신뢰성응용연구
제18**권**, **제**2**호**. pp.173-183, 2018

시험평가 실험계획을 위한 최적화 모형

조 남 석†

국방대학교 국방과학학과

Optimization Model for Planning of Experiments in Test and Evaluation Process

Namsuk Cho†

Department of Military Operations Research, Korea National Defense University

Purpose: It is critical to design a set of experiments in Test and Evaluation Process for a weapon system. Because there is no sufficient resources in real-world, one must choose a subset of experiments which is considered to be more important.
Methods: We introduce an optimization model for choosing the subset of experiments by considering a priority of experimental variable and level and restrictions of resources. We describe in detail how we construct objective function and constraints which must be a right realization of our logic and assumption.
Conclusion: Since our optimization model turns out to be computationally difficult to solve, we introduce an algorithm for reducing the size of problem. Various computational results follows.

Keywords: Test and Evaluation, Optimization Model, Design of Experiments, Integer Programming

1. 서 론

1.1 배 경

시험평가(Test and Evaluation)는 무기체계 개발 및 획득과정의 한 분야로서 무기체계의 발전과 함께 그 중요성이 더 커지고 있다. 시험평가는 그 목적에 의해 개발시험평가(DT&E)와 운용시험평가(OT&E)로 구분된다[1]. 이 중 운용시험평가는 소요군이 작성한 작전운용성능(ROC)의 충족여부를 확인하고, 운용환경 또는 유사운용환경에서 무기체계의 성능을 측정하기 위해 실시된다.

시험평가의 신뢰성을 확보하기 위해서는 최대한 다양한 환경 조건에서 최대한 많은 실험을 계획하는 것이 최선의 방안이 될 것이다. 예를 들어, 어떤 기동장비 A의 성능을 측정하기 위해 기온이 높은 시간대에 포장된 도로에서 한차례 시험을 하는 것 보다는, 기온이 높을 때와 낮을 때를 구분하고 도로와 야지를 구분하여 총 4차례 시험을 하는 것이 더 좋은 방안이라 할 수 있는 것이다. 하지만, 현실에서는 시험평가에 필요한 자원이 한정적인 경우가 대부분이다. 여기서 자원은 시간, 비용, 인력 등을 모두 포함한다. 다시 말해 모든 경우의 수를 고려하여 시험을 하는 것은 거의 불가능 하다는 것이다. 이런 경우 더 중요한 시험을 선택해야만 하며, 중요한 시험과 그렇지 않은 시험을 구분하기 위해 기준점이 되는 정량화된 수치를 도출할 수 있는 방법론을 필요로 하게 된다. 또한 그러

† 교신저자 ncho64@gmail.com
2018년 5월 14일 접수; 2018년 6월 14일 수정본 접수; 2018년 6월 15일 게재 확정.

한 방법론을 바탕으로 실제로 어떤 실험을 계획하고 시행해야 되는지 정확한 답(solution)을 찾아낼 수 있는 모델(모형)이 구성되어야 한다.

우리는 본 연구에서 최적의 시험평가 계획안을 도출하기 위한 최적화 모형을 제시한다. 최적화(Optimization) 방법론은 대상이 되는 문제를 풀기 위해 현실의 모습을 수학식으로 표현한 수리모형(Mathematical Model)을 활용하는 방법론으로 가장 정확한(exact) 해를 도출할 수 있다는 장점을 가지고 있다. 우리는 가용한 모든 실험 중 자원의 제약을 고려하였을 때 가장 중요하게 평가 받는 실험들을 도출할 수 있는 방법을 제시하며, 실제 군에서 활용할 수 있는 사례 분석을 통해 이를 검증할 것이다. 이를 위해 제1.2절에서는 시험평가에 대한 기존연구를 고찰하고, 제2장에서는 최적화 모형을 어떻게 구성해야 하는지 자세히 논한다. 제3장에서는 실제 활용 가능한 사례를 대상으로 모델을 검증하며 이와 함께 실험 결과를 소개한다. 마지막으로 제4장에서는 연구의 한계점과 연구의 강점을 함께 논의한다.

1.2 기존 연구

박종완[2]은 무기체계 신뢰성 확보를 위한 시험평가 제도 및 절차에 대한 개선사항을 논하였다. 특히 시험평가의 신뢰성에 영향을 주는 요인 중 하나로SE1) 등 과학적 시험평가 기법 적용의 중요성을 주장하였으며, 시험평가 시제수를 산정하는데 있어 과학적으로 뒷받침되는 기준 및 원칙이 없음을 설명하였다. 오성령 등[2]은 무기체계의 성능을 평가하기 위해 시나리오 기반의 평가객체를 선정하고 이 중 일부의 객체를 선정할 수 있는 의사결정기법으로 네트워크 분석기법(ANP, Analytic Network Process)을 제안하였다. 이성기·서윤호[4]는 무기체계의 운용시험평가 설계를 위해 프로세스 기반의 모델링(PBPEM, Process-Based Performance Evaluation Model)을 제안하였다. 이는 평가 대상이 되는 무기체계의 성능을 프로세스로 표현하고, 표현된 무기체계의 객체를 시뮬레이션하는 방식으로 이루어진다. 이성기·박종완[5]은 시험평가 항목 선정을 위한 방법과 절차의 발전이 절실하며, 시험평가 항목이 체계적으로 선정되지 않을 경우 야전부대에 불필요한 부담을 줄 수 있다고 설명하였다. 이처럼 기존의 연구들은 공통적으로 시험평가의 성공 요소로서 객관성을 강조하고 있다. 여기서 객관성은 모두가 납득할 수 있는 합리적인 논리에서 오며, 많은 저자들이 이를 위해 과학적 방법론의 사용을 강조하였다. 이에 따라 여러 가지 의사결정 기법, 시스템 공학, 그리고 M&S를 활용한 방법론 등이 소개되었지만, 최적화 방법론을 활용하여 시험평가 실험계획을 수립한 연구는 없었다.

