

論文

J. of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 46(11), 902-910(2018)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2018.46.11.902

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

J2 섭동을 고려한 비공면 타원 궤도에서의 우주비행체 요격

오승렬*, 이현재**

Spacecraft Intercept on Non-coplanar Elliptical Orbit
Considering J2 Perturbation

Snyoll Oghim* and Henzeh Leeghim**

Dept. of Aerospace Engineering, Chosun University***

ABSTRACT

This paper deals with spacecraft intercept problem on non-coplanar elliptical orbit considering J2 perturbation. This disturbance addressed in this work is a major factor changing the trajectory of a spacecraft orbiting the Earth. To resolve this issue, a real-time intercept method is proposed. This method is based on the optimization problem which consist of the equation of motion considering spherical earth and impulse, and the optimal solution numerically obtained is set as the direction of the thrust of the interceptor. The position error is resolved by iteratively solving the optimization problem and modifying the direction of thrust of interceptor. The proposed method in this paper is verified by using various numerical examples.

초 록

본 논문은 지구의 J2 섭동을 고려한 비공면 타원궤도에서의 우주비행체의 요격 문제를 다룬다. J2에 의한 영향은 지구를 돌고 있는 우주비행체 궤도를 변화시키는 주된 요인이 되며, 이를 해결하기 위해 실시간 요격 방법을 제안한다. 구형의 지구와 순간추력을 고려한 운동방정식을 기반으로 최적화 문제를 구성하고 수치적으로 얻어진 최적해를 인터셉터의 추진방향으로 설정한다. 위치 오차는 최적화 문제를 반복적으로 해결하고 인터셉터의 추진 방향을 수정하는 방식으로 해결한다. 다양한 궤도를 상황을 고려하여 제안하는 방법을 검증한다.

Key Words : Spacecraft Intercept(우주비행체 요격), Perturbation(섭동), Thrust(추력), Real-Time(실시간), Non-coplanar(비공면), Elliptic orbit(타원 궤도)

1. 서 론

궤도전이(Orbit transfer)는 우주비행체의 임무 수행과 직접적으로 관계가 있는 가장 기본적인

문제이다. 특히 다른 우주비행체를 목표로 하는 랑데부(Rendezvous)나, 우주쓰레기 같은 우주비행체 요격(Intercept) 문제의 경우에는 궤도전이가 핵심이 된다. 이처럼 궤도전이 문제는 그 중요도

† Received : April 4, 2018 Revised : October 10, 2018 Accepted : October 11, 2018

** Corresponding author, E-mail : h.leeghim@controla.re.kr

로 인해 지난 수십 년 동안 연구가 진행되어 왔다. 그 중에서도 최적화 문제로 접근하는 방법은 우주비행체의 연료소모를 최소화 하는 것과 같이 특정한 요소를 최적화 하는 궤도를 찾을 수 있다는 점에서 가장 많은 연구가 진행되고 있다[1].

주어진 임무를 위한 최적궤도를 찾는 문제는 호만전이(Hohmann transfer)와 같이 비행시간이 주어져 있는 경우와 그렇지 않은 경우로 구분할 수 있다. 비행시간이 주어져 있을 경우 두 번의 추진으로 목표지점에 도달하는 램버트 문제(Lambert's problem)[2], 여러 번의 순간추력(Multi impulse)[3] 혹은 공전(Multi revolution)[4]을 고려하는 등의 연구가 있다. 특히, Lawden은 비행시간이 주어져 있을 때 여러 번의 순간추력을 이용하는 궤도전이 문제의 필요조건을 유도하기도 하였다[5].

또한, 최적화의 대상에 따라 구분할 수 있다. 일반적으로 다루어지는 최적화 대상은 우주비행체의 성능과 수명에 직접적인 영향을 주는 연료이다[6]. 이 외에도 목표지점까지 도달하는 시간을 고려할 경우 비행시간이 그 대상이 된다[7].

최근에는 이러한 연구들 뿐 아니라, 섭동을 고려한 연구들이 진행되고 있으며 그 중에서도 영향력이 큰 J2 섭동이 많이 다루어지고 있다[8, 9]. 그러나 J2 섭동을 고려한 연구들 또한 원 궤도를 가정하거나[10], 순간추력을 가정하는 등[11], 특정한 제약조건 안에서 연구되고 있다.

본 논문에서는 J2 섭동을 고려한 우주비행체 요격 문제를 다룬다. J2 섭동에 의한 영향은 태양동기궤도를 만들기 위해 이용되기도 하지만, 이처럼 특수한 상황이 아니라면 궤도변화에 대응하는 방안이 요구된다.

이러한 궤도변화에 대응하기 위해 본 논문에서는 우주비행체의 추진(Thrust)을 이용한다. 여기서 추력은 고정되어 있으며, 추진방향만이 변수로 사용된다. 추진방향을 찾기 위한 방법으로는 최적화 문제를 적용하였다. 최적화 문제에 사용되는 운동방정식은 지구의 중력 불균형을 고려하지 않은 이상적인 운동방정식이며 순간추력을 고려하는 식이다. 즉, 완전한 구형의 지구와 순간추력을 고려하는 운동방정식으로 최적화 문제를 구성하고 수치적인 방법으로 최적해를 얻는다. 그리고 이렇게 얻어진 최적해를 우주비행체가 추진하는 방향으로 사용한다.

