

지진응답 해석을 위한 적층식 석탑의 개별요소 모델링

Distinct Element Modelling of Stacked Stone Pagoda for Seismic Response Analysis

김병화¹⁾ · 이도형^{2)*}

Kim, Byeong Hwa¹⁾ · Lee, Do Hyung^{2)*}

¹⁾경남대학교 토목공학과 교수, ²⁾배재대학교 건설환경철도공학과 교수

¹⁾Professor, Department of Civil Engineering, Kyungnam University, ²⁾Professor, Department of Civil, Environmental and Railroad Engineering, Paichai University

/ A B S T R A C T /

It is inevitable to use the distinct element method in the analysis of structural dynamics for stacked stone pagoda system. However, the experimental verification of analytical results produced by the discrete element method is not sufficient yet, and the theory of distinct element method is not universal in Korea. This study introduces how to model the stacked stone pagoda system using the distinct element method, and draws some considerations in the seismic analysis procedures. First, the rocking mode and sliding mode are locally mixed in the seismic responses. Second, the vertical stiffness and the horizontal stiffness on the friction surface have the greatest influence on the seismic behavior. Third, the complete seismic analysis of stacked stone pagoda system requires a set of the horizontal, vertical, and rotational velocity time histories of the ground. However, earthquake data monitored in Korea are limited to acceleration and velocity signals in some areas.

Key words: Distinct element method, Stone pagoda, Seismic response, Modal parameters, Vibration

1. 서론

석탑 문화재관련 연구는 대부분 사회학적 관점에서 이루어져 왔으며, 2000년 이후에야 공학적 관점에서 연구가 시도되고 있다. 현재까지 수행된 공학적 연구는 석탑 구조형식에 대한 수치모델링 연구, 개별요소법(Distinct Element Method, DEM)을 이용한 구조거동 특성 연구, 그리고 내진성능 평가연구 등으로 구분 할 수 있다.

국내 공학적 연구 초기(2001년~2008년)는 석탑 구조형식의 거동 특성을 파악하기 위한 수치모델 연구가 주로 수행되었다. 이성민 등[1]은 석축이나 석탑과 같이 다수의 석재가 조적되어 구조물을 이루는 경우에 대하여 불연속 다자유도계 모델(mass-spring model)과 연속 전단보(shear beam) 진동계 모델의 고유진동수와 실측 고유진동수를 비교하였다. 다자유도계의 차수가 높을수록 전단보로 해석한 결과와 차이가 없음을 보였다. 이성민 등[2]은 석탑 구조물을 불연속 다자유도계 이산 모델로 가정하고 실제

석탑 구조체에 대한 고유진동수를 계속하여 비교하고 석재 접촉면의 스프링 상수 추정 방법을 제안하였다. 또한 이성민 등[3]은 정림사지 5층 석탑을 불연속 다자유도계 이산 모델로 가정하고, 석재 마찰면을 가상의 추가 사이 부재로 모델링하여 총 29개의 자유도를 갖는 구조물로 모델링 하였다. 산정된 고유진동수와 실측된 고유진동수를 비교하여 석재 접촉부의 전단강성을 추정하였다. 다자유도계 이산 모델은 석탑 구조형식에 대한 해석적 모델의 최초 제안이라 측면에서 의미는 있으나, 제안 모델의 유효성 검증 결과는 신뢰도가 낮다. 왜냐하면, 석탑의 해석모델과 실제 석탑의 고유진동수가 일치한다고 하여서, 항상 거동 특성이 일치한다는 가정은 충분하지 못하다.

수치 해석모델과 실제 석탑 구조체의 동적 거동이 일치하기 위해서는 고유진동수뿐만 아니라 모드형상이 모두 일치하여야 한다. 그러나 석탑의 모드형상은 계속 확인이 수행되지 못하였기 때문에 제안된 해석모델의 유효성 검증은 미흡하다. 김병화 등[4]은 경주 나원리 5층 석탑 모형의 미소 진동응답으로부터 고유진동수와 모드형상 동특성을 추출하였다. 일반 외팔보의 동특성과 상이한 근접 이중모드를 보고하였다. 근접 이중모드란 근접한 고유진동수의 모드형상이 동일한 현상을 말한다. 김병화[5]은 석탑 구조형식이 갖는 근접 이중모드를 설명할 수 있는 수치모델을 제안하였다. 제안

*Corresponding author: Lee, Do Hyung

E-mail: dohlee@pcu.ac.kr

(Received August 13, 2018; Revised August 20, 2018; Accepted August 21, 2018)

모델은 근접 이중 모드를 석재간 마찰에 의한 자가 가진 모드(self-exciting mode)로 설명하고 있다.

국외 공학적 수치모델 연구는 마찰면 위에 놓인 단일 강체 블록의 거동 모드에 따라 세분화되었다. 마찰면 위의 강체의 거동모드는 정지(rest), 슬라이딩(sliding), 로킹(rocking), 슬라이딩-로킹(sliding-rocking), 그리고 자유비행(free flight) 5가지로 구분된다[6]. 로킹 모드는 정지 마찰계수가 폭/높이 비보다 클 뿐 만 아니라 최대 지반가속도보다 클 경우에 발생한다. 이는 석재의 마찰계수가 0.5-0.7 정도임을 고려하면 석재 블록의 높이가 폭보다 1.5배 이상 커야 로킹 응답이 발생 가능하다. 석탑의 개별 층은 높이가 폭보다 낮으므로 로킹이 발생하지 않는다. 그러나 여러 층이 합쳐서 고려할 경우에 로킹이 발생 할 수 있다.

