

## 論文

J. of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 46(9), 742-751(2018)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2018.46.9.742

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

## 시변 연속적 편향 비례항법 유도법칙을 이용한 이동표적의 충돌각 제어

박장성\*, 권혁훈\*\*, 박상혁\*\*, 김윤영\*\*, 박봉근\*\*\*

Impact Angle Control with Time Varying Continuous Biased PNG  
for Non-maneuvering TargetJang-Seong Park\*, Hyuck-Hoon Kwon\*\*, Sang-Hyuck Park\*\*, Yoon-Young Kim\*\*  
and Bong-Gyun Park\*\*\*

LIG Nex1, PGM Tech R&amp;D Lab\*\*\*

Agency for Defence Development, 1st-institute-4\*\*\*

## ABSTRACT

In this paper, we propose a time varying biased proportional navigation guidance law that controls the impact angle under Field-of-View(FOV) and the acceleration limit of the missile. The proposed law is composed of three stages in consideration of the FOV limitation. Since the bias directly affects the acceleration at each stage, the final bias value of the previous stage becomes the initial bias value of the next stage when the stage is switched. In addition, the impact angles were controlled by judging whether impact angles were reached in consideration of engagement conditions and physical constraints.

## 초 록

본 논문은 지대지 교전상황에서 유도탄 탐색기의 Field-of-View(FOV)와 가속도 제한을 고려하여 충돌각을 제어하는 시변 편향 비례항법 유도법칙(Time Varying Biased Proportional Navigation Guidance Law)을 제안하고 있다. 제안한 유도법칙은 FOV 제한을 고려하여 3단계로 구성이 되는데 각 단계에서 편향이 가속도에 직접적인 영향을 미치기 때문에 편향을 생성하는데 있어서 단계가 넘어갈 때 전 단계의 마지막 편향이 다음 단계의 시작 편향이 되도록 하였다. 또한, 교전 상황과 물리적 구속조건을 고려하여 충돌각 도달 여부를 판단하는 로직 또한 설명하고 있다.

**Key Words :** Time Varying Continuous Biased Proportional Navigation(시변 연속적 편향 비례항법), Acceleration Limit(가속도 제한), Look Angle Limit(지향각 제한), Seeker's Field-of-View(탐색기 FOV), Impact Angle Control(충돌각 제어)

† Received : April 13, 2018      Revised : August 7, 2018      Accepted : August 18, 2018

\* Corresponding author, E-mail : jangseong.park@lignex1.com

## I. 서 론

충돌각 제어 유도의 역할은 목표물을 요격함과 동시에 요격 시 유도탄과 목표물이 이루는 충돌각이 사전에 정의된 각도로 이루어지도록 하는 것이다. 충돌각 제어를 수행하는 이유는 목표물의 약한 부분을 요격함으로써 유도탄의 목표물 파괴 효과를 최대화하기 위해서이다. 현재까지 다양한 형태의 충돌각 제어 유도 알고리즘이 연구되어 왔고, 현재도 많은 연구가 진행 중에 있다[1~14].

현재까지 연구된 충돌각 제어 유도 법칙은 다양한 형태가 존재하는데, 첫 번째는 최적 제어 이론에 기반을 둔 충돌각 제어 유도법칙[1~2]이고, 두 번째는 고차 다항식을 기반으로 가속도 명령을 유도하여 충돌각을 제어하는 유도법칙[3~4]이다. 또한, 비례항법에 기반을 둔 유도법칙[5~14] 등이 존재한다. 여기서 비례항법에 기반을 둔 유도법칙은 비례계인을 변화시키는 방법[5~8]과 비례항법에 편향을 추가하여 충돌각 제어를 수행하는 유도법칙[9~15]이 존재한다. [1]은 충돌각 구속조건을 충족하는 에너지 최소화 관점에서의 일반적 형태의 최적유도법칙을 제안하고 있으며, [2]에서는 [1]을 발전시켜 충돌각을 충족하며 동시에 Time-to-go의 N승에 비례한 에너지 최소화 관점에서의 최적해를 제안하고 있다. [3], [4]는 Time-to-go의 다항식 기반의 유도법칙으로 종말 가속도, 충돌각 및 거리오차를 '0'으로 만들 수 있다. 단, 정확한 Time-to-go의 예측이 필요하다.

[5]는 상대거리 정보가 사용가능한 유도탄에서 비례항법을 기반으로 시변 편향을 이용하여 요격시의 충돌각을 제어하는 방법을 다루고 있다. [6~8]는 지대지 교전 상황에서 정지 또는 이동하는 표적에 대해서 비례항법 계인을 변화시킴으로써 충돌각 제어를 하는 유도 법칙을 제안하고 있다. [5~8] 문헌이 비례항법 기반의 충돌각 제어 유도법칙에서 비례항법 계인을 변화시켜서 충돌각 조건을 충족시켰다면, [9~15]은 비례항법 기반에 편향을 추가하여 충돌각 조건을 충족 시켰다. [9~10]은 정지 표적에 대해서 탐색기의 FOV(Field of View) 제한과 가속도 제한을 고려하지 않고 비례항법에 편향을 더하여 충돌각 조건을 충족하는 유도법칙을 소개하고 있다. [11]은 큰 충돌각 조건하에서 time-to-go예측을 통해 표적을 요격하는 유도법칙을 설명한다. [12~13]은 지대지 교전상황에서 정지 표적에 대해서 FOV 및