J2 섭동으로 발생하는 오차와 실제 우주비행체가 추진하면서 발생하는 오차는 최적해를 반복적으로 계산함으로써 해결한다. 이때, 최적해를 얻기까지의 계산시간을 줄이기 위하여 이전 최적해

를 다음 최적해의 계산을 위한 초기값으로 사용한다.

이러한 방법은 원 궤도 뿐 아니라, 비공면 타원 궤도에서도 적용할 수 있다는 장점을 갖는다. 제안하는 방법을 검증하기 위해 공면(Coplanar)의 원 궤도를 갖는 두 우주비행체의 요격 문제부터 비공면(Non-coplanar) 타원궤도 간의 문제까지 다양한 상황에 적용하여 그 유효성을 입증하고자 한다.

II. 본 론

2.1 최적화 문제

우주비행체의 요격 문제는 인터셉터가 타겟과 만날 수 있는 전이궤도를 찾는 것이다. 여기서 전이궤도를 결정하는 매개변수는 추진벡터와 비행시간이 대표적이다. 따라서 두 요소를 구하기 위해 최적화 기법을 사용한다.

최적화 문제에 사용되는 성능지표는 에너지로써 다음과 같이 표현할 수 있다[12].

$$J = \varepsilon = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{v}^T \Delta \mathbf{v} \quad (1)$$

여기서 ε 는 에너지를 의미하며, $\Delta \mathbf{v}$ 는 인터셉터의 속도변화 벡터를 나타낸다. 운동방정식은 속도변화가 발생하는 순간 위치변화가 발생하지 않는 순간추력과 균일한 중력 분포를 갖는다고 가정한다.

일반적으로 사용되는 운동방정식은 케플러 방정식이지만, 이는 이심률이 1에 가까워질수록 계산정확도가 낮아지는 특성을 갖는다. 따라서 여기서는 다음과 같이 정의된 범용변수(Universal variable)를 사용한다[2].

$$\dot{x} = \frac{\sqrt{\mu}}{r} \quad (2)$$

여기서 μ 는 지구의 표준 중력 매개변수(Standard gravitational parameter)를 의미하고, r 은 우주비행체의 위치를 의미한다. 이를 사용한 케플러 방정식을 범용 케플러 방정식(Universal Kepler's equation)이라고 부르며 다음과 같다[2].

$$\sqrt{\mu}t = a \left(x - \sqrt{a} \sin \frac{x}{\sqrt{a}} \right) + a \frac{\mathbf{r}_0^T \mathbf{v}_0}{\sqrt{\mu}} \left(1 - \cos \frac{x}{\sqrt{a}} \right) + r_0 \sqrt{a} \sin \frac{x}{\sqrt{a}} \quad (3)$$

여기서 t 는 비행시간을 나타내며, a 는 궤도의 장반경을 의미한다. 그리고 \mathbf{r}_0 와 \mathbf{v}_0 는 각각 우주 비행체의 초기 위치와 속도이다. Eq.(3)을 이용하면 다음과 같이 타겟과 인터셉터의 운동방정식을 만들 수 있다.

$$\eta_{tar} = \bar{a} \left(\bar{x} - \sqrt{\bar{a}} \sin \frac{\bar{x}}{\sqrt{\bar{a}}} \right) + \bar{a} \frac{\bar{\mathbf{r}}_0^T \bar{\mathbf{v}}_0}{\sqrt{\mu}} \left(1 - \cos \frac{\bar{x}}{\sqrt{\bar{a}}} \right) + \bar{r}_0 \sqrt{\bar{a}} \sin \frac{\bar{x}}{\sqrt{\bar{a}}} - \sqrt{\mu t} \quad (4)$$

$$\eta_{int} = a \left(x - \sqrt{a} \sin \frac{x}{\sqrt{a}} \right) + a \frac{\mathbf{r}_0^T (\mathbf{v}_0 + \Delta \mathbf{v}_0)}{\sqrt{\mu}} \left(1 - \cos \frac{x}{\sqrt{a}} \right) + r_0 \sqrt{a} \sin \frac{x}{\sqrt{a}} - \sqrt{\mu t} \quad (5)$$

Eq.(4)는 바를 이용하여 타겟을, Eq.(5)는 인터셉터의 운동방정식을 묘사하고 있으며, $\Delta \mathbf{v}_0$ 는 인터셉터의 속도변화를 나타낸다.

