

최소 신뢰도를 보장하는 비 주기적 예방보전 모형 개발*

이주현 · 안선웅[†]

한양대학교 산업경영공학과

Developing a Non-Periodic Preventive Maintenance Model Guaranteeing the Minimum Reliability*

Juhyun Lee · Suneung Ahn[†]

Department of Industrial and Management Engineering, Hanyang University

Purpose: This paper proposes the non-periodic preventive maintenance policy based on the level of cumulative hazard intensity. We aim to construct a cost-effectiveness on the proposed model with relaxing the constraint on reliability.

Methods: We use the level of cumulative hazard intensity as a condition variable, instead of reliability. Such a level of cumulative hazard intensity can derive the reliability which decreases as the frequency of preventive maintenance action increases. We also model the imperfect preventive maintenance action using the proportional age setback model.

Conclusion: We provide a numerical example to illustrate the proposed model. We also analyze how the parameters of our model affect the optimal preventive maintenance policy. The results show that as long as high reliability is guaranteed, the inefficient preventive maintenance action is performed reducing the system operation time. Moreover, the optimal value of the proposed model is sensitive to changes in preventive maintenance cost and replacement cost.

Keywords: Preventive Maintenance, Minimal Repair, Cumulative Hazard Intensity, Minimum Reliability

1. 서론

자동차, 선박, 항공기와 같은 공학 시스템(engineering system)은 시간이 지남에 따라 마모(wear-out), 노화(aging)와 같은 열화(deterioration)를 겪는다. 열화가 진행 될수록 시스템의 고장 발생 가능성(likelihood)은

높아지며, 시스템은 심각한 성능저하를 겪는다 또한, 공학 시스템은 고장 발생 시 중대사고로 이어질 가능성이 높으며 막대한 경제적 손실을 입힌다. 따라서 시스템의 고장 발생의 빈도를 줄이고 상태를 개선하기 위해 보전 정책(maintenance policy)을 결정하는 공학 분야에서 중요한 부분으로 여겨진다.

* 본 연구는 한국연구재단NRF-2018R1A2B6003232)의 지원으로 수행되었습니다.

[†] 교신저자 sunahn@hanyang.ac.kr

2018년 4월 5일 접수, 2018년 6월 4일 수정본 접수, 2018년 6월 5일 게재 확정.

실제로 보전 정책은 공학 시스템의 운영 스트레스 (operational stress)를 줄일 수 있으므로 중요한 역할을 한다. 보전 정책은 시정보전(corrective maintenance, CM) 활동과 예방보전(preventive maintenance, PM) 활동으로 분류된다. CM 활동은 시스템의 고장이 발생했을 때 수행되어 시스템을 작동 가능한 상태로 회복시킨다. PM 활동은 사전에 정해진 기준에 따라 시스템의 고장이 발생하기 전에 수행되어 시스템의 열화 진행속도를 늦춘다[1]. 또한, PM 활동은 시간(time), 신뢰도(reliability), 고장률(failure rate) 및 가용도(availability)와 같은 조건 변수(condition variable)가 지정된 값에 도달 할 때 수행되며 조건 변수는 대부분의 PM 정책에서 의사 결정 변수(decision variable)로 간주된다.

Barlow and Hunter[2]는 최소수리(minimal repair)를 활용한 예방교체(preventive replacement) 정책을 제안하였다. 이후, 현실적인 보전 정책 수립을 위해 불완전한 PM 활동을 고려한 연구가 수행되었다. Nakagawa[3]는 p 의 확률로 최소수리를 수행하고 q 의 확률로 예방교체를 실시하는(p, q) 규칙(rule)을 제안하여 불완전한 PM을 모형화 했다. Canfield[4]는 불완전한 PM 활동의 효과를 시스템의 고장강도 함수의 변화로 모형화한 주기적 PM 정책을 제안하였다. 이후 최적의 PM 주기, 최적의 회복률, 최적 PM 횟수 등의 다양한 의사결정 변수를 고려한 주기적 PM 정책이 제안되었다[5-6]. 그러나 주기적 PM 정책은 시스템의 노화로 인해 수명 후반기에 자주 발생하는 고장에 대처하기 어렵다.

이와 같은 문제를 해결하기 위해 연구자들은 PM 활동의 기준으로 시간이 아닌 신뢰도와 고장률과 같은 시스템 기능 특정치(system's functionality measure)의 임계값(threshold)을 이용한 조건기반(condition-based) PM 모형을 연구하였다[7]. Zhao[8]는 열화를 겪는 시스템의 임계 신뢰수준(critical reliability level)에 기반을 둔 PM 정책을 제안했다. Zhou *et al.*[9]은 시스템의 신뢰도가 모니터링(monitoring)되는 상황에서 신뢰도 한계(reliability threshold)를 이용한 정책을 제안했다. Lin *et al.*[10]은 복잡한 시스템(complex system)에 대한 다양한 신뢰도 제약 조건을 고려한 조건기반 PM 정책을 제안했다. 또한, 이차원 보증(two-dimensional warranty), 장비 대여(equipment lease) 등의 다양한 상황을 고려한 조건기반 PM 정책이 제안되었다[11-13].