시험평가의 시나리오를 선정하는데 있어 사용할 수 있는 가장 일반적인 방법론은 Factorial Design[6]이다. 만약 대상이 되는 k개의 실험 변수들이 두 가지의 경우의 수를 가진다면(예를 들어 온도가 덮다 또는 춥다) 가용한 모든 경우의 수를 고려하여 2^k개의 실험을 계획하는 방법이다. 이 방법은 변수를 통제하여 반응표면(Response Surface)의 변화를 살피고, 이를 통해 어떤 변수가 큰 영향을 미치고 있는지를 검증하는데 주로 활용하며 따라서 개발시험평가 단계에서 실험을 계획하는 데 활용될 수 있다. 운용시험평가에서도 여전히 반응표면의 값이 중요하게 다루어지지만, 반응표면의 값 그 자체보다는 어떤 환경 조건하에서 무기체계가 시연이 되었다는 사실에 관심을 가질 수도 있을 것이다. 그리고 앞 서 설명한 바와 같이 대부분의 경우 가용한 모든 실험을 선택하는 것은 자원의 제약으로 거의 불가능하다. 이런 경우 기존의 Factorial Design 만으로는 목적에 부합한 실험계획을 할 수 없으며 세분화된 방법의 연구가 필요하다.

2. 최적화 모형

2.1 문제의 정의

본 장에서는 최적화 모형을 구성하기 위해 필요한 가정을 설명하고 수학식을 정의하기 위해 필요한 집합, 변수, 그리고 파라미터에 대해 설명한다.

먼저 시험평가의 시험환경을 구성하는 요소들을 '실험변수'로 정의한다. 실험변수들의 집합을 $V=\{v_1, ..., v_n\}$로 정의하고 i번째 실험변수를 v_i로 정의한다. 여기서 실험변수는 시험환경을 구성하는 무수히 많은

1) SE: System Engineering.

요소 중 무기체계의 성능에 영향을 미칠 수 있는 요소들만을 선별하여 구성한다. 예를 들어 시간, 지형, 기온과 같은 자연적 환경이 실험변수가 될 수 도 있고, 신관의 종류, 장약의 종류, 표적의 성질 등과 같은 통제 가능한 환경이 실험변수가 될 수 도 있다. 다음으로 각 실험변수를 구성하는 요소들을 ‘레벨’(Level)로 정의한다. 예를 들어 신관의 종류라는 실험변수의 레벨은 충격신관, 시한신관, 접근신관으로 구성될 수 있고, 지형이라는 실험변수의 레벨은 개활지, 삼림, 도심지대와 같은 레벨로 구성될 수 있다. 실험변수 v_i의 j번째 레벨을 l_j^i 로 정의하며, 이 때 어떤 실험변수 v_i는 이산집합(Discrete Set) (e.g, $v_1 = \{l_1^1, ..., l_{m_1}^1\}$)으로 정의될 수도 있고, 연속집합(Continuous Set) (e.g., $v_2 = [l_{lb}^2, l_{ub}^2]$)으로 정의될 수 도 있다. 예를 들어 지형이라는 실험변수는 이산집합이고 기온이라는 실험변수는 그 원소가 실수 공간에 존재하는 연속집합이 될 것이다. 본 연구의 연속집합은 모두 닫힌 공간(closed set)으로 가정한다. <Table 1>은 실험변수와 해당하는 레벨의 예를 보여주고 있다.

또 다른 가정으로 우리는 실험변수별로 그 안에 포함된 레벨이 상호배반(mutually exclusive)의 관계를 가진다고 가정한다. 즉, 어떤 실험변수 안에 포함된 레벨이 서로 중첩되지 않는다는 것이다. 예를 들어 <Table 1>의 ‘time(시간)’ 실험변수를 생각해 보면 어떤 시험을 ‘night(밤)’과 ‘day(낮)’에 동시에 실시할 수 없다는 것이다.

본 연구에서 각 실험변수는 우선순위를 가진다. 예를 들어, 화포를 시험평가 할 때 ‘시간’이라는 실험변수 보다는 ‘신관의 종류’라는 실험변수가 더 중요할 수 있다. 실험변수들의 우선순위는 가중치로 부여하며, 실험변수 v_i의 가중치를 w_i로 정의한다. 또한, 각 레벨도 우선순위를 가질 수 있다. 예를 들어 실험변수 ‘시간’에서 레벨 ‘밤’ 보다는 ‘낮’이 중요하던지 또는 반대의 경우가 성립하는 것을 의미한다. 실험변수 v_i의 레벨 j의 가중치를 w_j^i로 정의한다. 실험변수와 레벨에 대한 우선순위를 나타내는 가중치는 실험결과에 결정적인 영향을 미칠 수 있는 중요한 매개변수이다. 가중치 부여를 위해서는 먼저 우선순위가 결정돼야 한다. 우선순위는 전문가(Subject Matter Expert) 집단의 설문 또는 토의와 같은 합리적인 의사결정 방법에 따라 정량적으로 결정할 수 있으며 때로는 소요군의 요구사항, 시험평가를 담당하는 부서의 직관에 따라 결정될 수도 있다. 부여된 우선순위를 가중치로 환산하는 방법에 대해서는 제3.1절에서 다시 논의한다.

Table 1 Example of experimental variable and level

Experimental Variable	Level
$v_1 =$ ‘time’	$l_1^1 =$‘night’, $l_2^1 =$ ‘day’
$v_2 =$ ‘terrain’	$l_1^2 =$‘urban’, $l_2^2 =$‘open area’, $l_3^2 =$‘forest’
$v_3 =$ ‘temperature’	$l_{lb}^3 =$ -10℃, $l_{ub}^3 =$ 20℃

2.2 모형의 구성

본 절에서는 최적화 모형을 구성하기 위한 행렬(Matrix)을 설명하고 결정변수(Decision Variable)를 정의한다. 먼저 가용한 모든 실험을 나열한 행렬 A를 <Fig. 1>과 같이 정의한다. 여기서 각 행(row)은 실험을 표현하고, 각 열(column)은 실험변수별 레벨을 표현한다.

