한국학교수학회논문집 제 21 권, 제 4 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 21, Number 4, 303-326, December 2018
http://doi.org/10.30807/ksms.2018.21.4.001

균등 분배 문제와 분수의 크기 비교에 대한 초등학생들의 문제해결 분석

이대현[1)]

초등학교 수학에서 분수는 어려운 학습 내용으로 인식되고 있다. 따라서 분수 개념의 역사-발생적 과정이나 실생활 맥락을 적용한 지도 방법을 대안으로 제시하고 있는데, 균등 분배 문제는 균등 분배 상황에서 학생들이 분수 개념을 자연스럽게 경험할 수 있는 문제로 주목받고 있다. 이에 본 연구에서는 조사연구 방법을 활용하여 균등 분배 문제와 균등 분배 상황으로 해결 가능한 분수의 크기 비교 문제에 대하여 초등학교 2, 4, 6학년 학생들의 문제해결 정도와 문제해결 방법을 분석하였다.

검사 결과, 정답률은 학년이 올라감에 따라 증가하였지만, 학년별로는 문제에 제시된 수에 따라 차이가 나타났다. 즉, 문제에 제시된 수에 의해 분할이 쉬운 문제의 정답률이 높게 나타났으며, 분할에 어려움이 있는 문제의 경우에 정답률이 낮게 나타났다. 그리고 문제해결 방법에서도 학년별로 차이가 나타났으며, 학년별로 사용하는 전략에 일정한 경향이 나타났다. 학생들이 문제를 해결할 때는 문제에 제시된 수에 따라 즉각적으로 사용할 수 있는 전략에 영향을 받았으며, 학생들의 학습 경험도 영향을 끼침을 알 수 있었다.

주요용어 : 균등 분배 문제, 분수의 크기 비교, 스플리팅 조작, 분배 분할 조작, 단위 보존 전략, 모두 표시 전략, 분배 전략

Ⅰ. 서론

분수는 다양한 의미를 가지고 있으며, 교육과정과 교과서에서는 이를 학습의 계열성과 학생들의 수준에 적합하도록 학년을 달리하여 순차적으로 제시하고 있다. 예를 들어, 2015 개정 수학과 교육과정의 3-4학년군에서는 양의 등분할을 통해 분수를 이해하도록 제시하고 있고, 5-6학년군에서는 (자연수)÷(자연수)에서 나눗셈의 몫을 분수로 나타내기, 비율을 이해하고 분수로 나타내기 등을 제시하고 있다(교육부, 2015a). 이것은 분수의 하위 개념 중에서 부분-전체 의미와 몫으로서 의미 및 비로서 의미를 다루고 있는 것이다.

이 중에서 몫으로서 의미의 분수는 그 의미가 교과서에 명확히 다루어지기보다, 분수 나눗셈 지도의 초반 부분에 (자연수)÷(자연수)를 (자연수)×($\frac{1}{\text{자연수}}$)로 바꾸는 것에 치중하여 제시되고 있다. 이것

* MSC2010분류 : 97C30
1) 광주교육대학교 (leedh@gnue.ac.kr)

은 몫으로서 의미의 분수 개념과 나눗셈의 곱셈 변환이 전도된 것이다. 따라서 그 대안으로 몫으로서 의미의 분수 개념을 다루기 전에 나눗셈 변환 방법을 수 막대와 같은 도식을 이용하여 $a \div b$를 a를 b 등분한 것 중의 하나이므로 $a \times \frac{1}{b}$로 지도하고, 그 결과로 $a \div b = a \times \frac{1}{b} = \frac{a}{b}$로 지도하는 방안을 제기하기도 한다(강완, 2014).

몫으로서 의미의 분수는 일상생활에서 균등하게 분배하는 상황에서 발생한 양을 분수로 표현한 것으로, 학생들은 몫으로서 분수를 일상의 친숙한 상황인 균등 분배 문제(equal sharing problem) 상황을 통해 경험할 수 있다. 즉, 균등 분배 문제 상황은 일상에서 접하는 경험에서 얻은 비형식적 지식을 형식적 지식인 분수로 접목시킬 수 있는 풍부한 맥락을 가지고 있으며, 이에 대한 학생들의 다양한 경험을 이끌어 내고 이를 형식화된 분수와 접목시킬 수 있는 교수학적 의미를 가지고 있다. 또한 균등 분배 문제는 분수의 발생과 맞닿는 도전적이고 흥미로운 상황이며, 자연수 지식과 분수 지식을 연결하는 중요한 수학적 주제이기도 하다(김성희, 신재홍, 이수진, 2018). 그럼에도 불구하고, 자연수 나눗셈의 곱셈 변환의 과정으로 몫으로서 의미의 분수를 도입하는 교과서 구성 방식은 일상 맥락이 배제된 형식화된 제시 방식이며, 일상생활에서 학생들이 자주 접하게 되는 균등 분배 상황을 학습 과정으로 이끌어 오지 못하는 문제점도 야기 시킬 수가 있다.

학생들은 똑같이 나누는 상황을 일상생활에서 이른 시기부터 경험하게 된다. 어린 아이조차도 사탕 5개를 동생과 똑같이 나누어 가지려 할 때 하나씩 분배하다 보면 어느 누군가는 한 개를 적게 받게 되어 공평하지 못하다는 것을 알게 되고, 결국 어느 것인가를 반으로 분할해야만 된다는 것을 인식하게 된다. 이러한 균등 분배 문제해결에서는 동일한 문제라 할지라도 아이들에 따라 다양한 문제해결 방법이 나타날 수 있다. 이에 대해 Lamon(1996)이 11개의 과제를 이용하여 4학년에서 8학년까지 학생들을 대상으로 균등 분배 문제를 해결하도록 하고, 그 결과를 크게 3가지로 구분한 후, 모델을 효율적으로 표시하고 자르기를 시도했는가에 따라 세부적으로 8가지로 제시하고 있다. 또 Empson & Levi(2011)는 균등 분배 문제 해결 방법을 균등 분배를 못한 경우와 분배할 양을 남기는 경우와 같이 오답을 하는 경우와 더불어 의미 있는 문제해결 방법을 4가지로 제시하고 있다. 우리나라에서도 몫으로서 의미의 분수에 대한 수학적 탐구와 학생들의 분할 전략에 대한 분석 연구로 나타나기도 하였다(강완, 2014; 이지영, 방정숙, 2014).

