# 항공기 진동 데이터 수집 및 주성분 분석을 통한 결함 진단 가능성 연구

정상규\*, 서영진\*\*, 김영목\*\*, 전병규\*\*

# A Study on the Feasibility of Defect Diagnosis using Principal Component Analysis on Aircraft Vibration Data

Sang-gyu Jeong<sup>\*</sup>, Young-jin Seo<sup>\*\*</sup>, Young-mok Kim<sup>\*\*</sup> and Byung-kyu Jun<sup>\*\*</sup> 3rd Aeronautical systems team, Defense Agency for Technology and Quality<sup>\*\*\*</sup>

# ABSTRACT

In many cases, modern aircraft are equipped with data acquisition system which checks the structural integrity of the aircraft. The analysis of the vibration data collected with the system is generally performed in dependence on a skilled expert who is familiar with aircraft design. Therefore, it is difficult to provide a representative and objective defect identification standard for general users. In this paper, we shows that it is possible to identify the type of maneuvers and faults by using the Principal Component Analysis(PCA) method in the vast vibration data collected during aircraft operation without using the existing aircraft design analysis. We classified the ROK Army aircraft vibration data for maneuvers and faults types, and applied the PCA to the classified data. Our result shows that it is possible to develop an objective maneuver/fault identification method without design analysis for general users.

### 초 록

최신 항공기에는 항공기의 건전성을 확인하기 위한 진동데이터 수집 장비가 장착되는 경 우가 많다. 이러한 장비를 통해 수집되는 진동 데이터의 분석은 항공기 설계에 정통한 전 문가에 의존하는 것이 일반적이며, 설계 분석을 통해 일반 사용자를 위한 대표적이고 객관 적인 결함식별 기준을 제시하는 것은 쉽지 않다. 본 논문에서 우리는 기존의 항공기 설계 분석 방법이 아닌, 운용 중 수집되는 방대한 양의 진동 데이터에 주성분 분석을 적용하는 방식으로 기동 및 결함유형 식별이 가능한지를 확인하였다. 이를 위해 국내 육군에서 실 운용중인 항공기의 진동 데이터를 실측하여 기동 및 결함 유형별로 분류하였고, 분류된 데 이터에 주성분 분석 기법을 적용하였다. 그 결과 설계 분석을 하지 않고도 운용 데이터 분 석만을 통하여 일반 사용자들을 위한 기동/결함유형 식별 도구의 개발이 가능함이 확인되 었다.

Key Words : PCA(주성분 분석), Failure monitoring(고장 감시), Fault monitoring(결함 감시), Signature(특징), HUMS(상태감시시스템)

<sup>\*</sup> Received : May 30, 2018 Revised : August 3, 2018 Accepted : August 7, 2018

<sup>\*</sup> Corresponding author, E-mail : net777oz@gmail.com

# Ⅰ.서 론

### 1.1 HUMS 소개 및 한계

현대에 개발된 많은 항공기들은 항공기 기체 및 기계구동부의 결함여부에 대한 조기 진단을 위해 HUMS(Health and Usage Monitoring System) 장비를 갖추고 있다. 이 시스템의 주된 기능은 기체 주요부위에 장착된 진동 센서로부터 기둥 시 발생하는 진동을 측정, 기록하는 것이다. 이렇게 수집된 데이터는 매 기동시마다 자동적으 로 생성되나 그 데이터의 양이 방대하고 데이터 를 분석하여 결함의 발생여부를 판단하는 것이 소수의 숙련된 전문가의 경험에 의존하고 있어 데이터의 양적, 질적 우수성에 비해 그 활용도가 높지 않다.

HUMS 자료 분석이 숙련된 전문가에 의존할 수밖에 없는 이유는 첫째로 HUMS 시스템은 단 순히 데이터를 측정, 제공할 뿐이지 그 데이터가 실제로 특정 결함의 존재를 의미하는지를 해석할 수 있는 기술적 배경이 부족하다는 점이다. 따라 서 수집된 진동데이터로부터 결함 발생 여부를 식별하여 사용자에게 제공하는 객관적인 도구의 개발이 필요하다. 두 번째 이유로는 매 기동시마 다 얻어지는 데이터를 개발, 생산 시에만 수집하 고 실제로 막대한 데이터를 생성할 수 있는 운용 단계에서 수집된 데이터는 그대로 버려지기 때문 이다. 따라서 운용단계에서 생성되는 데이터를 효율적으로 활용하는 방법의 개발 또한 필요한 상황이다[1.2]. 이러한 두 가지 이유로 00년 이 후부터 HUMS 장비가 장착된 상태로 양산이 시 작되어 대한민국 육군에서 현재까지 90여대를 운 용중인 Model A 회전익 항공기도 실제 운용 중 에 진동의 정량적 측정값의 변화로부터 결함을 식별한 사례는 많지 않다. (군사 보안상의 이유 로 항공기 기종 및 정확한 전력화 시기에 대한 정보는 제한됨.)