타겟을 요격하기 위해서는 최종 위치에서 인터셉터와 타겟의 위치가 일치해야하며 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\bar{\mathbf{r}} - \mathbf{r} = 0 \quad (6)$$

여기서 $\bar{\mathbf{r}}$ 와 \mathbf{r} 는 각각 타겟과 인터셉터의 최종 위치를 나타내며, 최종 위치는 라그랑지 계수(Lagrange coefficient)를 사용하여 초기 위치와 속도에 대한 식으로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{r} = f\dot{\mathbf{r}}_0 + g\mathbf{v}_0 \quad (7)$$

$$\mathbf{v} = \dot{f}\dot{\mathbf{r}}_0 + \dot{g}\mathbf{v}_0 \quad (8)$$

각각의 라그랑지 계수는 다음과 같이 정의된다.

$$f = 1 - \frac{a}{r_0} \left(1 - \cos \frac{x}{\sqrt{a}} \right) \quad (9)$$

$$g = t - \frac{a}{\sqrt{\mu}} \left(x - \sqrt{a} \sin \frac{x}{\sqrt{a}} \right) \quad (10)$$

$$\dot{f} = -\frac{\sqrt{\mu a}}{r r_0} \sin \frac{x}{\sqrt{a}} \quad (11)$$

$$\dot{g} = 1 - \frac{a}{r} \left(1 - \cos \frac{x}{\sqrt{a}} \right) \quad (12)$$

Eq.(11)과 Eq.(12)의 r 은 Eq.(3)과 유사하게 범용변수를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$r = a + a \left[\frac{\mathbf{r}_0^T \mathbf{v}_0}{\sqrt{\mu a}} \sin \frac{x}{\sqrt{a}} + \left(\frac{r_0}{a} - 1 \right) \cos \frac{x}{\sqrt{a}} \right] \quad (13)$$

최적화 문제는 Eq.(1)을 최소화하고 Eq.(4-6)을 구속조건으로 사용한다. 부족한 하나의 식을 얻기 위해 라그랑지 승수(Lagrange multiplier)를 사용하여 다음과 같은 해밀토니안(Hamiltonian)을 구성할 수 있다[13].

$$H = J + \lambda^T \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\psi}^T (\bar{\mathbf{r}} - \mathbf{r}) \quad (14)$$

여기서 $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2]^T$ 와 $\boldsymbol{\psi} = [\psi_1, \psi_2, \psi_3]^T$ 로 라그랑지 승수를 원소로 하는 벡터이며, $\boldsymbol{\eta}$ 는 Eq.(4)와 (5)를 원소로 하는 벡터이다. 최종적으로, Eq.(14)를 각 매개변수에 대해 편미분함으로써 최적해를 얻기 위한 필요조건을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$h = \frac{\partial J}{\partial \Delta \mathbf{v}_0} \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \Delta \mathbf{v}_0} - \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial x} \frac{\partial \eta_{int}}{\partial \Delta \mathbf{v}_0} \right)^{-1} \times \left[\left(\frac{\partial \bar{\mathbf{r}}}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial x} \right) + \frac{r}{\sqrt{\mu}} \left(\frac{\partial \bar{\mathbf{r}}}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} \right) \right] = 0 \quad (15)$$

2.2 J2와 추진을 고려한 운동방정식

기본적인 우주비행체의 운동방정식은 뉴턴역학을 따르는 2체 문제(Two-body problem)를 기반으로 하며, 이를 미분방정식의 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} \quad (16)$$

하지만 실제 지구는 완전한 구형이 아니기 때문에 균일한 중력 분포를 갖지 않으며, 우주비행체 또한 순간추력을 발생시킬 수 없다. 따라서 실제 우주비행체의 운동방정식은 이러한 요소가 고려되어야 한다.

우주비행체가 지구의 중력 불균형으로부터 받는 섭동 가속도는 포텐셜함수로부터 얻을 수 있으며, Vinti는 르장드르 다항식(Legendre polynomials)과 Zonal harmonics를 이용하여 이 포텐셜함수를 유도하였다[14].

$$\phi = \frac{\mu}{r} \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{r_e}{r} \right)^n P_n \sin L \right] \quad (17)$$

여기서 J_n 은 지구의 중력 불균형이 궤도에 주는 영향을 정량화한 무차원 매개변수이며 Zonal harmonics라 부른다. 그리고 r_e 는 지구의 적도반경을, P_n 은 르장드르 다항식을 나타내며, L 은 위도를 의미한다.

3차 Zonal harmonics부터는 그 값이 매우 작기 때문에 일반적으로 2차 Zonal harmonics까지만 고려하며, 이러한 영향을 우주비행체의 미분방정식에 포함하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ \dot{r}_x \\ \dot{r}_y \\ \dot{r}_z \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ -\frac{\mu}{r^3} X_1 \left(1 + \frac{3}{2} J_2 \frac{r_e^2}{r^2} \left(1 - 5 \frac{X_3^2}{r^2} \right) \right) \\ -\frac{\mu}{r^3} X_2 \left(1 + \frac{3}{2} J_2 \frac{r_e^2}{r^2} \left(1 - 5 \frac{X_3^2}{r^2} \right) \right) \\ -\frac{\mu}{r^3} X_3 \left(1 + \frac{3}{2} J_2 \frac{r_e^2}{r^2} \left(3 - 5 \frac{X_3^2}{r^2} \right) \right) \end{bmatrix} \quad (18)$$