균등 분배 문제에 대한 학생들의 해결 전략을 일관되게 구분하지 못하는 이유는 연구자의 분석 관점이 다르기 때문이기도 하지만, 학생들의 문제해결 방법을 하나로 체계화하기가 어렵다는 것을 의미한다. 또한, 조사연구의 특성상 결과물에 나타난 결과만으로는 학생들의 생각을 정확하게 알아내기 어렵기 때문이기도 하며, 문제해결에 이용된 전략이 외현적으로도 서로 유사하다는 특징도 있기 때문이기도 하다(김성희, 신재홍, 이수진, 2018). 그럼에도 불구하고 균등 분배 문제에 대한 학생들의 문제해결 전략과 사고 발달 과정을 확인하고, 이에 따라 학습 계열과 지도 방안을 모색하는 것이 필요하다. 왜냐하면 균등 분배 문제에 대한 학생들의 해결 방법은 문제에 제시된 수나 상황에 따라 다양한 방법으로 해결할 수 있는 특징이 있고, 학생들은 상황에 맞는 모델을 직접 분할하는 과정을 통해 분수의 형식적 표현이나 지식과 연결시킬 수 있기 때문이다. 즉, 학생들이 균등 분배 문제 해결에서 모델을 분할하는 방식이나 답을 산출하는 추론 과정은 일상의 문제 상황에서 양적 추론을 보여 주는 사고 과정으로, 이를 통해 학생들이 문제에 따라 어떤 방식으로 양을 다루는가에 대한 정보를 얻을 수 있기 때문이다. 또한 학생들이 비형식적인 방법으로 양을 다루는 방식은 이를 형식적인 수학과 연결시킬 수 있는 근거를 제공한다는 면에서 중요하다. 특히 균등 분배 문제와 관련된 몫으로서 의미의 분수를 개념적으로 지도하기 위하여 학생들의 문제해결 방법을 바탕으로 의미 있는 교수학적 시사점을 도출할 필요가 있다.

한편, 균등 분배 문제는 형식적 통분 방법을 사용하지 않고, 일상에서 경험한 전략을 사용하여 분모가 다른 분수의 크기 비교도 가능하게 한다(Empson & Levi, 2011). 이것은 우리나라 경우에 분모가 같은 분수끼리의 크기 비교와 분모가 다른 분수의 크기 비교를 학년 군을 달리하여 다루고 있고(교육부, 2015a), 분자가 같고 분모가 다른 분수의 크기 비교마저도 분모가 다른 분수의 크기 비교를 다루는 5-6학년 군에 제시하는 상황에 시사점을 줄 수 있을 것이다. 즉, 균등 분배 문제를 활용한 분수의 크기 비교는 일상에서 경험한 전략을 사용하여 해결할 수 있는 가능성과 더불어, 이에 대한 학습지도 계열의 재고 가능성을 시사한다.

이에 본 연구에서는 초등학교 2, 4, 6학년 학생들을 대상으로 균등 분배 문제와 분수의 크기를 비교하는 방법을 조사하였다. 본 연구를 위해 연구 목적에 맞는 균등 분할 문제와 분수의 크기 비교 문제로 구성된 질문지를 이용하여 조사연구를 실시하였다. 연구 대상은 2, 4, 6학년 학생으로, 이를 선정한 이유는 2학년의 경우에는 아직 분수를 배우지 않아서 비형식적인 방법으로 균등 분배 문제를 해결할 수 있는가와 그 특징이 어떠한가를 보기 위한 것이었으며, 4학년의 경우에는 3학년 과정에서 부분-전체의 의미로 분수를 배웠지만, 아직 몫으로서 의미의 분수 개념을 배우지 않았기 때문에 이 전에 배운 분수 개념이 미치는 영향이나 그 특징을 살펴보기 위한 것이었다. 마지막으로 6학년 아이들은 이미 몫으로서 의미의 분수를 배운 단계이기 때문에 어떤 문제해결 방법을 이용하고, 그 특징은 어떠한가를 파악하기 위함이다. 그리고 각 학년 간에 정답률에는 어떠한 특징이 있는가를 살펴보았다. 이 연구를 통해 균등 분배 문제에 대한 학생들의 문제해결 방법을 유형화할 수 있을 것이며, 몫으로서 의미의 분수 지도를 위한 시사점을 도출할 수 있을 것이다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 분수와 균등 분배 문제

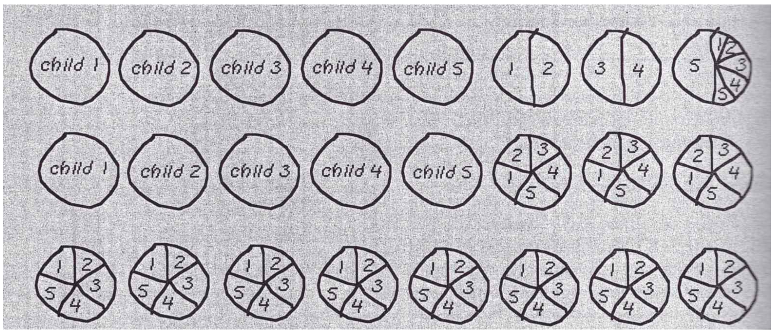
학교에서 다루는 분수는 다양한 의미를 가지고 있으며, Baroody & Coslick(1998)은 부분-전체, 몫, 비, 연산자로 제시하고 있고, 우정호(1998)은 등분할된 전체량과 부분 사이의 관계, 측정수, 몫, 비율, 닮음, 배 작용소 등 다양한 상황과 관련된 복합적인 의미로 제시하고 있다. 또 우리나라 교육과정에서도 등분할, 나눗셈의 몫, 비율로 분수의 의미를 제시하고 있다(교육부, 2015a). 이와 같이 분수는 다양한 의미를 가지고 있으며, 많은 나라의 수학 교과서에서도 다루는 분수의 의미에 차이가 있다. 그럼에도 불구하고 대부분 나라의 교과서에서는 부분-전체 모델(영역 모델)을 이용하여 분수를 처음 도입하는 것이 현실이다(이대현, 2018).