기존 신뢰도 임계값을 이용한 PM 정책은 고정된

신뢰도 제약조건을 통해 시스템의 신뢰도를 일정하게 유지한다. 이러한 제약조건은 신뢰도 측면에 편향(biased)되어 있어 비용과 신뢰도간 절충(trade-off)을 PM 정책에 반영하기 어려울 수 있다 또한, 신뢰도의 제약조건이 일정한 PM 정책은 비효율적인 PM 활동의 원인이 되어 시스템의 빠른 교체의 원인이 된다 따라서 본 연구에서는 신뢰도 제약조건을 누적위험강도(cumulative hazard intensity), 조건부 신뢰도(conditional reliability), 시스템 신뢰도(system reliability)와의 관계를 이용해 신뢰도가 감소하는 상황을 고려하여 PM 정책의 신뢰도 제약조건을 완화시킨다 이를 통해 수립된 PM 정책은 비용 효율성(cost-effective)을 모형에 반영할 수 있다

PM 활동의 주요 목적은 시스템의 심각한 고장을 방지하는 것뿐만 아니라 시스템의 지속가능한 운영을 보장하는 것이다. 본 연구에서는 지속가능한 운영을 보장하기 위한 비 주기적 PM 정책을 제안한다. 제안된 모형은 신뢰도 대신 누적위험강도(cumulative hazard intensity)를 조건 변수(condition variable)로 사용한다. 누적위험강도를 이용한 PM 모형은 PM 활동을 수행할 때마다 시스템의 신뢰도가 감소하는 상황을 고려할 수 있다. 또한, 시스템의 신뢰도는 항상 감소하지 않고 특정 수준을 보장한다

본 연구의 구성은 다음과 같다 제2장에서는 본 연구에서 제안하는 누적위험강도 기반 비 주기적(non-periodic) PM 정책의 구성과 특징을 설명하고 목적 함수인 단위 시간당 기대 유지보수 비용을 유도한다 제3장에서는 최적의 PM 정책을 얻기 위한 과정과 최적값을 얻기 위한 알고리즘을 제공한다. 제4장에서는 제안된 모형을 설명하기 위한 수치 예제를 제시한다. 또한, 본 연구에서는 제안된 모형에 영향을 끼치는 모수를 파악하기 위해 민감도 분석도 수행한다. 마지막으로 제5장에서는 본 연구의 결론을 논의한다

2. 누적위험강도 기반 비 주기적 예방보전 정책

2.1 기호와 가정

본 연구에서 사용된 기호는 다음과 같다

기호

α : 위험강도 함수의 형태 모수, $\alpha > 0$

- β : 위험강도 함수의 열화 모수, $\beta > 1$
- $h(t)$: 시스템의 위험강도 함수, $h(t) = \alpha\beta t^{\beta-1}$, $t > 0$
- ρ_i : 나이감소요인, $i = 1, 2, \dots$,
 $0 = \rho_0 < \rho_1 < \rho_2 < \dots < \rho_i < \dots < 1$
- x_i : i 번째 PM 활동 간격, $i = 1, 2, \dots, N$, $x_0 = 0$,
 $x_1 = T_1$
- T_i : i 번째 PM 활동 후 시스템의 유효 연령
 $i = 1, 2, \dots, N$, $T_0 = 0$
- T_O : 시스템 교체 까지 운영시간
- Mf : 시스템 교체 까지 최소수리 횟수
- C_m : 최소수리 활동에 대한 비용
- C_p : PM 활동에 대한 비용
- C_r : 시스템 교체에 대한 비용
- θ : 누적위험강도 수준
- R_1 : 조건부 신뢰도 임계 값
- R_{PM, T_i} : i 번째 PM 활동 시점의 시스템 신뢰도
- R_G : 최소 신뢰도

본 연구에서 사용된 가정은 다음과 같다

- (1) 모든 PM 활동은 각 주기의 누적위험강도 수준 이 θ 에 도달할 때마다 수행된다.
- (2) 시스템의 열화 과정은 멱수법칙 고장 모형(power law failure model)을 따르는 비 동질 포아송과정 (non-homogeneous Poisson process, NHPP)을 가정한다.
- (3) 불완전한PM 활동 전에 시스템이 고장이 발생했을 때 최소수리가 즉시 수행되어 시스템을 고장 발생 직전 상태로 회복시킨다. 또한, PM 활동과 최소수리 활동의 기간은 무시할 만큼 작다
- (4) 불완전한 PM 활동 후에 시스템은 나이감소요인 ρ_i 에 의해 회복된다.
- (5) 시스템은 $(N-1)$ 번의 불완전한 PM을 겪으며 N 번째 PM 활동 시점에 교체된다.
- (6) 최소수리 비용, PM 비용, 교체비용은 상수로 가정한다.

2.2 누적위험강도 기반 예방보전 모형

본 연구에서는 PAS(proportional age setback) 모형을 사용하여 불완전한 PM 활동을 모형화 했다[14].

PAS 모형은 PM 활동 후 시스템 수명을 회복시킨다는 가정 때문에 열화 시스템에 대한 불완전한PM 활동 효과를 표현하는 데 적합하다[15, 16]. 일례로 첫 번째 PM 활동을 T_1 에서 수행 한 뒤 시스템의 유효 연령 (effective age)은 T_1 에서 $\rho_1 T_1$ 으로 회복 된다. 이와 같은 과정을 통해 i 번째 PM 시점의 유효 연령은 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$\begin{aligned} T_i &= x_i + \rho_{i-1} T_{i-1} \\ &= x_i + \rho_{i-1}(x_{i-1} + \rho_{i-2} T_{i-2}) \\ &= x_i + \rho_{i-1} x_{i-1} + \dots + \rho_{i-1} \dots \rho_2 \rho_1 T_1 \end{aligned} \quad (1)$$

식 (1)에서 $i = 1, 2, \dots, N$, $\rho_0 = 0$, $T_0 = 0$ 이며 x_i 는 i 번째 PM 활동의 간격을 뜻한다. x_i 는 식 (1)을 통해 i 번째 PM활동의 유효 수명 T_i 와 i 번째 PM 활동 후 회복되는 시스템의 유효수명 $\rho_{i-1} T_{i-1}$ 의 차이로 계산할 수 있다. N 번째 PM 시점에 시스템 교체를 가정하였으므로 시스템 교체까지 운영시간 T_O 는 모든 PM 간격의 합으로 계산할 수 있으며 식(2)와 같다.

