는 총 7차시 중 여섯 차시에서 실생활 소재를 활용하여 소수의 곱셈을 제시하고 있다. 교과서별 소수의 곱셈에 활용한 문장제 소재를 살펴보면 <표 4>와 같다.

2007 개정 교과서와 2009 개정 교과서는 부피, 길이(거리), 넓이, 무게 등의 실생활 소재가 비교적 고르게 사용되었다. 2007 개정 교과서와 달리 2009 개정 교과서에서는 (소수)×(자연수)의 두 차시는'부피', (자연수)×(소수)의 두 차시는'길이'를 소재로 활용하는 등 같은 학습 요소를 다루는 차시에서는 비슷한 소재를 활용하였다. 이는 2009 개정 교과서에서 강조된 스토리텔링의 영향으로 단원 전체가 하나의 흐름으로 이어져야하는 스토리 구성상, 2007 개정 교과서처럼 각 차시에 서로 다른 주제를 제시하기가 어려웠을 것으로 보인다.

<표 4> 교과서별 소수의 곱셈에 활용된 문장제의 소재[4]

학습요소	7차 교과서	2007 개정 교과서	2009 개정 교과서
(소수)×(자연수)	부피(우유)	부피(물)	부피(음료)
		길이(이동거리)	부피(물)
(자연수)×(소수)	넓이(꽃밭)	길이(그림자)	길이(이동거리)
			길이(이동거리)
곱의 소수점 위치			
		무게(병), 가격(L당 가격)	
(소수)×(소수)		넓이(도화지)	넓이(상자바닥)
		무게(몸무게), 넓이(유리창)	무게(몸무게)

2) 교과서별 곱셈의 의미와 시각적 표현

각 학습요소별 다룬 소수의 곱셈의 의미와 이 때 활용한 시각적 표현을 살펴보면 <표 5>와 같다. 학생들이 소수의 곱셈을 어려워하는 이유 중 하나가 곱셈을 동수누가의 의미로 도입하는 것 때문이다(Greer, 1992; Izsák, 2005). 7차 교과서는 이런 점을 고려하여 동수누가와 넓이의 의미로 소수의 곱셈이 제시되었고, 2007 개정 교과서와 2009 개정 교과서는 동수누가, 넓이의 의미 외에 배의 의미를 추가하였다. 이는 동수누가로 설명할 수 없는 소수 곱셈의 본질에 대해 충분히 이해할 기회를 제공한 시도라 할 수 있다.

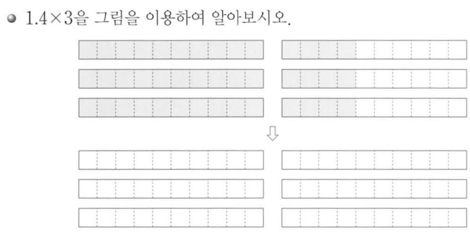
<표 5> 교과서별 곱셈의 의미와 시각적 표현

학습 요소	7차 교과서		2007 개정 교과서		2009 개정 교과서	
	의미	표현	의미	표현	의미	표현
(소수)×(자연수)	동수누가	막대그림, 수직선	동수누가	수직선	동수누가	수직선
		막대그림, 수직선	동수누가	수직선 막대그림	동수누가	막대그림
(자연수)×(소수)	넓이	넓이	배(비교)	수막대	배(비교)	수막대
					배(비교)	–
곱의 소수점 위치						
			배(비교)	–		
(소수)×(소수)	넓이	넓이	넓이	넓이	넓이	모눈종이
			배(비교), 넓이	–	배(비교)	–

각 교과서에서 제시한 곱셈의 의미와 시각적 표현을 학습요소별로 분석해 보면 다음과 같다. 먼저, (소수)×(자연수)는 세 교과서 모두 부피를 구하는 상황을 제시하여 동수누가의 의미로 소수의 곱셈을 도입하였다. 곱셈이 덧셈의 의미를 함축하고 있고, 동수누가로 곱셈의 개념을 도입하는 것이 소수의 곱셈을 처음 접하는 학생들에게 곱셈의 이해를 도울 수 있는 좋은 방법이라 할 수 있다. 이때 막대그림과 수직선 모델을 사용하여 동수누가의 의미를 이해할 수 있도록 하였다. 교과서에 따라 막대그림과 수직선 모델을 사용하는 순

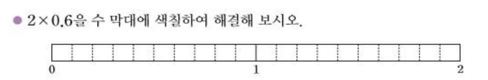
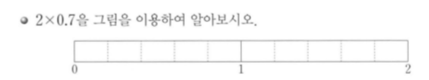
4) 한 학습요소를 2차시에 걸쳐 지도하는 경우, 차시 구분을 위해 점선을 표시하였다. 예를 들어 (소수)×(자연수)는 각 교과서별로 2차시로 구성되어있으므로, 점선을 그어 1차시 내용과 2차시 내용을 구별하였다.

서에서는 조금씩 차이를 보였다. 7차 교과서에서는 막대 그림에 색칠해 보기를 먼저 하고 수직선에 나타내보도록 하였고, 2007 개정 교과서에서는 수직선만 사용하거나 수직선을 먼저 사용한 뒤 막대 그림에 색칠해보도록 하였으며, 2009 개정 교과서에서는 앞 차시인 (순소수)×(자연수)에서는 수직선, 뒤 차시인 (대소수)×(자연수)에서는 [그림 1]에 제시된 것과 같이 막대그림에 색칠해보는 것으로 문제를 해결하도록 하였다. 막대그림은 동수누가를 통해 소수의 곱셈을 이해시키기 위한 것으로 이후 학습을 위해서는 수직선을 활용하는 것이 더 바람직하다고 판단된다. 일반적으로 수직선 모델에서는 무엇을 1로 보아야 할지 분명치 않고, 수직선상의 위치와 그 점까지의 거리를 혼동하며, 수직선에 표시된 칸이 등분되어야 한다는 생각보다는 칸의 개수만 같으면 같은 부분을 나타낸다고 생각하는 오류를 범한다(Heron, 2014). 그럼에도 불구하고 수직선은 다양한 수학적 개념에 대한 학생들의 이해를 도울 수 있는 도구(Gersten et al., 2009)이다. 수학학습에서 수직선을 활용함으로써 학생들은 수의 순서와 크기에 대한 정신적인 표상을 개발할 수 있을 뿐만 아니라 수를 비교하고 자릿값을 이해하며 수학적 연산을 모델링할 수 있다(Diezmann & Lowrie, 2006).



