韓國數學敎育學會誌 시리즈 E <數學敎育 論文集>
https://doi.org/10.7468/jksmee.2018.32.3.363
제 32집 제 3호, 2018. 9. 363-383

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 32, No. 3, Sep. 2018. 363-383

2015 개정 <수학과제 탐구> 신설 과목 운영을 위한 과제 탐구의 수업 모형 및 자료 개발 연구[1)]

황 혜 정 (조선대학교 교수)†
김 주 미 (조선대학교 대학원 학생)

2015 개정 교육과정에 새롭게 도입된 <수학과제 탐구> 과목은 고등학교 1학년에서 다뤄지는 <수학> 과목을 이수한 후 수학 과제 탐구의 목적과 절차 및 연구 윤리를 학습하고, 이를 토대로 이전에 학습한 수학 내용을 더 깊이 탐구하거나 다른 교과와 수학을 융합한 흥미로운 주제를 선택하여 탐구하는 과목이다. 하지만, 이 신설 과목은 이례적으로 다른 여타 교과목과는 달리, 교과용 도서가 개발되지 않기 때문에 이 과목의 수업 진행은 온전히 담당 교사의 몫이 된다. 따라서 교육과정 성취기준을 토대로 효율적인 수업 방법이 이뤄지도록 <수학과제 탐구> 과목 운영에 대한 관심과 노력이 필요할 때이다. 본 연구에서는 2015 개정에 따른 수학과 교육과정에 새롭게 도입된 <수학과제 탐구> 과목의 교육 목적인 주제 선정 및 과제 탐구를 달성하기 위하여 성취기준에 부합하는 과제 탐구 수업모형을 개발하고 이에 근거하여 구체적인 수학적 탐구 과제를 개발하여 제시하고자 한다. 이때, 학생들의 학업 및 인지 수준에 보다 적합하고 독창적인 과제 개발을 위하여 실험수업을 실시하여 학생들의 의견을 수렴하고자 한다. 이러한 실험적용은 G 지역에 위치한 J 고등학교 2학년에 진학 예정인 9명을 대상으로 3차시의 수업으로 진행하며, 3차시 수업 직후에는 학생들을 대상으로 반 구조화된 면담을 실시한다.

Ⅰ. 서 론

2015 개정에 따른 수학과 교육과정에서는 고등학교 1학년은 보통 교과의 공통과목인 <수학>을 배우며 고등학교 2, 3학년은 보통 교과의 선택과목인 일반선택(수학Ⅰ, 수학Ⅱ, 미적분, 확률과 통계)과 진로선택(기하, 경제수학, 실용수학, 수학과제 탐구), 전문교과(심화수학1, 심화수학2, 고급수학1, 고급수학2)로 구성되어 자신의 적성과 진로에 따라 과목을 선택하여 배우게 된다(교육부, 2015). 특히, 새롭게 도입된 <수학과제 탐구> 과목은 고등학교 1학년에서 다뤄지는 <수학> 과목을 이수한 후 수학 과제 탐구의 목적과 절차 및 연구 윤리를 학습하고, 이를 토대로 이전에 학습한 수학 내용을 더 깊이 탐구하거나 다른 교과와 수학을 융합한 흥미로운 주제를 선택하여 탐구하는 과목이다. 하지만, 이 신설 과목은 이례적으로 다른 여타 교과목과는 달리, 교과용 도서가 개발되지 않기 때문에 이 과목의 수업 진행은 온전히 담당 교사의 몫이 된다. 따라서 교육과정 성취기준을 토대로 효율적인 수업 방법이 이뤄지도록 <수학과제 탐구> 과목 운영에 대한 관심과 노력이 필요할 때이다.

지금까지 수학 수업에서 수학 과제에 대한 논의는 비교적 활발히 이뤄져 왔다(김성희, 방정숙, 2005; 이미연, 오영렬, 2007; 홍창준, 김구연 , 2012; 권지현, 김구연, 2013; 이경화, 김동원 역, 2016; NCTM, 1991, 2000;

* 접수일(2018년 6월 9일), 심사(수정)일(2018년 6월 21일), 게재확정일(2018년 6월 29일)
* ZDM 분류: D14
* MSC2000분류 : 97D40
* 주제어: 수학과제 탐구 과목, 수학 과제, 탐구 수업, 수업 모형
† 교신저자 : sh0502@chosun.ac.kr
1) 이 논문은 2017년 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (NRF-2017S1A5A2A01024086).

Hiebert & Wearne, 1993; Stein, et al., 1996; Mason & Johnston-Wilder, 2006). 간추리면, 수학적 과제는 교실 상황에서 이루어지는 수학 학습 활동 중 학습자의 수학적 이해를 목적으로 하는 구체적인 활동으로 간주되는 수업 자료를 말하며(Stein, et al., 1996; 홍창준, 김구연, 2012), 이러한 과제는 학생들로 하여금 수학에 관심을 갖고 참여하고 도전할 수 있도록 적절하게 선택되어야 하며, 학생들의 문제해결 능력을 향상시키고 수학에의 지속적인 참여를 이끌 수 있어야 한다(NCTM, 2000). 또, 권지현과 김구연(2013)에 따르면, 학생들에게 의미 있는 수학적 개념이나 아이디어와 관련된 과제는 학생들로 하여금 수학적 정보를 타인과 교환하고 실생활 혹은 다른 영역과 연결하는 능력 등을 발달시키는 기회를 부여한다고 하였다. 이렇듯 수학 과제는 학생들의 과제 해결 및 수학적 이해를 도모하는 활동과 밀접하게 관련되어 있으므로 주어지는 과제는 수학적으로 가치 있어야 한다.

한편 <수학과제 탐구> 과목의 성취기준은 다른 과목과 달리 수학 내용을 기반으로 하고 있지 않기 때문에 해당 성취기준의 이해가 쉽지 않다. 즉, 이 과목의 성취기준은 연구 윤리와 더불어 흥미 있는 주제 생각하기, <수학> 과목의 성취기준을 토대로 연구 주제 선정하기, 연구 주제 해결 방안 생각하기, 설문이나 자료 조사를 통한 해결 과정 착수하기, 최종 결과물 제작하고 발표하기 등을 포함한다. 특히, 연구 윤리는 연구자가 올바른 연구를 수행하기 위해 지켜야 할 윤리를 말하는 것으로, 과제를 수행하는 과정에서 부적절 행위를 삼가고 진실성을 확보하는 것이 우선적이다(김명식, 2013; 김길수, 2014; 김명식, 정보주, 2013; 이인재, 2015, 2016). 또한, <수학과제 탐구> 과목의 특성상 탐구 활동, 토론, 발표 등 학생 중심의 수업 활동이 요구되는데 특히 탐구 활동은 해결 과정에서 학생들의 다양한 사고 및 행동에 초점을 맞춘 것이어서(황혜정, 2002; 신현성, 2004; 박성선, 2011; 박성익, 1996; 이동환, 2016; National Research Council, 1996; Silver, 1997; Suchman, 1964; Kwon, 2005) 수학 과제를 기반으로 하는 탐구 수업의 방향 제시가 이 과목의 정착에 도움이 될 것이다.

지금까지 언급한 바에 의거하여, 본 연구에서는 우선 2015 개정에 따른 수학과 교육과정에 새롭게 도입된 <수학과제 탐구> 과목의 교육 목적인 과제의 주제 선정 및 과제 탐구를 수행하기 위하여 성취기준에 부합하는 과제 탐구 수업모형을 개발하고, 이에 근거하여 학생들로 하여금 탐구 과제의 주제를 선정하여 과제를 개발하고, 이를 해결하고 발표하는 전반적인 수업 과정을 제시하고자 한다. 이때, 학생들의 학업 및 인지 수준에 적합하고 보다 독창적인 과제 개발을 위하여 실험수업을 실시하고자 한다.

실험수업은 G 지역에 위치한 J 고등학교 2학년에 진학 예정인 9명(여학생 6명, 남학생 3명)을 대상으로 3차시의 수업으로 진행하며, 3차시 수업 직후에는 학생들을 대상으로 반 구조화된 면담을 실시하여 수업 전반에 관한 학생들의 의견을 수렴하고자 한다. 궁극적으로, 본 연구 결과를 토대로 <수학과제 탐구> 과목의 수업을 진행하는데 있어 교사의 안내 하에 학습자가 주축이 되어 과제의 주제를 선정하고 과제를 개발, 해결, 발표하는 활동이 이뤄지는데 도움이 되기를 기대한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 수학적 과제

수학적 과제는 수업 시간 내에 중요한 역할을 하며 학생들의 수업 시간 참여에 큰 영향을 미칠 것이다. NCTM(1991)에 따르면, 과제는 학생들이 참여하는 프로젝트, 질문, 문제, 구조, 활용 및 연습이고 학생들의 수학적 발달에 대한 지적인 맥락을 제공한다고 하였다. Stein, et al.(1996)은 수학적 과제는 교실에서의 활동으로 간주되는 수업 자료이고, 과제 활동의 목적은 학생들의 관심(이목)을 특정한 수학적 아이디어에 집중시키는 것이며, 이러한 과제 활동은 교사의 학습 목표, 교과 내용 지식, 그리고 학생에 대한 지식 등에 의하여 영향을 받는다고 하였다. Mason & Johnston-Wilder(2006)는 과제를 학습자가 해야 할 일, 즉 계산을 수행하고 다이어그램

을 다루고 기호를 조작하는 것이라고 하였다. NCTM(2000)에 따르면, 학생들의 참여와 도전에 가치 있는 수학적 과제는 호기심을 자극하여 수학에 관심을 갖게 하도록 한다고 하였다. 또, 적절하게 선택한 과제에 도전하고 해결하게 되면 학생들은 문제해결 능력에 자신감을 갖게 되며, 수학적 과제가 어려울지라도 매력적이고 보람을 느끼게 되어 수학에의 지속적인 참여를 이끈다. 한편, Artzt & Armour-Thomas(2002)는 학습자의 지식과 새로운 정보를 연관시켜 문제 해결에 능동적 참여의 기회를 제공하는 모든 행위를 수학적 과제라 하였다(이미연, 오영렬, 2007, 재인용). 홍창준과 김구연(2012)는 수학 과제를 교실 상황에서 이루어지는 수학 학습 활동 중 학습자의 수학적 이해를 목적으로 하는 구체적인 활동이라고 하며, 수학 과제는 학생의 학습 활동과 밀접하게 연결된 자료로 학생은 과제를 해결하며 수학적인 이해를 발전시키므로 주어지는 과제는 수학적으로 가치 있어야 한다고 하였다.