$$\begin{aligned} T_O &= \sum_{i=1}^N x_i \\ &= T_N + \sum_{i=1}^{N-1} (1 - \rho_i) T_i \end{aligned} \quad (2)$$

본 연구에서 PM 활동은 시스템의 누적위험강도가 정해진 수준에 도달할 때마다 수행되며 PM 활동을 수행하기 위한 조건은 식(3)과 같다.

$$\theta = \int_{\rho_{i-1} T_{i-1}}^{T_i} h(t) dt \quad (3)$$

식 (3)에서 $i = 1, 2, \dots, N$, $T_0 = 0$, $\rho_0 = 0$ 이다. 또한, 식 (3)에서 볼 수 있듯이 누적위험강도 수준의 값은 PM 주기 동안 시스템 고장의 기댓값을 나타낸다 교체까지 시스템의 최소수리 횟수는NHPP의 정의에 의해 식(4)와 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} Mf &= \int_0^{T_1} h(t) dt + \int_{\rho_1 T_1}^{T_2} h(t) dt + \dots \\ &+ \int_{\rho_{N-1} T_{N-1}}^{T_N} h(t) dt = N\theta \end{aligned} \quad (4)$$

본 연구의 단위시간 당 기대 유지보수 비용 함수는 최소수리 비용, PM 비용, 시스템 교체 비용으로 구성되어 있다. 이러한 비용은 일정하며 현장 조사에서 얻은 것으로 추정된다. 또한, 본 연구에서는 시스템 교체비용이 최소수리 비용, PM 비용 보다 높은 경우만 고려하며, 단위시간 당 기대 유지보수 비용함수는 식 (5)와 같다.

$$C(\theta, N) = \frac{N\theta C_m + (N-1)C_p + C_r}{T_O} \quad (5)$$

2.3 누적위험강도 기반 예방보전 정책의 신뢰도 조건

본 장에서는 누적위험강도와 신뢰도의 관계를 통해 PM 정책의 신뢰도 제약조건을 유도한다. 시스템의 신뢰도 함수를 누적위험강도로 표현하면 식(6)과 같다.

$$R(t) = \exp(-H(t) + H(0)), \quad 0 < R(t) < 1, t > 0 \quad (6)$$

식 (7)에서 $R(t)$ 는 시점 t 에 시스템의 신뢰도를 나타낸다. $H(t)$ 는 시점 t 에 시스템의 누적위험강도를 나타내며 $H(0)$ 는 0이다. 이와 같은 관계를 활용하여 식 (4)를 조건부 신뢰도 임계값 R_1 으로 나타낼 수 있으며 식 (7)과 같다.

$$R_1 = \exp(-\theta) = \exp(-H(T_i) + H(\rho_{i-1}T_{i-1})) \quad (7)$$

식 (7)에서 $0 < R_1 < 1$ 이다. 조건부 신뢰도 임계값 R_1 은 시스템 신뢰도를 뜻하는 것이 아니라 각 PM 주기 동안 생존 확률을 뜻한다. 식 (7)을 통해 누적위험강도의 수준과 조건부 신뢰도 임계값의 관계를 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\theta = -\ln R_1 \quad (8)$$

시스템 신뢰도는 교체까지 시스템의 생존확률을 뜻한다[10]. 이는 각 PM 주기의 생존확률의 곱으로 표현할 수 있으며 i 번째 PM 시점의 시스템 신뢰도는 $(i-1)$ 번의 PM 후 회복된 조건부 신뢰도 임계값과 i 번째 PM 주기의 조건부 신뢰도 임계값의 곱으로 표현할 수 있으며 식 (9)와 같다.

$$R_{PM T_i} = R_1^{1 + \sum_{j=1}^{i-1} \rho_j^\beta} \quad (9)$$

식 (9)에서 $R_{PM}(T_i)$ 는 i 번째 PM 시점의 시스템 신뢰도를 뜻하며, $i=1, 2, \dots, N$ 이다. 또한, 식 (9)는 i 가 증가할수록 감소한다. 예를 들어 $i=1$ 일 때 첫 번째 PM 활동 시점의 신뢰도는 R_1 이다. $i=2$ 일 때 두 번째 PM 활동 시점의 신뢰도는 $R_1^{1+\rho_1^\beta}$ 이 되며 $0 < R_1 < 1$ 이고 $0 < R_1^{1+\rho_1^\beta} < R_1 < 1$ 이기 때문에 식 (9)는 i 가 증가할수록 감소하는 것을 확인할 수 있다. <Fig. 1>은 본 연구에서 제안하는 PM 정책의 신뢰도 함수를 나타내며 시스템 신뢰도가 PM 활동이 증가할 때마다 감소하는 것을 확인할 수 있다.

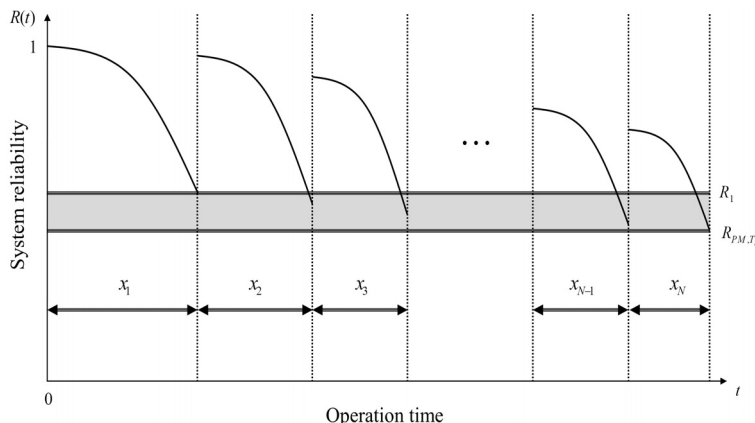


Fig. 1 Reliability curve under the proposed preventive maintenance policy

2.4 최소 신뢰도

본 절에서는 위에서 언급된 가정 사항을 기반으로 제안된 PM 정책이 보증 하는 최소신뢰도를 유도한다. 명제 1을 통해 식 (9)의 지수부분이 항상 증가하지 않고 수렴하는 것을 증명한다.