[그림 1] 교과서별 (자연수)×(소수)에 제시한 수막대

(자연수)×(소수)는 교과서별 제시한 곱셈의 의미와 시각적 표현에 차이가 있음을 알 수 있다. 7차 교과서에서는 넓이의 의미로 개념을 도입하고 그에 맞는 넓이모델을 사용하였다. 반면, 2007 개정 교과서와 2009 개정 교과서에서는 배(비교)의 의미로 개념을 도입하고 이해를 돕기 위한 시각적 표현으로 수막대를 사용하였다.

	
2007 개정 교과서 5-나, 61쪽	2009 개정 교과서 5-2, 20쪽

[그림 2] 교과서별 (자연수)×(소수)에 제시한 수막대

이때, [그림 2]와 같이 사용한 수막대의 표현이 서로 다르다. 2007 개정 교과서에서는 ‘1m일 때 그림자가 0.6m라면, 2m일 때 그림자는 몇 m일까?’의 문제 상황을 해결하기 위한 식으로 2×0.6을 이용하고, 1(m)가 2(m)로 2배 늘어났으니, 0.6(m)도 2배 늘어나야 함을 나타내기 위해 수막대 1을 10칸씩 나누어서 제시하였다. 2009 개정 교과서에서는 ‘2km의 0.7배를 걸었을 때의 이동 거리’를 구하기 위한 식으로 2×0.7을 이용하고, 전체 2의 0.7배에 해당하는 크기를 구하기 위해 전체 수막대 2를 10 등분해서 나타내었다. 결과

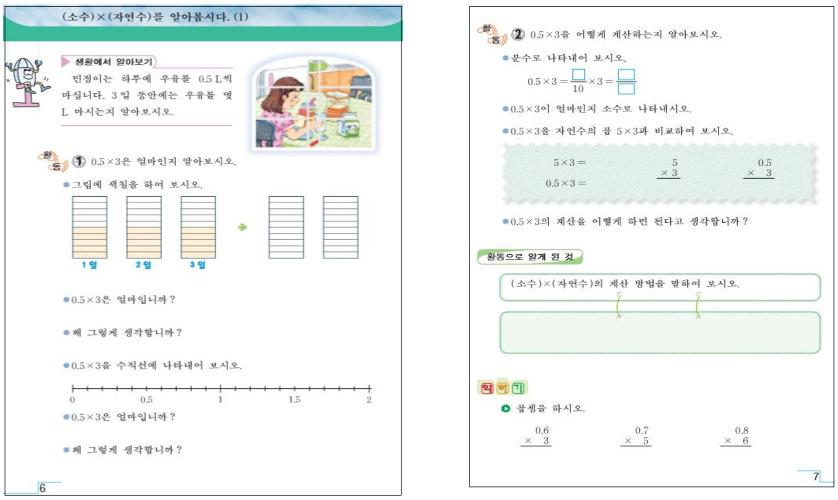
적으로 제시된 수막대는 무엇을 10개로 등분했는지의 차이만 있을 뿐 비슷하지만 서로 다른 의미의 문제 상황이다. 2007 개정 교과서의 경우, 외형상 비례식을 이용한 문제로 해석될 수 있고, 이에 비해 2009 개정 교과서의 문제는 곱셈의 배의 상황으로 해석될 수 있다. 비례식은 교육과정상 소수의 곱셈 이후에 지도되는 개념이다. 따라서 학생들의 이해 수준을 고려했을 때, 2009 개정 교과서처럼 곱셈의 배의 의미로 문제 상황을 제시하는 것이 더 적합하다고 판단된다.

곱의 소수점의 위치는 7차와 2009 개정 교과서에서는 실생활 맥락이나 모델을 전혀 활용하지 않았다. 다만, 2007 개정 교과서에서는 병의 무게, 리터당 휘발유의 가격을 소재로 배(비교)의 의미로 개념을 도입하려 시도하였으나 이에 적합한 모델이 함께 제시되지는 않았다.

(소수)×(소수)는 7차에서 실생활 소재가 활용되지 않았지만 문제를 해결하는 과정에서 넓이 모델을 활용하였다. 2007 개정 교과서와 2009 개정 교과서에서는 앞 차시인 순소수끼리의 곱셈에서 각각 도화지와 상자바닥의 넓이를 구하는 문제를 제시하고 넓이 모델을 활용하여 개념을 도입한 후 뒤 차시인 대소수끼리의 곱셈에서는 배(비교)의 의미로 소수의 곱셈을 제시하였다. 그러나 이에 적합한 시각적 표현은 활용하지 않았다.

정리하면, 7차 교과서는 동수누가와 넓이의 의미로만 소수의 곱셈이 도입되었다. 반면, 2007 개정 교과서부터는 동수누가, 넓이 외에 배(비교)의 의미가 추가적으로 제시됨으로 학생들의 소수 곱셈에 대한 본질적인 이해를 도울 수 있는 맥락을 제공하려고 하였다. 그러나 <표 5>에서 드러나듯이 배(비교)의 의미로 소수 곱셈을 제시하였을 때에는 시각적 표현을 제공하지 않았다. 소수 곱셈을 개념적으로 이해하기 위해서는 배(비교)의 의미를 이해하는 것이 중요한 만큼 학생들이 배(비교)의 의미로서의 소수 곱셈을 이해하는데 도움을 줄 수 있는 적합한 시각적 표현을 제공하는 것이 필요하다.

2) 알고리즘의 형식화 방법

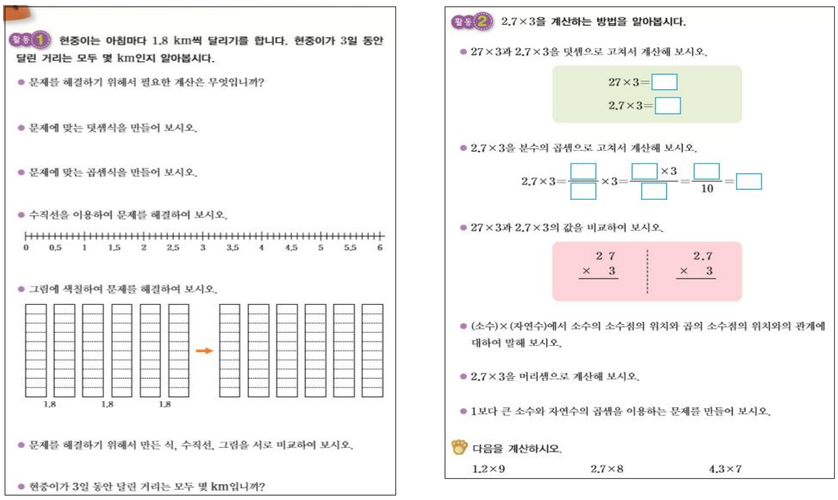


[그림 3] 7차 교과서의 (소수)×(자연수)