가속도 제한을 고려한 상태에서 편향이 더해진 유도법칙을 다루고 있다. 반면에 [14~15]는 [12~13]과 달리 지대지 교전에서 기동 없이 이동하는 표적에 대해서 충돌각 조건을 충족하기 위한 유도법칙을 다루고 있다. [14]는 유도단계를 두 단계로 나누어 초기 지향각 제어 유도법칙을 통해 유도하다 비례항법으로 전환하여 충돌각 조건을 충족하는 유도법칙을 소개하고 있고, [15]는 물리적 구속조건을 이용하여 충돌각 충족 여부를 1차적으로 계산하고, 미충족시 충돌각을 조절한다. 참고문헌 [15]는 특정 시간에 유도탄이 지향각 제한에 도달하면 지향각을 유지하기 위한 편향으로 바뀌면서 편향이 지향각 도달 시점에서 급격하게 변하는 특징이 있다. 이는 시간간연이 존재하는 경우 지향각 유지 단계로 넘어가는 단계의 지향각 설정 시 탐색기의 지향각 제한 대비 유도 기법상의 편향 변경 기준 지향각과 차이가 커지는 역할을 한다. 또한, 가속도 명령도 급격하게 변하기 때문에 유도탄의 안정성 측면에서 불리하다. 본 논문에서는 이러한 점을 해결하기 위해 지향각 도달 시점과 지향각을 유지하기 위한 편향이 지향각 도달 시점에서 동일하도록 하여 편향의 연속성을 확보하여 탐색기의 지향각 제한과 유도기법상의 편향 변경 지향각의 차이를 줄였다. 또한, 편향의 급격한 변화를 없애 가속도의 급격한 변화가 생기지 않도록 하였다.

본 논문은 참고문헌 [15]와 동일하게 지대지 교전상황에서 이동하는 표적에 대해서 다루고 있다. 2.2절에서 충돌각 제어를 위해 편향을 생성하는 방법을 다루고 있으며, 가속도 명령을 생성하는데 있어서 중점은 시스템 Lag 등으로 인해 성능이 떨어지는 점을 보완하기 위해 편향이 급격하게 변하는 현상이 생기지 않도록 편향을 만드는데 있다. 또한, 교전 조건과 물리적 구속 조건(FOV 제한, 가속도 제한 등)을 고려하여 충돌각 충족여부를 사전에 판단하여 충돌각을 조절하는 로직에 대해서도 설명하고 있다.

## II. 본 론

### 2.1 문제정의

Figure 1과 같이 지대지 교전상황에 대하여 등속도로 이동하는 표적에 대해서 2차원 평면상에서의 교전 기하학을 고려하자. 여기서 M은 유도탄, T는 표적, r은 상대거리를 의미한다. 여기서 받음각은 매우 작아 무시 가능하다고 가정하였다.

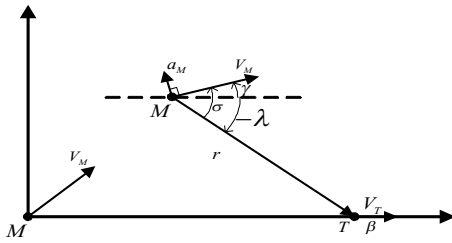


Fig. 1. Engagement geometry

아래는 Fig. 1의 각 기호들의 설명이다.

- $V_M$  : 유도탄 속도
- $V_T$  : 표적 속도
- $a_M$  : 속도벡터와 수직인 유도탄 기동가속도
- $\sigma$  : 지향각(Look angle)
- $\lambda$  : 시선각(Line of sight)
- $\gamma$  : 유도탄 비행경로각(Flight path angle)
- $\beta$  : 표적 이동경로각

$\beta$ 는 표적의 이동경로각으로 Fig. 1의 2차원 평면상에서 지면에서 이동하는 표적의 방향으로 0도이면 유도탄과 멀어지는 방향, 180도이면 유도탄 방향을 의미한다.

Figure 1을 기준으로 극 좌표계(polar coordinate system)에서의 비선형 지배방정식(governing equation)을 아래와 같이 정의할 수 있다.

$$\dot{r} = V_T \cos(\beta - \lambda) - V_M \cos(\gamma - \lambda) \quad (1)$$

$$r \dot{\lambda} = V_T \sin(\beta - \lambda) - V_M \sin(\gamma - \lambda) \quad (2)$$

$$\sigma = \gamma - \lambda \quad (3)$$

### 2.2 종말 충돌각 조건을 고려한 TVBPNG

본 절에서는 제안하는 TVBPNG(Time Varying Biased Propotional Navigation Guidance)에 대해서 설명한다. 종말 충돌각 조건을 충족시키기 위한 Bias를 생성하는 방법을 설명하고 있으며, 교전조건에 따라 가속도 제한 및 지향각이 유도탄의 FOV 제한을 넘지 않고 요격이 가능한지 여부 등을 확인하여 충돌각을 조정하는 절차도 보이고 있다. Fig. 2는 BPNG의 가속도 계산 로직을 나타낸다.

여기서  $b$ 는 충돌각 조건을 충족시키기 위해 PNG 명령에 더해지는 시변 편향이고,  $B_{ref}$ 는 요구하는 충돌각 조건을 충족하기 위한 편향의 적분값의 기준이다. TVBPNG를 사용하는 시점부

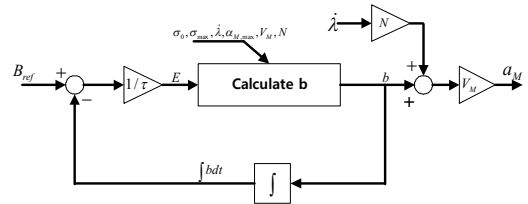


Fig. 2. Acceleration calculation logic[15]

터 표적 요격 시점까지의 편향의 적분 값이  $B_{ref}$ 와 같으면 요구하는 충돌각으로 요격이 가능하다.  $\tau$ 는 편향의 전분치가  $B_{ref}$ 까지 도달하는 속도를 조절하는 변수이다.