또한, 과제의 특징은 학생들의 사고 방식에 영향을 미치고 그 과정에서 자신의 견해를 변화시킬 수 있으므로(Hiebert & Wearne, 1993), 과제를 선정함에 신중함을 기해야 하고 교사에게 있어서 과제를 선정하는 것은 매우 중요한 책임이 따르게 된다고 할 수 있다. 교사는 과제를 선정할 때 학생들이 무엇을 어떻게 할 것이지를 적절히 예상하고, 어떤 방법을 통해 해결할 것인지를 학생들과 간접적으로 때론 직접적으로 의사소통하게 된다(김성희, 방정숙, 2005). NCTM(2000)은 수업 시간에 과제를 선택하는 것은 교사의 중요한 책임 중 하나라고 지적하면서, 바람직한 수학적 과제는 학생들의 이해와 관심을 반영하며 문제 해결력, 수학적 추론, 수학적 의사소통 등을 촉구할 수 있는 과제라고 하였다. Stein & Kaufaman(2010)에 따르면, “수학과제는 학생들이 학습과정에서 높은 인지적 수준을 유지하고 학생들의 사고 과정에 집중하며 수학적 추론을 할 수 있도록 하는데 중요한 요인이 되고 교사가 교육과정을 실행하는 방법에도 영향을 끼친다.”(김동중 외, 2015, 재인용, p, 282). 권지현과 김구연(2013)도 학생들에게 의미 있는 수학적 개념이나 아이디어와 관련된 과제는 학생들로 하여금 수학적 정보를 타인과 교환하고 실생활 혹은 다른 영역과 연결하는 능력 등을 발달시키는 기회를 부여한다고 하였다. 이렇듯 가치 있는 수학적 과제는 다양한 학생들이 수학을 배울 수 있는 다양한 방법에 대한 지식을 포함하고 수학적 이해력과 능력 계발, 문제 도출, 문제 해결, 수학적 추론, 수학에 대한 의사소통을 촉진해야 한다(NCTM, 1991). 결국, 논리적 사고 및 수학적 의사소통을 요구하는 과제는 학생들의 수학적 개념과 아이디어 사이의 관계를 생각해 보고 실생활에 적용하는 기회를 제공하여 학생들의 문제 해결력과 탐구 능력을 증진시키므로 바람직한 수학적 과제를 선택하는 것은 매우 중요한 일이다(이미연, 오영렬, 2007).

한편, 이경화와 김동원 역(2016)에 따르면, 과제를 선택하고 사용하는 것은 수학을 효과적으로 지도하는데 있어서 핵심적이며 과제의 특성에 따라 학습의 성격이 달라진다고 하며, 바람직한 학습을 위해 과제가 갖추어야 할 특징으로 다음을 제시하였다; ① 학생들이 중요한 수학적인 활동, 의미형성, 이해, 수학의 다른 측면들과의 연결에 참여하도록 이끄는 과제, ② 대부분의 학생들이 해결 과정을 명확히 모르면서 도전하도록 하는 과제, ③ 학생들이 사고하고, 의사결정하고 소통하도록 하는 과제, ④ 사고와 성찰을 유발하는 과제, ⑤ 학생들에게 친숙하며, 잠재적으로 유용하고 삶과 연결되는 맥락 또는 상황을 사용한 과제. 또, 이경화와 김동원 역(2016)은 과제의 중요성을 교사와 학생의 상호작용과 관련지어 다음과 같이 언급하였다.

> 크리스 찬센과 월더는 과제를 제공하고 그것을 중심으로 활동하는 동안 교사와 학생들 사이에 상호작용이 일어난다고 설명하였다. 특히 비정형 과제를 해결하면서 서로 다른 학습의 측면들에 대하여 상호작용하게 되면, 그 상호작용에 의하여 새로운 지식을 이전의 지식과 관련지어 구성하게 되고, 이전의 지식을 인식하며 평가하게 되면서 최적의 조건에서 인지발달을 유도할 수 있다고 주장하였다. 결국 가장 좋은 과제는 적절한 맥락과 적절한 복잡성을 제공하는 것이라고 할 수 있다. 이러한 과제는 인지적 네트워크, 사고, 창의성, 성찰을 자극하고 중요한 수학 내용을 명시적으로 다루는 기회를 제공한다. (p. 16).

2. 탐구 수업

National Research Council(1996)의 미국과학교육규준(National Science Education Standard)에 따르면, 탐구는 관찰을 수반하는 다각적인 측면의 활동이며, 문제를 제기하고, 또 이미 알려진 것을 인지하도록 다양한 기저의 정보나 책들을 살펴보는 것으로 정의하였다. 또, 탐구는 자료의 수집, 분석과 자료해석, 해답, 해석, 예측, 결과에 관한 의사소통을 포함하는 많은 측면을 가지고 있는 활동이며, 추측의 식별, 결정적이고 논리적인 사고의 사용, 그리고 대안적인 설명의 이해를 요구한다고 하였다. Silver(1997)는 수학이나 다른 과목에서 탐구 지향 수업의 성격에 대한 명백한 일치는 없지만 수학에서 탐구적 방법의 일반적 특징은 문제의 공식화와 해결에 대한 할 일을 선생님과 학생 사이에 공유한다고 하였다. 박성익(1999)는 여러 학자들의 의견을 종합하여 탐구를“지식의 구조를 이루는 기본개념과 그 관계를 이해하고 미지의 세계를 탐구하며 문제를 해결하기 위한 지적인 활동으로써 타당한 지식을 찾아내기 휘하여 과학적으로 수행하는 논리적인 사고과정 또는 방법”으로 정의하였으며, 탐구 수업은 “학생들로 하여금 교수-학습 활동에 적극적으로 참여하도록 유도함으로써, 학생들에게 지식이나 정보를 획득하고 조직하는 방법을 가르쳐 주는데 근본 취지를 두고 있는 교수-학습 활동”으로 정의하였다(pp. 46~47). 또, 이동환(2016)은 수학적 탐구를 주어진 상황을 관찰, 분석하여 수학적 문제로 설정하고 그 문제를 해결하기 위해 추측하고 검증하여 개선하는 과정을 반복하는 것이라 하였다.

신현성(2004)은 탐구와 발견을 현대 사회에 대처하기 위해 학교교육이 창조적 기능에 중점을 둔 정신활동으로 간주하고, 탐구 학습을 학생이 지식의 획득 과정에 주체적으로 참여하여 자연 또는 사회를 조사하는 데 필요한 탐구 능력을 갖추고 발견하는 적극적 태도를 기르는 활동으로 보았다. 또, Suchman(1964)은 탐구 훈련은 학생들이 당혹한 사건에 직면하면서 시작되고 이런 상황에서 탐구심이 발생하여 자신의 사고 전략을 의식하고 분석하는 방법을 배우며, 또 그 안에서 새로운 전략을 배워가며 협동적인 탐구를 통해 학생들의 사고력을 신장시킨다고 하였다. 탐구 학습은 학생들에게 새로운 현상을 조사하고 설명하기 위한 탐구적 과정을 가르치는 것인데(신현성, 2004), 이러한 탐구 학습은 과학의 이해를 증진시키며 창의적 사고를 기르고 정보를 수입하고 분석하는 능력은 기르는데 효과적이다(박성선, 2011).

또, 박성선(2011)은 탐구 학습을 수업 참여자인 학생의 적극적이고 능동적인 참여가 요구되고 교사가 제시한 상황에 의문을 갖고 자료를 논리적으로 수집, 분석하고 일반화된 결론을 도출해야 한다고 하면서 탐구 과정에서 학생과 교사는 고도의 상호작용 즉, 계속해서 질문하고, 생각하고 의심하고 탐색하는 과정에서 교사의 간섭을 최소한으로 하는 것이 중요하다고 하였다. 한편, Kwon(2005)는 탐구 지향 수업은 학생들의 개인적인 경험과 새로운 정보, 새로운 문제해결 방법 또는 지금까지 배우지 않은 해답을 발생시키는 학교 지식의 촉진을 위한 교사 실행으로 정의될 수 있다고 하였다. 황혜정(2002)는 탐구 수업의 목적을 고등 정신 기능을 향상시키고 인지적 학습 활동을 통해 탐구 과정의 터득에 초점을 두고 있으며, 학생들이 질문을 제기하거나 그에 대한 답을 찾아내는데 필요한 지적 훈련이나 기능을 개발시킬 수 있도록 학생들을 도움으로써 학생들에게 인지적 추론 능력을 신장시켜 주는데 있다고 하였다.

3. 연구 윤리

우리나라는 2005년 황우석 사건으로 인하여 연구윤리의 중요성이 부각되기 시작하였는데 이를 계기로 2006년 과학기술부가 과학연구윤리와 연구 진실성을 확립하기 위한 방안을 탐색하여 2007년 2월‘연구윤리 확보를 위한 지침’을 발표하고 이를 토대로 학회, 대학교, 연구기관 차원에서 연구윤리 규정을 만들어 적절한 연구 행위가 시행되도록 독려하여 왔다(김명식, 2013). 이인재(2015)는 연구윤리를 “연구자가 정직하고 정확하며, 성실한 태도로 바람직하고 책임 있는 연구 수행을 위해 지켜야 할 윤리적 원칙 또는 행동양식”이라고 하였다(p. 45). 김명식(2013)는 연구윤리에서 가장 기본이 되는 연구 진실성은 연구자들에게 요청되는 높은 도덕적 기준을 가지고 이 기준을 확고하게 지켜내는 성질이라고 하고 연구윤리의 정착을 위해서 제도적, 법적 접근이 요구된다고 하였다.

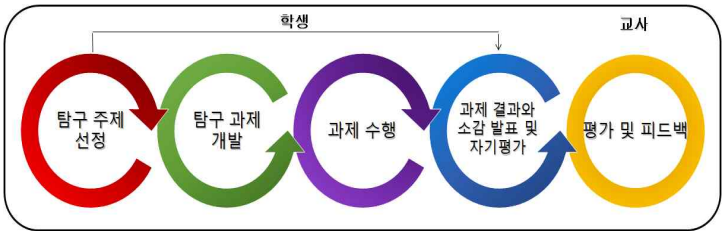
또, 김명식과 정보주(2013)는 학습윤리를 공부하는 이들에게 필요시 되는 윤리로 간주하며 학습 진실성을 강조하며, 연구가 학습으로 연구자가 학생으로 바뀌어 적용되는 것 일뿐 학습 진실성은 연구 진실성과 같은 개념임에도 불구하고 연구윤리와 마찬가지로 잘 지켜지지 않고 있다고 지적하였다. 아울러, 김명식과 정보주(2013)는 학습윤리를 지키고 학습부정행위를 해서를 안 되는 이유로 첫째 학문과 교육의 목적에 어긋나고, 둘째 학습당사자 개인의 성장과 성숙을 방해하며, 셋째 사회적으로도 문제가 됨을 들었다. 한편, 김길수(2014)는 연구 수행에 적용할 보편적인 연구윤리를 찾는다는 것은 어려운 일이며 책임 있는 연구라 인정할 수 있는 행동은 학문별, 연구실별로 다를 수 있어 실제적으로 적용하는데 어려움이 있으므로 책임 있는 연구를 위해 연구자들이 지켜야할 핵심적인 원칙이 존재한다고 하였다. Belmont Report(2000)는 연구윤리의 세 가지 원칙으로 인간존중, 선행, 정의를 제시하였으며, Resnik(1998)는 바람직한 과학을 위한 원칙으로 정직성, 신중함, 개방성, 자유, 공로, 교육, 사회적 책임, 합법성, 기회, 상호존중, 효율성, 실험대상에 대한 존중 등을 제시하였다(김길수, 2014, 재인용).

우리나라 정부 차원의 연구윤리 지침은 2015년 11월 개정되었으며 중요한 특징은 다음과 같다(이인재, 2016). 첫째, 개정된 연구윤리 확보를 위한 지침에서 사용하는 주요 용어에 대한 '정의' 항목을 신설하여 용어에 대한 의미를 보다 명확하게 정의함으로써 지침에서 사용하는 주요 용어에 대한 모호함이나 혼동의 여지를 해소하고자 하였다. 둘째, 국내외 대학이나 연구기관에서 설정하고 있는 포괄적인 연구윤리의 영역에 근거하여 연구자 및 대학 등의 역할과 책임을 새롭게 명시하였다. 셋째, 연구부정행위의 범위에 부당한 중복게재를 포함시킴으로써 기존의 연구 부정행위의 범위보다 확대하였고, 제기된 연구 부정 의혹에 대하여 그것이 연구 부정행위에 속하는지를 보다 명확하게 판단할 수 있도록 표절, 부당한 저자표시, 부당한 중복게제의 구체적인 판단 기준을 제시하였다.