(소수)×(자연수)의 교과서 제시 순서와 방법을 통해 각 교과서에서의 알고리즘 형식화 과정을 알아보고자 한다. 7차 교과서는 [그림 3]과 같이,‘생활에서 알아보기’에서 하루에

마시는 우유의 양을 구하는 실생활 소재로 (소수)×(자연수)의 상황을 제시하였다. ‘활동 1’에서 시각적 표현(막대그림, 수직선)을 통해 그 값이 얼마일지, 왜 그렇게 생각하는지를 발문하여 학생들이 스스로 자신의 생각을 말할 수 있도록 기회를 제공한다. ‘활동2’에서는 앞서 제시한 0.5×3의 계산방법을 알아보기 위해 이미 알고 있는 분수의 곱셈을 활용한다. 먼저 소수의 곱셈을 분수의 곱셈으로 바꾸어 계산하여 그 결과를 구한 뒤, 0.5×3을 자연수의 곱 5×3과 비교하여 계산 방법을 말하도록 한다.

2007 개정 교과서는 [그림 4]와 같이, ‘활동1’에서 이동거리를 구하는 상황으로 (소수)×(자연수)를 도입한다. 이 때 7차 교과서와의 차이는 학생들이 스스로 문제에서 필요한 계산식을 세워보도록 하는 것이다. 이는 ‘소수의 곱셈’단원의 다른 차시에도 동일하게 나타나는 특징으로, 문제를 해결하기 위해 왜 소수의 곱셈이 필요한지에 대해 생각해보도록 함으로써 소수 곱셈의 개념적 이해를 도우려는 노력으로 생각된다. 이후 식, 수직선, 그림 등 여러 가지 방법을 비교하여 이동거리를 구한다. ‘활동2’에서 2.7×3의 계산 방법을 알아보기 위해서 소수의 곱셈을 덧셈으로 고쳐 계산하고 분수의 곱셈으로 계산한 뒤 자연수의 곱과 소수의 곱을 비교하여 소수의 곱셈을 형식화하도록 하고 있다. 이때, 7차 교과서와 다르게‘(소수)×(자연수)에서 소수의 소수점의 위치와 곱의 소수점의 위치와의 관계에 대하여 말해보시오.’라고 물으며 계산 방법을 설명하도록 한다. 이는 소수의 곱셈 계산 방법을 형식화하는데 소수점의 위치가 중요함을 드러내고자 했음을 알 수 있다. 또 다른 시기의 교과서와 달리 매 차시 머리셈을 강조한다.

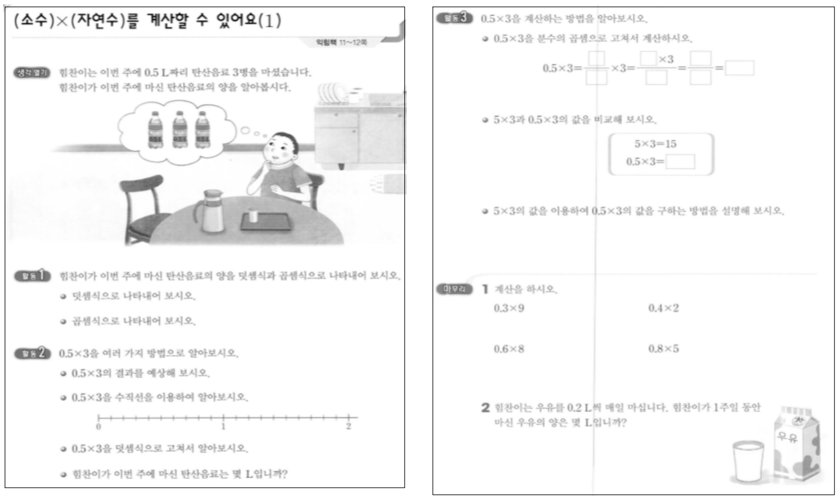


[그림 4] 2007 개정 교과서의 (소수)×(자연수)5)

2009 개정 교과서는 [그림 5]와 같이, ‘생각열기’에서 탄산음료의 양을 구하는 상황을 제시하였다. ‘활동1’에서 이를 구하기 위한 식을 세워보도록 하였으나 다른 차시에서는 학생들로 하여금 식을 세워보는 활동 없이 바로 소수의 곱셈식을 제시하였으므로 2009 개정 교과서의 특징이라 보기는 어렵다. 이후 0.5×3을 수직선, 덧셈식 등 시각적 표현을 포

5) 2007 개정 교과서는 한 학습요소를 2차시에 걸쳐 지도하는 경우, 두 번째 차시에서 알고리즘의 형식화가 이루어짐으로, 7차와 2009 개정 교과서와 다르게 ‘(소수)×(자연수)2’를 분석 대상으로 삼았음을 밝힌다.

함한 여러 가지 방법으로 알아본다. 이 때 7차와 2007 개정 교과서와의 차이점은 '결과 예상하기'이다. 2009 개정 교과서는 매 차시 소수의 곱셈 결과를 알아보기 전에 결과를 예상하도록 하고 있다. 이는 2009 개정 교육과정에 강조하는 바인 '소수의 곱셈의 계산 결과를 어림할 수 있다'를 충실히 이행한 것이라 할 수 있다. 그러나 교과서에서 '~의 결과를 예상해 보시오.'라고 제시할 뿐 어림을 돕기 위한 다른 자료가 함께 제시되지 않아 실제적으로 결과를 어떻게 어림해야 할지에 대해 학생들이 막연하게 생각할 가능성이 크다. 따라서 어림하기가 형식적인 과정으로만 치우칠 가능성이 있다. 다음 활동에서는 0.5×3의 계산 방법을 알아보기 위해 분수의 곱셈으로 고쳐 계산하고 계산 결과를 자연수의 곱과 비교한 뒤 계산 방법을 설명하도록 한다. 이때 '5×3의 값을 이용하여 0.5×3의 값을 구하는 방법을 설명해 보시오'라고 제시한 것으로 보아, 소수의 곱셈 계산 방법이 자연수의 곱셈과 관련이 깊으며 자연수의 곱을 구한 뒤 소수점의 자리에 맞춰 소수점을 찍기만 하면 됨을 알도록 형식화한 것이라 할 수 있다.