다음으로, 우주비행체의 속도변화를 위해 사용하는 추진기에 대한 운동방정식을 다룬다. 추진기의 성능을 나타내는 중요한 매개변수인 비추력 I_{sp} 을 이용하여 추력을 표현하면 다음과 같다.

$$\mathbf{T} = I_{sp} \dot{m} \mathbf{g} \quad (19)$$

여기서 \dot{m} 은 우주비행체의 질량유량을 의미하며, \mathbf{g} 는 중력 가속도를 나타낸다. 이를 Eq.(18)에 포함하면 최종적으로 다음과 같은 추력과 J2 섭동을 포함하는 미분방정식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ \dot{r}_x \\ \dot{r}_y \\ \dot{r}_z \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ -\frac{\mu}{r^3} X_1 \left(1 + \frac{3}{2} J_2 \frac{r_e^2}{r^2} \left(1 - 5 \frac{X_3^2}{r^2} \right) \right) + \frac{\mathbf{T} \cdot \Delta \mathbf{v}_x}{m \|\Delta \mathbf{v}\|} \\ -\frac{\mu}{r^3} X_2 \left(1 + \frac{3}{2} J_2 \frac{r_e^2}{r^2} \left(1 - 5 \frac{X_3^2}{r^2} \right) \right) + \frac{\mathbf{T} \cdot \Delta \mathbf{v}_y}{m \|\Delta \mathbf{v}\|} \\ -\frac{\mu}{r^3} X_3 \left(1 + \frac{3}{2} J_2 \frac{r_e^2}{r^2} \left(3 - 5 \frac{X_3^2}{r^2} \right) \right) + \frac{\mathbf{T} \cdot \Delta \mathbf{v}_z}{m \|\Delta \mathbf{v}\|} \end{bmatrix} \quad (20)$$

2.3 요격 알고리즘

타겟을 요격하기 위한 인터셉터의 추진은 균일한 중력과 순간추력을 가정한 최적해를 기반으로 한다. 실제 인터셉터가 요격을 수행함에 있어서 이러한 가정들은 요격 지점에서의 위치 오차를 발생시킨다. 이러한 오차를 해결하기 위해 본 논

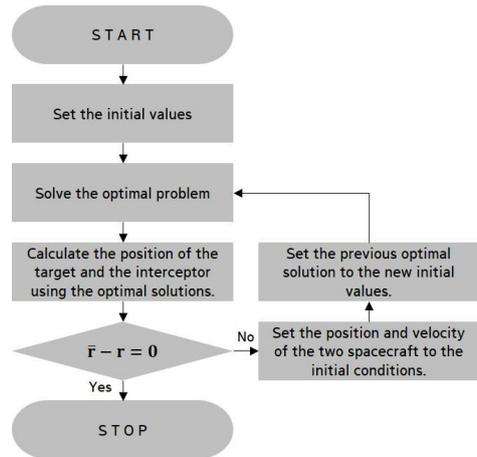


Fig. 1. Flow chart for the intercept

문에서는 반복적으로 최적해를 계산하여 인터셉터의 추진 방향을 실시간으로 변경하는 방법을 제안한다.

타겟을 요격하기 위해 제안하는 방법은 다음과 같다. i) 최적화 문제는 수치적인 방법으로 해를 얻기 때문에 이를 위한 임의의 초기값을 설정한다. ii) 설정한 초기값을 사용하여 수치적인 방법으로 최적해를 얻는다. iii) 얻어진 최적해를 기반으로 인터셉터의 궤도전이를 위한 추진을 수행한다. 그리고 추진 후의 타겟과 인터셉터의 위치를 계산한다. iv-1-1) 만약 두 우주비행체의 위치가 일치하지 않는다면 요격이 이루어지지 않았음을 뜻하므로, 다시 최적화 문제를 풀어야 한다. 따라서 현재 위치와 속도를 최적화 문제를 풀기 위한 초기 조건으로 업데이트한다. iv-1-2) 이전에 얻어진 최적해를 새로운 조건의 최적화 문제를 위한 초기값으로 설정하고 최적해를 계산한다. iv-2) 만약 두 우주비행체의 위치가 일치한다면, 요격이 되었다고 판단하고 알고리즘을 종료한다. Fig. 1은 제안하는 방법의 흐름도를 보여준다.

2.4 수치 시뮬레이션

본 논문에서 다루고 있는 문제는 총 세 가지이다. Case 1) 공면을 갖는 원 궤도 사이의 요격 문제. Case 2) 공면을 갖는 타원 궤도 사이의 요격 문제. Case 3) 비공면의 타원 궤도 사이의 요격 문제. 초기조건으로 두 우주비행체의 초기 위치와 속도가 주어져 있다고 가정한다. 인터셉터는 추력을 이용하여 요격을 위한 궤도전이를 하게 되며, 타겟은 특별한 추력 없이 궤도를 유영한다.