#### 2.2.1 Bias Integral

비례항법에 bias를 더한 형태의 가속도는 아래와 같이 정의할 수 있다.

$$a_M = NV_M \dot{\lambda} + V_M b \quad (4)$$

여기서  $a_M/V_M$ 은  $\dot{\gamma}$ 이므로 아래와 같이 변형이 가능하다.

$$\dot{\gamma} = N \dot{\lambda} + b \quad (5)$$

식 (5)를 적분하여  $b$ 에 대해 정리하면 아래와 같다[15].

$$\int_0^t \dot{\gamma} dt = \int_0^t N \dot{\lambda} + b dt \quad (6)$$

$$\gamma(t) - \gamma_0 = N(\lambda(t) - \lambda_0) + \int_0^t b dt \quad (7)$$

$$\int_0^t b dt = \gamma(t) - \gamma_0 - N(\lambda(t) - \lambda_0) \quad (8)$$

표적 요격 순간에서 식 (8)은

$$\int_0^{t_f} b dt = \gamma_f - \gamma_0 - N(\lambda_f - \lambda_0) = B_{ref} \quad (9)$$

가 된다. 아래 첨자  $f$ 는 표적 요격시점을 의미한다.

종말 시점에서 이동하는 표적을 요격하기 위해서는 표적과 유도탄의 지배방정식 중 식 (2)가 '0'이어야 한다. 이 조건을 가지고 식 (2)를 변형하면 식 (10)을 얻을 수 있다.

$$V_M \sin(\gamma_f - \lambda_f) = V_T \sin(\beta_f - \lambda_f) \quad (10)$$

식 (10)을 통해 종말 시선각과 편향(b)의 발사 시점부터 요격시점까지의 적분결과와 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\lambda_f = \tan^{-1} \left( \frac{V_M \sin \gamma_f - V_T \sin \beta_f}{V_M \cos \gamma_f - V_T \cos \beta_f} \right) \quad (11)$$

$$B_{ref} = \gamma_f - \gamma_0 - N \left( \tan^{-1} \left( \frac{V_M \sin \gamma_f - V_T \sin \beta_f}{V_M \cos \gamma_f - V_T \cos \beta_f} \right) - \lambda_0 \right) \quad (12)$$

**2.2.2 교전 조건에 따른 편향(b)**

2.2.1.절에 설명된 편향의 경우 가속도 명령에 직접적으로 사용되기 때문에, 편향을 이용하여 요격시의 충돌각을 충족시키며 동시에 비행 전체 구간에서 표적이 탐색기의 FOV 내에 머물도록 해야 한다.

먼저, 유도탄 탐색기가 표적을 식별하여 표적을 요격하기까지 ( $t = [0 \ t_f]$ ) 탐색기의 FOV내에 머무르는 경우 ( $0 \leq |\sigma(t)| < \sigma_{max}$ ) 편향은 아래와 같이 정의 가능하다[15].

$$b(t) = \frac{B_{ref}}{\tau} e^{-t/\tau} \quad (13)$$

$$B(t) = (1 - e^{-t/\tau}) B_{ref} \quad (14)$$

여기서  $\tau$ 는 설계변수로서  $t \rightarrow t_f$ 하는 동안  $B \rightarrow B_{ref}$  할 수 있도록 설정되어야 한다. [15]에 따르면 지대지 교전에서  $\tau$ 는  $\tau \leq r_0 / [K_r (V_M \pm V_T)]$  ( $+V_T$ 는  $\beta = 0^\circ$ ,  $-V_T$ 는  $\beta = 180^\circ$ ) 조건을 충족하도록 하고 있으며  $K_r = 7$ 로 정하였다. 이는  $t_f \geq 7\tau$ 이면  $B(t_f) \approx 0.999 B_{ref}$ 이기 때문이다[12]. 여기서 주의할 점은  $\tau$ 가 너무 작아서 초기 b값이 너무 크면 유도탄이 최대로 낼 수 있는 가속도 제한에 걸릴 수 있다는 것이다. 이를 고려하여 적절하게  $\tau$ 를 선택해야 한다.

두 번째는,  $tc = [0 \sim t_f]$ 에서  $\sigma_{max} \leq |\sigma(t_c)|$ 인 경우로 유도탄이 비행하는 동안 특정 시간에 유도탄 탐색기의 FOV 한계에 도달하는 경우이다. 이와 같은 경우 아래와 같이 총 3단계로 나누어서 b를 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} a) \ b_1 &= (1-N)\lambda + \frac{a_{M,max}}{V_M} \left( 1 - \frac{t}{t_1} \right), [0 \ t_1] \\ b) \ b_2 &= (1-N)\lambda, [t_1 \ t_2] \\ c) \ b_3 &= [B_{ref} - B(t)]/\tau, [t_2 \ t_f] \end{aligned} \quad (15)$$

a)는 유도탄이 발사되어 최대 지향각 도달 시점까지 사용하는 편향, b)는 최대 지향각을 유지하기 위한 편향을 말하며, c)는 편향의 적분결과인 B가 표적 요격시점에  $B_{ref}$ 에 도달하기 위한 편향이다. a)에서 b)로의 변환 시점은 유도탄이 발사되어  $\sigma(t) = \sigma_{max}$  ( $t_1$ 시점)가 되면 전환되며, b)에서 c)로의 전환 조건은  $b_3 \leq b_2$  ( $t_2$ 시점)이다.  $t_1$ 시점이 되면  $b_1$ 이  $b_2$ 와 같아지는 것을 식 (15)에서 확인이 가능하다. 이는 단계가 변환되는 시점에서 편향의 연속성이 유지가 되어 가속도 명령이 급격하게 변하는 현상을 억제 시키는 역할을 한다.

$t_1$ 은 사전에 계산된 유도탄이 최대 지향각에 도달하는 시점으로 아래와 같이 계산이 가능하다.

$$\int_0^{t_1} \gamma dt = \int_0^{t_1} N\dot{\lambda} + b_1 dt = \int_0^{t_1} \dot{\lambda} + \frac{a_{M,max}}{V_M} \left( 1 - \frac{t}{t_1} \right) dt \quad (16)$$

$$\gamma(t_1) - \gamma_0 = \lambda(t_1) - \lambda_0 + \frac{t_1 a_{M,max}}{2V_M} \quad (17)$$

$$\sigma(t_1) - \sigma_0 = \frac{t_1 a_{M,max}}{2V_M}, \quad \sigma(t_1) = \sigma_{max} \quad (18)$$

$$t_1 = \frac{2V_M(\sigma_{max} - \sigma_0)}{a_{M,max}} \quad (19)$$

이때의 편향과 편향의 적분결과를 그래프로 나타내면 아래와 같다.