행렬은 이진(Binary) 수(0 아니면 1)로 구성되었으며, 열의 개수는 모든 레벨의 수(i.e., $m_1 + ... + m_n$)와 같고 행의 개수는 각 실험변수별 레벨의 수의 곱(i.e., $m_1 \times ... \times m_n = k$)과 같다. 행렬 A에서 i번째 행 (몇 번째 실험인지를 표시) 그리고 h번째 실험변수의 j번째 레벨에 해당하는 매개변수를 $a_{il_j^h}$로 정의한다. 예를 들어 <Fig. 1>에서 *로 표시된 값은 v_2 실험변수의

Fig. 1 Matrix of all possible experiments

v_1			v_2				v_n			
l_1^1	...	$l_{m_1}^1$	l_1^2	...	$l_{m_2}^2$		l_1^n	...	l_{mn}^n	Experiment
1	...	0	1	...	0		1	...	0	1
0	...	1	0	...	1	...	0	...	1	2
1	...	0	1*	...	0		1	...	0	3
	...			...				...		...
0	...	1	0	...	1		0	...	1	k

첫 번째 레벨이며 3번째 실험에 포함되므로 $a_{3l_1^2}$로 표시할 수 있다. 다음으로 최적화 모형 구성에 필요한 결정변수를 다음과 같이 정의한다.

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{만약 실험 } i \text{ 를 선택하면} \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

결정변수의 정의에 의해 만약 우리가 첫 번째 실험을 선택하면 $y_1 = 1$이 되고, 첫 번째 실험을 선택하지 않으면 $y_1 = 0$이 된다. 행렬 A의 중요한 성질 중 하나는 행렬의 열의 합에 대한 성질이다. 행렬의 어떤 열벡터와 결정변수벡터 $y \in \{0,1\}^k$를 벡터곱(inner product) 하면 (i.e., 어떤 실험변수 h의 j 번째 레벨 l_j^h에 대해 $\sum_{i=1}^{k} a_{il_j^h} y_i$) 전체 실험계획에서 그 열에 해당하는 레벨을 몇 번 실험하는지를 알 수 있게 된다. 마지막으로 행렬의 구성을 위해 실험변수의 레벨이 연속집합인 경우 이를 이산화(Discretize) 하여 표현한다. 예를 들어 실험변수 'temperature(기온)'은 실험목적에 따라 정의된 최저온도에서 최고온도 사이 연속공간의 어떤 한 점을 값으로 갖지만, 행렬의 표현을 위해 -10°～0°, 0°～10°, 10°～20°와 같이 3단계 또는 다른 여러 단계로 이산화하여 표현하는 것이다.

2.3 목적식

최적화 모형에서 목적식(Objective Function)의 선택은 중요하다. 본 연구에서 최적화 모형을 구성하는 목적은 가용한 모든 실험 중 '중요한' 실험을 찾아내는 것이다. '중요하다'고 하는 정성적인 특성을 정량화하기 위해 우리는 다음과 같은 가정을 제시한다.

① 시험평가에서 소요군은 최대한 다양한 실험환경에서 무기체계를 시험하고 싶다.
② 우선순위가 높은 실험변수의 다양성이 우선순위가 낮은 실험변수의 다양성보다 우선한다.
③ 우선순위가 높은 레벨이 낮은 순위의 레벨보다 많이 실험되는 것이 좋다.

본 연구는 시험평가에서 활용될 수 있는 최적화 방법론을 제시하는 것이 목적이며 따라서 위 가정들에 대한 논리를 제시하지는 않는다. 다만, 또 다른 합리적인 가정이 설정되면 다른 목적식을 구성하여 모형을 구성할 수 있을 것이다. 목적 ①에서 말하는 다양한 실험환경이란 선택된 실험들의 집합 안에 최대한 많은 레벨의 조합이 포함되는 것을 의미한다. 쉬운 설명을 위해 아래의 행렬 예시를 고려한다.

Fig. 2 Example of A matrix

Time		Terrain			
Day	Night	Urban	Open Area	Forest	Experiment
1	0	1	0	0	1
0	1	1	0	0	2
1	0	0	1	0	3
0	1	0	1	0	4
1	0	0	0	1	5
0	1	0	0	1	6

<Fig. 2>는 두 개의 실험변수(Time, Terrain)와 각 실험변수 별로 2개, 3개의 레벨을 가진 시험환경을 보여주고 있다. 6번의 실험이 가능하다면 필요한 모든 조합을 검증할 수 있겠지만, 제한된 자원으로 두 번의 실험만 할 수 있다고 가정해 보자. 그리고 여기서는 오직 'Time' 실험변수만 고려한다. 만약 실험 1과 실험 2를 선택하면 'Time' 실험변수는 모든 레벨(Day, Night)을 시험하게 된다. 반면, 실험 1과 실험 3을 선택하게 되면 'Time' 변수는 오직 레벨 'Day'만 시험하게 된다. 이 경우 우리는 더 많은 레벨을 시험한 첫 번째 경우를 더 좋은 해로 판단한다. 여기서 해의 좋고 나쁨을 계산할 수 있는 첫 번째 방법은 해당 실험변수(열)와 선택된 실험(행)으로 구성된 부분행렬(Sub-matrix)의 계수(Rank[2]) 값을 계산하는 것이다. 예를 들어, 실험 1과 실험 2를 선택한 경우 부분행렬의 계수값은 2이고 (i.e., $Rank(\begin{bmatrix} 1\,0 \\ 0\,1 \end{bmatrix}) = 2$), 실험 1과 실험 3을 선택한 경우 부분행렬의 계수값은 1이다(i.e., $Rank(\begin{bmatrix} 1\,0 \\ 1\,0 \end{bmatrix}) = 1$). 이 방법을 통해 우리는 첫 번째 방법(실험 1과 실험 2를 선택)이 더 좋은 방안이라는 것을 정량적으로 제시할 수 있다. 하지만, 계수값은 부분행렬의 독립(independent)적인 행의 개수만 측정할 뿐 실험이 골고루 계획되었는지를 계산하지는 못한다. 예를 들어, 우리가 5번의 실험이 가능하여 <Fig. 3>과 같은 실험을 계획했

2) The maximal number of linearly independent row of a matrix.