Housner[7]는 직사각형 단일 강체의 로킹 응답에 대하여 해석적 모델과 응답을 최초로 제시하였다. 일반적으로 선형 미소진동이론에서 보이는 특정 고유모드가 로킹 응답에서는 없으며, 초기조건 및 가진 주파수에 따라서 주파수 응답이 변하는 것을 보였다. Yim et al.[8]은 수평 및 수직 지진 운동에 의한 단일 사각형 강체 블록의 동적 로킹 응답을 산출 할 수 있는 수치 해법과 프로그램을 개발하였다. 세장한 직사각형 강체 블록 수치모델의 변수 연구를 통하여 강체 블록의 응답은 경계조건, 충돌계수, 폭/높이 비, 그리고 지반진동 상세에 매우 민감하고 체계적인 경향이 나타나지 않지만, 확률론적 관점에서는 일정한 경향이 관찰됨을 보였다. Ishiyama[9]는 강체의 2차원 평면 거동모드를 안정(rest), 슬라이딩(sliding), 회전(rotation), 슬라이딩과 회전(sliding rotation), 수평 점프(translational jump), 그리고 회전 점프(rotational jump) 등 6가지로 정의하였다. 그리고 단일 직사각형 강체 블록에 대하여 모드 별 지배방정식을 도출하고 수치 시뮬레이션을 통하여 다양한 변수연구를 수행하였다. 지진 입력 가속도 크기가 강체의 폭/높이의 비 이상일 때 로킹 거동이 시작한다. 그리고 강체 블록의 폭과 높이에 따른 전도(overturning)에 대한 기준을 제시하였다. Koh et al.[10]은 굽힘이 가능한 기초 위에 올려진 단일 사각형 강체의 로킹 응답에 대하여 해석적 모델과 응답을 제시하였다. 인장강도가 없는 지반의 모형을 위하여 지반 스프링이 인장일 경우 강체의 상승을 허용하였다. Spano et al.[11]은 2단으로 쌓인 강체 블록들이 지반 가진 되었을 때 4가지 모드에 대하여 로킹 응답의 분석적 해를 제시하였다. Kounadis et al.[12]은 지반 가진에 대한 2단 강체 블록의 로킹 진도 불안정성에 대해서 해석적 해를 제시하였다. 그 후 Kounadis[13]는 로킹 모드뿐 만 아니라 로킹-슬라이딩 모드를 고려한 분석적 해를 제시하였다.

마찰면 위의 슬라이딩 모드에 관한 연구를 살펴보면, Newmark[14]가 직사각형 펄스 가진에 대한 단자유도 블록의 응답을 최초 소개하였으며, Younis and Tadjbakhsh[15]는 Coulomb 마찰 상태에 있는 단자유도 강체의 스틱슬립 모드(stick-slip mode)에 대한 분석적 해를 제시하였다. 여기서 스틱슬립 모드는 접촉면에서 블록과 마찰지면의 상대속도가 같으면 붙어서 거동하다가 접촉면에서 상대속도가 다르면 미끄러지는 거동을 말한다. EL-Raheb[16]은 다층 강체 블록에 대한 스틱슬립 모드를 다루었다. 블록의 수, 마찰계수, 스틱슬립 강성, 가진 크기와 주파수에 대한 다양한 변수 연구를 수행하였다.

개별요소법에 대한 주요 연구를 살펴보면 다음과 같다. 3단 이상 다층 강체 블록들에 대한 로킹 응답과 슬라이딩 모드는 거동이 매우 복잡하고 비선형성이 매우 심해서 분석적 해의 도출에는 한계가 있다. 이에 대한 대안으로

서 수치해석 접근법인 개별요소법의 적용이 최근 연구되고 있다. DEM은 Cundall and Strack[17]에 의해서 최초로 소개되었다. DEM은 매 시간 적분 스텝마다 강체 접촉부를 탐지하여 새로운 경계조건과 초기조건을 업데이트하여야 한다. 그러나 강체 시뮬레이션 결과는 경계조건과 초기조건에 매우 민감한 문제점이 있다. 또한 수치적분 시 시간 스텝은 응력과 속도보다 빨라야 수치시뮬레이션의 안정성을 얻을 수 있다. 이를 위해서는 매우 작은 시간 스텝이 필요하며 방대한 계산량을 요구한다. 이는 시스템의 변수연구에 적합하지 않다. 또한 석재간 충돌 시 반발계수와 같은 추가 변수를 실험적으로 도출하여야 한다. Winkler et al.[18]는 DEM를 이용하여 다양한 조건의 단일 블록들뿐 만 아니라 다층 블록 강체의 지진응답을 산정하였다. 그리고 진동대 실험을 수행하였으며, DEM 수치 시뮬레이션 결과와 비교 분석하였다. 진동대의 입력 가속도 크기가 강체의 폭/높이의 비 이상일 때 로킹 거동이 시작함을 실험에서 확인하였다.

개별요소법은 2003년 최초로 GUI(Graphic User Interface)기반 소프트웨어 ‘3DEC’[19]가 출시되었고, 3DEC 을 이용한 석탑의 구조해석 연구가 2007년부터 다수 수행되었다. 홍석일과 김호수[20]은 미륵사지석탑에 대한 구조해석을 수행하였고, 김호수 등[21]은 지반특성변화에 따른 감은사지 석탑의 구조거동 특성을 연구하였다. 김호수 등[22]는 고선사지 삼층석탑에 대하여 구조 모형화 연구를 수행하였다. 김호수[23]는 고선사지 삼층 석탑과 정림사지 오층 석탑의 구조모델링을 이용하여 하중 전달 메커니즘을 검토하였다. 홍석일 등[24]은 석재시편의 전단실험 결과를 석탑 모델의 석재 접촉부에 적용하여 석재면 거칠기에 따른 구조거동 평가연구를 수행하였다.

개별요소법은 석재와 석재 사이의 대변형 및 분리 등 불연속면 모델링 측면에서 유한요소 해석보다 매우 유리하다. 그러나 석재간 충돌계수 및 마찰계수 등의 추가 변수가 발생하고, 요구되는 시뮬레이션 계산량이 방대하다는 단점이 있다. 그러나 구성된 개별요소 수치모델의 유효성이 검증된 후에는 다양한 수치시뮬레이션이 가능하기 때문에 다양한 분야에 적용되고 있다. 그러나 상기 개별요소법 연구들은 모두 수치해석 연구이고 현재까지 동적 응답에 대한 실험적 검증 결과가 없다.

석탑의 내진성능평가연구를 살펴보면, Kim and Ryu[25]은 쌍계사 오층석탑 실물 크기 모형을 대하여 진동실험을 최초로 수행하였다. 김호수 [23, 26]는 불국사 삼층 석탑, 정림사지 오층 석탑 및 고선사지 3층 석탑에 대하여 내진성능 검토 방안을 제시하였다. Doros and Anastopoulos [27]은 그리스 신전 기둥의 축소모형인 5층 원통형 기둥에 대하여 다양한 진동대 실험을 수행하였으며, 고주파 가진에서는 로킹 응답이 제한적이지만, 저주파 가진으로 갈수록 로킹 응답이 지배적이 되며, 로킹 뿐 만 아니라 슬라이딩 응답이 동시에 발생하는 것을 보고하였다. 그러나 수치모델과 실험치 사이의 비교는 수행되지 못하였다.