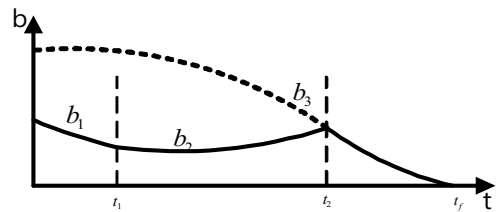


Fig. 3. Bias profile

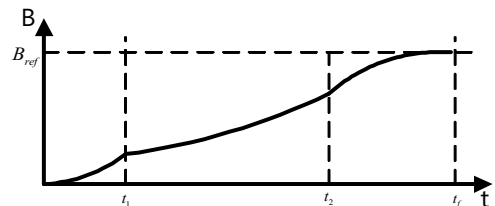


Fig. 4. Bias integral profile

첫 번째와 두 번째를 로직 적용 여부를 구분하는 방법은 본 논문에서는 발사 시에 생성되는 식 (13)의 편향  $b$ 가  $a_{M,max}/V_M$ 보다 크면 특정 시간에 지향각 제한에 도달하는 경우라고 판단하여 두 번째 로직을 적용하고, 작으면 걸리지 않는다고 판단하여 첫 번째 로직을 적용한다.

### 2.2.3 충돌각 도달 가능 여부 계산

충돌각 제어 유도법칙은 목표로 하는 충돌각으로 표적을 요격하는데 가속도 제한과 탐색기 FOV의 영향을 받는다. 이를 고려하지 않으면, 유도오차가 증가하거나, 목표 충돌각으로 요격하지 못할 수 있다. 또한, 가속도 제한으로 인해 유도탄 지향각이 FOV를 벗어나서 표적 요격 자체가 불가능할 수 있다. 즉, 목표 충돌각에 도달 가능한지 사전에 계산한다. 목표 충돌각으로 요격이 불가능하고, 지향각이 FOV를 벗어날 가능성이 있다면 요격효과를 감소시키더라도 요격을 하기 위해 요격 가능한 충돌각으로 충돌각을 조절해야 한다.

우선  $t_0$ 시간에서의 가속도 명령과  $\dot{\lambda}$ 은

$$a_M(t_0) = V_M \dot{\lambda}(t_0) + a_{M,max} \quad (20)$$

$$\dot{\lambda}(t_0) = \frac{V_T \sin(\beta(t_0) - \lambda(t_0)) - V_M \sin(\gamma(t_0) - \lambda(t_0))}{r(t_0)} \quad (21)$$

이다. 이는 Fig. 1.의 기하조건에 따라 표적과 유도탄이 동일 고도상에서 발사된다고 가정하면, 식 (21)은 식 (22)와 같다. 지향각의 경우 표적이 유도탄의 지향각 내에서 유도기법이 시작하기 때문에 지향각 조건 또한 충족한다.

$$\dot{\lambda}(t_0) = \frac{-V_M \sin(\gamma(t_0))}{r(t_0)}, \quad \gamma(t_0) \geq 0 \quad (22)$$

$$0 \leq \sigma(t_0) \leq \sigma_{max} \quad (23)$$

위 조건에 따라  $\dot{\lambda}(t_0)$ 는 0보다 작거나 같고,  $r(t_0)$ 에 영향을 받는다. 초기  $r(t_0)$ 가 유도탄 속도 대비 크기 때문에  $\dot{\lambda}(t_0)$ 는 0에 근접한 값을 가진다. 이 조건을 식 (20)에 넣으면  $|a_M(t_0)| \leq a_{M,max}$ 을 충족하는 것을 알 수 있다.

두 번째로, 유도탄의 최대 지향각에 도달하는  $t = (0 \ t_1]$  구간을 살펴본다. 이 구간은 유도탄이 발사되어 고도가 올라가는 구간으로 시선각이 감소하는 구간으로 시선각이 0보다 작다( $\lambda(t) < 0$ ).

이때의 시선각속도는 아래와 같다.

$$\dot{\lambda}(t) = \frac{\mp V_T \sin(\lambda(t)) - V_M \sin(\sigma(t))}{r(t)} \quad (24)$$

$$\sigma(t) > |\lambda(t)|, V_M > V_T$$

여기서  $V_T$  앞의 부호는  $\beta$ 에 따라 달라지는 것으로 퇴각하는 표적의 경우 -, 근접하는 표적의 경우 +이다. 이 구간은 유도탄 발사 후 초기 구간으로  $r$ 이 크기 때문에 시선각속도가 작은 음수를 가진다. 이 조건에 따라  $|a_M(t)| < a_{M,max}$ 을 충족한다. 지향각 또한 초기 지향각에서 최대 지향각으로 가는 것이기 때문에 지향각 제한 조건을 충족하는 것을 알 수 있다.

세 번째로, 유도탄이 최대 지향각을 유지하며 비행하는 구간인  $t = (t_1 \ t_2]$  구간을 살펴보면 된다. 먼저  $t_2$ 시간에서의 편향의 적분치와  $b_2, b_3$ 의 관계식을 살펴보면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} B(t_2) &= \int_0^{t_2} (1-N)\dot{\lambda}dt + \int_0^{t_1} \frac{a_{M,max}}{V_M} \left(1 - \frac{t}{t_1}\right) dt \\ &= (1-N)(\lambda(t_2) - \lambda_0) + \frac{t_1 a_{M,max}}{2V_M} \end{aligned} \quad (25)$$

$$b_2(t_2) = (1-N)\dot{\lambda}(t_2) \quad (26)$$

$$b_3(t_2) = (B_{ref} - B(t_2))/\tau \quad (27)$$

$$b_2(t_2) = b_3(t_2) \quad (28)$$

$\tau$ 는  $b_3$ 가 0으로 수렴하는 시간을 조절하는 변수로 너무 작으면 가속도 명령이 커지고 너무 크면 수렴까지의 시간이 오래 걸리므로 적절한 값으로 선택하여 사용한다.