생활 속에서 단위나 전체와 부분의 관계를 나타내기 위한 필요로 나타난 분수는 아이들에게 어려운 학습 주제의 하나가 되어 왔으며(Empson & Levi, 2011), 그것은 분수의 역사-발생적 맥락이나 아이들에게 직관적으로 이해가 되는 상황으로부터 분수 학습을 다루지 않은데 그 한 가지 이유가 있다. 특히 분수를 형식적으로 배우기 전이라도 균등하게 분배를 하는 맥락을 바탕으로 분배에 대한 아이디어를 분수 도입의 과정에 활용한다면 직관적으로 분수 개념을 파악할 수 있다는 장점이 있다. 즉, 분수를 학생들이 일상에서 경험하는 분배라는 맥락에서 비형식적 지식을 바탕으로 도입한다면 자연스럽게 분수라는 의미와 양을 경험할 수 있는 장점이 있다.

일반적으로 수학 학습에서 상황은 문장제를 바탕으로 한 피상적인 맥락 문제가 아니라, 수학적 지식을 포함하고 있는 학생의 주변 상황, 또는 문제로부터 출발할 수 있는 맥락을 의미하며, 그런 이유

로 수학 지식을 습득하고 타 영역으로 적용시키는 수학적 응용성과는 구별이 되는 것이다(장혜원, 2002). 따라서 상황을 내포한 맥락 문제는 학생들의 상상력을 포함하여 학생들의 경험과 관련된 현실적 상황으로 제시되어야 하고(김민경, 박은정, 허지연, 2012), 학생들은 그 문제를 해결하기 위하여 자신의 경험이나 직관적인 지식을 적극 활용하여야 하며, 학생들이 제시한 답은 정답이든 오답이든 그 상황을 해석하는 근거가 되기 때문에 이 후에 이와 관련된 형식적인 지식을 지도하는데 중요한 자료가 된다. 그리고 학생들은 상황이 내포된 문제를 해결하는 동안 그 문제를 해결하기 위해 필요한 것이 수학적 사실이고, 그것이 학습의 대상이 된다는 것을 느끼는 경험이 제공되어야 한다.

이런 면에서 균등 분배 상황은 분수 상황을 맥락적으로 제시하여 형식적인 분수 수업을 받기 전이라도 비형식적 지식을 활용하여 해결할 수 있는 기회를 제공하는 몫의 의미의 분수를 경험할 수 있는 상황이다. 다음에 제시된 [그림 Ⅱ-1]은 피자 8판을 5명에게 똑같이 나누어 주는 균등 분배 문제에 대해 아직 분수를 배우지 않은 2학년 학생들의 비형식적인 문제해결 방법을 나타낸 것이다(Baroody & Coslick, 1998).

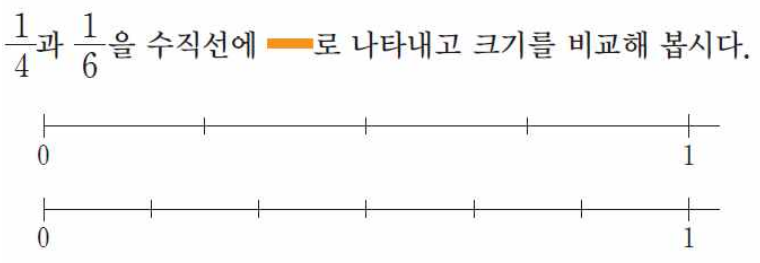


[그림 Ⅱ-1] 피자 8판을 5명에게 균등 분배하는 문제에 대한 비형식적 전략

그림에 제시된 3가지 방법은 8개의 피자를 5명에 똑같이 분배하는 상황을 적절하게 나타내고 있다. 그리고 각각의 그림은 한 사람이 가지는 양은 같을지라도, 수학 기호로는 달리 표현될 수 있음을 알 수 있다. 학생들은 아직 형식적으로 분수를 배우지 않았을지라도 자신의 경험이나 직관적인 인식을 기반으로 위와 같은 방법으로 문제를 해결할 수 있는 것이다. 일반적으로 균등 분배 문제는 학생들이 생활 속에서 과자나 물건을 똑같이 나누었던 경험을 바탕으로 문제를 해결할 수 있다는 장점이 있다. 또한 전통적인 분수 도입이 진분수를 이용하고 가분수나 대분수로 나아가는 반면에, 균등 분배 문제 상황에서는 이를 따를 필요가 없다는 장점이 있다.

2. 분수의 크기 비교와 균등 분배 문제

분수의 크기 비교에 대하여 우리나라의 교육과정에서는 3-4학년군에서 분모가 같은 분수끼리, 단위분수끼리의 크기 비교와 5-6학년군에서는 분모가 다른 분수의 크기 비교를 다루고 있다(교육부, 2015a). 이에 따라 교과서에서도 3가지 경우를 명확히 구분하여 제시하고 있다. 그리고 비교 방법은 분수 도입 시 활용한 영역 모델을 이용하여 크기를 비교하는 방법을 발견하도록 제시하고 있다. 마찬가지로 단위분수의 크기 비교에서도 종이띠를 이용하거나 [그림 Ⅱ-2]와 같이 수직선을 이용하여 비교하도록 제시하고 있다(교육부, 2018a).