다고 가정해 보자.

$$Schedule\ 1:\begin{bmatrix}1\,0\\0\,1\\0\,1\\0\,1\\0\,1\end{bmatrix},\quad Schedule\ 2:\begin{bmatrix}1\,0\\0\,1\\1\,0\\0\,1\\1\,0\end{bmatrix}$$

Fig. 3 Example of sub-matrix for two alternatives

If we choose experiment 1 and 2		If we choose experiment 1 and 3
$\Vert [1\ \ 0]-[0\ \ 1]\Vert_2^2=2$	>	$\Vert [1\ \ 0]-[1\ \ 0]\Vert_2^2=0$

Fig. 4 Example of pair-wise sum of two alternatives

두 실험계획 모두 계수의 값은 동일하게 2이지만, 계획 1이 계획 2보다 더 좋다고 판단하기에는 무리가 있다. 다른 실험변수가 만드는 부분행렬의 모습에 따라 다르겠지만, 그것이 동일하다면 계획 1은 두 번째 레벨만 많이 시험하고 있기 때문이다. 따라서 우리는 부분행렬의 계수를 계산하는 방법 대신, 부분행렬의 각 행벡터들의 거리를 짝 단위(pair-wise)로 계산하여 더하는 방법을 제안한다. 예를 들어, 2번의 실험이 가능한 앞서의 예로 돌아가 두 계획을 비교해 보면 <Fig. 4>와 같다.

여기서 벡터들 간의 거리를 측정하는 방법으로는 유클리드 거리인 2-Norm을 사용하였다. 위 그림처럼 실험 1과 실험 2를 선택하면 벡터의 거리가 2가 되고, 실험 1과 실험 3을 선택하면 벡터의 거리가 0이 되어 더 큰 값을 가진 첫 번째 계획을 더 좋게 평가할 수 있는 계산식으로 사용할 수 있다. 이 계산은 계수계산법과 다르게 <Fig. 3>의 두 계획도 합리적으로 평가할 수 있다. 계획 1의 짝 단위 거리합은 8이고 (i.e., 2+2+2+2) 계획 2의 거리합은 12(i.e., 2+2+2+2+2+2)가 되어 계획 2가 더 좋은 대안이라고 평가할 수 있게 된다. 실험 변수 별로 레벨은 하나만 선택되는 성질에 의해 레벨의 개수와 관계없이 임의의 두 벡터간의 거리는 항상 0 아니면 2가 된다. 모든 벡터들 간의 거리를 짝 단위로 미리 계산하여 매개변수로 다루고, 어느 짝이 선택되었지만 알면 해당 계획의 점수를 계산할 수 있게 된다. 이 논리를 목적식에 반영하기 위해서는 새로운 이진(Binary) 변수가 정의되어야 한다.

$$\lambda_{ij}=\begin{cases}1 & \text{만약 실험 } i\text{와 실험 } j\text{를 모두 선택하면}\\ 0 & otherwise\end{cases}$$

그리고 선택된 실험에 대한 전체 변수의 거리계산을 위한 함수는 아래와 같이 정의된다.

$$f(\lambda)=\sum_{(i,j)\in\mathbb{E}}\lambda_{ij}\Big(\sum_{h=1}^{n}w_h\Vert\left[a_{il_1^h}\cdots\ a_{il_{m_h}^h}\right]-\left[a_{jl_1^h}\cdots\ a_{jl_{m_h}^h}\right]\Vert_2^2\Big)\quad(1)$$

이 때, 집합 $\mathbb{E}$는 중복을 허용하지 않고 k개의 실험에서 2개의 짝을 선택하는 집합이다. 가정의 ②를 다루기 위해 실험변수별로 해당하는 가중치(w_h)를 곱한 것을 볼 수 있다. 식 (1)은 복잡해 보이지만, 결정변수인 λ에 대한 선형식(linear)이고, 나머지 부분은 미리 주어지는 파라미터 값들이다. 식 (1)은 가정의 ①과 ②를 반영하고 있지만, 가정 ③을 반영하고 있지 않다. 그리고 제2.1절에서 실험변수 안에 포함된 레벨 간에도 우선순위를 부여한다고 설명하였다. ③을 반영하기 위해 각 레벨 안에서의 우선순위를 계산하는 함수를 다음과 같이 정의한다.

$$g(y)=\sum_{h\in V}\sum_{j\in v_h}w_j^h\Big(\sum_{i=1}^{k}a_{il_j^h}y_i\Big)\quad(2)$$

즉, 레벨별로 몇 번 실험이 되는지 합을 계산한 다음 레벨의 가중치를 곱하는 것이다. 식 (2) 역시 결정변수 y에 대한 선형식이다. 최종 목적함수는 식(1)과 식 (2)의 합인 $f(\lambda)+g(y)$ 로 정의된다.

2.4 제약식

만약 제2.3절에서 설명한 목적식에 의해 해를 도출하면 모든 실험을 전부 실시해야 한다는 자명한(trivial) 해를 얻게 된다. 하지만, 제1.1절에서 언급한 바와 같이 시험평가에서 비용이 미치는 영향은 적지 않다. 여기서 말하는 비용은 꼭 경제적인 요소만을 뜻하는 것이 아니고 소요 시간, 인적 능력 등 전반적인 자원을 뜻한다. 이러한 자원의 제약은 모델에서 제약식(constraints)으로 구성된다. 먼저 i번째 실험변수의 레벨 j를 한 번 실험할 때 소요되는 비용을 c_j^i라고 가정한다. <Fig. 5>는 비용이 고려된 행렬의 예를 보여준다.

