



## 셰일가스 개발 시 확률론적 분석 기법을 이용한 경제성 평가

문영준 · 문서윤 · 길성민 · 신효진 · <sup>†</sup>임종세

한국해양대학교 에너지자원공학과

(2017년 11월 15일 접수, 2018년 2월 20일 수정, 2018년 2월 21일 채택)

## Probabilistic Analysis using Economical Evaluation for Shale Gas Development

Young-Jun Moon · Seo-Yoon Moon · Seong-Min Gil · Hyo-Jin Shin · <sup>†</sup>Jong-Se Lim

Dept. of Energy & Resources Engineering, Korea Maritime and Ocean University,  
Busan 49112, Korea

(Received November 15, 2017; Revised February 20, 2018; Accepted February 21, 2018)

### 요약

최근 셰일가스 생산량의 급증에 따른 유·가스 가격 하락이 셰일가스 생산의 채산성 악화를 초래하여 셰일가스 개발 시 신뢰성 있는 경제성 평가가 중요해졌다. 따라서 이 연구에서는 확률론적 분석 기법 중 몬테카를로 시뮬레이션을 적용하여 셰일가스 개발 시 수반되는 불확실성을 고려한 경제성 분석을 수행하고자 하였다. 이를 위해 주요 변수들의 범위를 설정한 후 난수를 발생시켜 순현재가치(Net Present Value, NPV)와 내부수익률(Internal Rate of Return, IRR)의 확률분포를 도출하였고, 연구대상지역에서의 셰일가스 개발 시 사업 타당성이 긍정적으로 판단되는 확률을 추정하였다. 또한 셰일가스 개발 시 경제성에 영향을 미치는 주요 변수에 대한 민감도 분석을 수행하여 상업적인 생산을 위한 경제성 평가 시 주요 변수들의 영향을 파악하였다. 향후 대상지역의 경제성 지표 변동범위와 확률 값을 도출하는 이 연구의 결과는 셰일가스 생산을 위한 의사결정에 활용될 수 있을 것으로 사료된다.

**Abstract** - In recent years, payability of shale gas production has worsened due to oil and gas price declines resulting from sharply increasing shale gas production. Reliable economic evaluation in shale gas development has become important. In this study, Monte Carlo simulation of probabilistic analysis technique was applied to analyze the economic feasibility considering the uncertainty involved in shale gas development. For this, the range of major variables is set and a random number is generated to derive the probability distribution of Net Present Value(NPV) and Internal Rate of Return(IRR). Consequently, we estimated the probability that the feasibility of the project is evaluated to be positive when developing shale gas in the study area. In addition, sensitivity analysis of major parameters affecting economic efficiency in shale gas development was carried out, and the effect of major variables in economic evaluation for commercial production was identified. In the future, this study could be used to make decision for shale gas production by presenting the range of variation of economic index and probability value.

**Key words :** probabilistic analysis, Monte Carlo simulation, net present value, internal rate of return

<sup>†</sup>Corresponding author: jslim@kmou.ac.kr

Copyright © 2018 by The Korean Institute of Gas

## I. 서 론

세일가스(shale gas)는 공극률(porosity)과 유체 투과도(permeability)가 매우 낮은 미세입자의 세일 층에서 생산되는 천연가스이며[1], 지층의 특성으로 인해 자연적인 상태에서는 가스의 생산에 어려움이 있다. 수압파쇄와 수평시추 등 생산기술의 발달함에 따라 상업적 생산이 가능하게 되었으며[2], 최근 세일가스의 가스 공급량 급증의 영향으로 유·가스 가격이 하락하였다. 이로 인해 세일가스에 대한 채 산성은 악화되었으며, 세일가스 생산정의 수는 급격하게 감소하였다. 이처럼 세일가스 산업에서 상업적인 가스 생산이 중요해짐에 따라 개발 시 다양한 경제성 평가 방법에 대한 연구가 요구된다. 경제성 평가란 편익/비용 비율(B/C ratio), 현금흐름분석(cash flow analysis) 등의 방법을 통하여 사업의 경제성 및 재무성을 파악하는 과정이며, 경제성 분석에 사용된 각종 추정치의 오차를 보완하기 위하여 주요 변수의 변화에 대한 영향을 파악할 수 있는 민감도 분석(sensitivity analysis)을 수행한다[3]. 다양한 경제성 평가 기법 중 현금흐름분석법은 사업 진행과정에서 투자된 자금과 사업을 통해 얻은 수입의 차이를 미래 시점에서 현재의 가치로 환산하여 사업 타당성을 평가하는 방법이다. 현금흐름 분석법에는 미래의 상황을 결정론적 가정을 통해 예측하는 기법인 결정론적 분석법(deterministic analysis)을 일반적으로 사용하며, 이는 상황에 따른 유연한 의사 결정이 어려운 단점과 평균의 함정에 빠질 수 있는 위험이 있다[4]. 이러한 결정론적 분석의 한계를 고려고자 확률론적 분석(probabilistic analysis)이 사용되며, 대표적으로 몬테카를로 시뮬레이션(Monte Carlo simulation)을 사용한다. 이 기법은 미래의 불확실성을 예측하는 확률론적 분석기법으로 시뮬레이션을 통해 생성한 모든 시나리오를 이용하여 문제에 대한 확률론적 접근이 용이하다[5].