[그림 5] 2009 개정 교과서의 (소수)×(자연수)

이상에서 살펴본 바와 같이, 7차 교과서부터 2009 개정 교과서까지 소수의 곱셈 알고리즘을 교과서에 구체적으로 명시하지 않고 학생들로 하여금 계산 방법을 탐구할 기회를 제공하고 있다는 공통점이 있음을 알 수 있다. 또, 세 교과서에서 대체적으로'실생활 맥락 제시→시각적 표현→분수의 곱셈으로 바꿔 계산→계산 결과를 자연수의 곱과 비교→소수의 곱셈을 계산하는 방법 탐구'의 순으로 소수의 곱셈을 지도하고 있다. 이는 결국 세 교과서에서 공통적으로 '소수의 곱셈은 자연수의 곱을 한 뒤, 소수점의 자리를 맞추어 찍으면 된다.'는 것을 소수의 곱셈 알고리즘으로 형식화 하려는 것이다. 학생들의 다양한 사고를 위해서 새로운 방법으로 소수의 곱셈을 형식화할 필요가 있다(진성현, 박만구, 2016). 이 밖에 계산 과정의 형식화에 앞서 2007 개정 교과서에서 제시한'문제 상황을 식으로 세워보기'와 '머리셈'은 소수의 곱셈에 대한 개념적 이해를 도울 수 있고 수 감각을 기를 수 있다. 2009 개정 교과서의 '결과 예상하기'는 학생들이 자신의 계산 과정을 점검하고 계산 결과를 반성할 수 있으므로 계속 강조될 필요가 있다. 특히 앞에서 언급했듯이, 학생들이 결과를 어림하는 것이 형식적인 과정으로 치우치지 않기 위해 어림을 위한 좀 더 구체적인 방법을 제시하려는 노력이 필요하다.

Ⅳ. 선행연구 분석

본 장에서는 소수의 곱셈과 관련된 국내외 개론서와 논문 등의 선행연구를 분석하여 소수의 곱셈 단원 교과서 개발을 위한 시사점을 도출하고자 한다. 국내외 개론서의 경우, 소수의 곱셈에 대한 내용을 대부분 다루고 있으나 지금까지 개발된 교과서에 이미 반영되어 있는 내용을 제시하거나 소수의 곱셈에서 문제시 되고 있는 알고리즘 위주의 계산 형식화를 지도 방법으로 제시한 개론서도 있었다. 알고리즘 위주의 계산 형식화를 강조하는 것을 비롯하여 현재까지 개발된 교과서에서 이미 다루어지고 있는 지도 방법이 아닌 학생들이 소수의 곱셈을 보다 개념적으로 이해하는 데 도움을 줄 수 있는 지도 방법들을 중심으로 내용을 정리하였다.

‘소수’와 관련된 논문은 ‘자연수’나 ‘분수’와 같은 수와 연산의 다른 영역에 비해 그 편수가 많지 않다. 그 중에서도 ‘소수의 곱셈’과 직접적으로 관련된 논문은 매우 적은 편이다. 그러나 몇몇 연구에서 소수의 곱셈에 대한 우리나라 학생들의 이해를 파악할 수 있었고, 우리나라와 일본 교과서 분석을 통해서 우리나라 교과서의 개선 방안을 제안하는 논문도 확인할 수 있었다. 이에 국내외 개론서와 논문을 종합적으로 분석하여, 소수의 곱셈에 대한 학생들의 이해를 점검하고, 학생들의 이해력을 신장시킬 수 있는 방안으로 공통적으로 제시된 방법들을 종합 정리해 보았다.

먼저, 소수의 곱셈에 대한 학생들의 이해도를 확인할 수 있는 연구 중의 하나는 국제학업성취도 평가에서 우리나라 중·고등학생의 성취 변화를 분석한 연구이다(김경희 외, 2008). 세 차례에 걸친 TIMSS 평가에서 소수의 곱셈에 관한 문항 정답률은 다른 문항의 정답률에 비해 상대적으로 낮다는 것을 확인할 수 있었다. 그러나 이 연구에서는 학생들이 소수의 곱셈에 대해서 회차를 거듭할수록 정답률이 하락했다는 사실만 제시할 뿐, 소수의 곱셈 정답률이 하락하는 이유를 분석하지는 않았다. 소수의 곱셈에 대한 정답률이 하락하는 이유는 윤희태(2002), 문범식과 이대현(2014)의 연구에서 부분적으로 확인할 수 있었다. 학생들은 소수의 곱셈문제 해결 시 자연수의 곱셈으로 해결한 뒤 소수점 자리를 올바르게 찾아서 찍는 것에 많은 오류를 보이고 있음을 알 수 있었다. 윤희태(2002)는 (소수)×(자연수)에서 학생들의 소수점 찍기 오류 빈도가 증가하였다고 분석하였으며, 문범식과 이대현(2014)은 소수점 이하의 자리수가 늘어날 때마다 학생들의 소수점 찍기 오류가 더 빈번히 발생하였다고 분석하였다. 해결 과정에서 오류를 보이는 학생들은 대체로 소수의 개념이나 소수 곱셈의 계산 원리에 대해 제대로 이해하지 못한 상태에서 암기한 계산 알고리즘을 적용하는 과정에서 오류를 범하였고, 자신이 계산 결과가 올바른지를 판단하지 못한다는 것을 알 수 있다. 사실 소수의 곱셈은 알고리즘 상으로는 자연수의 곱셈과 매우 유사한 형식을 가지고 있지만 소수와 자연수의 특성 차이로 인해 학생들은 혼란을 겪을 수 있다. Baroody & Coslick(1998)에 의하면, 학생들은 (소수)×(자연수)는 동수누가의 개념으로 비교적 쉽게 문제를 해결하지만, (자연수)×(소수)나 (소수)×(소수)의 경우에는 동수누가로서의 곱셈 개념을 적용할 수 없고, 곱셈의 결과가 피승수보다 작아지기 때문에 이를 이해하는 데 어려움을 겪는다고 설명하고 있다. 특히, 학생들은 1보다 작은 수를 곱해야 하는 문장제 상황에서 곱셈이 올바른 연산 방법이라고 생각하지 못할 때가 많다는 것을 확인할 수 있었다. 1보다 작은 유리수의 곱셈과 나눗셈의 효과에 대한 오류는 Lortie-Forgues et al.(2015)에 의해서도 지적된 바 있다. 이러한 선행 연구들을 종합해 볼 때, 소수의 곱셈 지도

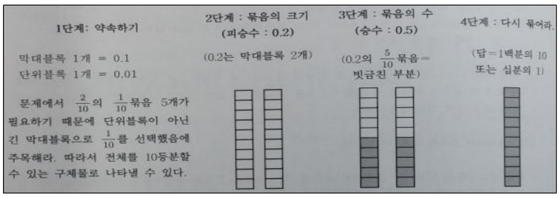
시 알고리듬 위주의 형식화를 강조해서 지도하는 것 보다는, 학생들의 이해를 기반으로 한 다양한 지도 방법을 모색해 볼 필요가 있다.