# 1.2. 주성분분석(PCA) 기술의 발달

주성분분석(Principal Component Analysis, PCA) 이란 수집된 데이터의 주된 성분을 추출하여 이 렇게 추출된 주성분, 즉, 고유벡터(Eigen Vector) 만으로 원래 데이터를 표현하여 데이터를 압축하 거나 또는, 원래와 다른 새로운 데이터를 복원 (Reconstruction)하고 그 복원율을 비교하여 두 데이터 간의 상사성을 정량적으로 비교하는 기술 이다[3,4]. 이 기술은 최근에 들어서 데이터 획득 과 주성분 분석에 활용되는 Singular Value Decomposition(SVD) 등의 복잡한 연산에 필요한 컴퓨터 자원의 활용이 용이해지면서 빠르게 적용 분야를 넓히고 있다. PCA가 사용된 대표적인 사 례로 자료 저장 분야에서 사진 등 컴퓨터 파일 압축이나 보안 분야에서는 권한 부여를 위한 지 문인식 등을 들 수 있다[5,6].

#### Ⅱ.본 론

#### 2.1 진동특성

내연기관, 전기모터 기타 기계 구동부를 포함 하는 대부분의 기계장비는 매 장비마다 진동 특 성이 다르고 동일 장비 내에서도 운용 모드에 따 라 고유한 진동특성을 보인다[7]. 본 연구에서는 이러한 특성을 이용하여 항공기 기동 시 발생하 는 진동의 특성으로부터 항공기의 기동유형을 역 으로 분류하고, 더 나아가서 진동특성의 변화를 통해 항공기 이상 징후를 식별할 수 있는 방법론 을 제시하기 위해 실제 대한민국 육군에서 운용 중인 Model A 항공기의 진동 실측 데이터를 기 반으로 기동 형태에 따른 진동특성 변화를 분석 하였다.

Figure 1은 동일한 항공기가 기동(Maneuver) 을 달리함으로써 그 진동특성이 상이해짐을 실측 데이터 기반으로 도시한 것이다. Table 1에 명시 된 26개의 기동 중 일부 기동에 대해 그 특징이



Fig. 1. Normalized vibration vector images for 7 different aircraft maneuvers

No.	Profile	Altitude (ft)	Speed (knot)	Status
1	Ground Running	Ground	0	Normal
2	Hover_IGE	10	0	Normal
3	Hover_OGE	70	0	Normal
4	Cruise Slow 30	250	30	Normal
5	Cruise Slow 40	250	40	Normal
6	Cruise Slow	2000	80	Normal
7	Cruise Slow	2000	100	Normal
8	Cruise Normal	2000	120	Normal
9	Deceleration	2000	120-80	Normal
10	Acceleration	2000	80-120	Normal
11	Turn Left 20°	2000	120	Normal
12	Turn Right 20°	2000	120	Normal
13	Turn Left 30°	2000	120	Normal
14	Turn Right 30°	2000	120	Normal
15	Turn Left 45°	2000	100	Normal
16	Turn Right 45°	2000	100	Normal
17	Climb_Accel	70-1000	0-80	Normal
18	Climb_Turn Left	1000-1500	80	Normal
19	Climb_Turn Right	1500-2500	80	Normal
20	Climb	2000-3000	80	Normal
21	Cruise Normal	3000	120	Normal
22	Max Speed	3000	140	Normal
23	Climb	3000-3500	120	Normal
24	Descend	3500-3000	120	Normal
25	Descend	3000-2000	80	Normal
26	Cruise-Hover	500-10	70-0	Normal

Table 1. Maneuvers characteristics

뚜렷하게 드러나는 주파수 영역만을 도시하였다. 상술한 바와 같이 기동형태에 따라 진동특성이 다양하게 변화함을 확인할 수 있다.