개별요소법 상용화 소프트웨어 3DEC를 이용한 석탑의 내진성능평가 연구가 최근 다수 보고되고 있다. 적층식 석탑 구조체의 동적 거동해석에 개별요소법의 적용은 불가피해 보인다. 그러나, 아직 개별요소법을 이용한 거동 해석결과에 대하여 실험적 검증이 충분하지 않고, 개별요소법 이론이 국내에 보편화되지 않은 상태이다. 본 연구는 적층식 석탑 구조형식의 동적 거동 해석에 개별요소법의 적용방법을 소개하고, 지진 응답해석 시 고려해야 할 문제점들을 도출 한다.

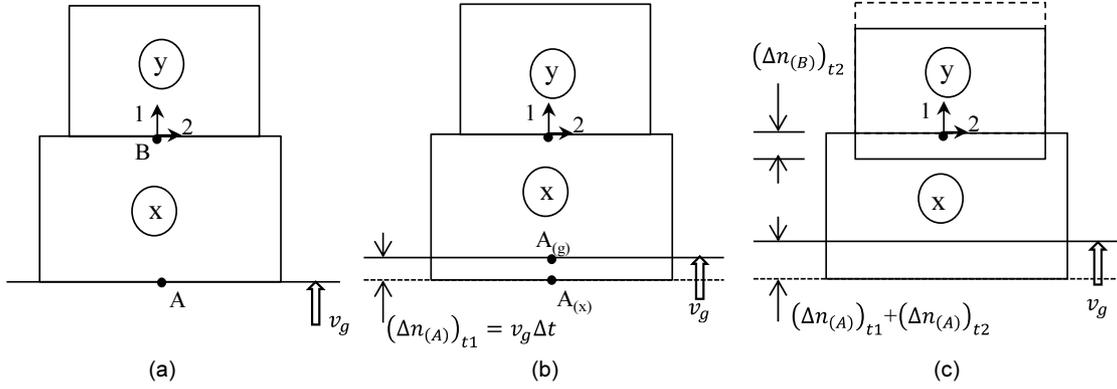


Fig. 1. Ground Motion; (a) $t=t_0$; (b) $t_1=t_0+\Delta t$; (c) $t_2=t_0+2\Delta t$;

2. 개별요소법 모델링

2.1 개별요소법

Cundall and Strack[17]에 의해서 소개된 개별요소법은 뉴턴의 제2법칙을 개별요소에 적용하고, 개별요소 접촉면 사이에는 특정 구성방정식을 적용하여 개별요소들 간의 동적 거동을 예측하는 방법이다. 기본 가정은 다음과 같다.

- (1) 시뮬레이션 시간 스텝이 작아서 속도와 가속도가 상수이고,
- (2) 특정 요소간 불균형 힘이 주변에 접촉하고 있는 다른 요소들에 전파되지 않는다.

그러므로 매 시간 스텝마다 개별요소들 상호 접촉면을 탐색하고 중첩된 영역을 탐색하여야 한다. 탐색된 중첩영역에 일정한 접촉법칙(Contact Law)을 적용하여 수직력과 전단력 등 작용 힘들을 산정하여야 하는 번거로움이 있다.

중첩영역으로부터 작용 힘을 산정하는 절차를 보이기 위하여 Fig. 1을 고려해보자. 두 개의 블록들, x와 y, 가 지반 위에 쌓여있다. 지반은 v_g 의 일정한 속도로 상향한다고 하자. 초기($t=t_0$)에는 지반과 1층 블록 x는 점 A에서 접촉하지만 상호 작용력은 없다고 가정한다. 시간 스텝 Δt 경과 후에, 지반은 상향으로 $v_g\Delta t$ 만큼 이동한다. 기본가정 (2) 때문에 블록 x와 y는 $t=t_0$ 부터 $t=t_0+\Delta t$ 동안 초기 위치를 유지하고 있다. 그림 1(b)와 같이 지반과 블록 x사이 점 A에서 중첩영역이 발생한다. 점들 $A_{(g)}$ 와 $A_{(x)}$ 는 각각 지반과 블록 x에 위치한다. 접점(contact point)은 $A_{(g)}$ 와 $A_{(x)}$ 사이의 중간점으로 정의한다. 접촉영역에서 상대 변위 $(\Delta n_{(A)})_{t1}$ 는 단일 시간 스텝 Δt 동안 블록 x의 접점 $A_{(x)}$ 에 대한 지반의 접점 $A_{(g)}$ 의 변위로 정의한다. 여기서, 첨자 t1은 시간 $t_1=t_0+\Delta t$ 를 나타낸다. 접촉영역의 상대변위에 따른 작용력은 다음의 힘-변위 관계식을 이용하여 산정한다.

$$\Delta F_n = k_n (\Delta n)_{t1} = k_n v_g \Delta t \quad (1)$$

여기서, k_n 는 수직강성을 나타내고, ΔF_n 은 증분된 수직 작용력을 나타낸다.

블록 x로 부터 블록 y방향을 '1'로 정의하면, 블록 x와 y의 '1'방향 작용력은 다음과 같다.

$$F_{(x)1} = k_n (\Delta n)_{t1} \quad (2)$$

$$F_{(y)1} = -k_n (\Delta n)_{t1} \quad (3)$$

뉴턴의 제2 법칙을 적용하면 블록 x와 y의 제 1방향 가속도는 다음과 같다.

$$\ddot{x}_1 = F_{(x)1}/m_{(x)} \quad (4)$$

$$\ddot{y}_1 = F_{(y)1}/m_{(y)} \quad (5)$$

여기서, \ddot{x}_1 와 \ddot{y}_1 는 각각 블록 x와 y의 방향 1에 대한 상대 가속도를 나타내고, $m_{(x)}$ 와 $m_{(y)}$ 는 각각 블록 x와 y의 질량을 나타낸다. 식 (4)와 식 (5)에서 산정된 가속도는 기본가정 (1)에 의해서 시간 $t_1=t_0+\Delta t$ 에서 $t_2=t_0+2\Delta t$ 동안 상수로 가정된다. 그러면, 블록 x와 y의 속도는 다음 식에 의해서 산정될 수 있다.

$$[\dot{x}_1]_{t2} = [F_{(x)1}/m_{(x)}]\Delta t \quad (6)$$

$$[\dot{y}_1]_{t2} = [F_{(y)1}/m_{(y)}]\Delta t \quad (7)$$

시간 스텝 $t_2=t_0+2\Delta t$ 에서 접점 A와 B의 상대 변위 증분은 다음 식을 이용하여 산정될 수 있다.

$$(\Delta n_{(A)})_{t2} = (v_g - [F_{(x)1}/m_{(x)}]\Delta t)\Delta t \quad (8)$$

$$(\Delta n_{(B)})_{t2} = ([F_{(x)1}/m_{(x)}]\Delta t - [F_{(y)1}/m_{(y)}]\Delta t)\Delta t \quad (9)$$

여기서, $(\Delta n_{(A)})_{t2}$ 와 $(\Delta n_{(B)})_{t2}$ 는 압축이 양이다.