본 연구에서 살펴본 국내외 개론서에서는 소수의 곱셈 지도 시 어림을 강조해야 함을 공통적으로 언급하고 있다. 학교 밖 상황에서 복잡한 소수의 곱셈 문제를 계산기 없이 정확하게 해결해야 하는 경우는 거의 없으므로(Van de Walle, 2004/2008), 학생들에게 필요한 능력은 주어진 소수의 곱셈 결과가 대략 얼마정도 되는지를 어림하고 계산기를 통해서 나온 결과 값이 옳은 값인지를 어림을 통해 판단할 수 있는 정도의 수감각이 필요하다. Reys et al. (2009/2012)는 소수의 곱셈에서 계산기가 이미 널리 사용되고 있으므로, 알고리즘 지도에 투자하는 시간만큼 답이 타당한지 아닌지를 판단하는 데도 시간을 투자하는 것이 중요하다고 피력하고 있다. Van de Walle et al. (2010)은 소수의 연산을 배우기 전에 소수의 어림셈을 능숙하게 할 수 있어야 한다고 주장하고, 소수를 적절한 자연수나 간단한 십진분수로 바꾸어 어림할 수 있는 능력을 길러야 한다고 강조하였다. 또한 Thomas(2004)는 소수끼리의 곱셈을 두 개의 십진블록을 활용하여 해결하고 해결 과정을 설명하도록 한 뒤, 곱셈 결과를 보고 소수점의 올바른 위치를 찾기 위해 어림을 활용할 것을 제안하였다. 그는 학생들의 수 감각 및 어림 감각 향상을 위해 구체적인 소수의 곱셈 지도 방법을 제시하기도 하였다. 예를 들면, 자연수끼리의 곱셈 결과를 제시한 후 자연수와 같은 수로 배열된 소수끼리의 곱셈을 제시하고 어림을 통해 결과 값을 예상해보게 하거나, 소수로 된 결과 값을 제시하고 피승수와 승수를 찾도록 하는 활동 혹은 $\frac{1}{2}$이나 $\frac{1}{4}$ 형태의 분수 부분을 포함한 소수를 승수나 피승수로 제시하여 학생들이 어림을 통해 보다 쉽게 계산 결과를 예측할 수 있도록 하는 활동 등이 그것이다. 이연미와 박성선(2011)은 자연수 부분이 있는 소수의 곱셈을 자연수 부분만 곱해서 소수점 자리를 어림하여 찍고, 자연수 부분이 없는 소수의 곱셈은 자릿수(10배, 100배…, $\frac{1}{10}$배, $\frac{1}{100}$배)를 어림하여 소수점을 찍는 방법을 안내하고 있다. 이러한 내용을 종합해 보면, 학생들이 정확한 소수의 곱셈 알고리즘을 학습하기 이전에 다양한 방법을 활용하여 결과 값을 어림하고 그 이유를 설명하는 것에 보다 중점을 두어야 한다는 것을 알 수 있다.

또한 학생들이 소수의 곱셈을 소수의 개념과 관련지어 개념적으로 이해할 수 있도록 다양한 모델을 활용할 것을 강조하고 있다. 같은 개념이라고 해도 다양한 형태로 표현할 수 있으므로 수학을 잘 이해하기 위해서는 다양한 수학적 표현을 해석하고 생성할 수 있는 능력이 중요하다(Lesh et al., 1987). 따라서 다양한 시각적 모델을 통해서 소수의 곱셈의 의미를 파악하는 것 역시 매우 중요하다고 볼 수 있다. 현재까지 개발된 교과서에서는 소수의 곱셈 이해를 위해 동수누가 개념을 잘 보여줄 수 있는 수직선모델이나 넓이(모눈종이) 모델 등을 활용해 왔다. 그러나 국내외개론서 및 논문에서는 교과서에서 현재 다루어지고 있는 모델 이외에 학생들의 개념 이해를 도울 수 있는 다양한 모델들을 추가적으로 제시하고 있다. Baroody & Coslick(1998)은 의미 있는 소수 곱셈 지도를 위해서는 의미 있는 비유의 사용이 중요하며, '묶음' 의미의 문제를 활용하여 소수의 곱셈을 도입할 것을 제안하였다. [그림 6]은 이러한 문제 상황을 학생들이 해결하려고 할 때, 십진블록을 이용하여 비형식적 전략을 생각해볼 수 있음을 보여주고 있다.

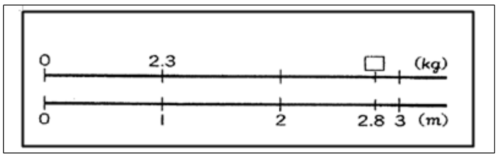
김수정과 방정숙(2007)은 초등학교 5학년 학생들에게 십진블록을 활용하여 소수의 곱셈을 해결하도록 하고 그 이해과정을 분석하였다. 학생들은 연산의 의미를 십진블록으로 모델링하여 표현하였고 이러한 과정에서 소수의 곱셈 의미를 개념적으로 이해한다는 것을

확인할 수 있었다. 또한 우리나라와 일본의 수학 교과서 중 소수의 곱셈 단원을 비교 분석한 변희현(2007)은 우리나라 교과서에서는 소수 곱셈에 내재된 비와 비례관계를 직접적으로 다루지 못한 채 성급하게 알고리즘화를 시도하고 있다고 지적하였다.