명제 1: 식 (9)의 지수부분은 $0 < \rho_1 < \rho_2 < \dots < \rho_i < \dots < 1$ 일 때 수렴한다.

증명)

PM 활동이 N 번 수행되었다고 가정하면 식 (9)의 지수부분은 다음과 같다.

$$S(N) = 1 + \prod_{j=1}^{N-1} \prod_{z=j}^{N-1} \rho_z^\beta \tag{10}$$

$$= 1 + \rho_{N-1}^\beta + \rho_{N-1}^\beta \rho_{N-2}^\beta + \dots + \rho_{N-1}^\beta \dots \rho_2^\beta + \rho_{N-1}^\beta \dots \rho_1^\beta$$

PM 활동 후 시스템이 가장 작은 나이감소요인 ρ_1 로만 회복될 때 $S(N)$ 은 충분히 큰 N 에 대해 $\liminf_{N \rightarrow \infty} S(N) = 1/(1-\rho_1)$ 으로 수렴한다. 또한, PM 활동 후 시스템이 가장 큰 나이감소요인 ρ_N 으로 만 회복될 때 $S(N)$ 은 충분히 큰 N 에 대해 $\limsup_{N \rightarrow \infty} S(N) = 1/(1-\rho_N)$ 이다. 따라서 $S(N)$ 의 상극한과 하극한이 수렴하기 때문에 충분히 큰 N 에 대해 $S(N)$ 은 수렴한다.

따름정리 1을 통해 본 연구에서 제안하는 PM 정책이 보장하는 최소신뢰도를 유도한다.

따름정리 1: 만약 나이감소요인의 함수가 식 (11)과 같고 누적위험강도 수준의 값이 주어진 경우 본 연구의 PM 정책은 최소 신뢰도 R_G 를 보장한다.

$$\rho_i = \frac{ci+d}{ai+b}, \quad i = 1, 2, \dots, \tag{11}$$

여기서 $0 < \rho_1 < \rho_2 < \dots < \rho_i < \dots < 1$.

증명)

식 (11)은 충분히 큰 N 에 대해 c/a 로 수렴한다. 명제 1과 식 (9)를 사용하여 본 연구에서 제안하는 PM 정책이 보장하는 최소 신뢰도 R_G 의 근사 값은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$R_G \approx R_1^{1/(1-(c/a)^\beta)} \tag{12}$$

3. 최적의 예방보전 정책

시스템 고장 및 시스템 신뢰성 관리는 현장 관리자에게 중요하다. 현장 관리자는 환경 조건 시스템 상태 및 유지 보수비용에 대한 조사가 포함된 최적의 PM 정책을 설계해야한다. 본 절에서는 누적위험강도의 수준 또는 최소 신뢰도가 PM 활동을 결정하는 기준으로 주어진 두 가지 경우를 고려하여 누적위험강도 기반의 최적의 비 주기적 PM 정책을 설계한다. 단위시간 당 유지보수 비용을 최소화하는 최적의 PM 횟수를 찾을 수 있는 알고리즘이 제공된다. 각각의 경우는 다음과 같다.

Case 1: 누적위험강도의 수준이 미리 주어지며 이 경우에서 모든 PM 활동은 누적위험강도의 수준이 사전에 결정된 값에 도달하면 즉시 수행된다. 또한, 누적위험강도의 수준의 값은 비효율적인 PM 활동이 수행되는 것을 방지할 수 있을 정도로 낮게 설정된다. 의사결정 변수는 시스템 교체까지 PM 활동의 횟수 $(N-1)$ 이다.

Case 2: 최소신뢰도 R_G 가 미리 주어지며, 이 경우에서 모든 PM 활동은 조건부 신뢰도 임계값이 식 (13)에 의해 계산된 값에 도달할 때마다 수행된다. 또한, 최소 신뢰도는 심각한 고장을 예방할 수 있을 정도로 높게 설정된다. Case 2의 최소 신뢰도는 Case 1에서 보장할 수 있는 최소 신뢰도 보다 크다. Case 2에서 R_G 는 식 (13)을 이용하여 다음과 같이 조건부 신뢰도 임계값으로 계산될 수 있다.

$$R_1 \approx R_G^{(1-(c/a)^\beta)} \tag{13}$$

3.1 누적위험강도의 수준이 주어진 경우

Case 1의 모든 PM 활동은 누적위험강도의 수준이 사전에 결정된 값에 도달하면 수행된다. 본 모형의 의사결정 변수는 단위시간 당 기대 유지보수 비용을 최소화하는 최적의 PM 횟수이다. 제2장에서 언급된 가정 사항을 바탕으로 제안된 모형의 목적 함수는 다음과 같다

$$C(N\theta) = \frac{N\theta C_m + (N-1)C_p + C_r}{T_N + \sum_{i=1}^{N-1} (1-\rho_i) T_i} \quad (14)$$

식 (4)를 통해 첫 번째 PM 활동의 유효 수명을 계산할 수 있으며 다음과 같다.

$$T_1 = \left(\frac{\theta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (15)$$

또한, 식 (4)를 T_i 에 관해 풀고 정리하면 i 번째 PM 활동의 유효 수명도 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$T_i = \left(1 + \sum_{j=1}^{i-1} \prod_{z=j}^{i-1} \rho_z^\beta\right)^{1/\beta} T_1 \quad (16)$$

i 번째 PM 활동의 간격은 식(1)과 식 (16)을 통해 계산할 수 있다.