[그림 Ⅱ-2] 단위분수의 크기 비교(교육부, 2018a, p. 121)

그렇지만 분수 유형에 따라 크기를 비교하도록 제시할 필요가 있으며, 이를 위해 균등 분배 문제를 활용할 수 있다. 예를 들면, 위에 제시한 단위분수의 크기 비교의 경우에 '피자 한판을 4명이 똑같이 나누어 먹을 때와 6명이 똑같이 나누어 먹을 때 한 사람이 먹는 양은 어느 쪽이 많습니까?'와 같은 균등 분배 문제는 직관적으로 관계를 추론함으로써 답을 할 수 있는 것이다. 이와 같은 원리는 단위분수만이 아니라, 다른 분수에도 적용이 될 수 있는데, 분자가 같은 분수의 크기 비교(예: $\frac{3}{5}$ □ $\frac{3}{7}$) 나 1이 되기 위해 필요한 분수를 서로 비교할 수 있는 경우(예: $\frac{3}{5}$ □ $\frac{5}{7}$)는 쉽게 해결할 수 있는 것이다(Empson & Levi, 2011).

이런 면에서 미국의 교과서에서는 3학년 과정에 분모가 같은 경우의 크기 비교, 분자가 같은 경우의 크기 비교, 기준분수($\frac{1}{2}$)를 이용하여 두 분수의 크기 비교, 수직선에서 단위분수의 크기 비교 등을 다루고 있고, 4학년 과정에서는 기준분수와 이분모 분수의 크기 비교, 3개의 이분모의 크기 비교와 같이 다양한 유형의 분수의 크기를 비교하고 있다(Charles et al., 2012a; 2012b). 다음 [그림 Ⅱ-3]은 분자가 같은 분수를 비교하는 맥락 문제의 예시이다.

Model There are 3 girls and 5 boys on Max's team. There are 3 girls and 3 boys on Marco's team. Which number sentence compares the fraction of girls on Max's team to the fraction of girls on Marco's team?

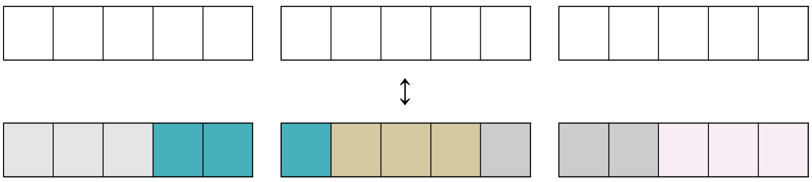
[그림 Ⅱ-3] 미국 교과서의 분자가 같은 분수의 크기 비교(Charles et al., 2012a, p. 249)

균등 분배 문제를 활용한 분수의 크기 비교의 상황은 분모가 같은 분수로 변형 과정을 강조하는 형식적인 크기 비교에서 벗어나, 일상적인 전략을 시용하여 크기를 비교할 수 있는 가능성을 제시하고 있다. 또한 학생들이 분수의 특징적 부분에 관심을 두고 개념적으로 분석하여 여러 가지 분수의 크기를 비교할 수 있는 기회를 제공할 수도 있을 것이다.

3. 균등 분배 문제에 대한 학생들의 비형식적 해결 방법

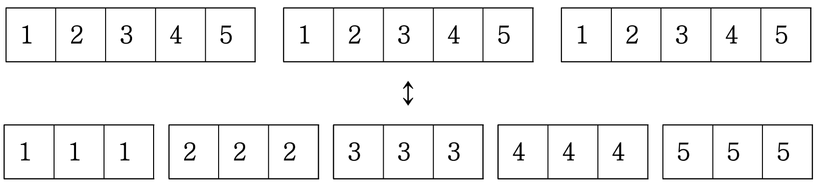
균등 분배 문제는 분수의 의미 중에서 '몫으로서 의미의 분수'와 관련된 것으로, 우리나라 교육과정에서는 5-6학년군에 그 내용이 제시되어 있다(교육부, 2015a). 그렇지만 우리나라 학생들의 경우에 균등 분배 문제로 표현되는 '몫으로서 의미의 분수'에 대한 이해 정도가 낮다는 연구 결과가 있기도 하다(김민경, 2009). 특히 균등 분배 문제의 경우에는 다양한 방법으로 해결하는 것을 강조하는 수학교육의 동향에 비추어 학생들이 일상의 경험을 바탕으로 다양한 방법으로 문제를 해결할 수 있는 방법을 모색하고, 서로 그 방법을 공유할 수 있는 주제라는 면에서 가치가 있다.

균등 분배 문제가 학생들의 경험이나 직관적 판단에 따라 여러 가지 방법으로 해결 가능하다는 면에서 여러 연구에서 그 해결 방법을 유형화하려는 연구가 있어 왔다. 먼저, 김성희, 신재홍, 이수진(2018)은 Steffe의 분수 스킴(fraction scheme)과 분할 조작(partitioning operation)에 대한 연구를 바탕으로 균등 분배 상황에서 학생들의 사고 과정에 대한 방식을 분석하였다. 이 연구에서는 균등 분배 문제 해결 방식을 합성단위에 대한 스플리팅 조작(splitting operation for composite units)과 분배 분할 조작(distributive partitioning operation) 방법을 제시하고 있다. 두 가지 방식을 막대사탕 3개를 5사람에게 똑같이 나누어 주는 균등 분할 문제를 예로 하여 설명하면 다음과 같다. 먼저, 합성단위에 대한 스플리팅 조작은 합성 단위인 3개의 막대 사탕이 한 사람의 몫을 5번 반복하여 구성될 수 있다는 것을 인식한다. 따라서 [그림 Ⅱ-4]와 같이 막대 사탕 3개를 5명이 균등하게 나누어 가질 수 있도록 막대 사탕 3개와 5명을 공통으로 측정하는 새로운 단위를 찾아야 되고 이 경우에는 15가 된다. 결국 3개의 막대 사탕을 각각 5등분함으로써 3개의 막대 사탕을 15개로 바꾸면 한 사람의 몫은 3조각이 되고, 이것은 막대 사탕 한 개의 $\frac{3}{5}$이 되는 것이다.