$t_2$ 시간에서의 시선각속도는 식 (2), (24), (25~28)에 의해 아래의 조건을 충족한다.

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}(t_2) &= \frac{B_{ref} - \left( (1-N)(\lambda(t_2) - \lambda_0) + \frac{t_1 a_{M,max}}{2(1-N)V_M} \right)}{\tau(1-N)} \\ &= \frac{-V_T \sin(\lambda(t_2)) - V_M \sin(\sigma_{max})}{r(t_2)} \end{aligned} \quad (29)$$

여기서  $t_1 \sim t_2$  시간에서의  $r$ 은 [15]에 따라

$$r = \frac{r(t_1)}{1 + k_s \sin(\lambda)} e^{\frac{1}{\tan(\sigma_{max})} \int_{\lambda(t_1)}^{\lambda} \frac{1}{k_s \sin(\lambda) + 1} d\lambda} \quad (30)$$

$$\int_{\lambda(t_1)}^{\lambda} \frac{1}{k_s \sin(\lambda) + 1} d\lambda = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{1-k_s^2}} \left[ \tan^{-1} \left( \frac{\tan(\frac{\lambda}{2}) + k_s}{\sqrt{1-k_s^2}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{k_s}{\sqrt{1-k_s^2}} \right) \right] & \text{for } k_s^2 < 1 \\ \frac{1}{\sqrt{k_s^2-1}} \ln \left[ \frac{(k_s + \sqrt{k_s^2-1}) \tan(\frac{\lambda}{2}) + 1}{(k_s - \sqrt{k_s^2-1}) \tan(\frac{\lambda}{2}) + 1} \right] & \text{for } k_s^2 > 1 \\ 1 - \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\lambda}{2}\right) & \text{for } k_s^2 = 1 \end{cases} \quad (31)$$

$$k_s = \frac{V_T}{V_M \sin(\sigma_{\max})}$$

이 된다. 식 (29), (30)을 이용하여  $t_2$  시간에서의 시선각속도 계산은  $t_1$  시간에서의 시선각과 상대거리가 필요하고, 해석적으로 해를 구하기는 어려워 Newton-Raphon과 같은 수치적 방법을 이용하여 구할 수 있다.  $t_1$  시간에서의 시선각과 상대거리는 초기대비 시선각의 변화가 크지 않아 지향각과 비행경로각의 변화의 차이가 크지 않다는 가정에서 아래와 같이 추정할 수 있다. 아래 식 (33)은 식 (17)로부터 계산이 가능하다.

$$\sigma(t_1) = \sigma_{\max}, \quad \gamma(t_1) \approx \gamma(t_0) + \sigma_{\max} - \sigma(t_0) \quad (32)$$

$$\lambda(t_1) = \gamma(t_1) - \sigma(t_0) - \frac{t_1 a_{M\max}}{V_M} \quad (33)$$

$$r(t_1) = r_0 - t_1 \sqrt{(V_M \cos(\sigma(t_1)) - V_T)^2 + (V_M \sin(\sigma(t_1)))^2} \quad (34)$$

식 (29~34)을 통해 계산된  $t_2$  시간에서의 시선각속도를 이용하여 구한 가속도명령이 유도탄의 가속도 제한을 초과하는지 확인하여 가속도 명령을 초과하면, 충돌각을 낮춰서 재지정 한다. 아래 식은  $t_2$  시점에서의 가속도 명령과 그 크기의 제한을 보인다.

$$|a_{M}(t_2)| = |V_M \dot{\lambda}(t_2)| \leq a_{M\max} \quad (35)$$

이어서 마지막으로,  $t = (t_2, t_f]$  구간에서 가속도 명령이 제한을 초과하는지 여부와 편향이 0으로 수렴하기에 충분한 시간이 있는지 확인이 필요하다. 편향이 없는 일반적인 비례항법의 경우  $N \geq 3$ 이면 초기의 시선각속도가 가장 크고 시간이 지남에 따라 0으로 수렴한다. 즉 초기의 가속도 명령이 가장 크고 시간이 지남에 따라 가속도 명령이 작아지는 형태이다.  $t_2$  시간부터의 편향은 그 크기가 작고 빠르게 0으로 수렴하기 때문에  $t_2$  시간에서의 편향이 없는 비례항법의 가속도 크

기를 확인해 봄으로써 간접적으로  $t_2 \rightarrow t_f$  동안 가속도 제한을 초과하는지 확인이 가능하다[15]. 아래 식 (36)은 PNG를 사용했을 경우의  $t_2$  시점에서의 가속도의 크기와 그 제한을 보인다.

$$|a_{M,PNG}(t_2)| = |NV_M \dot{\lambda}(t_2)| \leq a_{M\max} \quad (36)$$

식 (35)를 충족하면, 식 (36)도 충족하게 되므로, 식 (35)만 확인하면, 가속도 제한 조건 여부 확인이 가능하다. 편향이 충분히 0 근처로 수렴하는지 확인하기 위해서는  $t_{go} = t_f - t_2$ 의 계산이 필요하다.  $t = (t_2, t_f]$  구간에서의  $t_{go}$ 는 [14]에 따라 아래와 같이 계산된다.

$$t_{go} = t_f - t_2 \approx \frac{r(t_2)}{V_M - V_T \cos(\lambda(t_2))} \left[ 1 + \frac{\sigma_{\max}^2}{2(2N-1)} \right] \quad (37)$$

$t_{go}$ 가  $\tau$ 와 비교하여 식 (40)처럼 충돌각을 조절하여 위의 절차를 재진행하거나  $\tau$ 만 변경하여 위의 절차를 재진행하여 충돌각 충족 여부 확인이 가능하다.

$$B_{ref,2} = B_{ref} - B(t_2) \quad (38)$$

$$t_f \geq 7\tau, \quad B_{ref,2} \approx 0.999B_2(t_f) \quad (39)$$

$$B_2(t) = \int_{t_2}^t b_3 dt \quad (40)$$

위의 과정을 흐름도로 나타내면 Fig. 5와 같다. Fig. 5에서  $N$ 은  $N \geq 3$  이어야 한다.