[그림 6] 묶음의미의 소수 곱셈

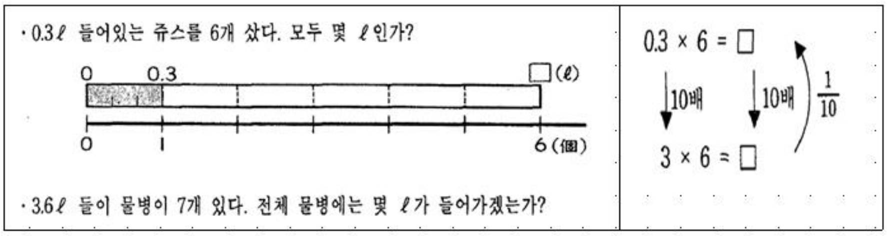
이에 비해 일본 수학 교과서에서는 소수의 곱셈 지도 시, 비례 관계의 인식에 초점을 두고 자연수의 곱셈과 직접 연결하도록 유도하고 있으며, 이 때 [그림 7]과 같이 이중 수직선 모델을 활용하여 비 또는 작용소로서의 소수의 개념에 기초한 소수 곱셈 원리를 시각화해서 제시하고 있다. 이중 수직선 모델은 크기가 같은 분수, 소수, 백분율을 찾는 활동이나 비와 관련된 상황, 비례 추론과 같이 다양한 맥락에서 활용되는 모델로서(Küchemann et al., 2014), 소수의 곱셈에서는 곱해지는 수를 위쪽에 표시하고, 곱하는 수를 아래쪽 수직선에 표시한 후 그 결과가 얼마나 될지를 추론을 통해 시각적으로 확인할 수 있다. 이중 수직선 모델은 (소수)×(자연수)나 (자연수)×(소수)에서 결과 값을 어림해 보는데도 효과적으로 활용될 수 있으며, (소수)×(소수)의 의미를 비례 관계에 기초하여 시각적으로 보여줄 수 있는 모델이다. 따라서 이러한 모델을 새로 개정된 교과서에 도입하여 소수의 곱셈에 대한 학생들의 이해를 돕는 방안이 재고될 필요가 있다.



[그림 7] 소수곱셈에서의 이중 수직선 모델

소수의 곱셈을 알고리즘으로 형식화하는 과정은 제3차 교육과정에서부터 2009개정 교육과정에 이르기까지 동일하다. 즉, 소수를 분수로 나타내어 해결하고, 이를 자연수의 곱셈과 비교하여 소수의 곱셈 알고리즘을 도출하는 형식이다. 제7차 교육과정부터는 표준 알고리즘을 제시하기 전에 학생들이 알고리즘을 정리해보도록 구성하여 학생들의 자신의 생각을 수학적 언어로 표현할 수 있는 기회를 제공하였으나 결국 형식화하는 과정은 동일하다(진성현, 박만구, 2016). 변희현(2007) 역시 매 차시 활동의 마지막 부분에서 소수의 곱셈을 자연수의 곱셈과 비교하여 형식화하는 것은 학생들을 기계적인 계산에만 초점을 두도록 하는 경향이 있음을 지적하며, 보다 다양한 전략을 활용하여 소수의 곱셈을 해결하게 할 필요가 있다고 제안하였다. 다양한 전략은 여러 가지 의미로 생각될 수 있다. 그 중에서 한 가지는 학생들에게 비형식적 전략을 탐색해 볼 수 있는 기회를 제공하는 것이다. 비형식적 지식에는 학생들이 가지고 있는 사전지식도 포함되는데(Baroody & Coslick, 1998),

학생들은 소수의 곱셈을 학습하기 이전에 소수의 의미, 소수와 분수의 관계, 소수의 덧셈 등에 대해서 학습하였고, 이를 활용하여 자신만의 방법으로 소수의 곱셈을 해결할 수 있다. 각자가 생각한 방법대로 해결한 뒤 해결 방법을 서로 공유하고 비교해 봄으로써 학생들은 소수 곱셈의 의미를 보다 잘 이해할 수 있고, 학습한 개념 사이의 연결망을 보다 확고히 할 수 있다. 형식화된 결과를 그대로 수용하는 것이 아니라 자신만의 계산 방법을 고안해 보는 것은 학생들의 수학적 태도에도 긍정적인 영향을 미칠 수 있을 것이다. 또한 형식화에서 활용될 수 있는 전략도 보다 다양화할 필요가 있다. 그 중 하나는 추론을 활용하는 것이다. 소수의 곱셈에서 피승수, 승수, 결과를 계산기를 활용하여 표로 나타내고, 이를 일반화하여 규칙을 찾도록 하는 방법도 제안되고 있으며(Thomas, 2004; 변희현, 2007), 피승수와 승수의 크기를 생각하여 결과 값에 소수점 위치를 찍는 것 역시 추론을 활용한 방법이다. 더불어 소수의 곱셈을 자연수의 곱셈과 비교하여 형식화하는 것이 중요한데, 이러한 방법도 기존의 세로셈 형식을 고수하기 보다는 다양한 형식으로 접근하는 것이 필요하다. 변희현(2007)은 [그림 8]과 같이 일본교과서의 예를 제시하면서, 비례 관계의 인식에 초점을 두고 소수의 곱셈과 자연수의 곱셈을 연결하는 방법을 제안하였다. 이러한 방법은 학생들에게 단순히 소수의 곱셈 알고리즘을 암기하도록 하는 것에서 벗어나 자연수와 소수 연산의 차이를 비례적 관점에서 볼 수 있게 한다.



[그림 8] 일본교과서 (소수)×(자연수) 지도(변희현, 2007, pp.98-99)

소수의 곱셈과 관련된 개론서 및 논문을 살펴본 결과, 소수의 곱셈은 자연수의 곱셈과 알고리즘의 유사성이 많으므로 두 연산을 관련지어 이해하도록 하는 것이 필요하다는 것을 알 수 있었다. 그러나 소수의 곱셈은 자연수의 곱셈과는 다른 특성도 갖고 있기 때문에 학생들이 이로 인해 많은 계산의 오류를 보이고 있으므로, 정확한 소수 곱셈의 의미를 이해할 수 있도록 하는 다양한 지도 방법을 활용해야 함을 알 수 있었다. 다양한 방법으로는 크게 어림을 강조할 것과 이중수직선을 비롯한 시각적 모델의 활용, 학생들의 비형식적 지식을 활용한 다양한 해결 방법의 활용 등이 제안되었다. 소수의 곱셈 단원 개발 시 이러한 내용을 반영한다면, 학생들의 이해를 돕는 교과서가 개발될 수 있을 것이다.