Ⅲ. 연구 방법

1. 과제 탐구의 수업모형

본 연구에서는 '과제 탐구의 수업모형'을 개발하여 학생들로 하여금 이 모형 절차에 따라 의미 있는 수학적 탐구 과제의 주제를 선정하고 이 주제에 관한 과제를 개발하여 스스로 해결하도록 하였다. 이러한 모형의 개발은 2015 개정 교육과정에 따른 <수학과제 탐구> 과목의 성취기준 내용을 근간으로 하였다. 교육과정 문서의 <수학과제 탐구> 과목에는'과제탐구의 이해'와 '과제탐구 실행 및 평가'의 두 개 영역으로 구성되어 있는데, 과제를 개발하고 수행하는 데에는'과제탐구 실행 및 평가'영역이 적합하다고 판단하였다. 이 후자에 해당하는 교육과정 내용은 다음과 같다, "수학과제 탐구의 실행 및 평가에서는 학생이 수학과제 탐구를 실제로 수행하는 과정으로, 수학과 연관된 주제 중 흥미와 관심이 있는 주제를 구체화하여 탐구 주제로 선정하고, 탐구 주제와 관련된 선행 연구를 검토한 후 적절한 탐구 방법을 선택하여 탐구 계획을 수립하고 계획에 따라 탐구를 수행한다. 그 결과를 정리, 분석, 해석하여 의미 있는 결론을 도출하여 산출물을 제작하고 발표한다. 탐구의 전 과정을 적절하게 평가하고 반성하여 학생들로 하여금 탐구 능력을 신장시키는 기회가 되도록 한다."(교육부, 2015, p. 135) 이를 바탕으로 [그림 Ⅲ-1]과 같은 5단계의 '탐구 과제 수업모형'을 마련하였다. 이 모형 절차에 따라 고등학교 1학년 <수학> 과목의 내용 중, 흥미와 관심이 가는 주제를 구체화하여 탐구 주제를 선정하고, 탐구 주제에 대한 과제를 개발하여 이를 해결하고, 그 결과 및 소감(반성)을 발표하도록 하였다. 끝으로, (교사는) 탐구 과제의 주제, 과제, 과제 해결 과정에 관한 전반적인 평가를 하고 그 과제에 해당하는 수학 내용을 정리하는 피드백을 제공하였다.

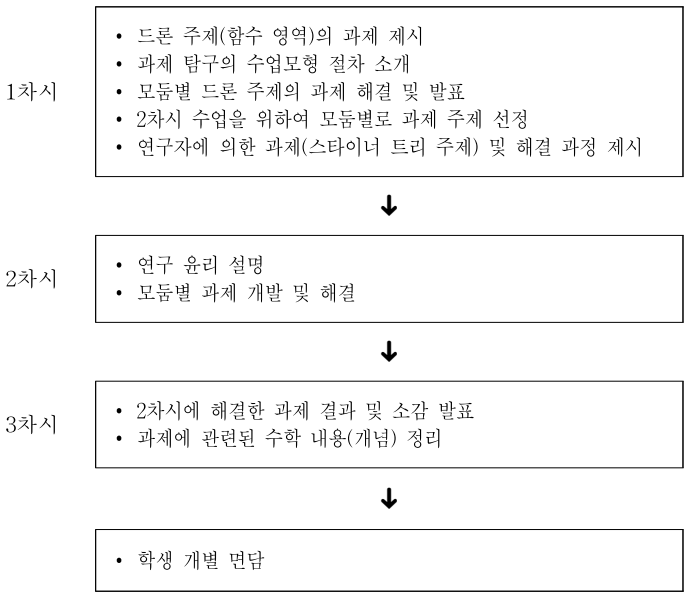


[그림 Ⅲ-1] 과제 탐구의 수업모형

2. 연구 대상 및 실험수업 절차

본 연구는 G 지역에 위치한 J 고등학교 2학년에 진학 예정인 9명(여학생 6명, 남학생 3명)을 대상으로 3차시에 걸쳐 수업을 진행하였으며 대상자들은 1학년 전체 수학내신등급은 1등급부터 5등급까지 비교적 골고루 분포되어 있다. 수업 진행은 C대학의 교육대학원에서 수학교육 전공으로 석사 과정을 이수중인 본 연구의 공동연구자이다. 수업은 모둠별로 수업을 진행하였으며, 이때 모둠은 연구 대상자들의 학업 성취 및 성향을 파악하고 있는 해당 학교 수학 교사의 도움을 받아 3명씩 3조로 편성하였다.

본 연구에서는 3차시분의 수업이 진행되었으며, 그 절차는 [그림 Ⅲ-2]과 같다. 본 연구에서는 학생들이 직접 과제를 개발하는데 중점을 두고 있는데, 일반적으로 학생들은 과제를 개발하는 것에 익숙하지 않으므로, 1차시 수업에서는 연구자가 개발한 함수 영역의 드론 주제에 관한 과제를 제시하여 수업을 진행하였다. <표 Ⅲ-1 참조>



[그림 Ⅲ-2] 수업 절차

<표 III-1> 1차시 수업에서 다룬 과제

1. 탐구 계획 수립

(1) 문제 상황 제시

〈일본의 지진 관련 뉴스〉
지난 11일 일본을 강타한 규모 9.0의 지진으로 인한 인명 및 재산 피해가 눈덩이처럼 불고 있다. 이날까지 여진이 지속되고 원자력발전소의 방사능 누출 등 지진으로 인한 2차 피해도 이어지고 있어 정확한 피해 규모를 산정하기는 어려운 상황이다. 사망자 뿐 아니라 외상 환자도 다수 발생할 것으로 우려되고 있으며, 수질 오염에 따른 질병 확산 우려도 제기되고 있다. 방사능 누출에 따른 피폭 피해도 우려되고 있다. 지난 12일 발생한 후쿠시마(福島) 원자력발전소 1호기 폭발에 따른 방사능 누출로 지금까지 22명이 방사능에 피폭된 것으로 확인됐다. 요미우리 신문은 이로 인해 인근 주민 등 최대 190명이 피폭했을 가능성이 있다고 보도했다. 산업 시설 뿐 아니라 가옥 피해도 엄청날 것으로 예상된다.

2011. 3. 13헤럴드생생뉴스/onlinenews@heraldcorp.com

이 뉴스를 본 다은이는 이러한 문제 상황을 어떻게 합리적으로 해결할 수 있을까 하고 인터넷 검색을 하던 중 자동으로 움직이는 '드론'에 대해 관심을 가지게 되었고, 그와 관련된 기사들을 접하게 되었다. 다은이는 구호물품을 전달하기 위해 헬기를 이용하는 것보다 자동으로 움직이는 드론을 이용하는 것이 더 합리적이라고 생각했다. 그리고 안전하게 무인 드론을 운행하려면 충돌회피기술이 필요하다는 것을 알게 되었다. **효율적인 드론의 운행 경로를 알아보도록 하자.**

2. 탐구 수행

(1) 무인 드론의 효율적인 기본 경로를 장애물의 유무에 따라 알아보고, 장애물이 있을 경우, 무인 드론의 가장 효율적인 경로는 어떻게 정해야 할지 토의해 보자.

(2) 이차함수의 그래프 그리기

① 점 $(-1, 0), (1, 0), (-1, 10), (1, 10)$을 꼭짓점으로 하는 직사각형의 건물이 있다. 주어진 이차함수의 그래프를 모두 그려보자.

$$y=-x^2+5, \quad y=-x^2+10, \quad y=-x^2+15$$

이때 직사각형 건물과 만나는 이차함수와 만나지 않는 이차함수를 분류해 보고 드론이 장애물을 피할 때 고려해야 하는 것은 무엇인지 설명해 보자.

② 드론이 이차함수 $y=-3x^2+10$을 따라 움직인다고 할 때 직사각형의 건물을 피할 수 있는지 그려보고, 판단해 보자.

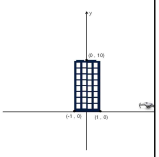
③ 드론이 이차함수 $y=-3x^2+10$을 y축의 방향으로 20만큼, 40만큼 평행이동할 때 그림을 그려보고, 직사각형의 건물을 피할 수 있는지 판단해 보자.

④ 드론이 $y=-3x^2+k$를 따라 움직인다고 할 때 직사각형의 건물을 피할 수 있는 k의 범위를 구해 보고 드론이 효율적으로 이동하려면 k는 어느 값에 가까워야 하는지 그 이유와 함께 설명해 보자.

(3) 드론이 이차함수 $y=-ax^2+15$를 따라 곡선을 그리며 장애물(건물)을 피할 때 효율적인 경로 찾기 (건물의 크기는 그림과 같다.)

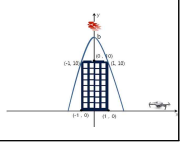
① 드론이 $y=-ax^2+15$를 따라 움직인다고 할 때 건물을 피할 수 있는 a의 범위를 구해보자.

②에서 드론이 효율적으로 이동하려면 a는 어느 값에 가까워야 하는지 그 이유와 함께 설명해 보자.



(4) 드론이 이차함수 $y=-ax^2+b$를 따라 곡선을 그리며 장애물(건물)을 피할 때 효율적인 경로 찾기 (건물의 크기는 그림과 같다.)

상공 $15m$의 비행체로 인해 드론이 높이 $10m$의 건물 위와 $15m$의 비행체 사이를 움직일 수 있다. 이때, 드론이 지나는 그래프는 $y=-ax^2+b$ $(a>0, b>0)$인데 드론이 건물과 부딪힌다고 할 때, a의 최솟값을 b에 관한 식으로 나타내보고 그 이유와 함께 설명해 보자.



3. 탐구 결과

(1) 드론의 이동경로에는 어떤 것이 있는가?
(2) 이차함수의 특징에는 무엇이 있는가?
(3) 드론이 장애물을 피할 때 고려해야하는 것은 무엇인가?
(4) 드론이 장애물을 효율적으로 피해 이동하려면 어떤 경로를 선택해야 하는가?
(5) 드론이 재난 현장 외에 실생활에서 적용될 수 있는 분야를 생각해 보자.

4. 반성 및 평가

평가 방법	평가 영역	평가기준	평 가		
			상	중	하
자기 평가	상황제시	드론의 실용성에 대하여 깊이 생각해 본 적이 있는가?			
		이차함수의 특성을 잘 이해하였는가?			
		주어진 조건 하에 이차함수의 그래프를 잘 그릴 수 있는가?			
	감성적 체험	모둠별 토론에 적극적으로 참여하였는가?			
		활동지는 성실하게 작성하였는가?			
동료 평가	상황제시	모둠별 토론에 적극적으로 참여하였는가?			
	감성적 체험	모둠별 활동에 적극적으로 참여하였는가?			
		조원들의 참여가 활동을 해결하는 데 도움이 되었는가?			