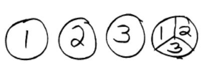
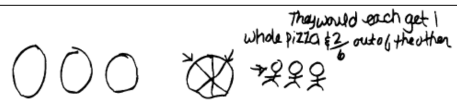
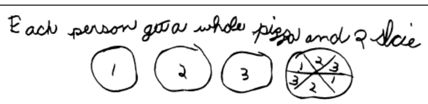
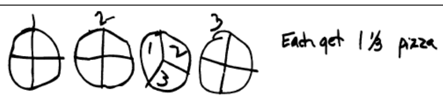
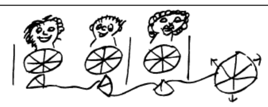
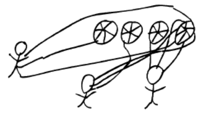
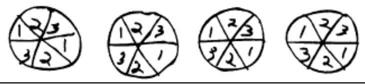
[그림 Ⅱ-4] 스플리팅 조작의 예

다음으로 분배 분할 조작은 전체를 이루는 부분에 주목하여 각 부분의 양을 균등하게 나누어 각각에서 한 조각씩을 가지는 전략이다. 예를 들면 앞의 스플리팅 조작의 예와 같이 막대사탕 3개를 5사람에게 똑같이 나누어 주는 균등 분할 조작을 예로 들면 [그림 Ⅱ-5]와 같이 각 막대 사탕을 5등분하고 각각의 막대 사탕에서 한 조각씩을 모아 한 사람의 몫을 결정하는 것이다.



[그림 Ⅱ-5] 분배 분할 조작의 예

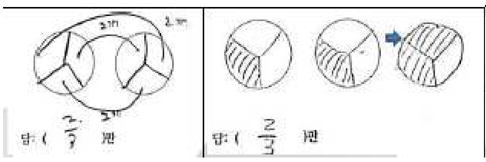
그런데 두 가지 균등 문제 해결 방법에 대해 막대 사탕이 분할된 모양과 개수는 그림 상으로는 차이가 없다. 따라서 그림만으로 해결 방법을 판정하기보다 문제해결자의 문제해결 과정에 대한 설명을 참고하여 판정할 필요가 있다(김성희, 신재홍, 이수진, 2018).

유형		예시
단위 보존 (preserved-pieces strategies)	효과적 분할 표시 표시대로 자르기	
	과도한 분할 표시 효과적으로 자르기	
	과도한 분할 표시 표시대로 자르기	
모두 표시 (mark-all strategies)	효과적 분할 표시 표시대로 자르기	
	과도한 분할 표시 효과적으로 자르기	
	과도한 분할 표시 표시대로 자르기	
분배 (distribution strategies)	효과적 분할 표시	
	과도한 분할 표시	

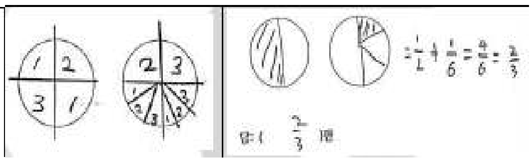
[그림 Ⅱ-6] 균등 분배 문제 해결 전략(Lamon, 1996, p. 180)

다음으로 Lamon(1996)은 분할 활동을 해보지 않은 4학년에서 8학년까지 학생들을 대상으로 11개의 과제를 이용하여 균등 분배 문제를 해결하도록 하였다. 그 결과로 이 연구에서는 학생들의 균등 분배 문제 해결 전략을 불완전하거나 타당하지 않은 것을 제외하고, 크게 3가지로 구분하고, 각각이 효율적으로 표시되고 자르기를 시도했는가에 따라 [그림 Ⅱ-6]과 같이 세부적으로 8가지를 제시하고 있다. 여기서 단위 보존 전략(preserved-pieces strategies)은 단위를 최대한 분할하지 않고 보존하는 전략이고, 모두 표시 전략(mark-all strategies)은 각 단위를 모두 분할하는 전략이며, 분배 전략(distribution strategies)은 각각의 단일 단위를 같은 수의 조각으로 잘라 사람들에게 균일하게 나누어 주는 전략이다. 그리고 각각에 대하여 분할하는 선을 효과적으로 했는가와 자르는 과정이 효과적인 것을 구분하여 제시하고 있다. Lamon(1996)이 제시한 8가지 전략은 스플리팅 조작(splitting operation)에 의한 방법은 나타나 있지 않았으며, 분배 분할 조작(distributive partitioning operation) 방법만을 제시하고 있는 것이다.

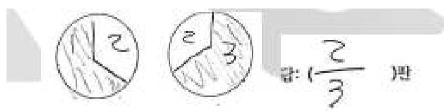
다음으로 우리나라 연구를 살펴보면, 이지영, 방정숙(2014)은 단위에 대한 이해 조사에서 묶으로서 의미의 분수에 대한 6학년 150명 학생들의 이해 정도를 조사하였다. 그리고 그 결과 분석에서는 단위에 대한 올바른 이해를 바탕으로 1을 각각 등분할하는 경우, 여러 가지 단위를 사용하는 경우, 전체 단위를 등분할하는 3가지 경우로 나누어 분석하였다. 다음 [그림 Ⅱ-7]은 이지영, 방정숙(2014)에서 제시한 학생들의 반응의 예이다. 이것을 Lamon(1996)의 분석틀과 비교하여 제시하면, 1을 각각 등분할하는 경우는 분배 유형의 효과적 분할 표시 방법이고, 여러 가지 단위를 사용하는 경우는 모두 표시 유형에 속하지만 학생들의 반응에 따라 세부적인 유형은 구별이 필요하다. 마지막으로 전체 단위를 등분할하는 방법은 스플리팅 조작에 의한 방법으로 Lamon(1996)의 분석 틀에는 제시되어 있지 않다. 그리고 이지영, 방정숙(2014)의 질문지에는 분자가 분모보다 작기 때문에 Lamon(1996)의 분석틀에서 모두 표시 방법은 제시될 수가 없다. 이것은 세 가지 연구에서 분석 틀로 활용하는 것들이 문제에 제시된 수에 따라 나타나는 전략에 차이가 있을 수 있음을 의미한다.