세일가스 개발 사업은 규모가 크고 불확실성을 수반하는 요소들이 존재하므로 경제성 평가 시 다양한 시나리오를 통해 발생할 수 있는 위험에 대한 고려가 필요하다. 따라서 이 연구에서는 확률론적 기법 중 하나인 몬테카를로 시뮬레이션을 이용하여 세일가스 생산 시 불확실성을 수반하는 요소를 고

려하여 NPV(Net Present Value)와 IRR(Internal Rate of Return)을 구하고, 이를 통해 연구 대상지역에서의 세일가스 개발을 진행할 경우 경제성이 확보되는 확률을 추정하고자 한다. 또한 결정론적 기법의 결과와 확률론적 기법의 결과를 비교하여 각 기법간의 차이를 파악하고, 민감도 분석을 통해 세일가스 개발을 위한 경제성 분석 시 주요 변수들을 파악하고자 한다.

## II. 경제성 평가 방법

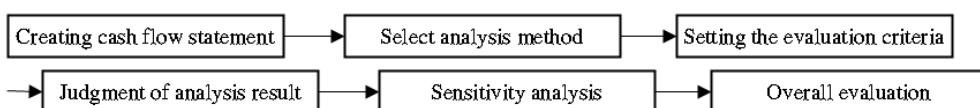
### 2.1. 현금흐름분석

경제성 평가의 가장 대표적인 방법인 현금흐름 분석은 투자자금의 기회비용과 투자자금의 생산성을 현금흐름에 기초하여 분석하는 방법이며[6], 사업을 운영함에 있어서 수익 창출이 가장 주요한 목적이기 때문에 사업을 수행하기 전에 선행되어야 한다. 현금흐름분석 과정은 Fig. 1에 나타내었으며, 세일가스 개발로 기대되는 현금흐름을 분석함으로써 기업 입장에서의 현금흐름표를 작성한다. 다음으로 NPV 및 IRR 등의 현금흐름분석기법을 선택한 후 할인율, 목표회수기간 등의 평가기준을 설정한다. 분석결과로부터 사업 타당성을 판단하여 민감도 분석을 위한 현금흐름표를 재작성하여 종합적인 판단을 내리게 된다[6].

### 2.2. 순현재가치

NPV는 가장 널리 쓰이는 경제성 평가의 지표로 미래의 현금 가치에 할인율을 적용하여 현재의 화폐가치로 바꾸는 작업을 말한다. 즉, 시간이 지남에 따라 가치가 하락한 해당 연도의 명목상 가치를 일정비율로 할인하여 현재시점의 실질가치로 환산한 것을 NPV라 한다[7]. NPV를 이용하여 경제성 평가를 수행할 경우, NPV값이 0보다 클 경우에 사업 타당성을 긍정적으로 판단할 수 있다. 따라서 세일가스 개발을 위한 경제성 평가수행 시 NPV 계산식은 식 (1)과 같다.