또, 연구자는 효율적인 과제 수행을 위하여 5단계의'과제 탐구의 수업모형'절차를 설명해 주고, 모둠별로 드론 주제의 과제를 해결하도록 독려하고 핸드폰에 있는 프로그램(Desmos)을 사용하여 그래프를 직접 그려 보도록 하였다. 모둠별로 토론하면서 과제를 해결해 나아가는 과정에서 어려움이 있을 경우 연구자인 수업 진행자에게 질문하여 해결하도록 하였다.

드론 과제 해결 및 해결 결과 발표 후, 교과서 내용을 바탕으로 탐구 가능한 주제들을 여러 가지 제시하고 이 중 학생들이 2차시 수업 시간에 과제를 직접 개발하고 싶은 것에 관한 주제를 선정하도록 하였는데, 그 결과 학생들은 '암호'라는 주제를 정하였다. 2차시 수업에서는 학생들이 직접 과제를 개발해야 하므로 과제 개발에 친숙감을 높이기 위하여, 1차시 수업 종료 시점에서 연구자는 '과제 탐구의 수업모형' 절차에 따라 개발한 과제[2]와 그 과제의 해결 과정을 제시하고 이를 숙지하도록 하였다. 2차시 수업 시에는 학생들이 이미 정한 암호라는 주제를 가지고 '탐구 과제의 수업모형'절차에 따라 직접 과제를 개발하도록 하였다. 이 과정에서 연구자는 최대한 개입을 자제하고 학생들의 질문에 대답해 주는 정도로만 하였다. 또 정해진 주제를 탐구하는 과정에서 인터넷을 활용하도록 허용하였으며 검색을 통해 얻은 결과에 대해서는 반드시 출처를 밝히도록 연구 윤리에 관해 지도하였는데, 그 내용은 다음과 같다.

> 과제를 탐구 하는 동안 어려운 부분은 질문을 하거나 인터넷을 활용하여 도움을 받아도 됩니다. 단, 인터넷을 활용하여 얻은 내용은 출처를 밝히지 않을 경우 연구윤리에 어긋나므로 반드시 그 출처를 밝히도록 해야 합니다. 출처를 밝히는 방법은 누가, 언제, 무엇을, 어디서를 기본으로 하며 예를 들자면 인터넷의 기사의 경우 기사작성자, 기사제목, 인터넷사이트이름, 날짜를 표기하거나 URL을 날짜와 함께 표기해야 합니다. 연구윤리는 수학과제 탐구 과정에서 준수해야 하는 윤리이므로 반드시 지키도록 합니다.

3차시 수업에서는 2차시에 수행한 과제의 해결 결과를 소감과 함께 모둠별로 발표하도록 하였으며, 연구자는

2) 스타이너 트리는 처음 주어진 점을 이용하거나 처음 주어진 점 외에도 새로운 점을 추가하여 최단 거리로 연결하는 것이며, 이때 추가하는 점들을 스타이너 점(Steiner points)이라고 한다. 본 실험수업에서는 주어진 점을 세 점, 네 점으로 늘려가며 스타이너 트리를 알아보고 실생활 과제(동물원에서 최소 이동거리)에 적용해 보는 과제를 개발하여 학생들에게 제시하였다. 이 과제는 <부록 1>에 제시되어 있음.

모둠별 활동에 관한 전반적인 인상을 말하고 각 모둠별 과제에 해당하는 수학 내용을 간략히 정리해 주었다.

3. 면담 내용

3차시 수업을 진행한 직후 학생들을 개인별로 10분씩 반 구조화된 방식으로 면담이 이뤄졌으며 면담 문항은 총 7개이다. 면담 내용은 두 선행 연구, 즉 학생들의 과제를 조별로 수행하며 기존 수업과 비교에 관해 면담을 수행한 황혜정과 홍성기의 연구(2017)와 2015 개정 교육과정에 따른 선택 과목의 수학학습태도 변화에 관해 면담을 수행한 서승희(2016)의 연구를 토대로 재구성하였다. <표 Ⅲ-2, Ⅲ-3 참조> 면담 내용은 녹취하여 면담을 진행한 학생들의 순번대로 코딩화 하였는데, 본고에서는 지면 관계상 면담 질문 1의 답만을 <부록 2>에 제시하였다.

<표 Ⅲ-2> 본 연구에서 면담 내용의 재구성 과정

선행연구		본 연구	본 연구 면담 번호
(황혜정, 홍성기, 2017)	(서승희, 2016)		
1-1. 평상시 수업에서 기하내용을 학습하는 것과 실험 수업에서 기하과제를 중심으로 학습한 것과의 차이점 4-2. 오늘 토론 수업을 통해 느낀 점	2-1.일주일 동안 <경제 수학> 수업에 참여했는데 전체적인 소감을 자유롭게 이야기해주세요. 예) 좋았던 점, 도움이 된 점, 보완되었으면 하는 점	실험수업을 통해 느낀 점은 무엇입니까? 즉, 설명 중심의 정규 수학 수업과 비교해 볼 때 과제 해결 중심의 실험 수업의 특징(좋은점과 나쁜점)은 무엇입니까?	1
		과제를 해결하는 동안 어떤 학습 경험(어려움이나 난점 등)을 하였습니까?	2
		과제를 해결하는 동안 어떤 학습 태도(흥미, 만족감 등)를 갖게 되었습니까?	3
		주어진 과제를 해결할 때(첫 번째 실험수업)와 직접 문제를 만들어 해결할 때(두 번째 실험수업)의 차이점은 무엇입니까?	4
		조별로 과제를 해결해 가면서 좋았던 점과 어려웠던 점은 무엇입니까?	5
	3-1.<경제 수학> 수업 후에 수학에 대한 생각에 있어 달라진 점이 있나요? 예) 수학의 필요성, 수학의 유용성, 공부하는 이유, 수학에 대한 흥미 3-2.<경제 수학> 수업을 하고나서 수학 공부를 하는데 있어 달라진 점이 있나요?	<수학 과제 탐구>수업 후에 수학 (과목)에 대한 인식이 달라진 점은 무엇입니까? 예) 수학에 대한 흥미, 수학 과목의 공부하는 방법 등	6
3-1. 수학 수업에서 논증 활동을 활용한 수업의 필요성과 그 이유		수학 수업 시간에 실험 수업과 같이 과제 중심의 수업 방식(방법)이 필요하다고 생각합니까? 그렇다면 왜 그렇게 생각합니까? 그렇지 않다면 왜 그렇게 생각합니까?	7

<표 Ⅲ-3> 본 연구의 면담 내용

번호	면담 내용	비고 (영역)
1	실험수업을 통해 느낀 점은 무엇입니까? 즉, 설명 중심의 정규 수학 수업과 비교해 볼 때 과제 해결 중심의 실험 수업의 특징(좋은점과 나쁜점)은 무엇입니까?	실험 수업에 대한 태도
7	수학 수업 시간에 실험 수업과 같이 과제 중심의 수업 방식(방법)이 필요하다고 생각합니까? 그렇다면 왜 그렇게 생각합니까? 그렇지 않다면 왜 그렇게 생각합니까?	
2	과제를 해결하는 동안 어떤 학습 경험(어려움이나 난점 등)을 하였습니까?	과제 해결에 대한 태도
3	과제를 해결하는 동안 어떤 학습 태도(흥미, 만족감 등)를 갖게 되었습니까?	
4	주어진 과제를 해결할 때(첫 번째 실험수업)와 직접 문제를 만들어 해결할 때(두 번째 실험수업)의 차이점은 무엇입니까?	
5	조별로 과제를 해결해 가면서 좋았던 점과 어려웠던 점은 무엇입니까?	
6	<수학 과제 탐구>수업 후에 수학 (과목)에 대한 인식이 달라진 점은 무엇입니까? 예) 수학에 대한 흥미, 수학 과목의 공부하는 방법 등	수학에 대한 학습 태도

Ⅳ. 연구 결과

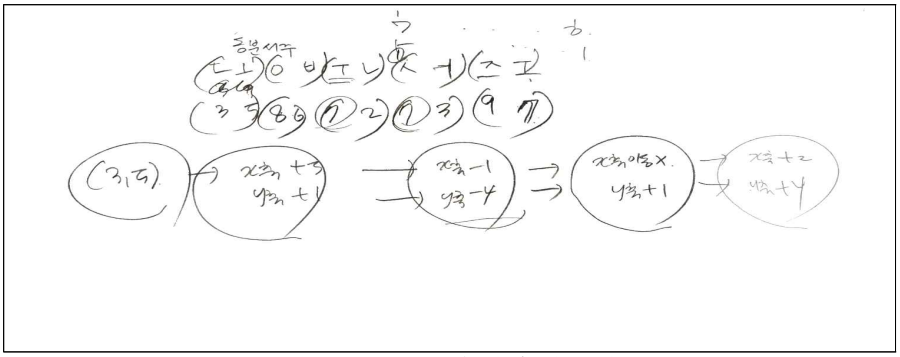
1. 과제 수행

2차시 수업에서 학생들은 스스로 정한 암호라는 주제로 '과제 탐구 수업모형' 절차에 맞춰 과제를 개발하여 수행하였다. 모둠별로 개발한 과제는 <표 Ⅳ-1>의 내용과 같으며, 특히 함수 영역의 내용을 토대로 한 B모둠의 과제 개발 과정은 [그림Ⅳ-1]과 같다.

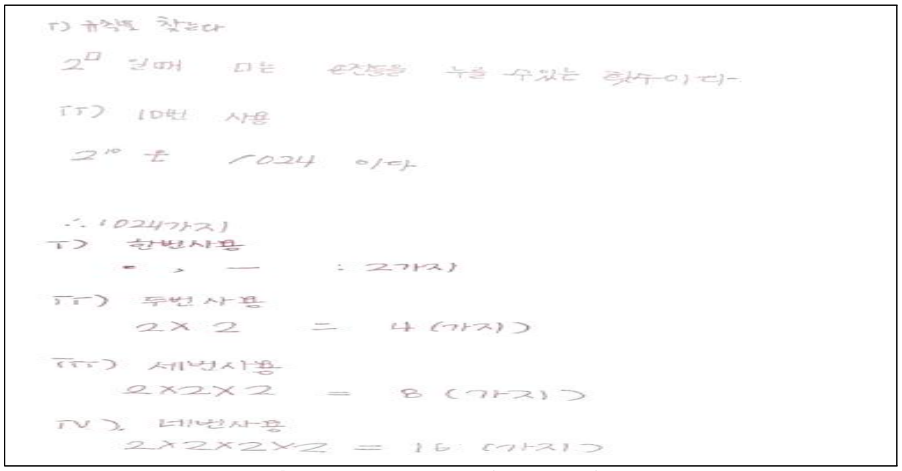
<표 Ⅳ-1> 모둠별로 개발한 과제 내용

	모둠별 과제 내용
A모둠	모스부호(•,-)의 두 가지 기호를 한 번, 두 번, 세 번, 네 번 사용하여 만들 수 있는 가짓수를 구해보고 규칙을 찾은 후 손전등을 10번 사용할 때 배열되는 가짓수를 구해보자.
B모둠	한글의 자음배열은 x좌표의 숫자배열, 모음 배열은 y좌표의 숫자배열과 일치한다. 이때 주어진 좌표를 한글로 바꾸어 나타나는 사자성어를 뜻과 함께 맞추시오.
C모둠	1부터 500까지의 자연수가 있다. 이중, 4개의 수를 배열할 때 값이 일정하게 커지도록 배열하는 확률 구하여라.