#### 2.2 측정환경

시험에서 항공기 진동은 정상 상태의 Model A 항공기 1대로 연속 비행 중 기동형태를 달리하며 총 26종의 기동에 대해 각각 16번씩 측정되었다. 본 시험에서 수행된 26종의 비행 기동유형, 고도 및 속도를 Table 1에 명시하였다. Table 1의 Status 열은 항공기 고장 유형을 나타내는 정보 이며, 운용 항공기 실측 시험인 특성상 결함주입 시험이 불가하여 불가피하게 정상상태(Normal) 만을 측정하였음을 밝힌다. 사용된 센서는 가속 도 센서로서 3축 방향에 대해 2400Hz로 항공기 중앙동체 내부 바닥면에 부착하였다.

# 2.3 기동에 따른 진동변화

Figure 1의 2번(Ground Running)과 3번 (Cruise Slow 30) 벡터 이미지 비교를 통해 동일 항공기에서 연속적으로 측정된 진동특성이라 하 더라도 비행기동의 변화로부터 진동특성의 상당 한 변화가 유발될 수 있음을 확인할 수 있다. 반 면 Fig. 1의 3번(Cruise Slow 30)과 4번(Turn Left 45)의 진동 스펙트럼은 그 차이가 기동 또 는 결함유형의 변화에 의해 필연적으로 발생하는 유의미한 것인지 그렇지 않은지를 결론 내리기 어려울 정도로 그 차이가 뚜렷하지 않다.

상술한 사실로부터 우리는 진동 스펙트럼으로 부터 기동유형 및 항공기 상태를 도출하기 위해 서는 측정된 진동 스펙트럼으로부터 이미 알려진 항공기 상태별 기동유형의 진동 스펙트럼 중 가 장 유사한 스펙트럼을 연결(matching)할 수 있으 나, 이를 위해서는 유사 기동 간 진동형태의 차 이를 구분하기 위한 객관적인 방법론의 도움이 필요하다는 사실을 도출할 수 있다.

#### 2.4 PCA를 이용한 진동특성 비교

#### 2.4.1 진동특성 모델링

위 사례에서는 각 기동별로 한 번의 진동 측정 결과만을 다루었으나 실제로 진동특성을 통한 기 동/결함유형 추측을 수행하고 그 결과가 신뢰성 을 갖기 위해서는 어떠한 방법론을 적용하든 각 기동 및 항공기 상태를 대표하는 진동특성의 기 준의 수립이 전제되어야 한다. 이를 위해서는 동 일 기동/결함유형에서의 다수의 진동데이터가 축 적되어야 하며, 이로부터 해당 기동/결함유형을 대표하는 진동모델의 도출이 필요하다. 본 논문 에서는 표준 진동모델을 PCA 과정 중 SVD 단 계에서 도출되는 고유벡터들의 가중 합(Weighted Sum)으로 모델링하여 식 (1)과 같이 표현하였다 [8].

$$\mathbf{X}' = \sum_{i=1}^{n} k_i V_i \tag{1}$$

X'은 진동을 모델링한 벡터이며 V<sub>i</sub>는 고유벡터이 다. k<sub>i</sub>는 V<sub>i</sub>에 상응하는 가중치이며 n은 사용된 고유벡터의 개수이다.

#### 2.4.2 PCA를 통한 고유벡터 도출

본 논문에서는 표준 진동모델의 수립을 위해 표본 데이터로부터 PCA 과정 중 SVD 단계에서 고유백터 및 고유값(Eigen Value)을 도출하고 가장 큰 값을 갖는 유한개의 고유값에 대응되는 벡터를 고유벡터로 선정하였다. 이는 샘플들을 orthonormal한 유한개의 벡터로 표현(Projection) 했을 때 고유벡터로 원 자료를 복원(Reconstruction)할 경우 고유값이 가장 큰 고유벡터에서 원 정보와 복원 정보 간 오차가 가장 작기 때문이



Fig. 2. Normalized Original and Reconstructed vibration vector images measured five times repeatedly in ground running state

다. 식 (2)와 (3)은 본 논문에서 사용된 원 벡터 를 특성벡터의 가중 합(X')으로 복원하는 식이다 [9,10].

$$X' = W \times W^T \times (X - M) + M \tag{2}$$

$$\Delta = |X - X| \tag{3}$$

식 (2~3)에서 X는 원 데이터의 벡터, W는 고 유벡터들로 이루어진 행렬, M은 행렬 고유벡터 의 평균벡터이다. X'은 원 데이터를 고유벡터로 복원한 복원 데이터 벡터이며, Δ는 원 데이터 벡 터와 복원 데이터 벡터간의 유클리디언 거리 (Euclidean distance)이며 오차 지표(metric)로 활 용되었다.