$$x_i = \left\{ \left(1 + \sum_{j=1}^{i-1} \prod_{z=j}^{i-1} \rho_z^\beta\right)^{1/\beta} - \rho_{i-1} \left(1 + \sum_{j=1}^{i-2} \prod_{z=j}^{i-2} \rho_z^\beta\right)^{1/\beta} \right\} x_1 \quad (17)$$

단위시간 당 기대 유지보수 비용을 최소화 하는 최적의 PM 횟수 N^* 를 얻기 위한 필수 조건은 다음과 같다.

$$C(N^*+1\theta) \geq C(N^*\theta) < C(N^*-1\theta) \quad (18)$$

부등식 (18)에 식 (14)를 대입하면 다음과 같은 부등식을 도출할 수 있다.

$$\left(\frac{T_N}{x_{N+1}}\right) - (N-1) \geq \frac{\theta C_m + C_r}{\theta C_m + C_p} \quad (19)$$

그리고

$$\left(\frac{T_{N-1}}{x_N}\right) - (N-2) < \frac{\theta C_m + C_r}{\theta C_m + C_p} \quad (20)$$

θ 가 주어졌기 때문에 부등식 (19)와 부등식 (20)은 N 에 의존하는 것을 확인할 수 있다. 또한, x_N 은 N 이 증가할수록 감소하는 감소함수 이고 T_N 은 N 이 증가

할수록 증가하는 증가함수 이므로 부등식 (19)와 부등식 (20)을 만족하는 N^* 가 존재하는 것을 확인할 수 있다.

누적위험강도의 수준이 PM 활동의 기준으로 주어진 경우 최적 값을 얻기 위한 알고리즘은 다음과 같다

알고리즘

단계 1: $N=1$ 로 설정한다. 식 (14)에 주어진 기대 유지보수 비용 $C(N=1\theta)$ 을 계산하고 단계 2로 간다.

단계 2: $N=N+1$ 로 설정한다. 식 (14)에 주어진 기대 유지보수 비용 $C(N+1\theta)$ 을 계산하고 단계 3으로 간다.

단계 3: 만약 $C(N\theta) < C(N+1\theta)$ 면 최적 값 N^* 를 얻고 단계 4로 간다. 만족하지 않으면 단계 2로 간다.

단계 4: 최적 값 N^* 를 사용하여 식 (17)에 있는 PM 간격 $x=(x_1, x_2, \dots, x_{N^*})$ 과 식 (9)에 있는 PM 활동 시점의 신뢰도 $\underline{R}=(R_{1,1}, R_{1,2}, \dots, R_{1,N^*})$ 를 계산한다.

3.2 최소 신뢰도가 주어진 경우

식 (13)에 의해 최소 신뢰도가 주어진 경우 조건부 신뢰도 임계값으로 계산할 수 있다. 본 절에서 모든 PM 활동은 조건부 신뢰도 임계값이 계산된 값에 도달하면 즉시 수행된다. 본 절의 단위시간 당 기대 유지보수 비용 함수는 다음과 같다.

$$C(N|R_1) = \frac{N(-\ln R_1)C_m + (N-1)C_p + C_r}{T_N + \sum_{i=1}^{N-1} (1-\rho_i) T_i} \quad (21)$$

본 절의 PM 활동의 간격과 유효 수명은 누적위험강도의 수준이 주어진 경우와 비슷한 방법으로 계산될 수 있으며, 첫 번째 PM 활동의 유효 수명은 다음과 같다.

$$T_1 = \left(\frac{-\ln R_1}{\alpha}\right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (22)$$

또한, i 번째 PM 활동의 유효 수명도 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$T_i = \left(1 + \sum_{j=1}^{i-1} \prod_{z=j}^{i-1} \rho_z^\beta\right)^{1/\beta} \left(\frac{-\ln R_1}{\alpha}\right)^{1/\beta} \quad (23)$$

마찬가지로, i 번 째 PM 활동의 간격은 다음과 같다.

$$x_i = \left\{ \left(1 + \sum_{j=1}^{i-1} \prod_{z=j}^{i-1} \rho_z^\beta\right)^{1/\beta} - \rho_{i-1} \left(1 + \sum_{j=1}^{i-2} \prod_{z=j}^{i-2} \rho_z^\beta\right)^{1/\beta} \right\} \left(\frac{-\ln R_1}{\alpha}\right)^{1/\beta} \quad (24)$$

최적의 PM 활동 횟수 N^* 를 찾기 위한 필수 조건은 다음과 같다.

$$C(N^*+1|R_1) \geq C(N^*|R_1) < C(N^*-1|R_1) \quad (25)$$

부등식 (25)는 θ 를 R_1 으로 대입하여 쉽게 N^* 가 존재하는 것을 확인할 수 있다.

최소 신뢰도가 PM 활동의 기준으로 주어진 경우 최적 값을 얻기 위한 알고리즘은 다음과 같다

알고리즘

단계 1: 식 (13)을 통해 R_1 을 계산하고 단계 2로 간다.

단계 2: $N=1$ 로 설정한다. 식 (21)에 주어진 기대 유지보수 비용 $C(N=1|R_1)$ 을 계산하고 단계 3으로 간다.

단계 3: $N=N+1$ 로 설정한다. 식 (21)에 주어진 기대 유지보수 비용 $C(N+1|R_1)$ 을 계산하고 단계 4로 간다.

단계 4: 만약 $C(N|R_1) < C(N+1|R_1)$ 면 최적 값 N^* 를 얻고 알고리즘을 종료하고 만족하지 않으면 단계 3으로 간다.

단계 5: 최적 값 N^* 를 사용하여 식 (24)에 있는 PM 간격 $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_{N^*})$ 과 식 (9)에 있는 PM 활동 시점의 신뢰도 $\underline{R} = (R_{1,1}, R_{1,2}, \dots, R_{1,N^*})$ 를 계산한다.