A모둠의 경우 재난을 당한 상황 속에서 구조 요청하는 방법을 손전등의 사용 횟수를 제한하여 가능한 경우의 수를 구하는 과제를 개발하고, 이 과제 해결을 통해 2가지 부호를 사용하였을 때와 3가지 부호를 사용하였을 때를 비교하여 규칙을 찾아보고 일반화해 보도록 하였다. <그림Ⅳ-2 참조> B모둠은 한글의 자음과 모음의 배열을 각각 x좌표, y좌표로 대응하는 숫자로 바꾸어 좌표로 나타내고 주어진 좌표가 나타내는 사자성어를 뜻과 함께 맞추는 과제1을 개발하고, 과제1과 동일한 조건에서 좌표의 평행이동과 대칭이동을 이용하여 사자성어를 뜻과 함께 맞히는 과제2를 개발하였다. B모둠은 결과적으로 이 과제를 통해 좌표의 평행이동과 대칭이동을 언급하고 수학뿐만 아니라 국어교과와 통합하여 타 과목의 내용을 정확히 이해하고 있는지 알아볼 수 있도록 하였다.



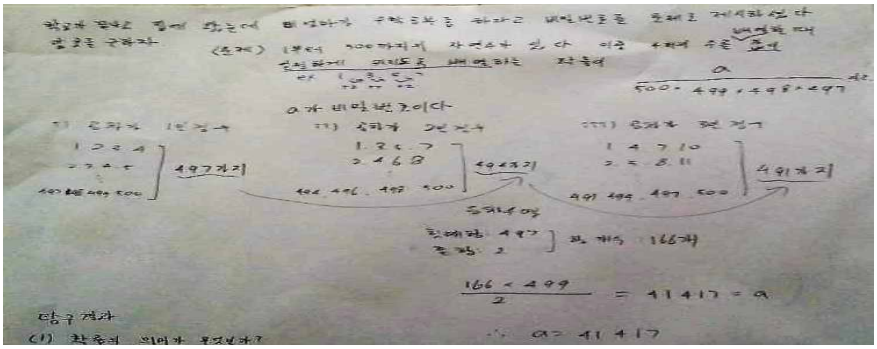
[그림 Ⅳ-1] B모둠의 과제 개발 과정



[그림 Ⅳ-2] A모둠의 과제 해결 과정

한편, C모둠은 연속된 4개의 숫자가 일정한 크기로 커지는 수의 배열(등차수열)[3]의 확률을 구하는 과제를 개발하고, 이 과제를 통해 확률과 일정한 규칙의 수의 배열을 이해할 수 있도록 하였다. <그림Ⅳ-3 참조> 과제를 개발하는 동안 수업을 진행한 본 연구자는 순회하며 과제의 물음에 수학적 오류를 발견하면 발문을 통해 학생들이 해결하도록 유도하고 학생들이 어려움을 겪는 부분에 대한 질문에 응답하였다. 또 모둠별로 활동을 하는 동안 참여에 소극적인 학생이 있을 때 토론에 참여하도록 유도하며 과제를 개발하는 과정을 총괄적으로 관찰했다. 또한, 과제 수행 및 소감 발표 후에는 본 연구자가 각 모둠별로 모둠 활동에 관한 전반적인 인상을 말하고 다른 모둠에게 질문을 유도하였고 다른 모둠의 질문과 개발된 과제를 바탕으로 각 모둠에 해당하는 과제의 수학 내용을 간략히 정리해 주었다.

3) 2015 개정 교육과정의 신설과목인 <수학과제 탐구>는 고등학교 2·3학년 선택과목이지만 등차수열의 경우 2015 개정 교육과정에서 고등학교 1학년 과정이 아니고 본 연구에서는 고등학교 1학년 과정을 마친 2학년을 대상으로 하므로 등차수열의 용어를 사용하는 것은 적합하지 않다고 할 수 있어 등차수열의 정의를 설명하고 필요한 공식을 미리 제시하였음.



[그림Ⅳ-3] C모둠의 과제 해결 과정

2. 면담

가. 과제 해결 및 수학에 대한 학습 태도

실험수업에서 과제를 해결하는 동안 학생들이 겪은 점을 묻는 질문에 대해 전반적으로 어려웠다고 답하였다. 즉, 기존의 주어진 과제를 해결하는 수업 방식과 다르게 직접 과제를 개발하는 과정이 낯설고(2-3-1[4], 2-7-1, 2-8-2, 2-9-1, 2-4-2), 자신들이 가지고 있는 수학 지식의 폭이 넓지 않아 문제에 적용시키는 것이 쉽지 않다고 답하였다(2-1-1, 2-2-1, 2-8-1). 하지만 과제를 해결하는 과정에서 어려움에 직면하였을 때 다른 학생들과 이야기 하면서 해결한 점은 좋았다고 하였으며(2-5-1, 2-6-1, 3-1-1), 이 중 학생5와 학생6은 암호라는 주제 하에 과제를 만들면서 다른 학생들과 토론하면서 좋은 과제를 만들려고 애쓰는 경험이 좋았다고 하였다. 이에 관한 면담 내용은 다음과 같다.

> 너무 여러 명의 의견을 모으려고 그렇게 노력하는 (활동과) 생각하는 거 자체가 저는 좋았던 것 같고 너무 많은 의견이 있어서 어떻게 합쳐야 할지 어려움도 있었지만 그거(조원들 간의 의견차)를 해결해 가면서 더 좋은 방향을 찾을 수 있는 게 좋은 것 같아요.(2-5-1)
>
> 암호란 것를 수업을 하면서 제가 아는 암호란 게 되게 간단한 것만 있을 줄 알고 그렇게 생각을 했는데 다른 친구들 것도 보면서 암호란 게 서로 친구들이랑 이야기를 할수록 복잡해 질 수도 있고 더 좋은 암호를 만들 수 있다는 게 좋은 것 같아요.(2-6-1).

또, 과제를 직접 만들면서 수업에 참여하여 흥미를 가지고 집중할 수 있었으며(3-2-1), 기존에 선생님이 일방적으로 수업을 하신 것보다 이번 실험수업에서와 같이 실생활에 적용되는 과제를 접해 보면서 수학을 활용하는 것에 대해 알게 되어 학습에 도움이 됐다고 하였다(3-8-1). 특히 학생5의 경우 기존(정규)보다 교사가 제시한 문제를 정확히 해결해 내야 하는 심리적 부담감이 줄어 수학 과목이 조금 더 친근해졌다고 하였다(3-5-1). 그리고 기존의 강의식 수업 중에는 다른 학생들과 의견을 나누는 부분이 제한적이었는데 실험수업에서는 모둠별 활동을 하면서 다른 학생들과 의견을 자유롭게 나눌 수 있어서 보다 적극적인 태도로 수업에 참여할 수 있었다고 하였다(3-6-1, 3-9-1).

실험수업에서의 모둠별 활동에 대한 질문에 대해 학생들은 다른 학생들과 이야기를 하면서 자신이 모르는 부분을 새롭게 알 수 있고 다양한 의견들을 들을 수 있으며 서로에게 배울 수 있다고 하며(5-1-1, 5-3-2 5-5-1,

4) ○-○-○에서 첫 번째 ○는 면담 문항 번호를 뜻하며, 번호 숫자는 1~7까지 있으며, 두 번째 ○는 학생 아홉 명을 번호순으로 나열한 것이며, 세 번째 ○는 면담 내용을 시간 순으로 나타낸 것임.

5-6-2), 함께 의견을 조율해 가는 과정에서 서로에게 친밀감을 갖게 되고 협동심이 생기게 되어 좋았다고 답하였다(5-8-1, 5-9-2). 반대로 힘들었던 점은 조원들의 의견들이 분분하여 모든 의견이 포함된 하나의 과제를 개발하는데 어려움이 있었고(5-5-2), 처음 과제를 개발할 때 초반 부분에서 과제를 개발하는 방향을 잡아가는 데 많은 시간이 걸렸으며(5-1-2, 5-8-2), 조원 학생들 중 말수가 적어 본인의 의견을 적극적으로 제시하지 않아 특정 학생이 계속해서 의견을 제시하여 모둠별 활동이 다소 소극적으로 진행되는 어려움을 겪었다고도 하였다(5-9-1).

또, 1차시 실험수업에서 주어진 과제를 해결할 때는 기존의 수업 방식에서 문제를 해결하는 것과 크게 차이가 없었으나 다른 학생들과 토론을 통해 과제를 해결함으로써 기존 방식보다 수학 내용을 이해하는 데 도움이 되었다고 하였다(4-5-2). 반면 직접 과제를 개발해 보면서 수학이 단순히 문제를 해결하는 과목이 아니라 창의력과 사고력을 키우는데 도움이 되는 과목이라는 것을 알게 되었고, 알고 있던 수학 지식을 다시 한 번 되짚어 보는 계기가 되었다고 하였다(4-2-2). 반면에 과제를 개발하는 과정이 더 많은 생각을 요구하게 되고 깊게 생각을 해야 하기 때문에 어려움을 겪었다고 하였다(4-4-2, 4-7-2, 4-8-2). 특히 학생9는 과제를 개발하고 해결하는 과정 동안 끊임없이 수정하고 보완을 해 가며 과제의 완성도를 높이기 위해 노력하였고 스스로 자신들의 과제를 평가해 보는 기회를 가지게 되었다고 하였다. 이에 관한 면담 내용은 다음과 같다.

> 저희가 만들 때는 아무 그냥 주제만 딱 던져주고 아무것도 없는 것을 저희가 만들어 내야 하잖아요. 그래서 저희의 생각을 통해서 만드는 거니까 이거를 그냥 수학 문제를 만든다 이거를 떠나가지고, 뭐라고 해야 하지? 음, 조원들하고 이야기를 하면서 우리 조에서 할 수 있는 가장 좋은 생각? 이걸 깔끔하게 만들어가지고 이거를 멋있게 보여 줘야겠다는 생각이 들었고(4-9-2).
>
> 또 저희가 문제를 만들어서 오류가 없는지 검증을 해야 하잖아요. 또 첫 번째랑 달랐던 게 검증을 하면서 틀린 부분을 딱 한 가지를 발견했단 말이에요. 틀린 것 찾고 고칠 때 쾌감이 좋았어요(4-9-3).

한편, 실험 수업 후 학생들의 수학 수업에 대한 인식을 묻는 질문에 기존의 설명식 수업은 시험이라는 부담을 가지고 있었는데 시험이라는 부담이 줄어서 수학이라는 과목을 조금 더 친근하게 느낄 수 있었다고 하였다(6-1-1, 6-5-1). 또 수학 수업에 있어 단순히 문제 풀이가 아닌 문제 속에 내재되어 있는 원리를 더 깊이 탐구하고 생각 할 수 있는 계기가 되었다고 하였으며(6-2-2, 6-3-1), 단순한 공식을 외워서 문제를 푸는 것 이외에 일상생활에 수학을 적용해 보면서 수학의 깊이를 느끼고 좀 더 폭 넓은 이해를 하게 되었다고 하였다(6-7-1, 6-8-1, 6-9-1). 이에 관한 면담 내용은 다음과 같이 말하였다.