$$NPV = \sum_{t=0}^n \frac{CF_t}{(1+r)^t} \quad (1)$$



**Fig. 1.** Process of cash flow analysis[6].

여기서 현금흐름의 경우, cash flow before tax(BFIT)와 cash flow after federal income tax(AFIT)를 이용하여 구할 수 있다. BFIT는 세전현금흐름으로 식 (2)와 같이 severance tax가 사용되며, 가스에 적용되는 severance tax는 미국의 경우 주마다 다르게 적용되는 특징이 있다. AFIT는 세후현금흐름으로 식 (3)과 같이 세전현금흐름에서 소득세를 뺀 것이며, federal income tax를 고려하는 것이 특징이다. AFIT를 도출하는 과정에서 소득세는 자본 투자회수에 대한 감면을 위한 감소 공제(depletion allowance)로 식 (4)와 같이 적용하여 산출한다[8].

$$\begin{aligned} CF_{BFIT} &= [Gross gas \times (1 - Royalty) \times Gas price] \\ &\quad - CAPEX - (OPEX \times Gross gas) \\ &\quad - [Net gas \times Gas price] \times Sev. tax \end{aligned} \quad (2)$$

$$CF_t = CF_{AFIT} = CF_{BFIT} - (CF_{BFIT} - DA) \quad (3)$$

×Federal Income Tax

$$DA = (CAPEX / Cumulative Production) \quad (4)$$

×Net prouction

### 2.3. 내부수익률

IRR은 NPV값을 0으로 만드는 할인율로 현금유입의 현재가치와 현금유출의 현재가치를 동일하게 만드는 것이다. 사업초기에 투자를 결정하기 위해서는 투자안의 할인율이 미리 설정되어야 하며, 투자안의 내부수익률이 할인율보다 클 경우에는 투자안의 NPV값이 0보다 크고 반대의 경우에는 투자안의 NPV값이 0보다 작아진다[7]. 따라서 IRR을 이용하여 경제성 평가를 진행할 경우에는 IRR이 할인율보다 큰 투자안을 채택한다.

### 2.4. 민감도 분석

민감도 분석은 경제성 평가에 사용된 각종 추정치의 오차를 보완하기 위하여 주요 변수가 변화함에 따라 경제성 평가에 미치는 영향에 대해 알아보는 과정이다[3]. 주요 변수가 민감도 분석 결과에 미치는 영향력의 크기는 토네이도 차트(tornado chart)를 이용하여 나타낼 수 있으며, 이는 효과적인 변수 관리를 가능하게 하고 의사 결정 시 중요한 정보를 제공한다.

### III. 몬테카를로 시뮬레이션 적용

몬테카를로 시뮬레이션은 경제성 평가에 필요한 입력변수들의 범위를 확률분포로 나타내고, 각 변수에 대한 무작위 값을 추출하여 예상 분포범위와 확률을 계산하는 방식이다. Fig. 2는 몬테카를로 시뮬레이션의 일반적인 수행과정으로 자료의 특성에 따른 확률분포형태를 결정할 수 있으며, 일반적으로 자료의 개수가 많은 경우는 정규분포(normal distribution) 또는 로그정규분포(log-normal distribution)를 사용하고 자료의 개수가 적은경우는 균등분포(uniform distribution) 또는 삼각분포(triangular distribution)를 주로 사용한다. 또한 확률분포형태 결정은 분석 결과에 큰 영향을 미치므로 각 모델의 입력 값에 적절한 확률분포형태를 결정하여 난수를 발생시켜야한다[9]. 난수 발생 이후, 각 변수의 확률분포를 통합하여 목표로 하는 값의 확률분포를 파악하고, 이를 통해 누적확률분포를 도출하여 경제성 평가의 불확실성을 정량화하게 된다[10].

이 연구에서는 세일가스 개발에 대한 경제성 평가 과정에서 NPV와 IRR을 추정하기 위해 몬테카를로 시뮬레이션을 적용하였다. 먼저 연구대상지역을 선정하고, 그 지역의 생산량 자료를 수집하여 특정기간 동안의 생산량 예측을 진행하였다. NPV와 IRR을 산출하기 위하여 변수를 추정하였고, 이 변

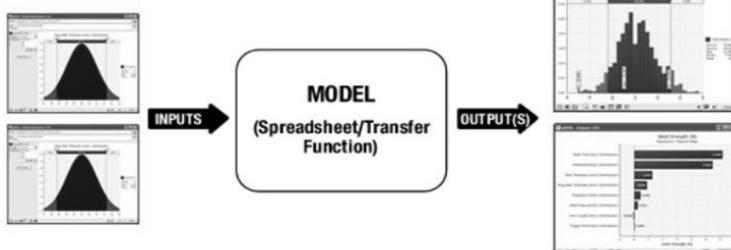


Fig. 2. Monte Carlo simulation[11].