상기 계산 절차가 반복하면, 개별 블록들의 변위와 접촉면 작용력을 얻을 수 있다. 상기 예제는 지반의 수직 운동에 대해서만 개념적으로 설명하였다. 일반적으로 지반의 수평, 수직 및 회전 운동에 대해서 동일 개념이 확장 적용된다.

2.2 접촉 법칙

블록간 접촉법칙을 설명하기 위하여 Fig. 2를 고려하자. 블록 x와 y의 도심을 각각 x_i 와 y_i ($i=1,2$)라 하자. 그러면 블록 x와 y의 속도는 각각 \dot{x}_i 와 \dot{y}_i 이다. 그리고 반 시계 방향을 양으로 하는 블록 x와 y의 각속도는 각각 $\dot{\theta}_{(x)}$ 와 $\dot{\theta}_{(y)}$ 이다. 중첩영역을 이등분하는 점선을 공통 면(Common Plane, CP)으로 정의한다. 블록 x와 y의 도심을 연결 시 공통 면 CP와 만나는 점을 접점 C로 정의한다. 블록 x와 y의 도심을 연결하는 방향의 단위벡터를 e_i 라고 정의하고 e_i 와 시계방향으로 90° 회전한 단위벡터를 t_i 로 정의하자. 블록 y의 접점 $P_{(y)}$ 에 대한 블록 x의 접점 $P_{(x)}$ 의 상대변위 \dot{X}_i 로 정의하면, 수직방향(e_i)과 접선방향(t_i)의 상대속도는 다음 벡터의 내적으로 산정할 수 있다.

$$\dot{n} = \dot{X}_i e_i \tag{10}$$

$$\dot{s} = \dot{X}_i t_i \tag{11}$$

상대변위는 상대속도를 시간에 대하여 적분하면 얻을 수 있다.

$$\Delta n = (\dot{n}) \Delta t \tag{12}$$

$$\Delta s = (\dot{s}) \Delta t \tag{13}$$

블록에 가해지는 수직 및 접선 작용력은 힘-변위 관계식으로 산정할 수 있다.

$$\Delta F_n = k_n \Delta n \tag{14}$$

$$\Delta F_s = k_s \Delta s \tag{15}$$

여기서, k_n 과 k_s 는 수직 및 접선방향 강성을 나타낸다. 수직 및 접선방향 작용력의 정의는 Fig. 3에 보인다.

각각의 시간 스텝에서 블록에 작용되는 수직 및 접선 작용력 증분들은 모두 합하여 각각 F_n 와 F_s 로 나타낼 수 있고, N번째 반복에서 수직 및 접선 방향 작용력은 다음과 같이 산정 할 수 있다.

$$(F_n)_N = (F_n)_{N-1} + \Delta F_n \tag{16}$$

$$(F_s)_N = (F_s)_{N-1} + \Delta F_s \tag{17}$$

Coulomb 마찰법칙의 적용은 다음과 같다. 식 (17)에서 산정된 전단력 F_s 의 절대 크기가 다음 식에서 정의되는 최대 가능한 전단력 $(F_s)_{\max}$ 보다 크면 슬립(slip)이 일어나는 것으로 $(F_s)_N$ 을 $(F_s)_{\max}$ 로 설정한다.

$$(F_s)_{\max} = F_n \tan \phi_\mu + c \tag{18}$$

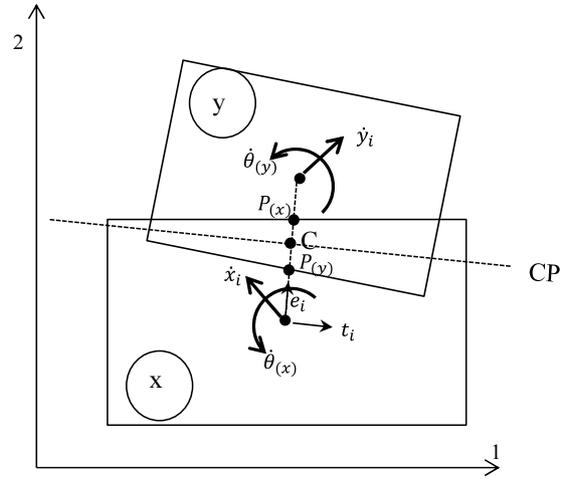


Fig. 2. Contact Law

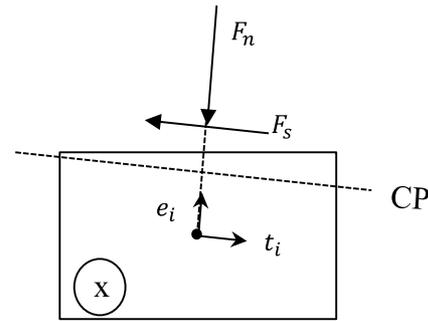


Fig. 3. Sign Convention

여기서, ϕ_μ 와 c 는 블록 마찰면의 마찰각과 점성을 나타낸다.

블록 x에 대한 모든 방향($i=1,2$)과 마찰 면에서 수직력과 전단력이 결정 되면, 힘의 총합 $\Sigma F_{(x)1}$, $\Sigma F_{(x)2}$ 및 $\Sigma M_{(x)}$ 을 얻을 수 있다. 그러면 뉴턴의 제 2법칙에 의해서 블록 x의 새로운 가속도 \ddot{x}_i 와 각 가속도 $\ddot{\theta}_{(x)}$ 을 얻는다.