> 처음에는 수학에 대해서는 그냥 거의 문제 푸는 거 밖에 생각 안했는데 이거를 하면서 일상생활에도 많이 활용되고 있다는 걸 보게 되고 수학에 대한 폭이 넓어 진거 같아요. 더 넓게 볼 수 있었던 거 같아요(6-8-1).
>
> 처음 그냥 수학이 이 수업 듣기 전에는 그냥 공식을 외우고 공식을 적용해서 문제를 풀어가는 그런 식으로 생각하고 솔직히 일상생활에서 수학을 그냥 막 패턴의 경우의 수 이런 건 있잖아요. 이런 거 생각을 해봤는데 깊게 생각해 본적은 없어요. 그냥 이건 어떨까 라고만 생각해 봤지. 그런데 이걸 하면서 그런 부분을 좀 더 깊게 들어가는 거잖아요. 그래서 수학도 일상생활에서 적용을 했을 때 그걸 또 깊게 들어가는 재미가 있구나 생각을 했어요(6-9-1).

나. 실험 수업에 대한 태도

실험수업 후 학생들이 느낀 점을 묻는 질문에 대해 학생들은 참여 위주의 수업이다 보니 기존의 수업 보다 덜 딱딱하여 지루하지 않고 어려운 문제임에도 조금 더 쉽게 느껴지는 것 같다고 하였고(1-1-1, 1-4-1), 직접 주제를 찾고 그 주제에 맞는 과제를 개발하는 과정 중 자료를 찾고 기존의 지식을 가지고 적용시켜 보면서 창의성을 기를 수 있다고 하였다(1-2-1, 1-9-2). 또 기존의 수업은 설명 중심의 수업이어서 학생들끼리 이야기를 하는 게 어려운 데 반해 조별 활동으로 과제를 해결하는 실험수업의 경우 자유로운 토론이 가능하여 좋다고 하

였다(1-6-2, 1-7-1). 특히 학생5는 실험수업에서 어려움에 직면했을 때 기존 수업과 비교하여 다음과 같이 말하였다, “일반 그냥 수업 식으로 할 때는 그냥 선생님 말씀만 듣고 문제 해결은 저희가 스스로 해야 되는 것이기 때문에 이해가 안 되면 선생님한테 바로 물어보지 못하고 수업 끝나고 물어봐야 되는데 그냥 실험방식으로 하다보면 이해가 잘 안가면 바로 친구한테 물어보거나 선생님한테 도움을 바로 청할 수 있는 게 좋은 점인 거 같아요.”(1-5-1).

반면 실험수업에 부정적인 면은 학생의 입장에서 고민하는 시간이 많이 필요하였고 결과적으로 과제를 개발하는 데 시간이 부족했다고 하였다(1-8-2, 1-9-3). 또, 모둠별로 과제를 해결하다 보니 토론에 적극 임하지 않는 학생들이 있을 때는 앞으로 진행해 나가는 과정에 어려움이 있고(1-9-4), 조원들 간에 논쟁으로 인해 불화가 생길 수 있을 것 같다고 하였다(1-2-2).

한편, 실험수업과 같은 과제 중심의 수업이 필요한지에 대한 질문에 대부분의 학생들은 필요하다고 대답하였다. 즉, 기존의 설명 중심의 수업은 선생님의 일방적인 진행이나 지도 부분이 많아서 학생들이 수업 내용을 이해하는데 어려움을 겪었는데, 실험수업에서는 직접 참여를 통해서 능동적인 자세로 수업에 임하여 단순한 수학적 내용만이 아니라 다양한 것을 배울 수 있을 것 같다며 실험수업 방식의 수업이 필요하다고 하였다(7-2-1). 학생5는 기존의 수업에서 힘든 점을 실험수업의 방식을 통해 극복이 가능하다고 다음과 같이 답하였다.

> 많이 필요한 것 같아요. 왜냐하면 수업방식은 예습하고 복습을 안 한 못한 친구들한테는 너무 힘든 과제라고 생각해요(7-5-1). 그리고 실험수업 방식으로 하면 좀 더 시험의 부담을 덜 느껴서 (좋은 거 같아요.) 막 그런 사람들 있잖아요. 시험 때문이니까, 그냥 수행평가니까, 수행평가 점수 잘 받으려고 참여하는 거라고. 그냥 실험은 수행평가 그런 거 의식하지 않고 그냥 편하게 할 수 있고 너무 부담이 안 느끼니깐 참여를 더 잘하게 되는 그런 게 있어서 해야 된다고 생각해요(7-5-2).

또, 학생8은 일상생활에 적용된 과제를 접해 보면서 수학이 문제를 해결하는 것뿐만 아니라 금융, 보안 등의 여러 분야에 활용되고 있다는 점을 통해 자신의 진로에 대해서 생각해 보는 기회를 가질 수 있는 것 같다고 하였다(7-8-1). 일부 학생들은 과제 중심의 수업에서 조별 활동의 필요성에 초점을 두고 공동체 생활을 위한 상대방에 대한 이해와 서로 협력하는 과정에서 의견을 주고받으며 문제를 해결하는 게 필요하다고 하였다(7-4-1, 7-6-1). 또 다른 학생 몇 명은 과제를 개발하는 과정에서 기존의 수학 지식이 기본 바탕이 되어야 하므로 특정 단원 내용을 중심으로 반복적으로 과제 개발이 이뤄져야 한다고 하였다(7-1-1, 7-3-2). 반면, 과제 중심의 수업의 필요성에 부정적으로 답한 학생의 경우에는 기존의 수업 방식대로 수업을 할 때가 보다 효과적인 학습이 가능하다고 하였는데, 그 이유는 풍부한 지식을 보유하고 있는 선생님이 필요한 이론을 전달하고 그 이론과 관련된 문제를 제시하여 학생은 그 문제를 해결해 가면서 배운 내용을 정리할 수 있기 때문이라고 하였다(7-9-1).

Ⅴ. 결론 및 제언

본 연구 결과를 토대로 도출될 수 있는 결론 및 시사점을 제시하면 다음과 같다.

첫째, 학생들로 하여금 탐구 과제의 수업모형 절차를 충분히 익혀 이를 적용하여 과제의 주제를 선정하고 과제를 개발하여 해결할 수 있도록 한다. 본 연구에서 학생들이 처음 탐구 과제의 수업모형에 따라 수업을 진행하고자 하였을 때 어떤 방향으로 수업이 진행되는지 낯설어 하였고 학생 자신들이 직접 과제를 개발하고 해결하는 데 어려움을 겪기도 하였다. 면담 결과에서도 연구자가 개발하여 제시한 과제를 해결할 때는 기존의 수업 방식에서 주어진 문제를 해결하는 것과 크게 다르지 않았지만, 그들 스스로 직접 과제를 개발할 때에는 어떻게 방향을 잡아 과제를 개발해야 하는지 어려웠다고 하였다. 따라서 학생들이 과제를 개발하고 해결할 때 [그림 Ⅲ-1]

과 같은 탐구 과제의 수업모형 절차를 숙지시키고 학생들이 이에 따라 과제를 순차적으로 해결해 감으로써 과제 해결의 방향을 잡고 절차상의 어려움을 감소시킬 수 있도록 독려할 필요가 있다.

둘째, 학생들이 탐구 과제를 개발하기에 앞서 과제의 주제를 선정하는 데에 충분한 시간을 제공하도록 한다. 이로써 그 주제에 관한 관심과 집중을 높일 뿐만 아니라 해당 과제의 개발이 순조롭게 진행될 수 있을 것이다. 본 연구에서는 1차시 수업 말미에 십 여분 동안 (2차시 수업에서 조별로 개발할) 과제의 주제를 선정하였는데, 면담 결과에서 학생들은 비록 주제를 직접 선정하였지만 다소 즉흥적인 판단으로 주제를 선정하다보니 본인들이 보유하고 있던 선행 지식을 이용하여 해당 주제에 관한 적절한 과제를 개발하는 것이 쉽지 않았다고 하였다. 결과적으로 학생들이 부담을 줄이고 수업에 적극적인 참여를 유도하기 위해서는 탐구 주제를 선정하는 과정부터 많은 시간이 필요하며 평소 학생들에게 실생활에 수학이 적용되는 예를 제시하거나 직접 찾아보도록 하는 훈련이 필요할 것으로 여겨진다. 그럼으로써 수학에 대한 호기심을 유발할 수 있고 학생들이 수업에 능동적인 태도로 참여하는데 도움이 될 것이다.

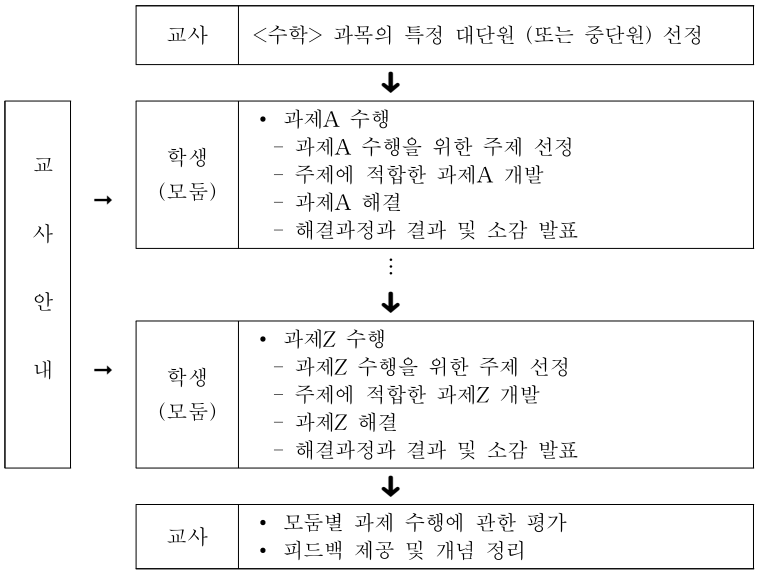
셋째, 모둠별 토론 활동에서 유의미한 토론 거리가 형성되도록 분위기를 조성하도록 한다. 본 연구의 면담 결과에서 학생들은 모둠 활동을 하면서 자유로운 토론을 통해 과제를 해결하면서 모르는 부분을 알아가는 데 도움이 되며 서로의 의견을 듣고 조원들 간에 친밀감을 갖게 되어 좋았다고 하였다. 하지만, 실험수업에서 학생들은 수업에 관련된 토론뿐만 아니라 사적인 이야기를 하는 경우가 있었으며, 조원의 모든 학생들이 대화에 참여하지 않고 특정 학생들만 이야기하는 경우도 있었다. 따라서 모둠별 토론 시 교사는 학생들이 수업 외의 대화는 삼가고 학습 성취도가 높은 학생이 주축이 되어 학업 성취도가 낮은 학생들과 어우러져 원활한 의사소통이 가능토록 안내해야 할 것이다.

넷째, 교사는 과도하지 않으면서도 적절한 발문이나 권고를 통해 학생들이 과제를 해결하는 동안 겪는 어려움을 해결해 주도록 한다. 본 연구의 실험수업에서 학생들은 연구자가 작성하여 주어진 과제를 해결하는 데에는 별 어려움을 겪지 않았으나 학생들이 직접 과제를 개발하여 해결하는 상황에서는 과제 개발 과정 중 과제와 관련된 선행 및 배경 지식이 부족하여 수학적 오류를 범하거나 절차상 다음 단계로 넘어가지 못하는 경우가 있었다. 그런데, 면담 결과에서 모둠별 토론을 하여도 합의되거나 이해가 되지 않는 부분을 선생님께 도움을 청하여 해결해 나갈 수 있어서 좋았다고 하였다. 이처럼 학생들이 과제를 해결하는데 어려움을 겪고 있을 때 교사의 적절하면서도 보다 적극적인 개입이 필요할 것으로 판단된다. 단, 교사는 개입 시 정확한 답을 제시하기보다는 적절한 발문이나 예시를 통해 학생들이 직면한 해결 과정이나 그 다음 과정을 생각해 볼 수 있는 기회를 제공함으로써 학생들 스스로 문제를 해결할 수 있는 기회를 제공하는 것이 바람직할 것으로 사료된다.