수들에 대해 난수를 발생시켰다. 이를 통해 NPV와 IRR의 확률분포 및 누적확률분포를 도출하였고, 각각의 결과 값을 추정하였다.

#### IV. 연구대상 지역의 경제성 평가

##### 4.1. 미국 Eagle Ford 지역

세일가스의 생산이 활발히 이루어지고 있는 미국 내에는 7대 shale play(Eagle ford, Permian, Niobrara, Bakken, Haynesville, Utica, Marcellus)가 있다. 그 중 Eagle ford 세일은 생산 이력이 짧지만 미국에서 가장 활발히 생산되며[12], 석회질 성분이 70% 이상이고 유기물이 풍부하다는 특징이 있다[13]. 또한 텍사스 주 역사상 가장 큰 경제 개발 사업으로 투자 자본 규모 대비 전 세계에서 가장 큰 석유·가스 개발 사업이 진행되고 있기 때문에 이 연구에서는 Fig. 3과 같이 Eagle ford 지역을 연구대상 지역으로 설정하였다.

##### 4.2 몬테카를로 시뮬레이션 적용 결과

###### (1) 생산 자료 수집 및 생산량 예측

Drillinginfo를 통하여 2009년부터 2017년까지 5년 이상 생산을 진행하고 생산경향이 뚜렷한 50개 유정의 세일가스 생산 자료를 수집하였다. 이 자료들을 상용 소프트웨어인 PHDWin을 통해 생산감퇴곡선 분석기법 중 Arps 경험식을 이용하여 15년 동안의 세일가스 생산량을 예측하였다(Fig. 4).

###### (2) 변수 추정

식 (2)와 식 (3)을 통해 NPV와 IRR 산출을 위한 변수들을 추정하였으며, Table 1과 같이 자본비용(Capital expenditure, CAPEX), 운영비용(Operating expense, OPEX), 로얄티(royalty), 세금(federal income tax)을 선정하였다[15]. 가스 가격(gas price)의 경우 Henry Hub natural gas의 2013~2017년 자료를 사용하였다[16]. 난수 발생을 진행하지 않는 고정변수인 severance tax는 5%로 선정하였으며[15], 할인율은 5%로 선정하였다[17].

**Table 1.** Input values and probabilistic distribution for each variable

Variable	Unit	Distribution	Min	Mean	Max	Std. Dev.	Description
CAPEX	\$MM	Triangular	3.50	5.25	7.00	-	Include Drilling cost, Completion cost
OPEX	\$/MMBtu	Triangular	0.50	0.75	1.00	-	Operating costs are taken as being variable
Gas price	\$/MMBtu	Normal	-	2.87	-	0.23	Henry Hub natural gas spot price (EIA)
Royalty	%	Triangular	12.50	18.75	250	-	Royalties are 12.5 to 25% onshore, negotiated with the mineral interest owner.
Federal income tax	%	Triangular	35.00	36.63	38.25	-	Income taxes are 35% applied at the federal level, plus generally 5% applied at the State level, giving an overall income tax level of 38.25% applied to net earnings.
Cumulative production	Mcf	Log-normal	-	15.36	-	0.25	Estimated gas production for 15 years in eagle ford
Severance tax (gas)	%	-	-	5.00	-	-	Severance tax varies from State to State, and is payable against revenue regardless of any profits made
Discount rate	%	-	-	5.00	-	-	Commonly used in the industry to evaluate projects, fixed value

## 세일가스 개발 시 확률론적 분석 기법을 이용한 경제성 평가

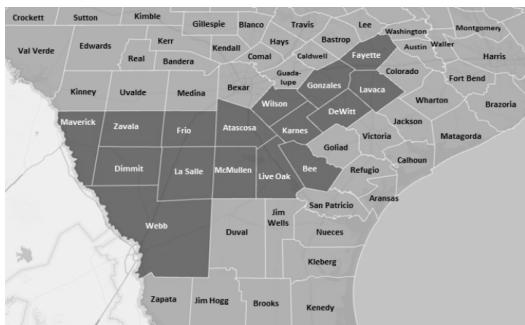


Fig. 3. Eagle ford shale play[14].