만약 우리가 실험 1과 실험 2를 시행하였다면 소요된 총 비용은 아래와 같이 계산된다.

(Day 1회×5)+(Night 1회×10)+(Urban 2회×30) = 75

만약 우리가 60이라는 비용의 제약을 가지고 있었다면 이 해는 불가능해(Infeasible)가 된다. 대신, 아래와 같이 실험 1과 실험 3을 시행하였다면 이는 가능해(Feasible)가 된다.

Fig. 5 Example of a matrix with corresponding cost

Time		Terrain			
Day	Night	Urban	Open Area	Forest	Experiment
cost=5	cost=10	cost=30	cost=10	cost=20	
1	0	1	0	0	1
0	1	1	0	0	2
1	0	0	1	0	3
0	1	0	1	0	4
1	0	0	0	1	5
0	1	0	0	1	6

(Day 2회×5)+(Urban 1회×30)
+(Open Area 1회×10) = 50

이러한 논리로 비용에 대한 제약식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\sum_{h \in V} \sum_{j \in v_h} c_j^h \left(\sum_{i=1}^{k} a_{il_j^h} y_i \right) \leq \beta \quad (3)$$

여기서 주어진 상수 β는 가용한 자원(비용)의 상한선이다. 다음으로 이진변수간의 논리를 표현하는 제약식을 소개한다. 앞서 우리는 실험 i와 실험 j를 모두 선택하게 되면 1의 값을 갖는 이진변수를 λ_{ij}로 정의하였다. 여기서 우리가 표현하고 싶은 논리는 $y_i = 1 \wedge y_j = 1 \Rightarrow \lambda_{ij} = 1$이고 이는 아래와 같이 세 개의 부등식으로 표현이 가능하다.

$$\lambda_{ij} \leq y_i \qquad \forall (i, j) \in \mathbb{E} \quad (4)$$

$$\lambda_{ij} \leq y_j \qquad \forall (i, j) \in \mathbb{E} \quad (5)$$

$$\lambda_{ij} \geq y_i + y_j - 1 \qquad \forall (i, j) \in \mathbb{E} \quad (6)$$

예를 들어, 실험 1과 실험 2와 선택이 되었다면 $y_1 = 1, y_2 = 1$이 되고 (6)에 의해 $\lambda_{12} \geq 1$이 성립한다. 만약 실험 1과 실험 2 중 하나만 선택이 되었다면 식 (4)와 식 (5)에 의해 $\lambda_{12} \leq 0$가 성립한다. 마지막으로 두 개의 실험이 모두 선택되지 않았다면 식(4)와 식 (5)에 의해 $\lambda_{12} \leq 0$ 가 성립하며 따라서 위 식은 valid 하다. 마지막으로 지금까지 논의된 내용이 포함된 이진변수정수계획(BIP, Binary Integer Problem) 모형은 아래와 같다.

$$\max f(\lambda) + g(y) \quad \text{(BIP)}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{h \in V} \sum_{j \in v_h} c_j^h \left(\sum_{i=1}^{k} a_{il_j^h} y_i \right) \leq \beta$$

$$\lambda_{ij} \leq y_i \qquad \forall (i, j) \in \mathbb{E}$$

$$\lambda_{ij} \leq y_j \qquad \forall (i, j) \in \mathbb{E}$$

$$\lambda_{ij} \geq y_i + y_j - 1 \qquad \forall (i, j) \in \mathbb{E}$$

$$\lambda \in \{0, 1\}, \; y \in \{0, 1\}$$

3. 실험 결과

3.1 Instance의 구성

본 장에서는 연구에서 제시된(BIP) 모델을 실제 소요군에서 활용될 수 있는 사례에 적용하여 활용성을 검증한다. 「화생방 시뮬레이션&모델링 사업(가제)」은 적의 화학, 생물학, 핵/방사능 위협에 대한 오염 예상 지역, 피해 정도 등을 과학적으로 예측하고 지휘통제체계와의 연동을 통해 화생방 전장을 가시화하기 위한 사업이다. 이 사업의 시험평가에서 무기체계 구성의 대부분을 차지하는 M&S 소프트웨어의 정확성을 검증하는 시험이 차지하는 비중이 크다. M&S 모델의 정확성을 검증하기 위해서는 다른 벤치마킹 모델(해외 모델)과 결과값을 비교할 수 도 있고, 유사운용환경을 조성한 후 실제로 작용제를 배출하여 모델링 묘사 결과와 비교를 하는 야외확산실험(Field Test)을 실시할 수 도 있다. 야외확산실험 시에는 실제 화학 작용제를 직접 배출할 수 없기 때문에 유사작용제를 사용하여 시험하며, 작용제의 확산은 기상과 지형에 직접적인 영향을 받기 때문에 최대한 다양한 환경조건에서 실험을 해야 한다. 또한 작용제를 살포하는 방법이나 살포시간도 결과에 큰 영향을 미치는 실험변수가 되며, 결과값을 수집하는 방법 역시 일부 실험변수를 구성하는데 사용된다.