다섯째, 교사는 <수학 과제탐구> 과목의 수업 진행을 [그림 Ⅴ-1]과 같은 절차에 따라 진행하도록 한다. 본 연구에서는 학생들이 주제를 선정하고 그 주제에 적합한 과제를 개발하는 데 중점을 두었으며, 그래서 모둠별로 동일한 수학 내용(개념)을 이용하지 않고 고등학교 1학년에서 배운 <수학> 내용으로만 제한하였다. 하지만, <수학과제 탐구> 과목을 한 학기동안 효율적으로 운영하면서 학생들이 이미 학습한 수학 내용을 공고히 다지며 수학적 지식을 강화하기 위해서는 <수학> 과목 교과서의 특정 내용에 대한 중단원 또는 대단원을 중심으로 주제를 다양화 하며 과제를 반복적으로 개발하여 해결해 보는 경험을 하게 할 필요가 있다. 본 연구의 면담 결과에서도 학생들은 과제를 개발하는 과정에서 기존의 수학 지식이 기본 바탕이 되어야 하므로 특정 단원 내용을 중심으로 반복적으로 과제 개발이 이뤄지기를 제안하였다. 따라서 교사는 고등학교 1학년의 <수학> 과목 교과서를 사용하여 대단원 또는 중단원별로 과제를 개발하여 해결해 보고 그 해결 결과 및 소감을 발표해 보도록 하며, 이를 반복적으로 수행하도록 한다. 이를 통해 학생들은 이미 전 학년에서 다뤘던 <수학> 과목의 내용을 보다 충분히 숙지하고 이해할 수 있는 경험을 쌓도록 한다.

이와 같이 학생들은 동일한 단원에서 과제를 개발하여 해결해 보는 활동을 반복적으로 하여 충분히 익숙해진 후 다른 단원(내용 영역)으로 이동하는 것이 바람직할 것으로 사료된다. 이때, 앞서 언급한 바와 같이 교사는 학

생들이 과제 주제를 선정하고, 과제를 생성하며 해결해 가는 동안 학생들이 어려움에 처했을 때 적절한 조언으로 도움을 주는 안내자로서의 역할을 하도록 한다. 또한 교사는 학생들의 평가에 주의를 기울여야 할 터인데, <수학과제 탐구> 과목은 탐구 중심의 수업이므로 기존의 전통적인 평가보다 모든 탐구 과정에 대한 지속적이고 종합적인 평가가 이루어지도록 해야 할 것이다.



[그림 Ⅴ-1] <수학과제 탐구> 과목의 수업 진행 절차

끝으로, 본 연구에서 다룬 <수학과제 탐구> 과목은 2015 개정 교육과정에서 신설되어 정보가 부족하며, 특히 다른 과목과는 달리 수학 내용을 기반으로 하지 않는 '독특한' 성취기준을 수반하고 있어서 해당 과목의 내용을 이해하는 것이 쉽지 않다. 부연 설명하면 철저히 수학 내용이나 개념의 습득을 기반으로 하는 여타 수학 과목과는 달리 <수학 과제 탐구> 과목에서 추구하는 교육적 목적은 다르다. 또, <수학과제 탐구> 과목에서 지향해야 할 수업 및 평가 방향, 방법 등의 설정 또한 어려움이 따른다. 따라서 <수학과제 탐구> 과목에 부합하는 효율적이고 융통성 있는 다양한 교수 · 학습 자료를 개발하고 이에 적합한 교수·학습 및 평가 방법이 마련되어야 할 것이며, 이를 위한 실험적용을 통하여 학교 현장에서의 보다 수월한 실천이 가능하도록 할 필요가 있다.

한 마디로, <수학과제 탐구> 과목은 공식적인 교과용 도서가 개발되지 않으므로 교사들로 하여금 이 과목을 다루는데 있어 수업 방법 및 진행에 대한 안목이 제한적이며 관련 자료의 접근성도 낮을 것이다. 따라서 교사들이 <수학과제 탐구> 과목을 적용하는 데 유용하게 활용할 수 있는 수업 자료를 개발, 공유하도록 함으로써 교사들의 낯선 일을 덜어주어야 할 것이다. 본 연구를 시발점으로 보다 진일보한 질적 자료의 개발 및 수업 방법의 안내가 이뤄져서 교사의 <수학과제 탐구> 과목에 대한 구체적인 관심과 인식이 자리매김하길 기대한다.

참 고 문 헌

권지현・김구연(2013). 중학교 수학교과서에 제시된 기하영역의 수학 과제 분석, 한국수학교육학회지 시리지 A <수학교육>, **52(1)**, 111-128.

Kwon. J. H. & Kim, J. Y.(2013). An analysis of mathematical tasks in the middle school geometry, *J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education,* **52(1)**, 111-128.

교육부 (2015). 수학과 교육과정 (교육부 고시 제 2015-74호 별책8). 세종: 교육부.

Ministry of Education(2015). Curriculum of Mathematics Department. Sejong: Ministry of Education.

김길수 (2014). 연구윤리 정착을 위한 정책방향에 관한 연구, 디지털융합복합연구, **12(9)**, 35-45.

Kim, G. S.(2014). A Study on the Policy Direction for Establishing Research Ethics, *Journal of Digital Convergence,* **12(9)**, 35-45.

김동중・배성철・김원・김다희・최상호 (2015). 중학교 2학년 수학 교과서의 수학 과제 분석-스토리텔링 유형을 고려하여-, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, **29(3)**, 281-300.

Kim, D. J., Bae, S. C., Kim, W., Lee, D. H. & Cho, S. H.(2015). Analysis of mathematical tasks provided by storytelling mathematics textbooks, *J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E: Communications of Mathematical Education,* **29(3)**, 281-300.

김명식 (2013). 연구윤리와 학습윤리. 고양: 연암서가.

Kim, M. S.(2013). Research Ethics and Learning Ethics. Goyang: Yeonamseoga.

김명식・정보주 (2013). 학습윤리. 연구윤리와 학습윤리. 경기: 연암서가.

Kim, M. S. & Jeong, B. J. (2013). Learning Ethics. Research Ethics and Learning Ethics. Goyang: Yeonamseoga.

김성희・방정숙 (2005). 수학 교수・학습 과정에서 과제의 인지적 수준 분석-초등학교 '비와 비율' 단원을 중심으로, 수학교육학연구. **15(3)**, 251-272.

Kim, S. H. & Pang, J. S.(2005). An Analysis of Cognitive Demands of Tasks in Elementary Mathematical Instruction: Focusing on 'Ratio and Proportion', *Journal of Educational Research in Mathematics,* **15(3)**, 251-272.

박성선 (2011). 수학적 탐구학습이 넓이공식의 학습에 미치는 효과, 한국수학교육학회지 시리즈 C <초등수학교육>, **14(1)**, 43-55.

Park, S. S.(2011). The Effects of Inquiry Oriented Instruction on the Learning of Area Formulas, *J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. C: Education of Primary School Mathematics,* **14(1)**, 43-55.

박성익 (1996). 탐구 수업 모형. 수업 모형의 이론과 적용. 서울특별시교육연구원.

Park, S. I.(1996). Inquiry class model. Theory and Application of Teaching Model. Seoul institute of education.

서승희(2016). 2015개정 고등학교 <경제 수학>과목의 대수영역 성취기준에 따른 수업 설계 및 적용 연구. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 논문.

Seo, S. H.(2016). *A Study on Instructional Design and Implementation of Achievement standards in Algebra of 2015 Revision <Economic Mathematics>*, Master's thesis, The Graduate School of Education Ewha Womans University.

신현성 (2004). 수학과 수업모형 및 설계. 서울: 경문사.

Shin, H. S.(2004). A Study on the Model and Design of Mathematics Classroom. seoul: Gyeongmunsa.

이동환 (2016). 수학적 게임 변형을 통한 초등 예비교사의 수학적 탐구 경험, 수학교육학연구, **26(1)**, 143-157.

Lee, D. H.(2016). Pre-Service Primary Teachers' Mathematical Investigation Through Transforming Mathematical Games, *Journal of Educational Research in Mathematics,* **26(1)**, 143-157.

이미연 · 오영열(2007). 수학적 과제가 수학적 의사소통에 미치는 영향, 수학교육학연구, **17(4)**, 395-418.

Lee, M. Y. & Oh, Y. Y.(2007). The Influence of Mathematical Tasks on Mathematical Communication, *Journal of Educational Research in Mathematic,* **17(4)**, 395-418.

이인재(2015). 연구윤리의 이해와 실천. 서울: 동문사.

Lee, I. J.(2015). Understanding and Practice of Research Ethics. Seoul:Dong Munsa.

이인재 (2016). 연구윤리 확보를 위한 개정지침의 주요 내용 및 개정 배경, 아시안뷰티화장품학술지, **14(1),** 90-97.

Lee, I. J.(2016). The Backgrounds and Main Contents of the Revised Guideline for Securing of Research Ethics, *Asian J Beauty Cosmetol,* **14(1),** 90-97.

홍창준 · 김구연(2012). 중학교 함수 단원의 수학과제 분석, 학교수학, **14(2)**, 213-232.

Hong, C. J. & Kim, G. Y. (2012). Functions in the Middle School Mathematics: The Cognitive Demand of the Mathematical Tasks, *School Mathematics,* **14(2)**, 213-232.

황혜정 (2002). 수학 교과에서의 집단탐구식 수업 방법에 관한 고찰, 수학교육학연구, **12(1),** 1-16.

Hwang, H. J.(2002). A Study on the Exploratory Learning in Groups Method in Mathematics Education, *Journal of Educational Research in Mathematics,* **12(1)**, 1-16.

황혜정 · 홍성기(2017). 중학교 학생들의 기하 과제 해결을 위한 논증 활동의 특징 탐색 - Verheij의 반박 유형을 중심으로 -, 수학교육학연구, **27(4)**, 701-725.

Hwang, H. J. & Hong, S, G. (2017). An Investigation on the Properties of the Argumentation for Students′ Performing Geometric Tasks in Middle School-Based on the Type of the Rebuttal of Verheij, *Journal of Educational Research in Mathematics,* **27(4)**, 701-725.

Hiebert, J., & Wearne, D. (1993). Instructional, classroom discourse, and student's learning in second-grade arithmetic, *American Educational Research Journal, **30(2)***, 393-425.

John Mason & Sue Johnston-Wilder (2006). *Designing and using mathematical tasks*. London: Lightning Source.

Kwon, O. N. (2005) Towards Inquiry-Oriented Mathematics Instruction in the University, Proceedings of KAIST International Syposium on Enhancing University Mathematics Teaching.

National Council of teachers of Mathematics(1991). *Professional standard for teaching mathematics*. Reston, VA: The author.

National Council of teachers of Mathematics(2000). *Principles and standard for school mathematics*. Reston, VA: The author.

National Research Council (1996). *National science education standards*. Washington, DC: National Academy Press.