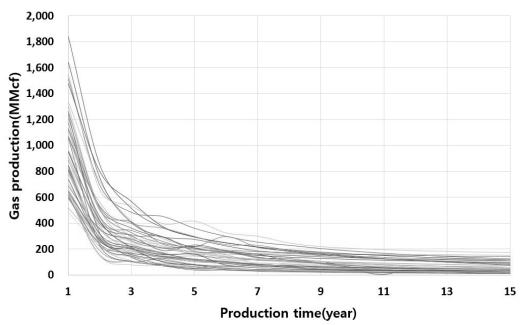
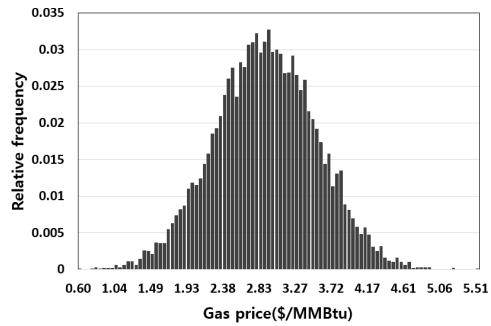
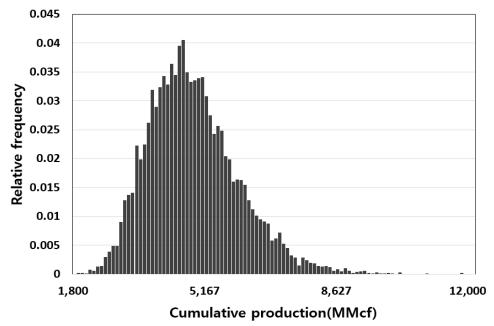


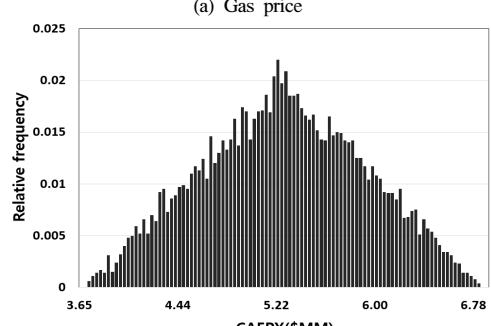
Fig. 4. Estimated gas production for 15years.



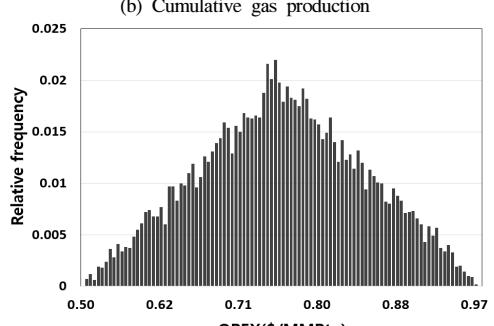
(a) Gas price



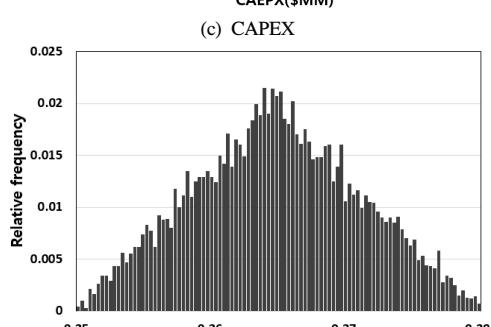
(b) Cumulative gas production



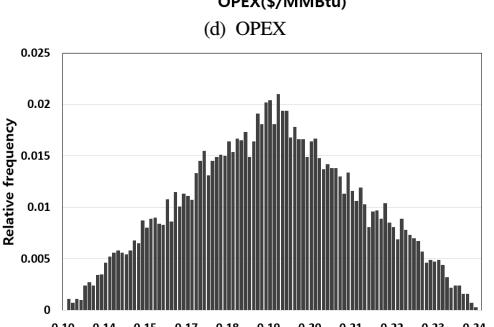
(c) CAPEX



(d) OPEX



(e) Federal income tax



(f) Royalty

Fig. 5. Probability distribution of variables.