4. 수치 예제

본 장에서는 제안된 PM 정책을 설명하기 위해 수치 예제를 구성하고 수행하고 Lin et al.[10]의 고정된 시스템 신뢰도 임계값을 사용한 모형과 비교 연구를 수행하였다. 비교 연구를 위해 수치 예제에 사용된 모수는 Lin et al.[10]의 연구와 동일하게 설정하였다. 수치 예제에서 위험강도함수의 모수는 $\alpha = 1.8$ 과 $\beta = 2.6$, 나이감소요인은 $\rho_i = i/(2i+1)$ 로 가정하였다. 최소수리 비용, PM 비용, 교체 비용은 그들의 구성비로 가정하였으며, 각 구성비는 $C_m/C_p = 2.4$, $C_r/C_p = 3.0$ 으로 가정하였다. 또한, 본 연구에서는 최소수리 비용이 PM 비용보다 큰 경우를 고려하였다. Case 1의 누적위험강도의 수준은 $\theta = -\ln(0.9)$ 로 가정하였다. 이는 PM 주기 당 생존 확률이 0.9라는 것을 의미한다. 또한, 첫 번째 PM 활동 시점의 신뢰도는 0.9이며, 이후 PM 활동 시점의 신뢰도는 PM 활동이 수행될수록 식(9)에 의해 감소된다. Case 2의 최소 신뢰도는 $R_G = 0.9$ 로 가정하였다. 고정된 신뢰도 한계 R_{th} 는 0.9000로 가정하였다. 수치 예제의 결과는 <Table 1>에 요약되어 있다.

<Table 1>에서 모형 3은 Lin and Huang[10]의 고정된 신뢰도 한계를 사용한 모형을 나타낸다. 고정된 신뢰도 한계를 사용하면 신뢰도를 높게 유지할 수 있지만 시스템 운영시간이 났다는 것을 <Table 1>에서 볼 수 있다. 또한, 비용 측면에서 봤을 때 최소 신뢰도가 같은 경우 고정된 신뢰도 한계를 갖는 예방보전 모형이 더 비용 효율적인 것을 알 수 있다. 이는 비용과 신뢰도의 절충 관계를 통해 직관적으로 해석할 수 있다. 세 개의 모형 중 신뢰도에 편향된 모형은 Model 2이며 가장 높은 비용을 발생시킨다. 반면에 가장 신뢰도 제약조건이 완화된 모형은 Model 1이며 가장 낮은 비용을 발생시킨다. 그러나 두 모델 모두 Model 3보다 더 긴 시스템 운영시간을 보장한다. 이는 비효율적인 예방보전 활동이 계속 수행되어 시스템의 빠른 교체

Table 1 The optimal solution and the system performance of optimal ones

Model	$\theta(R_1)$	N^*	$C(N^*)$	T_O	R_{1,N^*}	R_G
Model 1(given θ)	0.1054(0.9000)	16	6.8028	3.4249	0.8831	0.8815
Model 2(given R_G)	0.0880(0.9158)	18	7.0680	3.5388	0.9013	0.9000
Model 3(given R_{th})	0.1054(0.9000)	13	6.9887	2.7360	0.9000	0.9000

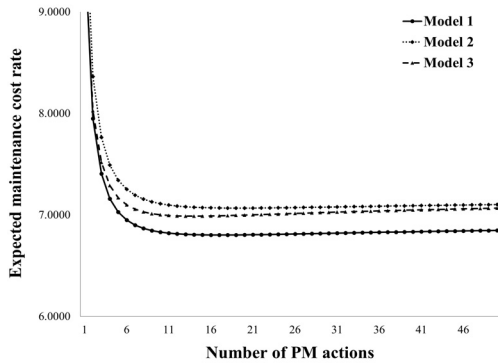


Fig. 2 The expected maintenance cost per unit time as frequency of PM actions increases

의 원인이 된 것으로 해석할 수 있다 <Fig. 2>는 PM 횟수를 증가시켰을 때 단위시간 당 기대 유지보수 비용의 변화를 나타낸다.

<Table 1>에서 R_{1,N^*} 은 제안된 PM 모형이 보장하는 신뢰도를 뜻한다. 모형 1의 R_1 은 0.9000로 설정되었기 때문에 신뢰도가 0.9000에서 0.8831로 감소하는 것을 볼 수 있다. 모형 2의 R_1 은 0.9158로 설정되었기 때문에 신뢰도가 0.9158에서 0.9013으로 감소하는 것을 볼 수 있다. 또한, 각 모형의 $R_{1,N^*} > R_G$ 이기 때문에 제안된 모형은 식 (10)에서 제안된 최소 신뢰도 보다 더 높은 신뢰도를 유지할 수 있다는 것을 <Table 1>에서 확인할 수 있다.

<Table 1>으로 부터 누적위험강도의 수준 θ 가 낮을 수록 R_1 이 높게 설정되는 것을 알 수 있다. 이는 누적 위험강도와 신뢰도가 서로 반비례 관계이기 때문이다. <Table 1>에서 볼 수 있듯이 모형 1의 θ 가 모형 2의 θ 보다 낮으므로 더 낮은 신뢰도를 보장하는 것을 확인할 수 있다. 또한, 누적위험강도의 수준이 낮을수록 더 높은 단위시간 당 기대 유지보수 비용이 발생하는 것을 확인할 수 있다. 이는 높은 신뢰도를 유지하기 위해 많은 PM 활동이 수행되었기 때문이다. <Table 1>에서 알 수 있듯이 θ 가 높게 설정되었을 때 더 많은 PM 활동이 수행되었다. 반면에 θ 가 높게 설정되었을 때 시스템 운영시간이 낮게 설정된 경우보다 더 길다는 것을 확인할 수 있다.