Ⅳ. 결 론

본 연구는 제7차 교육과정부터 2015 개정 교육과정까지 소수의 곱셈 단원의 성취기준, 교수학습 및 평가 상의 유의점, 단원별 학습 목표, 지도내용 및 방법을 면밀히 분석하였고, 2009 개정 교육과정까지 교육과정별 교과서의 차시 구성 및 교과서별 활동을 구체적으로 분석하였다. 또한 소수의 곱셈과 관련된 개론서 및 논문을 분석하여 소수의 곱셈에

대한 학생들의 이해 실태 및 소수의 곱셈을 지도하기 위한 지도 방안을 살펴보고 공통적으로 제시된 방안은 요목화해 보았다. 이를 토대로 소수의 곱셈 단원 지도 방안 및 2015 개정 교과서 개발을 위해 다음과 같은 시사점을 얻을 수 있었다.

첫째, 의미 있는 어림 지도가 필요하다. 어림하기는 수 감각을 키우는데 도움을 줄 수 있으며 특히 계산에 있어서 어림하기는 계산 과정을 점검하여 계산 결과가 타당한지 반성할 수 있는 기회를 제공할 수 있어서 꾸준히 강조되고 있다(이연미, 박성선, 2011). 이러한 점을 반영하여 2009 개정 교과서는 매 차시 소수의 곱셈 결과를 알아보기 전에 결과를 예상하도록 하고 있지만, '~의 결과를 예상해 보시오'라는 발문만 제시되었을 뿐이다. 학생들의 어림하기를 지원해줄 수 있는 구체적인 발문과 시각적 모델이 제시되어 있지 않으며, 어림한 값과 결과 값을 비교하는 활동이나 어림을 통해 보다 효과적으로 해결할 수 있는 문제 등도 제시되어 있지 않다. 이런 측면에서, 2009 개정 교육과정까지의 교과서는 어림하기를 형식적인 절차로만 다루었다고 볼 수 있다. 어림하기를 보다 의미 있게 지도하기 위해서는 어림이 필요한 적절한 문제 상황을 제시하고 실제로 학생들이 어림을 하도록 도울 수 있는 발문과 시각적 모델 등을 제시할 필요가 있다. 예를 들면, 1.3×2.7과 같은 곱셈은 자연수 부분끼리의 곱을 이용해서 대략 2보다 큰 값이라고 어림할 수 있다. 하지만 0.2×0.7과 같은 곱셈 결과를 학생들이 어림하기는 쉽지 않다. 이런 경우에 0.5가 피승수의 절반이므로 0.2×0.7은 0.2×0.5 즉, 0.2의 절반인 0.1보다는 큰 값이 될 것이라고 어림할 수 있어야 한다.

둘째, 소수 곱셈의 의미에 적합한 시각적 모델을 제시해 줄 필요가 있다. 2007 개정 교과서와 2009 개정 교과서는 소수 곱셈을 동수누가, 넓이의 의미 뿐 아니라 배의 의미로도 제시하여 학생들로 하여금 소수 곱셈에 대한 개념적 이해를 높이고자 하였다. 동수누가와 넓이의 의미를 이해시키기 위해 수막대, 수직선, 넓이 모델을 활용한 것에 비해, 배의 의미를 이해시키는 데 적합한 시각적 모델은 함께 제시되지 않았다. 일본 교과서를 살펴보면, 소수의 곱셈 단원에서 이중수직선 모델을 일관적으로 사용하면서 학생들에게 배의 의미로 소수의 곱셈을 소개하고 있다(변희현, 2007). 이를 통해 학생들은 소수 곱셈의 의미를 비례 관계에 기초하여 시각적으로 이해할 수 있으며, 소수 곱셈의 결과 값도 더욱 효과적으로 어림할 수 있다. 따라서 보다 효과적인 소수 곱셈 학습을 위해서 이중 수직선 모델과 같이 배의 의미에 적합한 시각적 모델을 함께 제시하는 것이 필요하다. 더불어 이중 수직선 모델은 소수 곱셈에 대한 어림에도 효과적으로 이용될 수 있다.

셋째, 소수의 곱셈 알고리즘을 형식화하는 과정을 다양화할 필요가 있다. 현재까지의 교과서는 분수의 곱셈으로 소수의 곱셈을 계산한 뒤, 자연수의 곱셈과 비교하여 소수의 곱셈을 형식화해 왔다. 이러한 형식화 방법은 학생들로 하여금 기계적인 계산에만 초점을 두게 하는 경향이 있음이 지속적으로 지적되어 왔다. 소수의 곱셈에서 곱의 소수점 위치를 올바르게 찍지 못하는 오류가 가장 빈번하다는 연구 결과 또한 이를 반증한다. 2009 개정 교육과정부터 강조해온 것처럼, 수학학습에서는 결과만큼이나 과정이 중요하다. 따라서 소수 곱셈의 알고리즘을 단순히 암기하는 것이 아닌 소수 곱셈의 계산 원리를 이해하는 것이 무엇보다 중요하다. 이를 위해서 소수 곱셈에서 곱의 소수점 위치에 대한 일반화를 가능한 늦춤으로써 개론서 및 논문에서 제안하고 있는 것처럼, 학생들의 비형식적 지식을 활용한 문제해결 경험을 더 많이 제공하여 개념적 이해를 심화하고 이러한 개념적 이해를 바탕으로 보다 다양한 방법으로 소수의 곱셈 알고리즘을 일반화할 수 있는 기회를 제공하는 것이 필요하다. 예를 들면, 소수의 곱셈을 분수의 곱셈으로 바꾸어 계산한 후 이 계산결과에서 규칙을 찾아보도록 하거나 다수의 소수 곱셈문제를 계산기로 계산하여 곱을

확인하고 계산 결과를 표로 정리하여 규칙을 일반화하는 귀납적 추론 및 피승수와 승수인 소수의 크기를 생각하여 결과 값을 유추하는 추론 방법 등도 적극 활용될 필요가 있다.

교과서는 그 나라 교육의 기준이 되므로 교과서를 개발한다는 것은 결코 쉬운 일이 아니며, 체계적이고 충분한 검증을 통해 신중하게 이루어져야 한다. 이전 교육과정과 교과서, 선행연구의 분석을 통해서 도출한 본 연구의 결과가 보다 의미 있는 소수의 곱셈 단원 집필을 위한 기초자료로 활용되기를 기대해본다.

참 고 문 헌

강홍재, 권성룡, 김성준, 김수환, 신준식, 이대현 외(2018). **2015 교육과정에 따른 초등수학 교수법**. 파주: 동명사.

교육부(2000a). **수학 3-나**. 서울: 국정교과서주식회사.

교육부(2000b). **수학 5-나**. 서울: 국정교과서주식회사.