우리는 최적화된 야외확산실험 계획 도출을 위하여 <Table 2>와 같이 7개의 실험변수와 20개의 레벨을 선정하였다. 이 중 ‘Temperature(기온)’와 ‘Emission Time(살포시간)’은 연속형 범주를 갖는 값이지만 표와 같이 각각 4단계, 3단계로 이산화 하였다. 앞 서 제2.1절에서 가중치 부여를 위해 먼저 우선순위를 결정해야 한다고 논하였다. <Table 2>에 각 실험변수 그리고 각

레벨 별로 부여된 우선순위를 괄호 안에 표기하였다. 예를 들어 가장 중요하게 판단되는 실험변수는 우선순위가 1인 ‘Emission Point(살포장소)’이며 가장 덜 중요한 실험변수는 우선순위 값이7인 ‘Time of Experiment(실험시간)’이다. 이러한 우선순위는 전문가 집단의 의사결정에 따라 합리적으로 부여할 수 있지만, 제시한 표의 숫자는 본 연구의 목적상 저자의 직관에 의해 부여하였다. 모델에서 매개변수로 사용하는 가중치는 부여된 우선순위의 역순으로 부여하였다. 예를 들어 j번째 실험변수의 가중치는 다음과 같다.

$$w_j = |V| - p_j + 1 \tag{7}$$

이때 p_j는 j번째 실험변수의 우선순위이다. 예를 들어, Temperature 실험변수의 가중치는 $w_2 = |V| - p_2 + 1 = 7 - 4 + 1 = 4$와 같이 계산된다. 각 레벨의 우선순위와 가중치는 실험변수의 가중치 부여와 동일한 규칙을 따르며, 각 실험변수별로 구분하여 부여하였다. 마지막으로 각 레벨에 소요되는 비용은 10에서 50 사이의 정수로 임의로 선정하였다.

실험에 사용되는 $A \in \{0,1\}^{1296 \times 20}$ 행렬은 1,296개의 행과 20개의 열을 가진 이진(Binary) 행렬로 구성이 되며, 자원의 상한선인 β 값은 임의로 선정하였다. 실험은 최적화 소프트웨어 GAMS 25.0으로 구현하였으며 CPU는 i3 3.7GHz, 3.00 GB RAM을 사용하였다. 최적화 모형을 풀기 위한 Solver는 BARON[7] Version 17.10.16을 선택하였다. 2장 마지막에서 설명한 (BIP) 모델은 선형 목적식과 선형 제약식을 가지고 있지만 결정변수가 정수이기 때문에 NP-Complete 문제이다. <Table 2>에서 제시된 환경조건 하에서 (BIP) 모델은 1,296개의 y 결정변수와, 839,160(i.e., ${}_{1296}C_2$) 개의 λ 결정변수로 구성된다. 결과적으로 결정변수가 너무 많아 문제를 풀지 못하고 컴퓨터 자원부족(Resource Interruption)으로 해를 도출할 수 없게 된다. 물론 더 좋은 CPU의 사용 또는 병렬 계산(Parallel Computing) 등을 통한 계산환경의 개선을 통해 시도해 볼 수 있지만 본 연구의 활용이 가능한 일반적인 계산 환경 하에서는 풀리기 어려운 문제라고 할 수 있다. 따라서 우리는 이 문제를 풀 수 있는(solvable) 크기로 줄이기 위해 가용한 1,296개의 실험 중 일부를 선택하는 스크리닝(Screening) 알고리즘을 제안한다.

Table 2 Example of the experiment for CBRN[3)] Model Field Test

Variable(Priority)	Level(Priority)	Cost
Time of Experiment (7)	Day (1)	10
	Night (2)	20
Temperature (4)	20° or Over (2)	30
	10° ~ 20° (1)	10
	0° ~ 10° (3)	10
	0° or Below (4)	30
Emission Point (1)	Forest (1)	30
	Urban Area (2)	50
	Open Area (3)	20
Types of Gas (3)	SF6 (1)	10
	PFC (2)	20
	SO2 (3)	30
Means of Emission (2)	Ground (2)	10
	Air (1)	50
Emission Time (6)	Few Seconds (2)	10
	Less than 10 minutes (1)	20
	More than 10 minutes (3)	30
Collector Disposition (5)	10 Steps Disposition (1)	30
	7 Steps Disposition (2)	20
	5 Steps Disposition (3)	10

3) CBRN : Chemical, Biological, Radiological, and Nuclear

3.2 Algorithm for Screening Scenarios

스크리닝 알고리즘이 필요한 이유는 원 문제인 (BIP)의 결정변수와 제약식의 수가 너무 많아 문제가 풀기 어렵기 때문이며, 알고리즘이 하는 역할은(BIP) 문제의 크기를 비약적으로 줄이는 것이다. 예를 들어 만약 우리가 총 1,296개의 실험 중 30 개의 중요한 실험을 뽑아낼 수 있다면 $A \in \{0,1\}^{30 \times 20}$ 행렬, 30개의 y 결정변수와, 435(i.e., ${}_{30}C_2$) 개의 λ 결정변수로 구성되는 (BIP) 문제를 풀게 된다. 총 1296개의 실험 중 δ개의 실험을 도출하는 알고리즘은 아래와 같이 구성된다. 알고리즘의 핵심 아이디어는 벡터들간의 거리의 합이 가장 큰 두 개의 실험을 먼저 선택한 후 δ개의 실험을 채울 때까지 순차적으로(Iteratively) 실험을 더하는 것이다. $\hat{\delta}(<\delta)$개의 실험이 더해진 상황에서 다음 실험을 선택하는 것은 $\hat{\delta}$개의 실험이 포함된 부분행렬의 열 평균을 구한 후 평균값과 가장 거리가 먼 (즉, orthogonal 한) 새로운 실험을 선택하는 방식이다. $\hat{\delta}$개의 실험을 선택하는 동안 여러 번 선택이 된 레벨의 경우 열 평균값이 1에 가까울 것이고 다음 선택 때는 그와 직교하는 0 값을 가진 실험을 선택할 수 있고, 반대의 경우도 성립한다.

우리는 위 과정을 통해 선택된 δ개의 실험집합을 후보자집합(Candidate Set, 이하 CS)으로 정의한다. 각기 다른 δ 값에 따른 실험결과는 <Table 3>과 같다. 이때 자원의 한계값은 $\beta = 1,000$로 가정하였다.

계산의 어려움 (Computational Difficulty)은 단순히 δ 값에 비례하지는 않지만, 문제의 크기를 결정하는 δ 값이 증가하면서 계산이 어려워짐을 관찰할 수 있다. 그리고 δ 값이 50보다 큰 경우 27시간이 지나도 해를 도출할 수 없었다. 이 문제의 어려움은 일반적인 정수계획문제가 어려운 원인과 일치하는데, 구체적으로 Relaxation이 약하기(weak) 때문에 dual bound의 값이 개선(improve)되지 않아 발생하는 문제로 볼 수 있다.