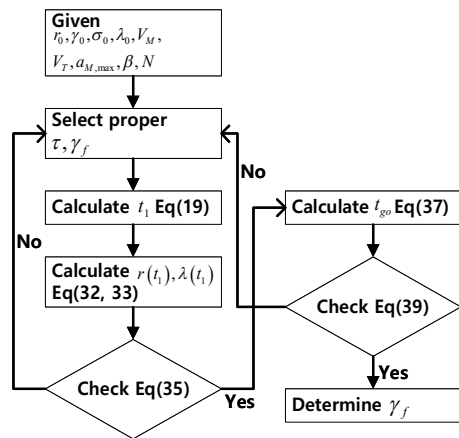


Fig. 5. Calculation procedure of impact angle availability

## 2.3 수치 시뮬레이션

### 2.3.1 시뮬레이션 조건

제한한 유도기법의 성능을 확인하기 위해서 2차원 평면상에서 일반적인 교전상황을 고려하였다. 사용된 유도탄 및 표적 모델은 시뮬레이션 전 구간에서 동일하며, 표적의 경우 기동이 없다고 가정하였다. Table 1은 시뮬레이션 조건을 정리한 것이다.

동일한 조건에서 충돌각 조건에 따른 성능을 확인하였다. 성능 비교를 위해 참고문헌 [15]의 유도기법을 적용한 결과 또한 제안한 유도기법과 비교하였다. 아래 식 (41~42)는 참고문헌 [15]에 나와 있는 유도기법을 정리한 것이다.

$$a_M = \begin{cases} V_M(N\dot{\lambda} + b_1) & \text{초기구간} \\ V_M(N\dot{\lambda} + b_2) = V_M\dot{\lambda} & \text{if } |\sigma(t)| \geq \sigma_{\max} \\ V_M(N\dot{\lambda} + b_1) & \text{if } |b_1| \leq |b_2| \end{cases} \quad (41)$$

여기서  $b_1$ 의 최대값은 식 (42)와 같고 특정 시점에 지향각이 최대 지향각에 도달하는 경우 초기구간에서  $b_{1,\max}$ 를 사용한다.

$$b_{1,\max} = \frac{a_{M,\max}}{V_M} \quad (42)$$

두 알고리즘의 성능 비교를 위해 가속도 명령과 가속도 응답 사이에 1차 지연이 있는 상태에서의 결과를 살펴보았다.

### 2.3.2 시뮬레이션 결과

Figures 6~11은 Table 1의 조건으로 시뮬레이션을 수행한 결과로 순서대로 유도탄과 표적의

Table 1. Simulation Condition

Initial Relative Range	3000m
Missile Velocity	200m/s
Initial Missile Flight Path Angle	10deg
Initial Line of Sight	10deg
PN Gain(N)	3
$\tau$	1
Look angle limit	$\pm 45\text{deg}$
Acceleration limit	$60\text{m/s}^2$
Target Path Angle	0deg
Target Velocity	30m/s
Terminal Flight Path Angle	-10, -30, -50, -70, -90deg