1을 각각 등분할하는 경우



여러 가지 단위를 사용하는 경우



전체 단위를 등분할하는 경우

[그림 Ⅱ-7] 균등 분배 문제에 대한 우리나라 학생들의 반응 예시(이지영, 방정숙, 2014, p. 95)

한편, Empson & Levi(2011)는 균등 분배 문제해결 방법을 4가지로 제시하고 있다. 이를 살펴보면, 나눌 대상을 나눌 수로 각각 나누어 각각에서 $\frac{1}{n}$씩 가져가는 방법(분배 전략), 나눌 수에 맞게 적절히 대상을 나누고 나머지를 다시 나누어 가는 방법(모두 표시 전략), 제수와 피제수가 1이외의 공약수가 있는 경우에 공약수로 나누어 구하는 비율 전략, 묶으로서 분수 의미를 바로 적용하는 경우로 제시하고 있다.

이상에서 알아본 바와 같이 균등 분배 문제에 대한 학생들의 문제해결 방법에는 연구자 마다 차이가 있다. 이것은 기본적으로 문제에 제시된 수에 영향을 받으며, 학생들이 관련 내용에 대해 경험한 방식이나 교과서의 전개 방식에도 영향을 받음을 알 수 있다. 예를 들어, 이지영, 방정숙(2014)의 질문지에는 분자가 분모보다 작은 경우의 문제만이 제시되어 있어 Lamon(1996)의 분석틀에 제시된 단위 보존 전략은 나타날 수 없는 한계가 있다. 또 우리나라 교과서에서도 2007 개정 수학교과서(교육과학기술부, 2012)에서는 합성단위에 대한 스플리팅 조작이 용이하도록 제시한 반면에, 2009 개정 수학교과서(교육부, 2015b)에서는 분배 분할 조작이 용이하도록 제시한 특징이 있으며, 이러한 교과서 제시 방식은 학생들의 문제해결 방법에 영향을 줄 수 있다. 즉, 문제에 제시된 수나 교과서나 학교에서 다루는 방식, 개개인 학생들의 경험과 같은 변인들은 학생들의 균등 문제해결 방법에 영향을 줄 수 있

으며, 특히 문제에 제시된 수는 학생들의 문제해결 전략을 정확히 확인하기 위하여 중요하게 고려하여 제시될 변인의 하나이다(Empson & Levi, 2011). 따라서 교과서의 문장제에 제시할 수에 대한 주의 깊은 고려와 더불어 학생들의 문제해결 방법에 존재할 수 있는 문제해결 경로를 파악하여 그 수준에 맞도록 학습 내용을 구성하여 전개해 가는 노력이 요구된다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

1. 연구 대상

본 연구를 위해 광주광역시에 소재한 Y초등학교 학년별 4개 학급에서 2학년 2개 반 44명, 4학년 2개 반 38명, 6학년 2개 반 42명을 연구대상자로 선정하였다. 연구자 선정은 연구 수행이 용이한 학교를 편의표집(convenience sampling)하였으며, 이에 따라 연구 결과에 대한 일반화에 제한이 따를 수 있다. 그렇지만, 연구 목적이 균등 분배 문제와 분수의 크기 비교에 대한 초등학생들의 문제해결 경향을 파악하고, 이에 대한 시사점을 도출하는 것이기 때문에 결과의 일반화보다는 균등 분배 문제 해결과 분수의 크기 비교에 대한 초등학생들의 문제해결 방법을 파악하는데 초점을 두었다. 또한, 균등 분배 문제에 대해 학생들의 해결 과정에 대한 심층적 이해를 위해 학생들의 반응 결과를 바탕으로 2학년 2명, 4학년 2명, 6학년 1명과 심층 면담을 실시하였고, 그 결과를 전사하여 결과 분석에 활용하였다.

2. 연구 설계 및 도구

초등학생들의 균등 분배 문제와 분수의 크기 비교에 대한 반응을 분석하기 위해 질문지를 제작하여 검사를 실시하였다. 검사 문항은 Empson & Levi(2011)에서 다루어진 문제들을 우리나라 교과서에 제시된 교육 내용에 부합하도록 재구성하여 질문지를 제작하였다[2]. 검사 문항에서 1-2번은 결과가 자연수인 등분제 상황이고, 3-6번은 결과가 분수인 등분제 상황이었다. 또한 7-10번은 결과가 분수인 등분제 상황을 크기 비교하는 문항이었다. 검사 문항에서 결과가 자연수인 등분제의 경우는 균등 분배 문제가 등분제 상황이므로 그 기본인 자연수 상황의 해결 방법을 파악하기 위한 것이었고, 결과가 분수인 등분제의 경우는 문항에 제시된 수에 따라 해결 방법이 달라질 수 있는 점을 고려하여 <표 Ⅲ-1>과 같은 의도로 질문지를 구성하였다. 검사지를 구성하여 검사 대상과 같은 학년의 학생들을 대상으로 예비검사를 실시한 후 최종 문항을 확정하였고, 구체적인 질문지 내용은 <부록>에 제시하였다.

2) 예를 들면, 우리나라 교과서의 2015 개정 교육과정에 따른 현장 검토본 교과서(교육부, 2018b)에 제시된 ‘전통 음식 체험장에서 떡 3개를 4명이 똑같이 나누어 먹으려고 합니다. 한 사람이 먹을 떡의 양을 구해 봅시다(p. 10).’와 같은 문제를 의미한다. 그렇지만 본 검사 대상자들 중 6학년 학생들이 학습한 2009개정 교육과정에 따른 교과서(교육부, 2016)에서는 5-2학기에 본 내용이 다루어지고 있으며, ‘3÷4의 몫을 나타내는 방법을 알아봅시다(p. 90).’와 같이 맥락을 제시하지 않고 있다.