인터셉터가 사용하는 추력기는 1960년대부터 사용되기 시작한 하이드라진 추력시스템을 가정한다[15]. 한국항공우주연구원에서는 달탐사를 위한

Table 1. Specification of thruster

Parameter	Value	Unit
Specific impulse	220	sec
Thrust	30	N
Total mass	150	kg
Mass flow rate	0.014	kg/s

추력기 개발을 수행하고 있으며, 본 논문에서는 이를 참고하여 앞서 개발된 30N급 하이드라진 추력기를 사용하고자 한다[16]. 해당 추력기의 정보는 Table 1에 정리되어 있다. 마지막으로 최적화 문제를 풀기위한 수치적인 방법으로는 Gradient-Descent 방법을 적용하였다.

2.4.1 공면 원 궤도에서의 요격

첫 번째로 다루어지는 문제는 궤도면이 일치하는 두 원 궤도 사이에서의 요격문제이다. 이 문제에서 사용되는 초기조건은 다음과 같다. 타겟의 궤도반경 r 은 10,600 km, 인터셉터의 궤도반경 r 은 7,589 km. 이러한 초기조건에서 최적화 문제를 풀었을 때, 요격을 위해 요구되는 인터셉터의 속도변화 Δv_0 는 0.9638 km/s이고 4,637초의 비행시간을 필요로 한다. 이는 순간추력을 가정하고 J2 섭동을 고려하지 않은 값이며, Fig. 2는 이때의 궤도를 보여준다. 같은 조건에서 J2 섭동을 고려한다면 최종 위치에서 두 우주비행체의 위치 오차는 약 53 km로 증가하게 된다.

여기서 J2 섭동과 추진을 고려한다면, 인터셉터는 3,887초 동안 추진을 해야만 0.9638 km/s의 속도변화가 발생시킬 수 있다. 하지만 최종위치에서 1,255 km의 오차가 발생한다. Fig. 3은 얻어진 최적해를 이용하여 추진을 했을 때 발생하는 궤도를 보여준다.

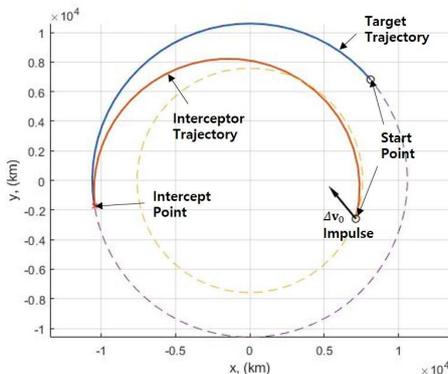


Fig. 2. Intercept trajectory using impulse between coplanar circular orbits

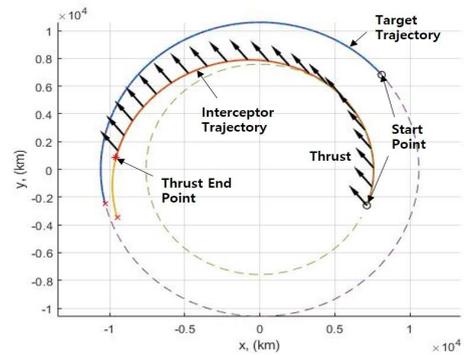


Fig. 3. Intercept trajectory using thrust between coplanar circular orbits

최종위치에서의 오차를 보정하기 위해 본 논문이 제안하는 방법으로 실시간 유도를 수행한다. 인터셉터는 기존 3,887초의 비행시간이 아닌, 6,968초의 비행시간을 갖는다. 하지만 최종 위치에서 두 우주비행체의 위치 오차가 0.0173 km로 감소하게 된다. Fig. 4는 비행시간에 따른 두 우주비행체의 위치오차를 보여주며, Fig. 5는 최종적인 요격궤도를 보여준다.

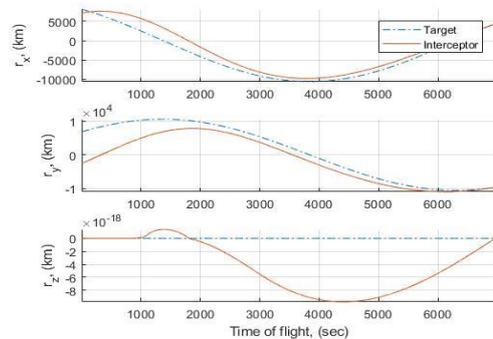


Fig. 4. Position trajectories with respect to time-of-flight between coplanar circular orbits

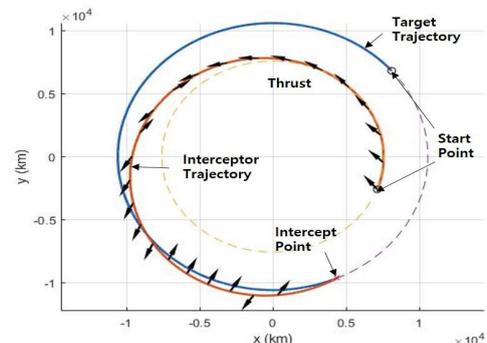


Fig. 5. Intercept trajectory using proposed method between coplanar circular orbits

Table 2. Initial condition for the intercept problem between coplanar elliptical orbits

Parameter	Target	Interceptor	Unit
Angular momentum	65,000	55,000	km^2 / s
Eccentricity	0.2	0.5	-
Right ascension	0	0	deg.
Inclination	20	20	deg.
Argument of perigee	20	-20	deg.
True anomaly	75	160	deg.