## (3) 난수 발생

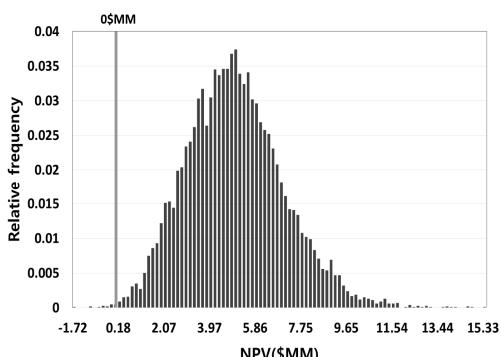
각 변수들에 대하여 10,000개의 난수 발생을 위해 각 변수들에 대한 분포 형태를 결정하였다. 상대적으로 자료의 개수가 많은 가스 가격, 누적 생산량(cumulative production)의 경우 정규분포를 적용하였으며, 자료의 개수가 적은 자본비용, 운영비용, 세금, 로얄티의 경우 삼각분포를 적용하였다(Fig. 5). 각 변수 범위 선정 시 불확실성을 최소화하기 위하여 삼각분포의 최대, 최소값에서 10% 내외의 값은 제외하였다[18].

## (4) 순현재가치 및 내부수익률 추정 결과

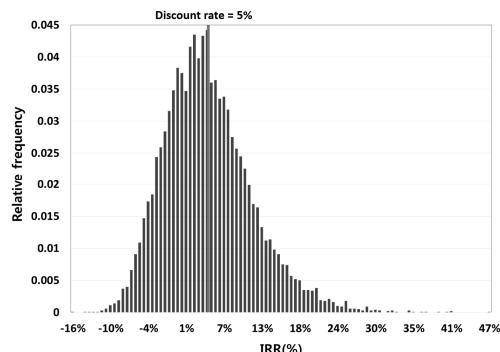
몬테카를로 시뮬레이션을 이용하여 도출한 NPV와 IRR의 확률분포, 누적확률분포는 Fig. 6, Fig. 7과 같으며, 각 누적확률분포의 P10, P50, P90 값은 Table 2와 같다. NPV의 경우 최소 -1.72 \$MM, 최대 15.33 \$MM 범위에서 확률분포를 이루는 것을 확인하였으며, Fig. 6(b)와 같이 NPV값이 0이상일 확률이 99.8%인 것을 파악할 수 있었다. 또한, IRR의 경우는 최소 -16%, 최대 47%의 범위에서 확률분포를 이루는 것을 확인하였으며, Fig. 7(b)와 같이 NPV를 도출할 때 사용한 할인율(5%)보다 IRR이 클 확률은

**Table 2.** Results of probabilistic NPV & IRR

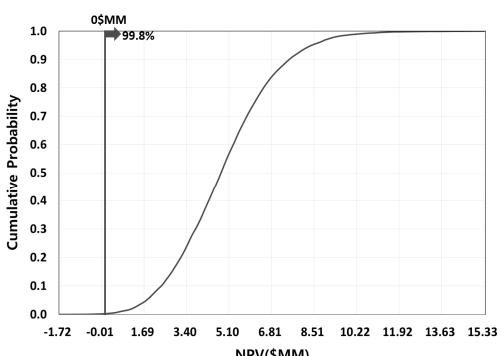
	P10	P50	P90
NPV[\$MM]	2.42	4.65	7.41
IRR[%]	-8.00	4.00	13.00



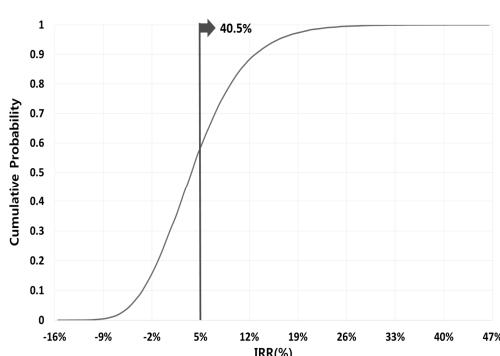
(a) NPV probability distribution



(a) IRR probability distribution



(b) NPV cumulative probability distribution



(b) IRR cumulative probability distribution

**Fig. 6.** NPV distribution.**Fig. 7.** IRR distribution.

40.5%인 것을 파악할 수 있었다. 이를 통해 Table 1과 같이 변수들의 범위를 지정하여 Eagle ford 지역에서 세일가스 개발을 진행할 경우 경제성이 확보되는 확률을 파악할 수 있었다.