## 2.4.3 고유벡터와 평균벡터의 복원율 비교

본 논문에서는 원 데이터의 SVD 결과 얻어지 는 고유벡터의 데이터 복원율을 확인하기 위한 비 교대상으로 원 데이터 벡터들의 평균벡터로 활용 하기 위해 원 데이터를 고유벡터에 프로젝션한 결 과와 평균벡터에 프로젝션 한 결과를 비교하였다.

Figure 2의 Original vector는 Hovering기동 중인 정상상태 항공기에서 5번의 연속으로 측정 된 진동 데이터의 Vector image이다. Fig. 2의 Projections to Eigen vector는 식 (2)를 이용해 얻어진 고유벡터 1개로 진동 데이터를 복원한 결 과이며, Fig. 2의 Projections to Mean vector는 평균벡터로 진동 데이터를 복원한 결과이다.

# Table 2. RMS errors of original vector to mean/ eigen vector from its own data set

Projection to	data1	data2		data3
Mean vector	1.2×10 <sup>-3</sup>	1.3×10 <sup>-3</sup>		0.9×10 <sup>-3</sup>
Eigen vector	1.1×10 <sup>-3</sup>	0.6×10 <sup>-3</sup>		0.5×10 <sup>-3</sup>
Projection to	data4		data5	
Mean vector	1.2×10 <sup>-3</sup>		1.1×10 <sup>-3</sup>	
Eigen vector	0.9×10 <sup>-3</sup>	0.4×1		10 <sup>-3</sup>

Figure 2에서 나타난 바와 같이 평균벡터 대비 고유벡터를 활용하여 복원한 결과가 각각 진동의 원래 파형을 더 잘 유지하고 있어 복원율이 높음 을 알 수 있다. 보다 정확한 분석을 위해 RMS 오차를 산출하였고 그 결과는 Table 2에 나타내 었다.

#### 2.4.4 고유벡터와 평균벡터의 대표성 비교

본 논문에서는 대표성이란 특정한 조건에서 수 집된 진동 데이터로부터 도출된 진동벡터가 동일 한 조건에서 새로이 수집된 진동 데이터에 대해 서 갖는 복원율이라고 정의하였다.

고유벡터의 대표성 확인을 위해 고유벡터 생성 에 사용되지 않은 새로운 10개의 진동 데이터를 고유벡터와 평균벡터에 각각 프로젝션 후 RMS 오차를 산출하여 Table 3에 나타내었다. 이로부 터 동일 기동/결함유형으로부터 산출된 고유벡터

# Table 3. RMS errors of original vector to<br/>mean /eigen vector from a<br/>different data set

Projection to	data1	data2		data3	
Mean vector	2.8×10 <sup>-3</sup>	1.2×10 <sup>-3</sup>		1.2×10 <sup>-3</sup>	
Eigen vector	igen vector 2.5×10 <sup>-3</sup> 1.1×10		10 <sup>-3</sup>	0.4×10 <sup>-3</sup>	
Projection to	data4	ata4		data5	
Mean vector	1.6×10 <sup>-3</sup>		2.8×10 <sup>-3</sup>		
Eigen vector	1.1×10 <sup>-3</sup>		2.5×10 <sup>−3</sup>		

라면 해당 고유벡터 산출과정에서 활용되지 않은 진동에 대해서도 평균벡터에 비해 복원율이 높음 을 알 수 있고 결론적으로 대표성 또한 높음을 확인할 수 있다.

#### 2.4.5 고유벡터의 식별력 확인

본 논문에서 식별력이란 특정한 조건에서 수집 된 진동 데이터로부터 도출된 진동벡터가 동일한 조건에서 수집된 진동 데이터와 다른 조건에서 수집된 진동 데이터에 대해 갖는 복원율 차이로 정의하였다.