2.4.2 공면 타원 궤도에서의 요격

두 번째 문제는 공면의 타원 궤도를 갖는 우주비행체의 요격 문제로, 보다 복잡한 시스템을 다룬다. 두 번째 문제에 사용되는 두 우주비행체의 초기조건은 Table 2에 정리되어 있다.

이와 같은 초기조건에서, 인터셉터가 타겟을 요격하기 위해서는 0.1375 km/s의 속도변화와 3,806 초의 비행시간이 필요하다. 이 또한 J2 섭동을 고려하지 않았을 때의 경우이며, Fig. 6과 같은 궤도를 갖는다.

이러한 값들을 J2 섭동을 고려한 시스템에 적용한다면, 인터셉터는 0.1375 km/s의 속도변화를 위해 666초의 추진시간을 필요로 하게 된다. 그리고 이와 같은 값으로 요격을 위한 궤도전이를 수행하게 되면 최종 위치에서 123 km의 위치 오차를 갖게 된다. Fig. 7은 이때의 궤도를 보여준다.

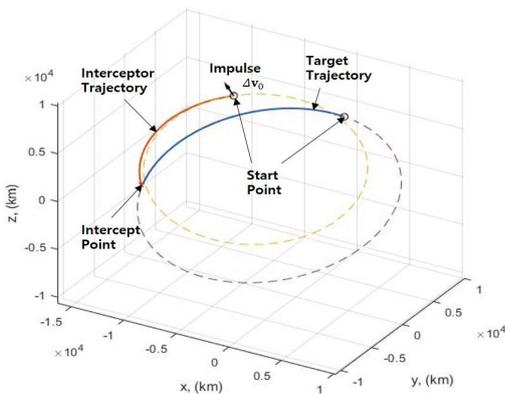


Fig. 6. Intercept trajectory using impulse between coplanar elliptical orbits

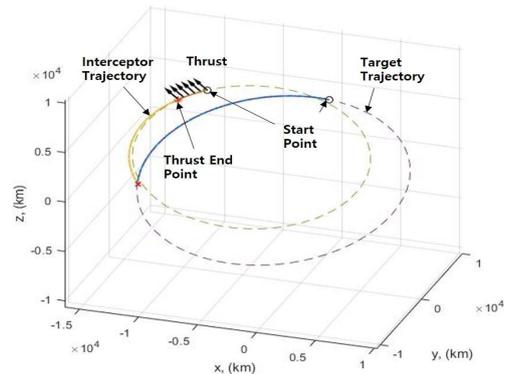


Fig. 7. Intercept trajectory using thrust between coplanar elliptical orbits

첫 번째 예제와 마찬가지로 위치오차를 보정하기 위해 제안하는 방법을 사용하였으며, 그 결과가 Table 3에 정리되어 있다.

비행시간이 3,806초에서 3,446초로 변화였으며, 두 우주비행체의 위치오차가 123 km에서 0.110 km로 감소되었음을 알 수 있다. Fig. 8은 시간에 대한 위치오차의 변화를 보여주고 있으며, Fig. 9는 최종적인 궤도를 보여준다.

Table 3. Results of the intercept problem coplanar elliptical orbits

Parameter	Thrust & Perturbation	Proposed	Unit
Time of flight	3,806	3,446	sec
Burn time	666	3,446	sec
Position error	123	0.110	km
Consumed Propellant	9	53	kg

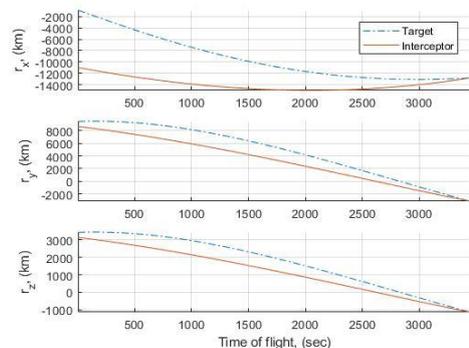


Fig. 8. Position trajectories with respect to time-of-flight between coplanar elliptical orbits

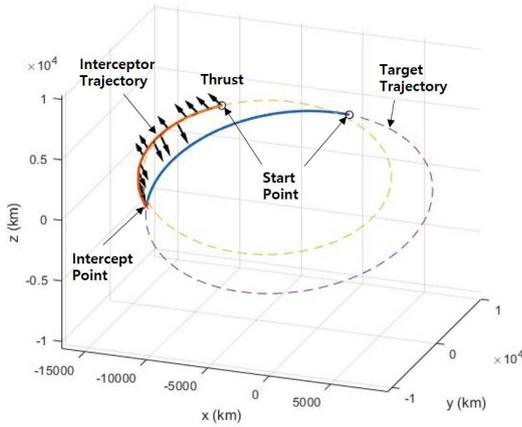


Fig. 9. Intercept trajectory using proposed method between coplanar elliptical orbits

2.4.3 비공면 타원 궤도에서의 요격

세 번째로 살펴 볼 예제는 가장 일반적이지만 복잡한 시스템을 갖는 비공면 타원 궤도에서의 요격 문제이다. 두 우주비행체의 초기조건이 Table 4에 정리되어 있다.