2.3 운동 법칙

시간 t_N 에서 블록 x에 작용하고 있는 힘과 모멘트는 시간 $t_{N-\frac{1}{2}}$ 부터 $t_{N+\frac{1}{2}}$ 까지 시간 스텝 Δt 에도 작용하고 있다고 가정한다. 블록 x에 적용되는 뉴턴의 제2법칙은 다음과 같다.

$$m_{(x)} \ddot{x}_i = \Sigma [F_{(x)i} + D_{(x)i}] - C \dot{x}_i \tag{19}$$

$$I_{(x)} \ddot{\theta}_i = \Sigma M_{(x)} - C^* \dot{\theta}_{(x)} \tag{20}$$

여기서, $I_{(x)}$ 는 블록 x의 관성모멘트를 나타낸다. C 와 C^* 는 전체 시스템 감쇠 계수를 나타내며, 블록 x의 질량과 관성모멘트에 비례하여 정의한다.

$$C = \alpha m_{(x)} \tag{21}$$

$$C^* \equiv \alpha I_{(x)} \tag{22}$$

식 (19)에서 $\Sigma D_{(x)i}$ 는 접촉 감쇠력의 합을 나타내고, 식 (20)에 보이는 $\Sigma M_{(x)}$ 산정시 $\Sigma D_{(x)i}$ 의 기여가 고려되어야 한다. 접촉 감쇠력 $D_{(x)i}$ 는 수직방향 감쇠력 (D_n) 및 접선방향 감쇠력 (D_s)은 다음 식으로 산정된다.

$$(D_n)_N = c_n \dot{n} \tag{23}$$

$$(D_s)_N = c_s \dot{s} \tag{24}$$

여기서, c_n 과 c_s 는 접촉 감쇠계수로 정의되며, 블록 x의 강성에 비례하여 정의한다.

$$c_n = \beta k_n \tag{25}$$

$$c_s = \beta k_s \tag{26}$$

기본 가정 (1) 때문에 식 (19)와 식 (20)의 가속도와 각 가속도는 시간스텝 Δt 동안 상수이다. 중앙차분법을 적용하면 블록 x의 속도는 다음과 같다.

$$(\dot{x}_i)_{N+\frac{1}{2}} = \frac{\left\{ (\dot{x}_i)_{N-\frac{1}{2}} \left[1 - \frac{C\Delta t}{m_{(x)}^2} \right] + \Sigma (F_{(x)i} + D_{(x)i}) \frac{\Delta t}{Nm_{(x)}} \right\}}{\left\{ 1 + \frac{C\Delta t}{m_{(x)}^2} \right\}} \tag{27}$$

$$(\dot{\theta}_i)_{N+\frac{1}{2}} = \frac{\left\{ (\dot{\theta}_i)_{N-\frac{1}{2}} \left[1 - \frac{C^* \Delta t}{I_{(x)}^2} \right] + \Sigma (M_{(x)}) \frac{\Delta t}{NI_{(x)}} \right\}}{\left\{ 1 + \frac{C^* \Delta t}{I_{(x)}^2} \right\}} \tag{28}$$

새로운 속도는 다음과 같이 블록 x의 변위와 회전을 얻는데 사용된다.

$$(x_i)_{N+1} = (x_i)_N + (\dot{x}_i)_{N+\frac{1}{2}} \Delta t \tag{29}$$

$$(\theta_i)_{N+1} = (\theta_i)_N + (\dot{\theta}_i)_{N+\frac{1}{2}} \Delta t \tag{30}$$

참고로 질량이 m 이고, 강성이 k 인 단자유도 시스템의 경우에 상기 개별 요소법의 반복 계산시 수렴되는 임계 시간 스텝은 $2\sqrt{m/k}$ 이다.

3. 검증 시뮬레이션

3.1 순수 로킹 응답

Housner[7]은 강체 블록의 지면 마찰계수가 충분히 큰 경우에 슬라이딩 모드 없이 순수한 로킹 모드가 발생함을 보였다. 순수 로킹 모드의 자유진동 주기, T , 는 다음 식 (31)과 같다.

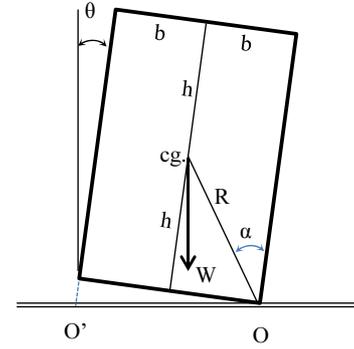


Fig. 4. Pure Rocking Mode

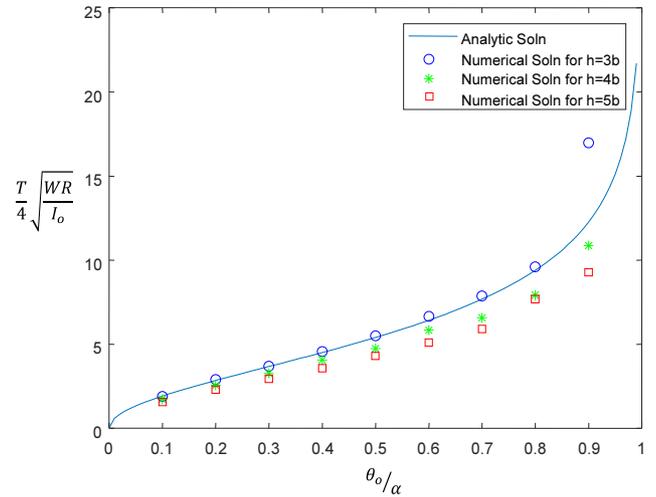


Fig. 5. DEM Simulation Result of Pure Rocking Modes

$$T = \frac{4}{\sqrt{WR/I_o}} \cos^{-1} \left(\frac{1}{1 - \theta_o/\alpha} \right) \tag{31}$$

여기서, θ_o , R 및 α 는 Fig. 4에 보인다. W 와 I_o 는 각각 블록의 중량과 O점에 대한 관성모멘트를 나타낸다.

개별요소법 수치모델의 로킹 모드에 대한 검증결과는 Fig. 5에 보인다. 3 종류의 블록 형상비 b/h ($=3, 4, 5$)에 대하여 로킹 시뮬레이션을 수행하였다. 초기 기울기 θ_o 가 블록의 형상변수 α 에 가까워질수록 개별요소법의 시뮬레이션 결과 치와 분석적 해의 차이가 다소 커지지만 전반적으로 분석해와 시뮬레이션 결과는 잘 일치하고 있다.

3.2 순수 슬라이딩 응답 검증

Newmark[14]는 Fig. 6과 같이 직사각형 펄스(rectangular pulse) 형태를 갖는 지반 가속에 대하여, 지반 위에 올려진 질량이 m 인 단일 블록의 순수 슬라이딩 모드 응답에 대하여 분석적 해를 제시하였다. 여기서, $a_p = Ag$ 는 지반 가속도 크기를 나타내고, t_p 는 펄스 형태 지반 가속도의 지속시간을 나타낸다. 블록의 최대 변위 u_{max} 에 대한 분석해는 다음과 같다.