$\delta = 52$에 해당하는 CS 집합은 Appendix의 <Table A-1>에서 확인할 수 있다. 여기서 중요한 것은<Table

Pseudo Code for Choosing a Candidate Set

STEP0: Let $A_{\mathbb{S}}$ be a sub-matrix where its row index is in a set $\mathbb{S}$

Let $a_{i\circ}$ be a ith row vector of A

Let $\mathbb{S} = \varnothing$ be a set of chosen indices (candidate set)

STEP1: Calculate $s_{(i,j)} = \sum_{h=1}^{n} w_h \left\| \left[a_{i l_1^h} \cdots a_{i l_{m_h}^h}\right] - \left[a_{j l_1^h} \cdots a_{j l_{m_h}^h}\right] \right\|_2^2$

Find $(\hat{i}, \hat{j}) \in \operatorname{argmax}_{(i,j)} s_{(i,j)}$

$\mathbb{S} \leftarrow \hat{i}$, $\mathbb{S} \leftarrow \hat{j}$

STEP1: **Loop** until $|\mathbb{S}| = \delta$

Obtain column average vector of $A_{\mathbb{S}}$ called a vector u

Find the most orthogonal vector to u (i.e., $\hat{i} \in \operatorname{argmin}_i u^T a_{i\circ}$)

$\mathbb{S} \leftarrow \hat{i}$

Loop End

Fig. 6 Pseudo code for screening algorithm

Table 3 Computational Results with different δ

δ	The Optimal Solution	CPU time	Objective Function Value
12	y_1, y_3, y_5, y_7, y_{10}, y_{11}, y_{12}	0.62 sec	908($f=812, g=96$)
22	y_1, y_2, y_3, y_{11}, y_{13}, y_{15}, y_{22}	7.5 sec	926($f=828, g=98$)
32	y_3, y_7, y_9, y_{13}, y_{19}, y_{24}, y_{26}, y_{31}	2,770.9 sec	1,054($f=942, g=112$)
42	y_3, y_7, y_9, y_{13}, y_{19}, y_{24}, y_{31}, y_{38}	39,717 sec	1,060($f=948, g=112$)
≥52	·	≥ 100,000 sec	·

Table 4 The optimal solution for candidate set with $\delta = 32$

	Time		Temp				Terrain			Gas			Means		Duration			Collector		
	D	N	>20	10~20	0~10	0 >	F	U	O	SF6	PFC	SO2	G	A	sec	<10	>10	10	7	5
3	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1
7	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
9	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0
13	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1
14	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0
19	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
24	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1
26	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0
31	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0

3>에서 제시된 다른 δ 값의 결과도 동일한Table을 사용한다는 것이다. 이는CS 집합의 크기를 증가시켜도 기존에 선정된 실험이 동일하게 선택되며 부족한 개수에 대해서만 추가적으로 더해지는 성질 때문이다. 수학적으로 $CS_{\delta_1} \subseteq CS_{\delta_2}$, if $\delta_1 \leq \delta_2$가 성립한다. $\delta = 32$ 일 때 선택된 실험은 y_3 ,y_7, y_9, y_{13}, y_{19}, y_{24}, y_{26}, y_{31}이며 <Table A-1> 을 통해 <Table 4>와 같은 실험들의 집합이 선택되었음을 알 수 있다.

$\delta = 32$일 때 최적화 문제의 해가 $y_3 = 1$을 포함하고, 이는 <Table 4>의 첫 번째 행을 선택했다는 것을 뜻한다. 즉, 첫 번째 실험은 (Day(낮), Temperature(기온) 0~10°, Open Area(개활지), SO2 Gas, Ground Emission(지상살포), More than 10 minutes(10분 이상 살포), 5 Steps Disposition(포집기 5대 배치))의 조합으로 이루어진 실험으로 해석할 수 있다. 이러한 방식으로 우리는 <Table 4> 에 표기된 총 9개의 실험을 계획할 수 있다(1의 값을 가지는 결정변수 y의 개수가 9개). 이 계획은 자원의 제약 조건 하에서 최대한 많은 환경 조건을 반영한, 그리고 우선순위가 높은 실험변수와 레벨을 많이 선택한 최적의 해이다.

최적해 값이 복수의 해를 가지는 경우도 존재할 수 있다. 예를 들어 <Table 3>에서 제시된 $\delta = 12$일 때의 최적해가 실험 1, 3, 5, 7, 10, 11, 12를 선택하는 것이지만 동일한 최적해값(i.e., 908)을 갖는 다른 실험 조합이 존재할 수 있는 것이다. 복수의 해가 표에서 제시된 해와 동일한 f 값과 g 값을 가질 수 도 있고 다른 두 값의 조합으로 908의 값을 가질 수 도 있을 것이다. 이런 경우 복수의 해 중 가장 좋은 해를 찾기 위한 논리를 다음과 같이 제시한다.

① 최대한 많은 실험이 계획되었는지 여부를 계산하는 f 값을 g 값에 우선한다.
② 자원의 제약을 고려하는 제약식(3)의 좌변 값이 작은 해를 우선한다(즉, 동일한 최적해값을 주는 경우 자원을 덜 사용하는 해를 좋게 평가한다).
③ 위 두 논리를 통해 변별이 되지 않는 경우, 시험평가 기관의 직관에 의해 좋은 해를 선정한다.

4. 결 론

본 장에서는 먼저 본 연구의 한계점을 논한다. 이어서 최적화 방법을 활용하였을 때 얻게 될 수 있는 이점에 대해 설명한다.