PCA로 도출한 고유벡터의 기동/결함유형 식별 능력을 확인하기 위해 본 연구에서는 각 기동별 4개의 서로 다른 측정데이터로부터 4개의 고유벡 터를 도출하였다. 이렇게 만들어진 4개씩 26조의 고유벡터에 기동/결함유형을 식별하기를 희망하 는 임의의 진동 데이터를 프로젝션한 결과와 원 데이터의 오차를 비교하였다. 이러한 방법으로 26조의 고유벡터 중 이 오차가 가장 작아지는 조 (복원율이 가장 높은 조)를 식별하고, 이 조에 해 당하는 기동/결함 유형을 원 데이터의 기동/결함 유형으로 판단하였다.

Figure 3은 상술한 방식으로 도출한 오차를 도

시한 것이다. 위 그림으로부터 특정 기동/결함유 형은 해당 기동/결함유형에서 산출된 고유벡터들 의 가중합으로 표현되었을 때가 그렇지 않은 경 우에 비해 복원율이 현저히 높음(오차가 작음)을 알 수 있다. 상술한 실험결과로부터 기동/결함 유형별로 도출된 고유벡터를 이용해 단순히 대상 원 데이터를 복원하고 오차를 비교하는 것만으로 대상 원 데이터가 측정된 환경의 기동/결함 유형 을 식별할 수 있음이 확인되었다.

예를 들어 Fig. 3의 1행 1열의 그래프는 DB화 되어있는 26조의 고유벡터로 부터 Table 1의 1 번 기동에서 측정된 진동벡터를 복원했을 때의 오차를 도시한 결과이다. 1~26조의 고유벡터 중 1번 조의 고유벡터에서 가장 오차가 작으며, 2~ 26번 조와는 뚜렷한 차이를 보임을 알 수 있다. Fig. 3의 나머지 11개의 그래프에서도 유사한 경 향이 확인된다. 이는 같은 기동유형에서 획득하 여 DB화한 고유벡터는 같은 기동유형에서 다른 차수에 측정된 진동 데이터와 1:1 매칭이 가능하 다는 것을 뜻한다.

#### 2.5 데이터 수집방안

PCA 방식은 상술한 바와 같이 측정된 진동데 이터와 기 구축된 DB를 효과적으로 비교하여 가 장 근사한 기동/결함 유형을 식별하는 방법으로 서 뿐만 아니라 각 기동/결함 유형에 대해 도출 된 고유벡터 외에는 원 데이터를 일절 기록 유지 하고 분석에 활용할 필요가 없다는 장점이 있다. 이러한 점은 데이터의 양이 많지 않고 아직 주성 분을 확정하기에는 정보가 부족한 개발/생산 단 계에서는 대단한 장점이 아니지만 외부 장비와의 인터페이스가 제한되고 실제 비행 기동 수는 많 아 데이터가 방대하게 수집, 축적되는 군용 항공 기의 실 운용 단계에서는 제한된 컴퓨터 자원만



Fig. 3. Data Error comparison; Horizontal axis: Data Index, Vertical axis: Normalized Error



Fig. 4. Data acquisition and analysis system

을 활용하여 야전에서 쉽게 결함진단을 할 수 있 고 이미 항공기에 장착되어 있는 HUMS 장비를 활용하여 자료수집이 가능하기 때문에 큰 장점이 될 수 있다. 이를 위해 운용 단계에서 진동 데이 터를 수집하고 원 데이터에 해당 데이터가 수집 된 시점의 결함을 명시(Tagging)하여 데이터 센 터로 보내고, 데이터 센터에서는 Tag별로 원 데 이터를 분류해 PCA를 통해 고유벡터를 생성한 다. 야전장비에서는 적절한 주기별로 최신 고유 벡터를 지상 지원 장비에 다운로드 받아 최신화 하고 최신의 고유벡터를 이용하여 실측된 항공기 진동을 재구축하고 RMS 오차 기준으로 가장 유 사한 기동/결함 유형을 식별해 점검에 활용한다. Fig. 4는 상술한 과정을 그림으로 도시한 것이다.