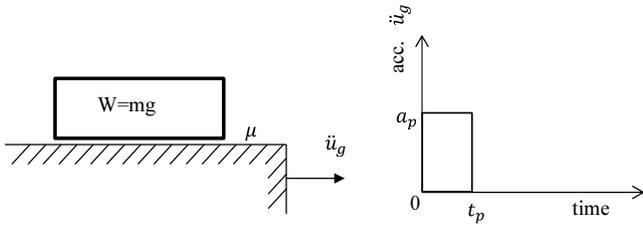


Fig. 6. Rectangular block acceleration pulse of moving support

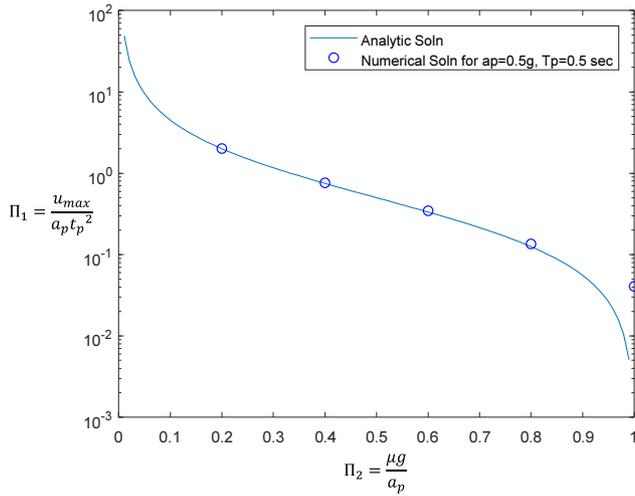


Fig 7. DEM Simulation Result for Pure Sliding Modes

$$u_{max} = \frac{a_p t_p^2}{2} \left(\frac{a_p}{\mu g} - 1 \right) \tag{32}$$

여기서, μ 와 g 는 블록과 지반 사이 마찰계수와 중력가속도를 나타낸다. 지반 가속도 $a_p = 0.5g$ 와 $t_p = 0.5 \text{ sec}$ 에 대하여, 마찰계수($\mu = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$)을 변화시키면서 개별요소법 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 결과는 Fig. 7에 보인다. 블록의 수평저항 가속도 μg 가 지반 가속도 크기 a_p 와 같아질수록 시뮬레이션 결과와 분석해 사이의 오차 커지지만, 전반적으로 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

4. 지진응답 시뮬레이션

4.1 지반진동의 모델링

수직, 수평 및 회전하는 지반운동 시 블록의 거동은 로킹 모드와 슬라이딩 모드가 섞여서 복잡하게 나타난다. 지진 응답에 영향을 주는 입력 변수는 블록의 폭/높이 비 등 기하형상, 블록의 밀도, 마찰면의 점성 c , 마찰각 $\tan\phi$, 마찰면의 전단강성 k_s 과 수직강성 k_n , 접촉 감쇠비, 전체 감쇠비, 임계 시간 스텝 대비 적용된 시간 스텝 크기 등이 있다. 기하형상관련 변수는 블록의 외관 계측을 통해서 얻을 수 있고, 블록의 밀도와 마찰각은 시편의 전단 실험을 통해서 얻을 수 있다. 적층식 석탑구조의 동적 거동에 가장 큰 영향을 미치는 변수들은 마찰면의 전단강성과 수직강성 및 감쇠비라 할 수 있다.

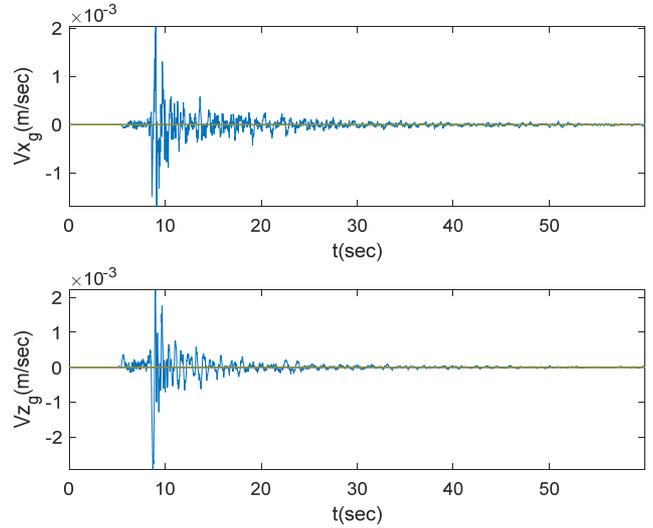


Fig. 8. Horizontal Velocity (V_{xg}) and Vertical Velocity (V_{zg}) of Ground Motion

Table 1. Simulation Variables

| | Variables | Remark |
|-------------------------------|-----------------|----------------|
| Friction coefficient | 0.45 | For all floors |
| Normal stiffness, k_n (N/m) | 4×10^5 | |
| Shear stiffness, k_s (N/m) | 4×10^5 | |
| Contact damping, β | 0.01 | |
| Global damping, α | 0.05 | |
| Time step, Δt (sec) | 0.001 | |

4.2 경주 지진파 시뮬레이션

개별요소법을 이용한 적층식 석탑구조의 지진응답 시뮬레이션을 위하여 2016년 경주 덕정리 지진이 고려되었다. 계측된 수평 및 수직 지반 가속도를 시간에 대하여 적분하면 Fig. 8과 같이 수평(V_{xg}) 및 수직(V_{zg}) 지반 속도 시간이력을 얻을 수 있다.

시뮬레이션 대상 적층식 석탑 구조체는 김병화[5]의 연구에 사용된 동일 모형이 고려되었다. 시뮬레이션에 적용된 변수는 Table 1에 보인다. 수직 강성 및 수평강성은 모든 마찰면에 동일하게 적용되었다. 설정된 수직강성 및 수평강성 및 감쇠비는 실험이나 분석에 의한 것이 아니고, 편의상 임의로 정한 것이다. 이는 임계 시간 스텝이 수직 및 수평 강성의 함수이므로 시뮬레이션 시간 단축을 위해서 모두 $4 \times 10^5 \text{ N/m}$ 로 정하였다. 정확한 값은 동특성 추출 실험 및 분석, 그리고 시스템인식 기법 등을 적용하는 추가연구를 통하여 얻어야 한다.

Fig. 9는 수평 및 수직 지반 가속에 대한 시간 $t = 33.68 \text{ sec}$ 에서 변위응답을 나타낸다. 지반운동에 대한 석탑 구조체의 층별 수평방향 상대 변위 응답 시간이력은 Fig. 10에 보인다. 블록의 변위 진폭은 고층일수록 크다. 이는 고층일수록 로킹 모드의 영향이 크다는 것을 의미한다. 또한, 응답시간 $t = 20$ 초 근처 모든 층에서 슬라이딩 모드가 발생하였다. 이와 같이 모든 층에서 전체적 슬라이딩이 일어났으며, 국부적으로 미소 로킹 진동이 발생하였다.