4.1 연구의 한계

본 연구는 명확한 한계를 가지고 있다. <Table 2>에서 제시한 실험 환경 조건이 비교적 단순하였음에도, 제3.1절에서 논한 바와 같이 최적화 문제의 크기가 과도하게 커졌다. 이 문제를 해결하기 위해 전체 가용한 실험 중 일부를 뽑아내어 후보자집합(Candidate Set)을 구성한 후 최적화 문제를 푸는 방법을 제3.2절에서 설명하였다. 하지만 CS 집합의 크기가 커지면서 여전히 문제는 풀기 어려워졌다. 결과적으로, <Table 4>에서 제시한 해는 1,296개의 가용한 실험에서 선택된 9개의 최적화된 실험이 아니라, 32개의 가용한 실험에서 선택된 9개의 최적화된 실험이라는 한계점을 가지고 있다.

최적화 연구의 한계를 극복하기 위한 방안 중 하나는 시뮬레이션 방법론을 활용하는 것이다. 최적화 방법론이 "What-Best"의 질문에 답을 하기 위한 방법이라면, 시뮬레이션은 "What-If"의 질문에 대한 답을 줄 수 있으며, 대게의 경우 시뮬레이션 분석은 모델의 구성과 분석이 쉬운 편이다. 가능한 분석 방법은 아래와 같다. 이때 자원의 제약을 고려하면서 중요한 실험을 도출한다는 목적은 동일하다고 가정한다. 시험평가 기관의 직관 또는 임의로 선정된 초기해(Initial Set)에 하나 또는 여러 개의 실험을 더하면서 자원 제약의 만족여부를 확인한다. 자원 제약을 만족하지 않을 때까지 실험을 더한 후 같은 방식으로 여러 개의 후보 방안을 도출한다. 마지막으로 도출된 후보 방안들의 목적식 값(i.e., 식 (1), 식 (2))을 비교하여 최선의 방안을 선정한다. 물론 이 방안의 한계점도 명확하다. 제시된 방안이 지역해(local solution)일 수 있고 또 후보 방안의 수가 늘어나면 최적화 방법론의 복잡도와 큰 차이가 없어진다는 단점을 가지게 될 것이다.

4.2 최적화 방법을 활용한 시험평가 계획의 강점

시험평가 계획 시 시험 시나리오를 설계하는 것은 중요하며 선정한 목적에 부합되는 최적화된 방안이 반드시 존재한다. 최적화 방법론을 이용하여 최적화된 실험 계획안을 수리적으로 찾아낼 수 있었다. 또한, 최적화 모형은 어떤 요구사항을 반영하기 위해 문제를 간단하게 수정하여 풀 수 있다는 장점을 가지고 있다. 예를 들어 <Table 4>의 해에서 어떠한 이유로든 Urban(도심지)에서의 실험이 불가능해 질 수 있다. 이런 경우 이미 구축된 데이터를 수정하지 않고, 단지 아래와 같은 제약식을 하나 추가해 주면 도심지를 고려하지 않는 또 다른 최적화 계획을 도출할 수 있다.

$$\sum_{i=1}^{k} a_{i l_j^h : l_j^h = 'Urban'} \, y_i \leq 0 \tag{8}$$

또는 시험평가를 계획하는 전문가들이 직관에 의해 미리 선정해 놓은 실험을 포함시키고 비용이 허락하는 한도 내에서 나머지 실험을 계획하는 것 또한 해당 결정변수 y의 값을 1로 고정함으로써 쉽게 분석할 수 있다. 이와 같은 논리로 실험 환경 조건의 재정의, 실험변수 또는 레벨의 수정, 우선순위와 자원의 한계값 수정과 같은 큰 변동사항에도 쉽게 대응할 수 있다. 마지막으로 (BIP) 모델은 시험평가 실험계획의 수립뿐 아니라 다른 분야에서도 활용할 수 있다. 예를 들어 다양한 상황에서의 훈련을 목적으로 하는 워게임 시나리오 생성 시에도 본 모델의 활용이 가능할 것이다.

References

[1] Defense Acquisition Program Administration (2013). "Weapon System Test and Evaluation Handbook".

[2] Park, J. W. (2015). "The Action of the Reliability Enhancement in Test and Evaluation of the Weapon Systems". Journal of Applied Reliability, Vol. 15, No. 2, pp. 108-123.

[3] Oh, S. R., Jung, D. S., and Seo, Y. H. (2016). "Scenario-based Evaluation Object Selection Research for Performance Evaluation of Weapon System". The Korean Operations Research and Management Science Society Spring Conference Proceeding, pp. 1239-1244.

[4] Lee, B. and Seo, Y. H. (2014). "A Design of Operational Test & Evaluation System for Weapon Systems thru Process-based Modeling". Journal of the Korea Society for Simulation, Vol. 23, No. 4, pp. 211-218.

[5] Lee, S. K. and Park, J. W. (2013). "Recommendation for Test and Evaluation Planning". Defense Technology, Vol. 409, pp. 62-73.

[6] Montgomery (2005). "Design and Analysis of Experiments". 6th Edition, John Wiley & Sons, New York (USA).

[7] Tawarmalani, M. and Sahinidis, N. V. (2005), "A Polyhedral Brach-and- cut approach to global optimization". Mathematical Programming, Vol. 103, pp. 225-249

<Appendix>

〈Table A-1〉 Candidate Set with $\delta = 52$

	Time		Temp				Terrain			Gas			Means		Duration			Collector		
D	N	> 20	10~20	0~10	0 >	F	U	O	SF6	PFC	SO2	G	A	sec	< 10	> 10	10	7	5	5
1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
2	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0
3	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1
4	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
5	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0
6	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
7	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
8	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1
9	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0
10	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
11	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0
12	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1
13	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1
14	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0
15	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0
16	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
17	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0
18	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
19	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
20	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0
21	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1
22	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0
23	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0
24	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1
25	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
26	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0
27	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
28	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
29	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0
30	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
31	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
32	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1
33	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0
34	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0
35	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0
36	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
37	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
38	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1
39	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0
40	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
41	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
42	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0
43	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1
44	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0
45	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0
46	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
47	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
48	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0
49	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
50	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0
51	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1
52	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0