#### (5) 결정론적 분석 및 확률론적 분석의 결과비교

결정론적 분석 시 각 변수들의 범위 내에 평균값들을 식 (2)에 대입하여 Deterministic NPV를 구하였다며, 이를 통해 NPV 결과를 비교하였다. Fig. 8과 같이 Deterministic NPV는 4.84 \$MM로 산출되었으며, 확률론적 분석의 P50 값에 비해 크게 나타나는 것을 확인할 수 있었다.

### 4.3. 민감도 분석 결과

민감도 분석은 기준이 되는 Base NPV를 각 변수들의 평균값을 이용하여 결정하였으며, 주요 변수들의 평균값을  $\pm 10\%$ 로 변화시켜 NPV를 산출하였다. 각각의 변수들을  $\pm 10\%$ 만큼 변화시켜 구한 NPV와 기준이 되는 NPV의 차이를 이용하여 민감도 분석을 수행한 결과를 토네이도 차트로 나타내었다.

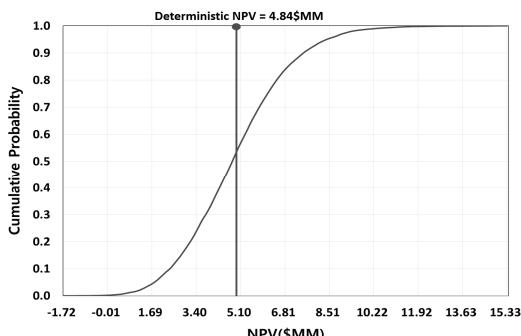


Fig. 8. NPV of deterministic and probabilistic analysis.

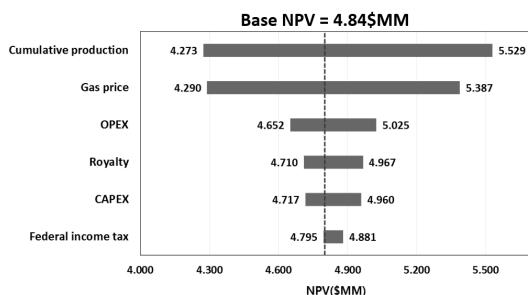


Fig. 9. Sensitivities analysis of NPV.

Base NPV를 이용하여 수행한 민감도 분석의 결과는 Fig. 9와 같이 나타났으며, 그 결과 누적 생산량, 가스 가격, 운영비용, 로얄티, 자본비용, 세금 순으로 민감도가 높은 것을 확인하였다. 이를 통해 세일가스 생산 시 경제성 평가의 결과에는 누적 생산량의 영향이 가장 큰 것으로 추정할 수 있었다.

### V. 결 론

이 연구는 Monte Carlo simulation을 이용하여 불확실성을 고려한 경제성 평가를 수행하고, 이를 통해 세일가스 개발을 위한 의사결정 시 활용할 수 있는 정보를 획득하였다. 또한 결정론적 분석기법과 확률론적 분석기법의 결과 비교를 수행하고, 민감도 분석을 통해 세일가스 개발 시 경제성에 영향을 미치는 주요 인자들을 파악하였다.

(1) 확률론적 분석 기법을 이용하여 Eagle ford 지역의 NPV를 도출하였으며, 0 이상일 확률이 99.8% 이었다. IRR이 NPV를 구할 때 사용한 할인율 5% 보다 클 확률은 40.5%인 것을 통해 Eagle ford 지역의 세일가스 개발에 대한 경제성 평가 결과를 확률적으로 추정할 수 있었다.

(2) 결정론적 분석 기법의 결과가 확률론적 분석 기법 결과의 P50 값에 비해 크게 나타났으며, 해당 값의 발생확률이 3.68%임을 추정할 수 있었다.

(3) Base NPV를 기준으로 설정하여 진행한 민감도 분석 결과는 누적 생산량, 가스 가격, 운영비용, 로얄티, 자본비용, 세금 순으로 영향력이 큰 것으로 확인하였으며, 세일가스 개발 시 경제성 평가 결과에 영향을 미치는 주요 변수들의 영향을 파악할 수 있었다.