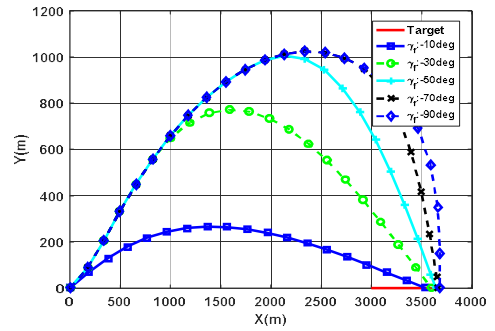


Fig. 6. Missile and target trajectory

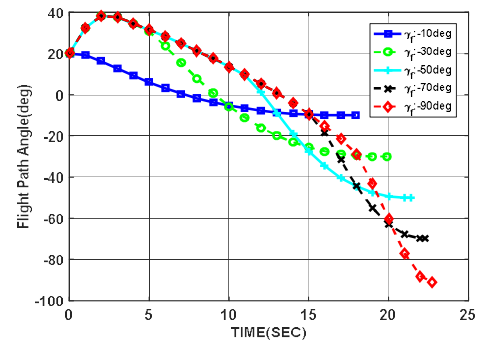


Fig. 7. Flight path angle

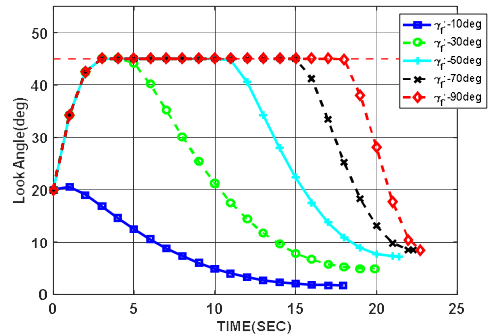


Fig. 8. Look Angle

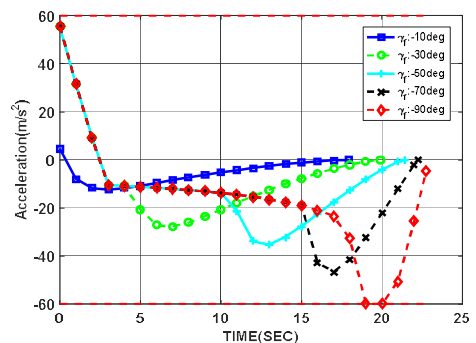


Fig. 9. Acceleration

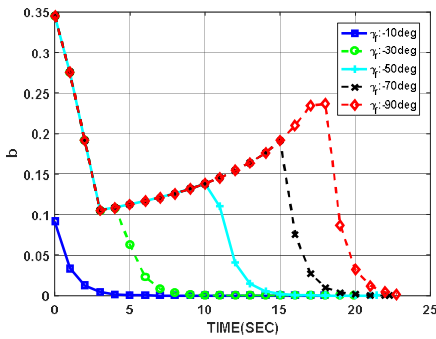


Fig. 10. Bias

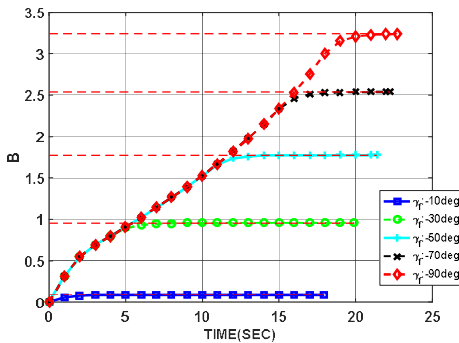


Fig. 11. Bias integral

계적, 유도탄의 비행경로각, 지향각, 가속도, 시간에 따른 편향,  $B_{ref}$ 와 시간에 따른 편향의 적분값을 보여 준다.

[15]와의 비교를 위해서는 가속도 명령과 실제 사용된 가속도와 1차 지연이 있는 경우에 지연 정도에 따른 조종 에너지  $E = \int_0^{t_f} a^2 dt$ 와 최대 지향각 및 표적 요격시의 충돌각을 비교하였다.

Figures 6~9를 살펴보면 지향각 제한과 가속도 제한을 충족하면서, 요구하는 충돌각으로 요격하는 것을 알 수 있다. 또한 Fig. 10에 나와 있는 것처럼 bias가 연속적으로 생성되는 것이 확인 가능하다.

Figure 12는 -70도의 충돌각 및 0.2초의 시간 지연 조건에서 제안한 유도기법과 [15]의 비행계획을, Figs. 13~16. 각각은 비행경로각, 지향각, 가속도 명령 및 가속도응답과 시간에 따른 편향을 보여준다.

Figure 17은 동일 충돌각 조건에서 시간지연 정도에 따른 최대 지향각과 조종 에너지 차이를 보여주고 있다.

Figures 13, 17의 Look Angle Turning Point는 지향각을 유지하기 위해 편향이 식 (15) b)로

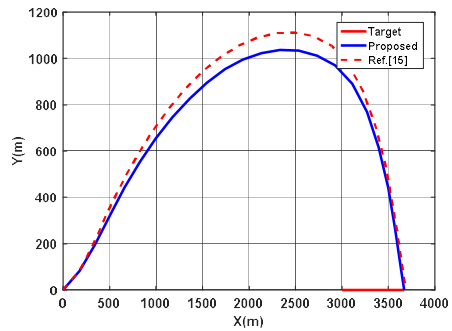


Fig. 12. Missile and target trajectory with lag 0.2s

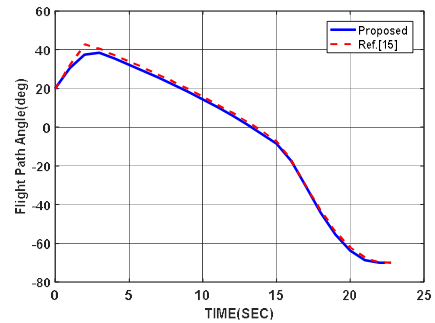


Fig. 13. Flight path angle with lag 0.2s

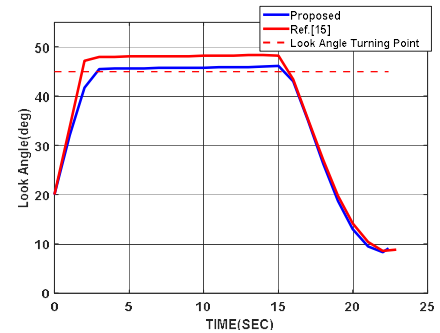


Fig. 14. Look angle with lag 0.2s

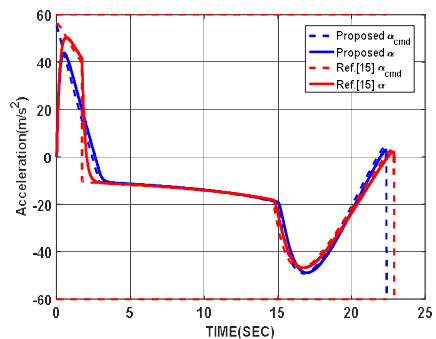


Fig. 15. Acceleration command and acceleration response with lag 0.2s



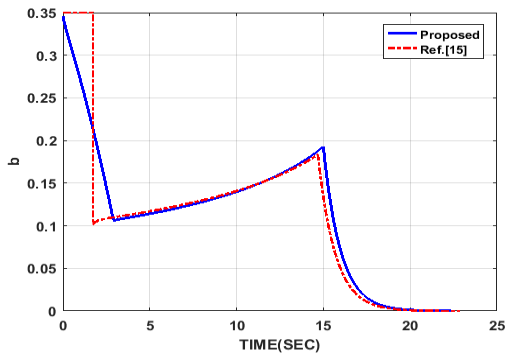


Fig. 16. bias profile

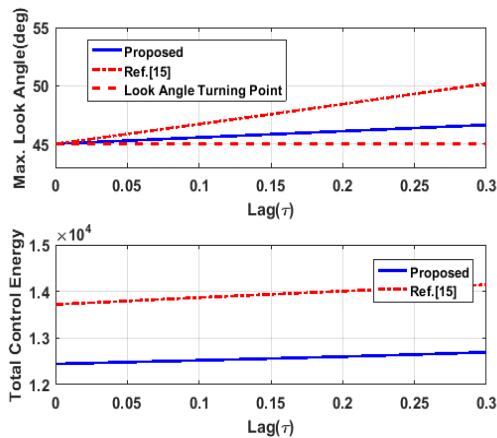


Fig. 17. Comparing proposed and ref. performance of lag system

변환되는 기준 지향각으로 [15]의 방법과 제안한 방법이 동일 지향각을 기준으로 하고 있다.