본 연구에서는 제안된 정책의 최적 값에 영향을 주는 모수를 파악하기 위해 민감도 분석을 수행하였다. 민감도 분석은 위험강도함수의 모수 α 를 1.44에서 2.16까지 β 를 2.08에서 3.12까지 변화시켜가며 수행하였으며 결과는 <Table 2>에 요약되어 있다. <Table 2>에서 볼 수 있듯이 위험강도함수의 모수 α 의 변화는 최적 PM 횟수 N^* 에 영향을 끼치지 않는 것을 알 수 있다. 그러나 시스템 운영 시간과 단위시간 당 기대 유지보수 비용은 α 가 PM 간격을 계산하는데 사용되었기 때문에 α 의 변화에 영향을 받는다. 실제로 α 가 증가할 때 PM 간격의 길이가 길어져 비용이 높아지는 것을 <Table 2>에서 확인할 수 있다.

Table 2 The results for the sensitivity analysis under the change in hazard intensity parameters (given that $C_m/C_p = 2.4$, $C_r/C_p = 3.0$, $\theta = -\ln(0.9)$, and $R_G = 0.9$)

α	β	The proposed model									
		Model 1(given θ)					Model 2(given R_G)				
		N^*	$C(N^*)$	T_O	R_{1,N^*}	R_G	N^*	$C(N^*)$	T_O	R_{1,N^*}	R_G
1.44	2.60	16	6.2433	3.7318	0.8831	0.8815	18	6.4867	3.8559	0.9013	0.9000
1.62	2.60	16	6.5326	3.5665	0.8831	0.8815	18	6.7873	3.6851	0.9013	0.9000
1.80	2.60	16	6.8028	3.4249	0.8831	0.8815	18	7.0680	3.5388	0.9013	0.9000
1.98	2.60	16	7.0568	3.3016	0.8831	0.8815	18	7.3319	3.4114	0.9013	0.9000
2.16	2.60	16	7.2969	3.1929	0.8831	0.8815	18	7.5815	3.2991	0.9013	0.9000
1.80	2.08	27	8.5070	4.3588	0.8725	0.8711	34	9.2458	4.7327	0.9009	0.9000
1.80	2.34	20	7.5312	3.7591	0.8786	0.8770	24	7.9659	3.8753	0.9011	0.9000
1.80	2.60	16	6.8028	3.4249	0.8831	0.8815	18	7.0680	3.5388	0.9013	0.9000
1.80	2.86	14	6.2423	3.3310	0.8866	0.8850	16	6.4083	3.5433	0.9013	0.9000
1.80	3.12	13	5.8001	3.3690	0.8893	0.8878	14	5.9056	3.4470	0.9013	0.9000

Table 3 The results for the sensitivity analysis under the change in the cost related to maintenance actions(given that $\alpha = 1.8$, $\beta = 2.6$, $\theta = -\ln(0.9)$, and $R_G = 0.9$)

C_m	C_p	C_r	The proposed model									
			Model 1(given θ)					Model 2(given R_G)				
			N^*	$C(N^*)$	T_O	R_{1,N^*}	R_G	N^*	$C(N^*)$	T_O	R_{1,N^*}	R_G
1.92	1.00	3.00	19	6.5501	3.9764	0.8829	0.8815	21	6.8398	4.0522	0.9011	0.9000
2.16	1.00	3.00	17	6.6768	3.6090	0.8831	0.8815	20	6.9542	3.8812	0.9012	0.9000
2.40	1.00	3.00	16	6.8028	3.4249	0.8831	0.8815	18	7.0680	3.5388	0.9013	0.9000
2.64	1.00	3.00	15	6.9279	3.2406	0.8833	0.8815	17	7.1813	3.3672	0.9014	0.9000
2.88	1.00	3.00	14	7.0523	3.0560	0.8834	0.8815	16	7.2939	3.1955	0.9014	0.9000
2.40	0.80	3.00	54	5.8097	10.1648	0.8820	0.8815	66	5.9884	11.6805	0.9004	0.9000
2.40	0.90	3.00	28	6.3198	5.6225	0.8825	0.8815	33	6.5420	6.0959	0.9007	0.9000
2.40	1.00	3.00	16	6.8028	3.4249	0.8831	0.8815	18	7.0680	3.5388	0.9013	0.9000
2.40	1.10	3.00	10	7.2533	2.3137	0.8841	0.8815	11	7.5601	2.3325	0.9020	0.9000
2.40	1.20	3.00	7	7.6681	1.7505	0.8850	0.8815	7	8.0142	1.6333	0.9031	0.9000
2.40	1.00	2.40	5	6.5120	1.3694	0.8856	0.8815	5	6.7836	1.2776	0.9041	0.9000
2.40	1.00	2.70	9	6.6903	2.1267	0.8843	0.8815	10	6.9592	2.1587	0.9022	0.9000
2.40	1.00	3.00	16	6.8028	3.4249	0.8831	0.8815	18	7.0680	3.5388	0.9013	0.9000
2.40	1.00	3.30	29	6.8712	5.8048	0.8824	0.8815	33	7.1326	6.0959	0.9007	0.9000
2.40	1.00	3.60	51	6.9115	9.8023	0.8820	0.8815	61	7.1698	10.8360	0.9004	0.9000

α 의 민감도 분석 결과와는 반대로 β 의 변화는 N^* 에 영향을 준다. β 가 증가할 때 모형 1의 N^* 는 13에서 27까지 증가했으며, 모형 2의 N^* 는 14에서 34까지 증가했다. 이는 β 가 열화 과정을 나타내기 때문이다. 예를 들어 β 가 낮은 값을 받았을 때 시스템의 위험강도는 초기 기간(initial period)부터 증가한다. 이러한 사실 때문에 β 가 낮은 구간에서 PM 간격이 짧고 빈번한 PM 활동이 수행되어 높은 비용의 원인이 된다 또한 모형 2의 경우 최소 신뢰도가 주어졌기 때문에 β 의 변화에 영향을 받지 않는다. 반면에 모형 1의 경우 최소 신뢰도는 β 에 영향을 받기 때문에 β 가 증가할 때 증가하였다.