Peter Sullivan, Doug Clarke & Barbara Clarke (2013). *Teaching with tasks for effective mathematics learning*. New York: Springer Verlag.

이경화, 김동원 역 (2016). 수학 수업 이야기. 서울: 경문사.

Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing, *Mathematics Education,* **29(3)**, 75-80.

Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical used in reform classrooms, *American Educational Research Journal, **33(2)*** , 455-488.

Suchman, J. R. (1964). The Illinois studies in inquiry training, *Journal of Research in Science Teaching,*

2(3), 230-232.

A Study on the Development of Instruction Model on Project inquiry and Materials for the New Subject of 'Mathematical Task Inquiry' in the curriculum revised in 2015

Hwang, Hye Jeang†
Chosun University
E-mail : sh0502@chosun.ac.kr

Kim, Ju Mi
The Graduate School, Chosun University
E-mail : jju-ggum@hanmail.net

The subject of 'Mathematical Task Inquiry' was introduced newly in the curriculum revised in 2015. The subject is dealt with after completing the subject of'mathematics'to be dealt with in the tenth grade. Its main content is comprised of the understanding and learning of the purpose and procedure of inquiry task and of study ethics, and its educational goal is to enforce the prior mathematical knowledge and to obtain the ability to select interesting topics that combine mathematics with other subjects. However the textbook of the subject does not exist, and teachers should handle with the subject with responsibility for their own ways. Because of this reason, this study is to develop an instruction model on project(task) inquiry model and materials. Namely, according to the model, students is guided to select and decide the subject of the task, and develop the task for themselves, solve it with peers in cooperation, and announce the solution and their feelings. During those students'exploration and activities, the role of teachers is to guide students to complete their work. By the way, in order to develop more creative tasks that is appropriate to their academic and cognitive level, this study conducted the experimentation for the subject of 9 students (6 girls and 3 boys), who are scheduled to advance to the 11 grade of J high school located in G domestic. The experimentation was consisted of three class and after the third class, the semi-structured interview was conducted immediately for the students.

---

* ZDM Classification: D14
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D40
* Key Words : The Subject of Mathematics Tasks Exploration, Mathematics Tasks, Explorational Instruction, Instructional Model
† corresponding author
* This work was supported by the National Research Foundation of Korea Grant funded by the korean Government. (NRF-2017S1A5A2A01024086)

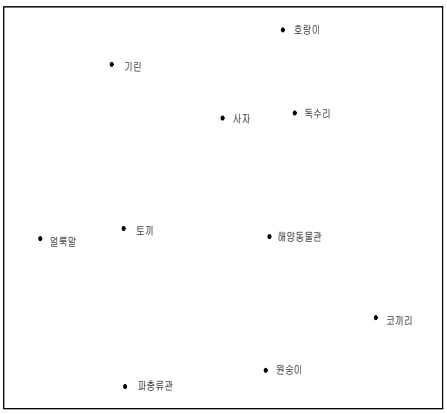
<부록 1> 연구자에 의해 개발한 문제

1. 탐구 계획 수립

요즘 코딩에 대한 관심이 높아지면서 우연히 보게 된 동영상에서 코딩 수업에 적용된 생소한 스타이너 트리를 접하게 된다. 스타이너 트리가 무엇인지 호기심을 갖게 되면서 그와 관련된 내용에는 어떤 것들이 있는지 관심을 가지게 되었다.1800년대에 베를린 대학의 교수로 있던 스위스의 수학자 스타이너(J. Steiner, 1796-863)에 의해 연구되었고, 그의 이름을 따서 스타이너 트리라는 이름이 붙었다. 스타이너는 새로운 점을 넣음으로써 길이가 줄어들 수 있다는 점에 주목하였다. 다시 말하면, 스타이너 트리 문제는 최단 거리로 연결하기 위하여 처음 주어진 점 외에도 새로운 점을 추가할 수 있으며, 이때 추가하는 점들을 스타이너 점(Steiner points)이라 한다. 유선 통신선이나 도로, 철도 등 현실 세계에서 여러 형태의 연결 문제가 스타이너 트리 문제로 모델링 될 수 있으므로, 스타이너 트리 문제는 다양한 분야에서 활용되고 있다.
그렇다면 실생활에서의 스타이너 트리 문제를 찾아보고 해결해 보자.

2. 탐구 수행

(1) 주어진 세 점을 연결하는 방법을 찾고 (한 점 추가 가능) 거리가 가장 짧은 경우는 무엇인가?
(2) 주어진 네 점을 연결하는 방법을 찾고 거리가 가장 짧은 경우는 무엇인가? 또, 스타이너 점은 몇 개까지 가능한가?
(3) 올해 우리 지역에 새로운 동물원이 들어설 예정이다. 현재 동물의 종류와 위치는 결정되었지만, 전체 동물원을 연결하는 길을 만들기 위해 고심하고 있다고 한다. 동물원을 이용하는 사람들의 이동거리를 최소화하려면 길을 어떻게 만들어야 할까?



3. 탐구 결과

(1) 3개 이상의 점이 주어졌을 때 스타이너 트리를 이용하여 최소의 경로를 만들 수 있는가?
(2) 실생활에서 스타이너 트리를 이용한 다양한 예를 찾아보자.

4. 반성 및 평가

평가 방법	평가 영역	평가기준	평 가		
			상	중	하
자기 평가	상황 제시	스타이너 트리가 실생활에서 어느 부분에 이용되는지 생각해 본 적이 있는가?			
		주어진 조건에서 스타이너 점을 찾을 수 있는가?			
		주어진 조건 하에 최소의 거리를 찾을 수 있는가?			
	감성적 체험	모둠별 토론에 적극적으로 참여하였는가?			
		활동지는 성실하게 작성하였는가?			
동료 평가	상황 제시	모둠별 토론에 적극적으로 참여하였는가?			
	감성적 체험	모둠별 활동에 적극적으로 참여하였는가?			
		조원들의 참여가 활동을 해결하는데 도움이 되었는가?			

<부록 2> 면담 응답에 관한 코딩 결과(질문 1)

면담 질문	응답자	면담 응답
1. 실험수업을 통해 느낀 점은 무엇입니까? 즉, 설명중심의 정규 수학 수업과 비교해 볼 때 과제해결 중심의 실험 수업의 특징(좋은 점과 나쁜 점)은 무엇입니까?	학생1	1-1-1. 일단 선생님들의 참여보다 학생들의 참여 위주로 수업이 진행 되는 것 같고 그래서 기존수업보다 좀 덜 딱딱했던 것 같습니다.
	학생2	1-2-1. 좋은 점은 제가 직접 주제를 찾아서 하니까 수업의 참여도도 높을 것 같고 다양한 창의력이라든지 그런 사고력을 기를 수 있을 것 같아 좋았고요. 1-2-2. 나쁜 점은 아무래도 친구들과 함께 협력해서 하는 거다 보니 불화도 생길 수 있고 서로 논쟁이 있어서 (그런 면에서는) 좀 안 좋았던 거 같아요.
	학생3	1-3-1. 일단 실험 수업은 제가 직접 문제를 만들고 참여를 하는 거잖아요. 근데 설명중심의 수학수업은 저도 수업을 들어보면서 느낀 거지만 그냥 제가 가만히 앉아 있기만 하지 제가 뭔가 제대로 배우고 있다는 느낌을 갖지 않았어요. 또 제가 하고 싶은걸 하는 건 아니니까 그래서 제가 뭔가 관심이 있고 더 하고 싶은 수학을 할 수 있다는 거는 좋은 거 같아요. 1-3-2. 근데 현실적으로 생각해 보면 저는 대학교를 가야하고 입시를 준비해야하는 상황이잖아요. 근데 이런 수업은 아직 정규수업과정? 수업과정이라기 보다는 그 약간 그 외 활동인거 같아서 뭔가 그런데는 도움이 안 된거 같아요.
	학생4	1-4-1. 일반 수업과 다르게 이야기도 하면서 하니깐 지루 하지도 않고 그리고 그렇게 어려운, 심화(응용된 문제)가 아니어서 더 쉽게 느껴졌어요.
	학생5	1-5-1. 일반 그냥 수업 식으로 할 때는 그냥 선생님 말씀만 듣고 문제 해결은 저희가 스스로 해야 되는 것이기 때문에 이해가 안되면 선생님한테 바로 물어보지 못하고 수업 끝나고 물어봐야 되는데 그냥 실험방식으로 하다보면 이해가 잘 안가면 바로 친구한테 물어보거나 선생님한테 도움을 바로 청할 수 있는게 좋은 점인 것 같아요.
	학생6	1-6-1. 진짜 원래 본 수업이랑 다른 게 친구들이랑 되게 많은 시간을 보내고 많은 이야기를 할 수 있다는 거예요. 1-6-2. 그리고 제가 몰랐던 것도 있고 아는 것도 많은데 그것을 친구들이랑 이야기 하면서 피드백도 되고 그런게 좋은 거 같아요.
	학생7	1-7-1. 그냥 수학 원래 수학 수업은 문제만 풀고 그냥 설명하고 그러니까 재미없었는데 친구들이랑 같이 이야기도 하고 내 생각도 이야기 하고 그러니까 재미있었던 것 같아요.
	학생8	1-8-1. 설명 중심의 정규 수학 수업은 선생님이 설명해 주시는 걸 제가 다 들어야 하잖아요. 그러니까 거기(정규 수학 수업)에서 자기가 원하는대로 개념이 주입이 되는 것도 있는데 강제로 넣어야 되는 것도 있고 1-8-2. 근데 과제를 해결하면은 이제 또 그 강제로 넣을 가능성이 적어지는 거 같아요. 원리를 파악하면서 그 약간 증명 같은 것도 할 수 있고 1-8-3. 그리고 (생각중) 정규 수학 수업보다 약간 그래도 시수가 많이 들어가야 하는 것 같고 많이 고민해야 되다 보니까 학생들도 더 많이 힘들어 할 거 같아요.
	학생9	1-9-1. 일단 설명중심으로 정규수업을 하다 보면 너무 선생님께서만 말씀 하시니까 학생들이 지루한 경우가 생겨서 분명 조는 학생이 있거든요. 근데 과제해결중심 이거는 조를 만들어서 애들끼리 소통을 하면서 과제 해결해 나가는 거니까 뭔가 (생각해 보며) 만약에 조원이 졸려 하더라고 다른 조원들이 부추겨 주면서 같이 할 수 있으니까 조는 학생이 상대적으로는 많이 없어 질 것 같고 1-9-2.그리고 또 이제 창의성이 약간 길러 질 것 같아요. 이걸 통해서 과제나 주제를 주면 그것을 통해서 문제를 생각해 보고 자료를 찾아보고 해야 하니까 그런 점에서 배경지식 그런 것을 기를 수도 있고 창의성을 기를 수 있고 그런 면에서는 좋은 게 있는 거 같은데 1-9-3.안 좋은 면이 있다고 하면은 이게 정규 수업에서는 다르겠지만 제가 했을 때는 시간이 조금 밖에 없었잖아요. 그래가지고 완벽하게 하지 못했다는 점이 아쉽고 1-9-4.그리고 처음에 주제를 듣고 어떤 문제를 만들까 거기서 조원이 만약에 의견을 안 말해 주면 거기서 더 앞으로 나갈 수 없으니까 만약에 소통을 잘 못하는 애들이 있으면 좀 진행하기가 힘들 거 같다 그런 점(부정적인 부분)이 있을 것 같아요.