층별 최대 상대변위는 Fig. 11에 보인다. 고층일수록 최대 상대변위가

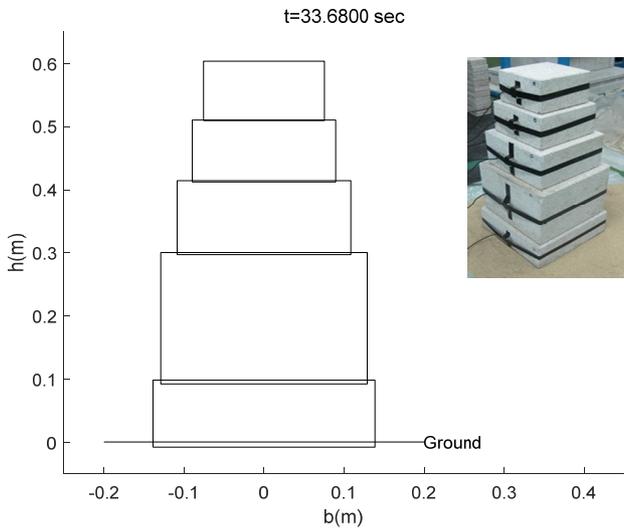


Fig. 9. Seismic Response of Sone pagoda mockup at t = 33.68 sec

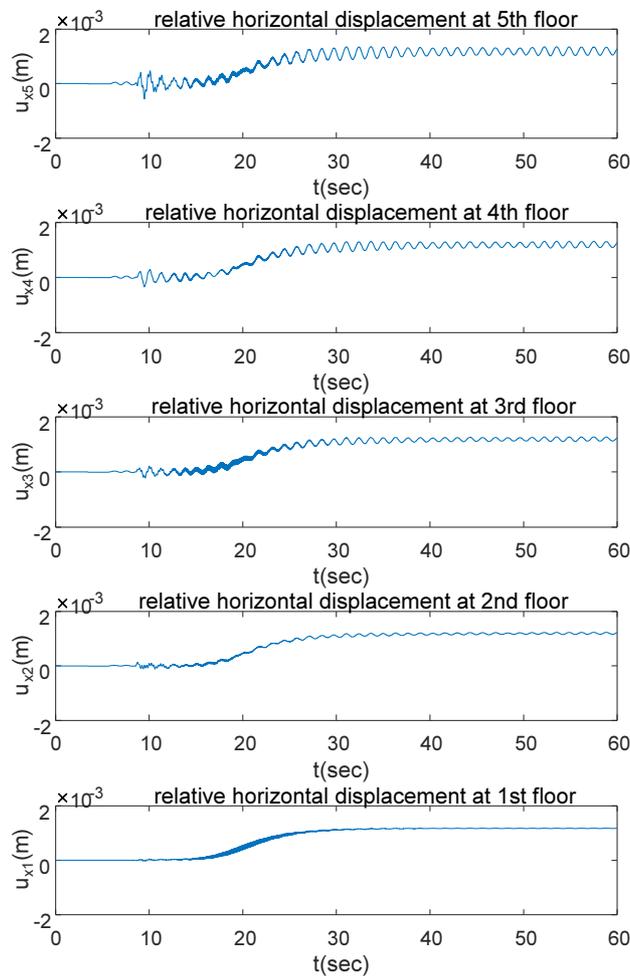


Fig. 10. Seismic Displacement Responses

크다는 것을 알 수 있다. 전체변위 형상은 외팔보의 수평 처짐을 연상케 한다. 석탑 모형의 층별 상대 변위응답 스펙트럼은 Fig. 12에 보인다. 수평 가속도 스펙트럼을 보면, 고유진동수뿐 만 아니라 다수의 첨두가 발견된다.

지진가속도가 급변하는 경우에는 기본가정 (1)의 성립을 위해서 시물레

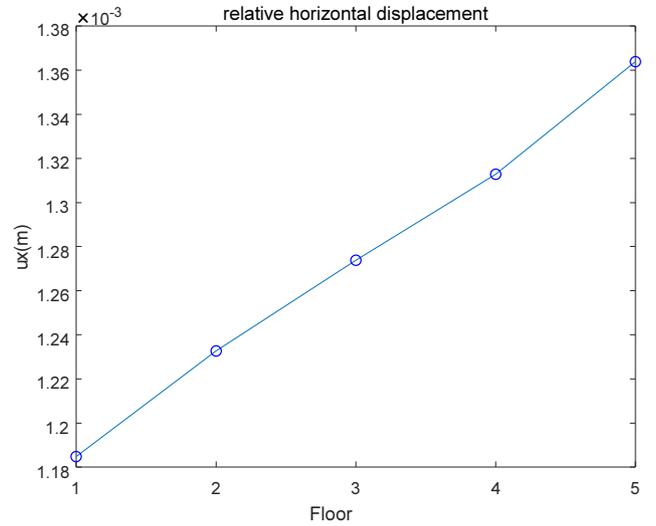


Fig. 11. Maximum Relative Displacements

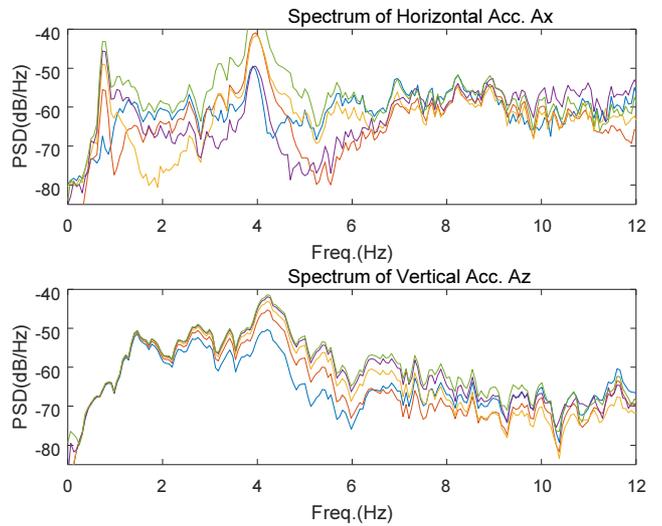


Fig. 12. Spectrums of Simulated Acceleration Responses

이션 시간 스텝을 매우 작게 하여야 한다. 이는 시물레이션 계산량을 급속하게 증가시키는 원인이 된다. 시물레이션 시간스텝이 충분히 작지 않으면 결과는 발산한다.