교육과학기술부(2010a). **수학 3-2**. 서울: 두산동아.

교육과학기술부(2010b). **수학 5-2**. 서울: 두산동아.

교육부(2014a). **수학 3-1**. 서울: 천재교육.

교육부(2014b). **수학 5-2**. 서울: 천재교육.

김경희, 김수진, 김남희, 박선용(2008). **국제 학업성취도 평가(TIMSS/PISA)에서 나타난 우리나라 중·고등학생의 성취 변화의 특성**. 서울: 한국교육과정평가원.

김수정, 방정숙(2007). 십진블록을 활용한 소수의 곱셈 지도에서 초등학교 5학년 학생들의 개념적 이해 과정 분석. **한국초등수학교육학회지, 11**(1), 1-21.

문범식, 이대현(2014). 초등학생들의 소수 개념과 그 연산에 대한 이해도 분석. **한국초등수학교육학회지, 18**(2), 237-255.

변희현(2007). 초등수학에서 소수 곱셈의 지도에 관한 소고. **한국수학사학회지, 21**(2), 89-108.

오영열(2006). 수학교과서 개발에 대한 연구 동향. **학습자중심교과교육연구, 6**(2), 197-213.

윤희태(2002). **초등학생들의 기초 계산 오류에 대한 분석적 연구.** 인천교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

이연미, 박성선(2011). 어림하기를 통한 소수점 찍기가 소수의 곱셈과 나눗셈에 미치는 효과. **한국초등수학교육학회지**, **15**(1), 1-18

진성현, 박만구(2016). 교육과정의 변천에 따른 초등 수학 교과서에서 소수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서 및 방법 분석. **한국초등교육, 27**(2), 55-75.

황현미(2013). **초등학교 교사들의 수학교과서 사용 실태 분석 및 수준 모델 개발.** 한국교원대학교 박사학위논문.

Baroody, A. J., & Coslick, R. T. (1998). *Fostering children's mathematical power : An investigative approach to K-8 mathematics instruction*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Diezmann, C., & Lowrie, T. (2006). Primary students’ knowledge of and errors on number lines. In P. Grootenboer, R. Zevenbergen, & M. Chinnappan (Eds.), *Identities, cultures and learning spaces*(pp. 171-178). Sydney, Australia: MERGA.

Gersten, R., Chard, D. J., Jayanthi, M., Baker, S. K., Morphy, P., & Flojo, J. (2009). Mathematics instruction for students with learning disabilities: A meta-analysis of instructional components. *Review of Educational Research*, 79, 1202-1242.

Greer, B. (1992). Multiplication and division as models of situations. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 276−295). New York: Macmillan.

Heron, M. (2014). The number line model for conceptual understanding of fractions. *Ohio Journal of School Mathematics*, 69(1), 7−11.

Irwin, K. C. (2001). Using everyday knowledge of decimals to enhance understanding. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(4), 399−420.

Izsák, A. (2005). "You have to count the squares": Applying knowledge in pieces to learning rectangular area. *Journal of the Learning Sciences*, 14(3), 361−403. doi:10.1207/s15327809jls1403_2

Jones, J. C. (2011). *Visualizing elementary and middle school mathematics methods*. Wiley.

Kerslake, D. (1991). The language of fractions. In K. Durkin & B. Shire (Eds.), *Language in mathematical education: Research and practice*(pp. 85-94). Buckingham, UK: Open University Press.

Küchemann, D., Hodgen, J., & Brown, M. (2014). The use of alternative double number lines as models of ratio tasks and as models for ratio relations and scaling. In S. Pope(Ed.), *Proceeding of the 8th British Congress of Mathematics Education(BCME8)*. BSRLM: University of Nottingham. 231−238.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier(Ed.), *Problems on representation in the teaching and learning of mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. 33−40.

Lortie−Forgues, H., Tian, J., & Siegler, R. S. (2015). Why is learning fraction and decimal arithmetic so difficult ? *Developmental Review*, 38, 201−221. doi: 10.1016/j.dr.2015.07.008.

National Council of Tearchers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: The Author.

Reys, R. E., Lindquist, M, M., Lamdin, D. V., & Smith, N. L. (2009). *Helping children learn mathematics. 9th ed.* 박성선, 김민경, 방정숙, 권점례 공역(2012). **초등교사를 위한 수학과 교수법**. 서울: 경문사.

Steinle, V. (2004). Changes with age in students' misconceptions of decimal numbers. Unpublished doctoral thesis, University of Melbourne.

Thomas, S. (2004). *Mathematics for Teachers : An Interactive Approach for Grade K−8*. Belmont, CA : Thomson Brooks.

Van de Walle, John A. (2004). *Elementary and middle school mathematics : Teaching developmentally*. Allyn and Bacon. 남승인 외 6인 공역 (2008). **수학을 어떻게 가르**

칠 것인가?. 서울: 경문사.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics teaching developmentally 7th ed*. Boston : Pearson.

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2007). Whole number concepts and operations. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 557-628). Charlotte, NC: Information Age Pub.

<Abstract>

An Exploration of the Improvement Direction for Decimal Fractional Multiplication Unit in Textbooks

Kim, Sukyoung[6]; & Kim, Jinsook[7]; & Kwon, Sungyong[8]

Although the multiplication of decimal fractions is expected to be easy for students to understand because of the similarity to natural numbers multiplication in computing methods, students show many errors in the multiplication of decimal fractions. This is a result of the instruction focused more on skill mastery than conceptual understanding. This study is a basic study for effectively developing a unit of multiplication of decimal fractions. For this purpose, we analyzed the curriculums' performance standards, significance in teaching-learning and evaluation, contents and methods for teaching multiplication of decimal fractions from the 7th curriculum to the revised curriculum of 2015 and the textbooks' activities and lessons. Further, we analyzed preceding studies and introductory books to suggest effective directions for developing teaching unit. As a result of the analysis, three implications were obtained: First, a meaningful instruction for estimation is needed. Second, it is necessary to present a visual model suitable for understanding the meaning of decimal multiplication. Third, the process of formalizing an algorithms for multiplying decimal fractions needs to be diversified.

Key words: decimal fractions, multiplication of decimal fractions, curriculum for mathematics, mathematics textbooks

논문접수: 2018. 10. 15
논문심사: 2018. 11. 06
게재확정: 2018. 11. 23

6) kskkiss@cbe.go.kr
7) 83gkgkgk@hanmail.net
8) [corresponding author] xenolord@gjue.ac.kr