# Ⅲ.결 론

본 논문에서는 주성분 분석(PCA) 기법을 활용 하여 기동/결함 유형별 진동스펙트럼을 고유벡터 들의 가중 합으로 표현가능하며 이렇게 표현된 진동 데이터와 원본과의 오차 비교를 통해 역으 로 기동/결함유형을 도출할 수 있음을 보였다. 본 논문 전반에서 다루어지고 수식 (2~3) 및 Fig. 4의 주성분 분석 단계에서 수행되는 PCA 기법을 모식적으로 도시하면 Fig. 5와 같다.

본 논문에서는 이미 여러 분야에 널리 활용되 고 있는 주성분 분석(PCA) 기법을 항공기 진동 데이터에 적용하여 해당 진동이 측정된 항공기의 기동/결함 유형이 간단한 연산만으로 식별 가능



Fig. 5. PCA mechanism flow chart

함을 보였다. 이는 어찌 보면 지극히 자명한 사 실로서 이미 지문인식 등을 통해 상용화된 기술 이 항공기의 기체 건전성 모니터링이라는 새로운 분야에도 쉽게 적용이 가능함을 확인한 것인데, 실제 산업분야에서의 적용을 위해서는 데이터 전 처리 작업등의 자동화가 이루어져야 하는 문제점 이 있다. 그러나 이러한 작업 또한 스마트폰 등 의 지문인식 기능에 이미 자동화되어 적용된 것 이다. 본 연구의 결과는 단순히 PCA의 항공기 운용유지에 접목한 것 외에도 민간 전자장비에 적용된 최신 기술을 항공기나 선박의 운용 유지 에 활용하는 방안에 대한 연구가 절실함을 환기 하는 의미 또한 크다고 생각하다.

본 연구에서는 우리는 PCA 기법을 이용한 기 동 및 결함유형의 추정이 기술적으로 가능하다는 것을 보임과 동시에 해당 기법의 실질적인 적용 을 위해서는 운용항공기에서 얻어지는 진동정보 를 수집, 분류, DB화 및 활용하는 방식을 제시하 였다. 본 논문의 한계로는 이러한 DB정보가 충 분히 활용되기 전에는 실질적인 활용이 제한된다 는 점과 해당 DB가 구축된 이후에도 주성분 분 석을 통해 알 수 있는 정보는 결함의 확진이 아 니라 현재 항공기의 상태가 DB내 어떤 상태와 가장 가까운지를 알려주는 것으로서 실질적인 결 함의 확정을 위해서는 추정되는 결함상태에 대해 관련 전문기술을 가진 인원이 실제 결함 유/무를 확인하고 확정하는 절차가 필요하다는 점이다. 이는 보다 DB를 축적하여 결함여부를 판정할 수 있도록 결함 유형별 진동 유사성을 판단하는 판 단 기준값이 제시된 이후에나 해결될 수 있을 것 으로 보인다.

# References

1) Sohn, H., A Review of Structural Health Monitoring Literature 1996–2001. No. LA-UR-02-2095, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, NM, 2002, pp.91~95.

2) Tumer, I., "A survey of aircraft engine health monitoring systems," *Proceeding of The 35th Joint Propulsion Conference and Exhibit,* June, 1999, pp.2528.

3) Wold, S., "Principal component analysis," *Journal of The Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, Vol. 2, No. 1, 1987, pp.37~52.

4) Abdi, H., "Principal component analysis," Journal of The Computational Statistics, Vol. 2, No. 4, 2010, pp.433~459. 5) Du, Q., "Hyperspectral image compression using JPEG2000 and principal component analysis," *Journal of The Geoscience and Remote sensing letters,* Vol. 4, No. 2, 2007, pp.201~205.

6) Yang, J., "Two-dimensional PCA: a new approach to appearance-based face representation and recognition," *Journal of The Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 26, No. 1, 2004, pp.131~137.

7) Rai, V., "Bearing fault diagnosis using FFT of intrinsic mode functions in Hilbert - Huang transform," *Journal of The Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 21, No. 6, 2007, pp.2607~2615.

8) Zhao, W., *Discriminant analysis of principal components for face recognition*, Springer, Heidelberg, Berlin, 1998, pp.73~85.

9) Golub, G., "Singular value decomposition and least squares solutions," *Journal of The Numerische mathematik*, Vol. 14, No. 5, 1970, pp.403~420.

10) Berrar, D., *A Practical Approach to Microarray Data Analysis,* Springer, Boston, MA, 2003, pp.91~109.