이와 같은 조건에서 인터셉터가 타겟을 요격하기 위해 필요한 속도변화 ΔV_0 는 $[0.16 - 0.62 - 0.16]^T$ km/s이고 6,747초 동안 비행해야 한다. Fig. 10은 순간추력을 이용한 요격 궤도를 보여준다.

실제 우주비행체의 임무처럼 추진시간과 J2 섭동을 고려한다면, 인터셉터는 2,833초의 추진시간을 필요로 하고 최종 위치에서 4,372 km의 위치 오차가 발생한다. Fig. 11은 이때의 요격 궤도를 보여준다.

Table 4. Initial condition for the intercept problem between non-coplanar elliptical orbits

Parameter	Target	Interceptor	Unit
Angular momentum	65,000	55,000	km ² /s
Eccentricity	0.6	0.5	-
Right ascension	20	-20	deg.
Inclination	35	-10	deg.
Argument of perigee	20	-10	deg.
True anomaly	200	160	deg.

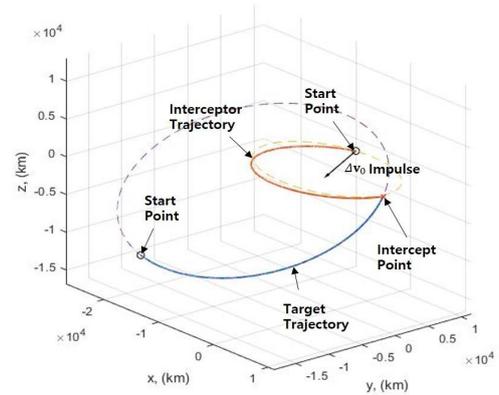


Fig. 10. Intercept trajectory using impulse between non-coplanar elliptical orbits

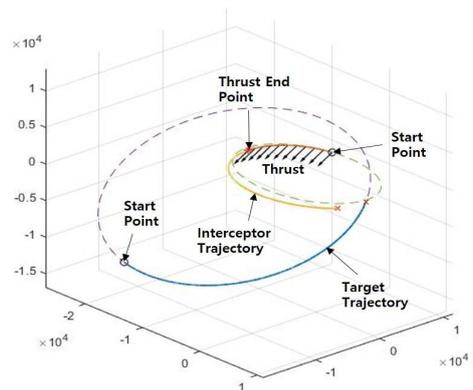


Fig. 11. Intercept trajectory using thrust between non-coplanar elliptical orbits

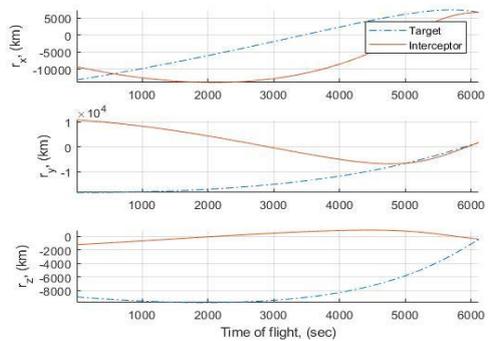


Fig. 12. Position trajectories with respect to time-of-flight between non-coplanar elliptical orbits

Table 5. Results of the intercept problem non-coplanar elliptical orbits

Parameter	Thrust & Perturbation	Proposed	Unit
Time of flight	6,747	6,118	sec
Burn time	2,833	6,118	sec
Position error	4,372	0.179	km
Consumed Propellant	39	94	kg

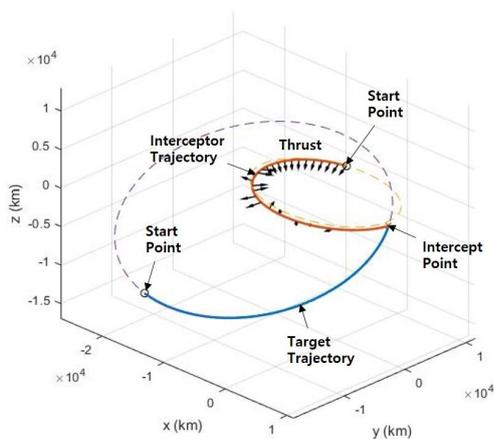


Fig. 13. Intercept trajectory using proposed method between non-coplanar elliptical orbits

최종 위치에서의 오차를 보정하기 위해 제안하는 방법을 수행한다. 인터셉터는 타겟을 요격하기 위해 6,118초 동안 위치오차를 보정해 나가고 최종위치에서 약 0.179 km까지 접근하게 된다. 비행 시간에 따른 두 우주비행체의 위치오차 변화는 Fig. 12에 나와 있으며, 최종결과가 Table 5에 정리되어 있다. Fig. 13은 최종적인 요격 궤도를 보여준다.