Figure 17을 보면 제안한 방법이 [15]보다 에너지 측면에서 Lag의 여부와 상관없이 유리하며, 시간지연이 클수록 기준 지향각과 실제 최대 지향각의 차이 측면에서 유리한 것을 확인할 수 있다.

Table 2는 Table 1과 충돌각을 제외한 동일 조건에서 사거리를 Lag는 0.3sec 충돌각 조건은 -70도를 기준으로 사거리를 바꿔가면서 살펴본 Total Control Energy이다. 거리가 가까워지면 제안한 방법과 참고문헌 [15]의 차이가 거의 없지만, 거리가 멀어지면서 더 적은 에너지를 소모하는 것이 확인 가능하다.

Table 2. Total control energy by distance

Distance	2000m	3000m	4000m	5000m
Proposed	19053	12696	10215	8745
Ref.[15]	19058	14144	12074	10834

### III. 결 론

본 논문에서는 지대지 교전 상황에서 충돌각 요구조건을 충족시키기 위한 유도법칙으로 BPNG 형태의 유도법칙을 제안하고 있다. 제안한 유도법칙의 bias는 3가지 형태가 존재하는데, 첫 번째는 초기 구간에서 가속도 제한을 넘지 않으며 최대 지향각으로 유도탄의 상태를 바꿔주며 동시에 두 번째 최대 지향각 유지 구간으로 넘어갈 때 bias의 급격한 변화를 없애주는 형태의 bias이고, 두 번째는 지향각을 유지하기 위한 bias, 마지막은 충돌각 조건을 충족시키기 위한 bias이다. 충돌각 도달 가능 여부를 계산하기 위해서는 지대지 교전의 기하학적 조건과  $t_1$  시간까지의 비행경로각의 변화가 별로 없다는 가정 및 최대 가속도와 FOV를 고려하였다. 다양한 교전 조건에서의 비선형 시뮬레이션을 통해 성능을 확인하였으며, 시간지연이 존재할 때의 성능을 다른 알고리즘과 비교하였다.

### References

- 1) Ryoo, C. K., Cho, H. J., and Tahk, M. J., "Optimal Guidance Laws with Terminal Impact Angle Constraint," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 28, No. 4, 2005, pp.724~732.
- 2) Ryoo, C. K., Cho, H. J., and Tahk, M. J., "Time-to-Go Weighted Optimal Guidance With Impact Angle Constraints," *IEEE Transaction on Control Systems Technology*, Vol. 14, No. 3, 2006, pp.483~492.
- 3) Lee, C. H., Kim, T. H., Tahk, M. J., and Whang, I. H., "Polynomial Guidance Laws Considering Terminal Impact Angle and Acceleration Constraints," *IEEE Transaction on Control Systems Technology*, Vol. 49, No. 1, 2013, pp.74~92.
- 4) Kim, T. H., Lee, C. H., and Tahk, M. J., "Time-to-go Polynomial Guidance with Trajectory Modulation for Observability Enhancement," *IEEE Transaction on Control Systems Technology*, Vol. 49, No. 1, 2013, pp.55~73.
- 5) Kim, B. S., Lee, J. G., and Han, H. S., "Biased PNG Law for Impact with Angular

Constraint,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic systems*, Vol. 34, No. 1, 1998, pp.277~288.

6) Ashwini, R., and Debasish, G., “Impact Angle Constrained Interception of Stationary Targets,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 31, No. 6, Nov. 2008, pp.1816~1821.

7) Ashwini, R., and Debasish, G., “Impact Angle Constrained Guidance Against Non-stationary Nonmaneuvering Targets,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 33, No. 1, 2010, pp.269~275.

8) Erer, K. S., and Tekin, R., “Switched Gain Guidance for Impact Angle Control Under Physical Constraints,” *AIAA Early Edition*, 2014, pp.1~12.

9) Erer, K. S., and Merttopcuoglu, O., “Indirect Impact-Angle-Control Against Stationary Targets Using Biased Pure Proportional Navigation,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 35, No. 2, 2012, pp.700~702.

10) Erer, K. S., and Ozgoren, M. K., “Control of Impact Angle using Biased Proportional Navigation,” *AIAA GNC Conference*, Aug. 19~22, 2013, Boston.

11) Zhang, Y. A., Ma, G. X., and Wu, H. L.,

“A biased proportional navigation guidance law with large impact angle constraint and the time-to-go estimation,” *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 228, No. 10, 2014, pp.1725~1734.

12) Kim, T. H., Park, B. G., and Tahk, M. J., “Bias-Shaping Method for Biased Proportional Navigation with Terminal-Angle Constraint,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 36, No. 6, 2013, pp. 1810~1815.

13) Erer, K. S., Tekin, R., and Ozgoren, M. K., “Look Angle Constrained Impact Angle Control Based on Proportional Navigation,” *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, Jan. 2015, Paper 2015-0091.

14) Park, B. G., Kwon, H. H., Kim, Y. H., and Kim, T. H., “Composite Guidance Scheme for Impact Angle Control Against a Non-maneuvering Moving Target,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 39, No. 1, 2016, pp.1132~1139.

15) Park, B. G., Kim, T. H., and Tahk, M. J., “Biased PNG with Terminal angle constraint for intercepting nonmaneuvering targets under physical constraints,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic systems*, Vol. 53, No. 3, 2017, pp.1562~1572.