5. 요약과 결론

개별요소법을 적용하여 적층식 석탑 구조의 지반응답을 어떻게 산출하는지를 살펴보았다. 개별요소법의 상용 소프트웨어 3DEC를 사용한 것이 아니고, Matlab를 이용하여 직접 프로그램 하였다. 적층식 석탑 구조형식의 지진 응답해석 시 고려해야 되는 문제점들을 요약하면 다음과 같다.

첫째, 적층식 석탑의 지진응답은 로킹 모드와 슬라이딩 모드가 혼합되었다. 지진응답 시간이력 결과를 살펴보면, 로킹 모드와 슬라이딩 모드가 국부적으로 교차하여 발생하는 것을 알 수 있다.

둘째, 마찰면의 수직강성과 수평강성이 동적 거동특성에 가장 큰 영향을 준다. 이는 적층식 구조체의 고유진동수는 수직 및 수평 강성의 함수이기 때

문이다. 정확한 마찰면 강성의 추정을 위해서는 다양한 실험과 분석 방법의 개발이 필요하다.

셋째, 지진응답을 위해서는 지반의 수평, 수직 및 회전 속도 시간이력이 필요하다. 그러나 국내에서 모니터링 되고 있는 지진자료는 가속도 신호와 일부 속도 신호로 제한되어 있다.

넷째, 지진가속도의 변화가 급한 경우에는 시뮬레이션의 수렴을 위해서는 시간 스텝을 매우 작게 하여야 한다.

/ 감사의 글 /

이 논문은 2015년도 정부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업입(No. NRF-2015R1D1A1A01059055)

/ REFERENCES /

1. Lee SM, Park HG, Kim SW, Lee SG. Change of dynamic characteristics of stone masonry structures according to number of layers of granite brick, *J Archit Inst Korea*, 2001 Jun;17(6):3-10.
2. Lee SM, Son HW, Lee SG. Stiffness and natural frequency of stone masonry pagoda, *J Korea Instit Struct Maint Insp*, 2004 Jul;8(3): 263-270.
3. Lee SM, Lee KH, Park SW, Suh MC, Lee CH. Computational modelling method by using the natural frequencies of five-story pagoda in chongnimsa site, *J Korean Assoc Spat Struct*, 2008 Oct;8(5):67-74.
4. Kim BH, Moon DJ, Lee DH. Extracting modal parameters of layered stone pagoda using TDD technique, *J Earthq Eng Soc Korea*, 2015 May;19(3):103-108.
5. Kim BH. System identification for structural vibration of layered stone pagoda, *J Earthq Eng Soc Korea*, 2017 Sep;21(5):237-244.
6. Shenton H. Criteria for initiation of sliding, rock and slide-rock rigid-body modes, *J Eng Mech*, 1996 Jul;122(7):690-693.
7. Housner GW. The behavior of inverted pendulum structures during earthquakes, *B Seismol Soc Am*, 1963 Feb;53(2):403-417.
8. Yim CS, Chopra AK, Penzien J. Rocking response of rigid blocks to earthquakes, *Earthq Eng Struct D*, 1980 Jan;8(6):565-587.
9. Ishiyama Y. Motions of rigid bodies and criteria for overturning by earthquake excitations, *Earthq Eng Struct D*, 1982 Sep;10(5): 635-650.
10. Koh AS, Spano PD, Rosset JM. Harmonic rocking of rigid block on flexible foundation, *J Eng Mech*, 1986 Nov;112(11):1165-1180.
11. Spanos PD, Roussis PC, Politis NPA. Dynamic analysis of stacked

- blocks, *Soil Dyn Earthq Eng*, 2001 Oct;21(7):559-578.
12. Kounadis AN, Papadopoulos GJ, Cotsovos DM. Overturning instability of a two-rigid system under ground excitation, *J Appl Math Mech*, 2012 Jul;92(7):536-557.
13. Kounadis AN. On the rocking-sliding instability of rigid blocks under ground excitation: some new findings, *Soil Dyn Earthq Eng*, 2015 Aug;75:246-258.
14. Newmark NM. Effect of earthquakes on dams and embankments, *Geotechnique*, 1965 Jun;15(2):139-160.
15. Younis CJ, Tadjbakhsh IG. Response of sliding rigid structure to base excitation, *J Eng Mech*, 1983 Mar;110(3):417-432.
16. El-Raheb M. Dynamics of a gravity stonewall, *Int J Solids Struct*, 2010 May;47(9):1196-1208.
17. Cundall PA, Strack DL. A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique*, 1979 Mar;29(1):47-65.
18. Winkler T, Meguro K, Yamazaki F. Response of rigid body assemblies to dynamic excitation, *Earthq Eng Struct D*, 1995 Oct;24(10): 1389-1408.
19. ITASCA Consulting Group Inc. UDEC(Universal Distinct Element Code) Version ICG1.5 User's Guide, c2003, 431p
20. Hong SI, Kim HI. Analysis method for masonry stone pagoda using discrete element method, *J Archit Instit Korea*, 2007 Feb;23(2):43-50.
21. Kim HS, Hong SI, Shin HB. Structural characteristic evaluation of stone pagoda structure considering reinforcement types of stylobate and roof stone, *J Archit Instit Korea*, 2008 Mar;24(3): 79-86.
22. Kim HS, Choi HL, Park YS, Jung SJ, Kim SM, Bae BS. Structural modelling and analysis of three-story stone pagoda in Goseon-sa temple site considering stylobate types, *J Archit Inst Korea*, 2009 Dec;25(12):73-80.
23. Kim HS. Dynamic behavior characteristic evaluation of stone pagoda structure according to earthquake return period, *J Archit Instit Korea*, 2013 Jul;29(7):43-50.
24. Hong SI, Shin HB, Kim DM, Kim HS. Structural behavior evaluation according to roughness of discontinuum surface of stone pagoda, *J Archit Instit Korea*, 2011 Oct;27(10):63-70.
25. Kim JK, Ryu H. Seismic test of a full-scale model of a five-storey stone pagoda, *Earthq Eng Struct D*, 2003 Apr;32(5):731-750.
26. Kim HS, Hong SI, Yoo J, Joung HB. Seismic performance evaluation according to construction and configuration types of stone pagoda structure, *J Archit Instit Korea*, 2016 Sep;32(9):19-26.
27. Drosos V, Anastasopoulos I. Shaking table testing of multidrum columns and portals, *Earthq Eng Struct D*, 2014 Mar;43:1703-1723.