<표 Ⅲ-1> 검사 문항

문항	분배 상황	답의 크기	문항의 의도
1	6÷2	답 > 1	답이 자연수인 등분제를 어떻게 해결하는가?
2	6÷3	답 > 1	
3	4÷6	답 < 1	답이 1보다 작은 분수인 등분제를 어떻게 해결하는가?
4	3÷2	답 > 1	답이 1보다 큰 분수인 등분제를 어떻게 해결하는가? ☞제시된 수들은 분수 모형을 이용할 때 각 문제 상황에 따라 분할 방법에 차이가 있을 수 있음
5	10÷4	답 > 1	
6	5÷3	답 > 1	
7	1÷2 □ 2÷4	답 < 1	같은 비율을 가진 두 상황에 대한 분수의 크기 비교는 어떠한가?
8	2÷3 □ 2÷4	답 < 1	분배할 양(분자)이 같은 두 상황에 대한 분수의 크기 비교는 어떠한가?
9	2÷3 □ 3÷4	답 < 1	1보다 단위 분수만큼 작은 두 분수 상황에 대한 분수의 크기 비교는 어떠한가?
10	3÷4 □ 4÷9	답 < 1	기준분수인 $\frac{1}{2}$보다 크거나 작은 두 분수 상황에 대한 분수의 크기 비교는 어떠한가?

검사에서는 학생들에게 자신이 생각한 방법대로 자유롭게 답을 하도록 하였고, 2학년의 경우에는 등분제 맥락과 분수에 대한 이해가 없기 때문에 일상에서 균등 분배 상황을 생각하며 자유롭게 답을 하도록 안내하였다. 또한 4, 6학년 학생들의 경우에는 문제 상황에 대해 본인이 해결할 수 있는 방법대로 해결하도록 안내하고 검사를 실시하였다.

3. 자료 수집 및 분석 방법

검사 대상자들이 검사에 성실히 임하였기 때문에 모든 검사지를 분석 대상으로 결과를 분석하였다. 균등 분배 문제 해결 방법을 분석하기 위한 방법으로는 먼저 학년별 정답률의 경향이나 특징을 파악하기 위하여 정답률을 분석하였다.[3] 그리고 정답의 경우에 답이 자연수인 균등 분배 문제에서는 아래와 같이 7가지 유형으로, 답이 분수인 균등 분배 문제에서는 Ⅱ장의 이론적 배경에서 살펴본 4가지 연구에 비추어 <표 Ⅲ-2>와 같은 분석틀을 만들어 분석하였다[4].

3) 오답의 경우에는 단순 오답과 분할할 양을 남기는 경우 및 균등 분할하지 못하는 경우이다. 예를 들어, 분할할 양을 남기는 경우는 '사과 3개를 2명의 학생들이 똑같이 나누어 먹었습니다. 한 사람이 먹은 사과는 얼마만큼인지 구하시오.'의 경우에 '1개씩을 나누어 먹고, 남은 1개는 동생에게 준다.'와 같은 반응을 의미한다. 본 연구에서는 오답을 유형화하여 분석하지는 않았다.

4) 본 연구에서는 균등 분배 문제에 대해 학생들이 선호하는 풀이 방법을 파악하기 위한 것이므로, Lamon(1996)의 경우에 '그림을 이용하여 답을 하는 것'과 같은 제한을 검사지에 제시하지 않았다. 따라서 결과 분석에서도 그림이나 식을 이용한 경우로 구분하지 않고, 이용한 방법의 특징에 주목하여 분석틀을 구성하였다.

먼저, 답이 자연수인 균등 분배 문제에서는 학생들의 반응 결과를 바탕으로 다음과 같은 7가지 유형으로 구분하여 분석하였다.

① 식만 제시한 경우
② 식과 그림(묶음)으로 표현한 경우
③ 그림(묶음)으로만 표현한 경우
④ 식과 그림(등분)으로 표현한 경우
⑤ 그림(등분)으로만 표현한 경우
⑥ 답만 제시한 경우
⑦ 오답 및 무반응

<표 Ⅲ-2> 균등 분배 문제와 분수의 크기 비교 문제에 대한 분석틀

<table>
<tr><th colspan="2">유형</th><th>설명</th></tr>
<tr><td colspan="2">스플리팅 조작</td><td>· 전체 양의 각 단위를 같은 부분으로 분할하여 미지의 양인 한 사람 몫으로 반복하여 전체를 구성하는 전략</td></tr>
<tr><td rowspan="4">분배 분할 조작</td><td>단위 보존</td><td>· 단위를 최대한 분할하지 않고 보존하는 전략</td></tr>
<tr><td>모두 표시</td><td>· 단일 단위를 여러 가지 방법으로 모두 분할하는 전략</td></tr>
<tr><td>분배</td><td>· 각각의 단일 단위를 사람 수 만큼 나누어 각각에서 한 조각씩 나누어 가지는 전략</td></tr>
<tr><td>합성단위의 분할</td><td>· 전체량을 분할 대상 수의 배수만큼 되도록 각 단위를 같은 수로 분할하여 균등 분배하는 전략</td></tr>
<tr><td colspan="2">몫으로 분수</td><td>· $a \div b = \frac{a}{b}$로 표현하는 전략</td></tr>
<tr><td colspan="2">식(나눗셈)</td><td>· $a \div b$를 직접 계산하여 소수로 나타내는 전략</td></tr>
<tr><td colspan="2">비율</td><td>· 4÷6의 상황을 2÷3으로 해석하여 해결하는 전략</td></tr>
<tr><td colspan="2">오답 및 무반응</td><td>· 나누어 줄 대상을 남기거나 균등 분배를 못한 경우, 무반응</td></tr>
</table>

다음으로 답이 분수인 균등 분배 문제와 분수의 크기 비교 문제에서는 선행 연구 4가지에서 제시한 것과 학생들의 반응을 바탕으로 다음 <표 Ⅲ-2>와 같이 구분하여 분석하였다. 그리고 분수의 크기 비교에서는 두 가지 균등 분배 상황이 제시되어 있고, 문제에 제시된 수에 따라 각기 다른 유형이 나타날 수 있기 때문에 학생들의 반응에 나타난 두 가지 방법을 <표 Ⅲ-2>의 준거에 따라 모두 구분하여 분석하였다. 또한 크기 비교의 특성상, 두 양을 어림을 하거나 분자를 기준으로 크기를 비교한 경우도 구분하여 분석하였다.