이 연구에서 확률적으로 추정한 경제성 평가 기법을 활용하여 다양한 세일 저류층에 적용 가능할 것이며, 도출한 결과는 세일가스 개발 진행에 있어 의사결정에 주요 정보를 제공할 수 있을 것으로 사료된다. 또한, 민감도 분석 결과를 통해 파악한 주요 인자들을 고려하여 세일가스 개발 시 효과적인 변수 관리가 가능하고, 이는 경제적인 세일가스 개발에 활용할 수 있을 것이다.

### 감사의 글

이 연구는 산업통상자원부 자원개발특성화대학사업의 지원을 받아 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

## 사용기호

- CAPEX*: Capital expenditures(\$MM)  
*CF* : Cash flow(\$MM)  
*CF<sub>AFTT</sub>* : Cash flow after federal income tax(\$MM)  
*CF<sub>BFTT</sub>* : Cash flow before tax(\$MM)  
*DA* : Depletion Allowance  
*n* : Production time(year)  
*OPEX* : Operating expenditures(\$/MMBtu)  
*r* : Discount rate(%)  
*Sev.tax* : Severance tax  
*t* : Production time(year)

## REFERENCES

- [1] Hennings, S., *Coalbed Methane & Shale Gas Technical Fundamentals*, Petroedge asia, 1-7, (2011)  
[2] Shin, C., Lee, Y., LEE, J., Jang, H., and Back, Y., " Global Distribution of Shale Gas and Its Industrial Trends", *J. of Korean Society for Geosystem Engineering*, 49(4), 571-589, (2012)  
[3] Jeon, S., *Feasibility Study and Establishment of Basic Plan for the Development of the Yubudo International Migratory Bird Ecosphere*, PRIZM, (2013)  
[4] Lee, D., "Evaluation of the Economic Risk of a Mine Using Monte-Carlo Simulation", *J. of Korean Society of Mineral and Energy Resources Engineers*, 53(4), 321-330, (2016)  
[5] Eretec, *Decision Tools Suite user's manual*, Eretec software, (2010)  
[6] Cheon, Y., "Economic Analysis, Fiscal Systems and Contracts in Overseas Oil and Gas Development Projects", *J. of Korean Society for Geosystem Engineering*, 40(1), 58-68, (2003)  
[7] Sung, W., Bae, W., Choe, J., Lee, K., Lim, J., Kwon, S., Chon., B., Lee, W., and Huh, D., *Petroleum Engineering*, CIR, (2014)  
[8] Chavez, G., "Eagle Ford Shale : Evaluation of Companies and Well Productivity", Master Thesis, The university of Texas at Austin, 76-137, (2016)  
[9] Kim, J., Shin, H., and Lim, J., "Probabilistic Decline Curve Analysis for Forecasting Estimated Ultimate Recovery in Shale Gas Play", *J. of Korean Society of Mineral and Energy Resources Engineers*, 51(6), 808-819, (2014)  
[10] Park, C., Kang, J., and Lee, H., " Determination of Optimum Working Interest Based on Mean- Reverting Oil-price Forecast and Monte Carlo Approach", *J. of Korean Society for Geosystem Engineering*, 46(1), 61-71, (2009)  
[11] Palisade, 2017.08.13., <http://www.palisade.com/risk/sixsigma/>  
[12] Kim, Y., *US Shale Gas Production Status and Outlook*, Energy Governance Security, (2014)  
[13] Hwang, I., and Gihm, Y., "Geological Characteristics and the Current State of Tight Oil Development of the Eagle Ford Shale, Texas, USA", *J. of Korean Society of Mineral and Energy Resources Engineers*, 50(6), 875-887, (2013)  
[14] NGI's Shale Daily, 2017.08.13., <http://www.naturalgasintel.com/eaglefordinfo>  
[15] John, B., *Interim report on shale gas financial modelling*, Australian Council of Learned Academies, (2012)  
[16] EIA, 2017.08.13., <http://www.eia.gov/>  
[17] Weijermars, R., "Economic appraisal of shale gas plays in Continental Europe", *Applied Energy*, 106, 100-115, (2013)  
[18] Chang, C., and Lin, Z., "Stochastic analysis of production decline data for production prediction and reserves estimation", *J. of Petroleum Science and Engineering*, 23(3), 4-6, (1999)