본 연구에서는 유지보수 활동과 관련된 비용을 변화시켜가며 민감도 분석을 수행하였다. 민감도 분석 결과는 <Table 3>에 정리되어 있다. N^* 는 교체 비용과 PM 비용의 변화에 영향을 받는다. 교체 비용이 감소할 때 PM 활동을 더 수행하는 것보다 시스템을 교체하는 것이 경제적이기 때문에 N^* 는 낮아진다. 마찬가지로, PM 비용이 증가할 때 N^* 는 감소하는 추세를 보였다. 반면에 최소수리 비용의 변화는 교체 비용

과 PM 비용의 변화 결과 보다 N^* 에 영향을 덜 끼친다. N^* 는 최소수리 비용이 증가할 때 증가했으며, 최소수리 비용이 감소할 때 증가했다. 또한, 전체적으로 모형 2의 민감도 분석 결과는 모형 1의 민감도 분석 결과 보다 더 민감했으며, 시스템의 운영시간이 길수록 R_{1,N^*} 는 낮아지는 것을 확인할 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 최소 신뢰도를 보충하기 위한 누적 위험강도 기반의 PM 정책을 제안했다. 제안된 정책은 신뢰도 대신 누적위험강도를 조건 변수로 사용하여 신뢰도가 PM 횟수가 증가함에 따라 감소하는 경우를 고려했다. 제안된 모형의 신뢰도는 항상 감소하지 않고 특정 값을 보장한다. 또한, 제안된 모델의 신뢰도 제약조건을 유도하고 해당 과정에서 발견한 구조적 특징을 수리적으로 제시하였다. 제안된 모형을 설명하기 위해 누적위험강도의 수준과 최소 신뢰도가 각각 조건 변수로 주어진 두 가지 경우에 대한 수치

예제가 수행되었다. 또한, 제안된 PM 모델에 영향을 미치는 요인을 조사하기 위해 위험강도 함수의 모수 및 유지 관리 비용에 대한 민감도 분석을 수행했다. 분석 결과 누적위험강도의 수준이 낮을수록 높은 신뢰도를 보장해야 하므로 PM 횟수가 많아져 단위시간당 기대 유지보수 비용이 높아지고 운영시간이 길어지는 것을 확인했다. 또한, 최소 신뢰도가 PM 활동을 결정하는 기준으로 주어진 경우 누적위험강도의 수준이 주어진 경우보다 교체 비용, PM 비용의 변화에 민감했다. 마지막으로 본 연구는 더 다양한 누적위험강도의 제약 조건과 다양한 의사결정 변수를 고려하여 확장할 수 있다. 또한, 보증 정책, 대여 문제 등의 다양한 분야에 적용될 수 있다.

References

- [1] Lim, J. H. (2017). "The current issues on Warranty & maintenance policy of the second-hand product". *Journal of Applied Reliability*, Vol. 17, No. 2, pp. 159-167.
- [2] Barlow, R. and Hunter, L. (1960). "Optimum preventive maintenance policies". *Operations research*, Vol. 8, No. 1, pp. 90-100.
- [3] Nakagawa, T. (1979). "Optimum policies when preventive maintenance is imperfect". *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 28, No. 4, pp. 331-332.
- [4] Canfield, R. (1986). "Cost optimization of periodic preventive maintenance". *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 35, No. 1, pp. 78-81.
- [5] Sheu, S. H. and Chang, C. C. (2009). "An extended periodic imperfect preventive maintenance model with age-dependent failure type". *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 58, No. 2, pp. 397-405.
- [6] Nakagawa, T. and Mizutani, S. (2009). "A summary of maintenance policies for a finite interval". *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 94, No. 1, pp. 89-96.
- [7] Ahmad, R. and Kamaruddin, S. (2012). "An overview of time-based and condition-based maintenance in industrial application". *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 63, No. 1, pp. 135-149.
- [8] Zhao, Y. (2003). "On preventive maintenance policy of a critical reliability level for system subject to degradation". *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 79, No. 3, pp. 301-308.
- [9] Zhou, X., Xi, L., and Lee, J. (2007). "Reliability-centered predictive maintenance scheduling for a continuously monitored system subject to degradation". *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 92, No. 4, pp. 530-534.
- [10] Lin, Z. L., Huang, Y. S., and Fang, C. C. (2015). "Non-periodic preventive maintenance with reliability thresholds for complex repairable systems". *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 136, pp. 145-156.
- [11] Bae, K. H., Lee, J. H., Park, S. H., and Ahn, S. E. (2017). "Developing the optimal decision-making process through preventive maintenance policy based on the reliability threshold for leased equipment". *Journal of Applied Reliability*, Vol. 17, No. 3, pp. 246-255.
- [12] Jung, K. M. (2012). "Preventive maintenance policy following the expiration of replacement-repair warranty". *Journal of Applied Reliability*, Vol. 12, No. 2, pp. 57-66.
- [13] Jung, K. M. (2014). "Preventive Maintenance Policy Following the Expiration of Extended Warranty Under Replacement-Repair Warranty". *Journal of Applied Reliability*, vol. 14, No. 2, pp. 122-128.
- [14] Martorell, S., Sanchez, A., and Serradell, V. (1999). "Age-dependent reliability model considering effects of maintenance and working conditions". *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 64, No. 1, pp. 19-31.
- [15] Lin, D., Zuo, M. J., and Yam, R. C. (2001). "Sequential imperfect preventive maintenance models with two categories of failure modes". *Naval Research Logistics*, Vol. 48, No. 2, pp. 172-183.
- [16] Lin, Z. L. and Huang, Y. S. (2010). "Non periodic preventive maintenance for repairable systems". *Naval Research Logistics*, Vol. 57, No. 7, pp. 615-625.