III. 결 론

본 논문에서는 J2 섭동을 고려한 우주비행체의 요격문제를 다루고 있다. J2 섭동에 의한 궤도 변화는 그 복잡성과 상대적으로 작은 영향에 의해 대부분의 연구에서 배제되어 왔다. 이러한 중력 구배의 영향을 보완하기 위해 순간추력이 아닌 고정추력을 사용하고, 제한된 궤도가 아닌 임

의 궤도에 적용할 수 있는 방법을 제안한다.

본 논문에서 다루는 요격문제는 최적화 문제를 기반으로 하고 있다. 최적화 문제를 구성하기 위해 성능지표를 설정하고 라그랑지 승수를 이용하여 필요조건을 유도한다. 최종적으로 유도된 필요조건과 요격을 위한 구속조건들을 사용하여 수치적으로 최적해를 찾는다. 얻어진 최적해는 타겟을 요격하기 위한 인터셉터의 추진방향으로 사용된다. 그러나 이 최적해는 J2 섭동을 고려하지 않고, 추진시간 또한 고려하지 않았기 때문에 최종위치에서 오차를 발생시킨다.

이러한 오차를 보정하기 위해 매 순간 최적해를 계산하고 그에 맞춰 인터셉터의 추진방향을 바꿔나간다. 이러한 실시간 유도는 인터셉터와 타겟의 위치가 일치할 때까지 지속적으로 수행된다.

본 논문에서는 제안하는 요격방법을 검증하기 위해 우주비행체의 임무 상황을 세 가지의 경우로 나누어 수행하였으며, 최종적으로 두 우주비행체의 위치가 수십 미터까지 접근하는 것을 확인할 수 있었다. 이러한 오차는 수치적인 오차를 고려하였을 때 충분히 만족스러운 결과라고 할 수 있다. 본 논문에서 제안하는 방법은 요격문제 이외에도 다양한 궤도전이 문제와 외란을 고려한 문제에도 충분히 적용할 수 있을 것이다.

References

- 1) Betts, J. T., "Survey of Numerical Methods for Trajectory Optimization," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 21, No. 2, 1998, pp. 193-207.
- 2) Bate, R. R., Mueller, D. D., and White, J. E., *Fundamentals of Astrodynamics*. Courier Corporation, 1971.
- 3) Prussing, J. E., and Chiu, J. H., "Optimal Multiple-impulse Time-fixed Rendezvous Between Circular Orbits," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 9, No. 1, 1986, pp. 17-22.
- 4) Shen, H., and Tsiotras, P., "Optimal Two-impulse Rendezvous Using Multiple-revolution Lambert Solutions," *Journal of Guidance Control and Dynamics*, Vol. 26, No. 1, 2003, pp. 50-61.
- 5) Lawden, D. F., *Optimal trajectories for space navigation*. Butterworths, 1963.
- 6) Carter, T., and Humi, M., "Fuel-optimal Rendezvous Near a Point in General Keplerian

orbit," *Journal of Guidance Control and Dynamics*, Vol. 10, No. 6, 1987, pp. 567-573.

7) Jayaraman, J., "Time-optimal Orbit Transfer Trajectory for Solar Sail Spacecraft," *Journal of Guidance Control and Dynamics*, Vol. 33, No. 3, 1980, pp. 1008.

8) Ross, I. M., "Linearized Dynamic Equation for Spacecraft Subject to J2 Perturbations," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 26, No. 4, 2003, pp. 657-659.

9) Bevilacqua, R., and Romano, M., "Rendezvous Maneuvers of Multiple Spacecraft Using Differential Drag Under J2 Perturbation," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 31, No. 6 2008, pp. 1595-1607.

10) Jezewski, D., "Optimal Rendezvous Trajectories Subject to Arbitrary Perturbations and Constraints", *Astrodynamics Conference*, 1992, pp. 4507.

11) Luo, Y. Z., Tang, G. J., Wang, Z. G., and Li, H. Y., "Optimization of Perturbed and Constrained Fuel-optimal Impulsive Rendezvous Using a Hybrid Approach," *Engineering*

Optimization, Vol. 38, No. 8, 2006, pp. 959-973.

12) Leeghim, H., and Jaroux, B. A., "Energy-optimal Solution to the Lambert Problem," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 33, No. 3, 2010, pp. 1008-1010.

13) Bryson, A. E., *Applied Optimal Control: optimization, estimation and control*, CRC Press, 1975.

14) Vinti, J. P., "Zonal Harmonic Perturbations of an Accurate Reference Orbit of an Artificial Satellite," *Journal of Research of the National Bureau of Standards section B: Mathematical Sciences* Vol. 67, 1963, pp. 191-222.

15) Kim, S. K., Chae, J. W., Won, S. H., and Jun, H. Y., "Status and Prospect of Spacecraft Propulsion System," *Journal of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 44, 2016, pp. 695-701.

16) Kim, S. K., Won, S. H., Kam, H. D., Lee, J. H., and Jun, H. Y., "A Development of 30N Class Hydrazine Thruster DM," *The Korean Society of Propulsion Engineering*, Vol. 2, 2015, pp. 173-176.