Ⅳ. 결과 분석

1. 균등 분배 문제에 대한 분석 결과

이 절에서는 균등 분배 문제에 대한 초등학생들의 정답률과 문제해결 방법을 분석하였다. 먼저, 균등 분배 문제에 대한 학년별 정답자 수와 정답률은 <표 Ⅳ-1>과 같다. 균등 분배 문제에서 1-2번은 결과가 자연수인 등분제 상황으로 2학년 학생들은 아직 나눗셈을 배우지 않았으나, 그림(묶음)을 이용하여 정답을 한 학생의 비율이 높게 나타났다(<표 Ⅳ-2>참조). 그리고 4학년과 6학년 학생들은 문제해결 방법에서 차이는 있었지만, 모두 정답을 하였다.

<표 Ⅳ-1> 균등 분배 문제에 대한 학년별 정답자 수와 정답률(%)

문항 번호	2학년(44명)	4학년(38명)	6학년(42명)
1	41(93.2)	38(100)	42(100)
2	38(86.4)	38(100)	42(100)
계	79(89.8)	76(100)	0(100)
3	12(27.3)	31(81.6)	33(78.6)
4	30(68.2)	34(89.5)	40(95.2)
5	22(50.0)	30(78.9)	40(95.2)
6	11(25.0)	16(42.1)	34(81.0)
계	75(42.6)	111(73.0)	147(87.5)

결과가 분수인 균등 분배 문제의 경우에는 2학년 학생들은 문항에 따라 정답률의 차이를 보였으며, 그림을 이용하여 분할하기가 쉬운 4번 문항의 정답률이 높았고, 나누어 줄 양보다 나누어 줄 대상의 수가 많은 3번 문항(4÷6의 상황)경우와 그림을 이용하여 균등 분할하기가 쉽지 않은 6번 문항(5÷3의 상황)경우에 정답률이 낮게 나타났다.

4학년 학생들의 경우에는 비교적 높은 정답률을 보였지만, 2학년 학생들과 마찬가지로 그림을 이용하여 균등 분할하기에 어려움이 있는 6번 문항의 정답률이 낮게 나타났으며, 2학년 학생들에 비해 상대적으로 다양한 문제해결 방법을 이용하여 정답률이 높게 나타났다. 6학년 학생들의 경우에는 식의 오류를 범한 경우를 제외하고 나눗셈 식을 이용하여 답을 하였기 때문에 전체적으로 높은 정답률을 보였으며, 식을 이용한 비율이 높기 때문에 문제에 주어진 수에 영향을 크게 받지 않는 것으로 판단된다.

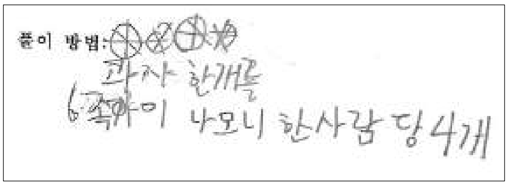
다음으로 답이 자연수인 균등 분배 문제에 대한 초등학생들의 문제해결 방법은 <표 Ⅳ-2>와 같다. 2학년 학생들의 경우에는 아직 나눗셈을 배우지 않은 학생들이었지만, 식을 이용한 경우에는 1, 2번 문항에서 나눗셈 식을 이용하여 해결한 학생이 1명 있었고, 곱셈식이나 뺄셈식(예: 6-3=3)을 이용하여 답을 한 학생들이 포함되었다. 정답자의 대부분 학생들은 그림(묶음)을 이용하여 해결한 경우였다.

<표 Ⅳ-2> 문제해결 방법(답이 자연수인 경우)

문항	학년	식	식, 그림 (묶음)	그림 (묶음)	식, 그림 (등분)	그림 (등분)	답만	오답, 무반응
1	2	7(15.9)	·	31(70.5)	·	3(6.8)	·	3(6.8)
	4	13(34.2)	11(29.0)	10(26.3)	·	3(7.9)	1(2.6)	·
	6	34(80.9)	5(11.9)	2(4.8)	·	·	1(2.4)	·
2	2	4(9.1)	·	31(70.5)	·	3(6.8)	·	6(13.6)
	4	14(36.8)	11(29.0)	10(26.3)	·	2(5.3)	1(2.6)	·
	6	34(80.9)	5(11.9)	1(2.4)	1(2.4)	·	1(2.4)	·

4학년 학생들의 경우에는 나눗셈 식을 이용하거나, 나눗셈 식과 그림(묶음)을 병행하여 제시한 경우, 그림(묶음)을 이용하여 답을 한 경우의 순으로 많이 나타났다. 2학년에 비해 나눗셈을 배웠기 때문에 식이나 식과 그림(묶음)을 병행하여 정답을 한 비율이 높게 나타나는 특징이 있었다. 6학년 학생들의 경우에는 나눗셈 식을 이용한 비율이 두 문항 모두 80.9%로 높게 나타났으며, 식과 그림(묶음)을 병행하여 정답을 한 사례가 다음으로 높게 나타났다. 특히, 6학년 학생들은 몫으로서 의미의 분수를 배웠기 때문에 쉽게 정답을 할 것으로 판단되지만, 6학년 학생과의 면담 예화와 같이 모델을 이용하여 균등 분할을 할 수 있지만, 분수 용어를 사용하는 데는 어려움을 가지는 경우도 있었다. 이런 상황에 비추어 분수 학습에서 분수 모델을 활용한 문제해결과 분수 용어와의 연결이 중요하며, 교사가 균등 분배 맥락을 분수로 표현하도록 적절히 지도하는 것이 필요하다는 것을 알 수 있다.

학　생 : *(문제를 읽은 후) 과자 4개를 6명이 똑같이 나누어 먹으니까, 과자 한 개를 6조각으로 나눌 수 있으므로 한 사람당 4개씩 먹어요.*



면담자 : *4개가 무엇을 의미하지?*

학　생 : *(6조각으로 분할 된 것 중 1조각을 가리키며) 이것이 4개.*

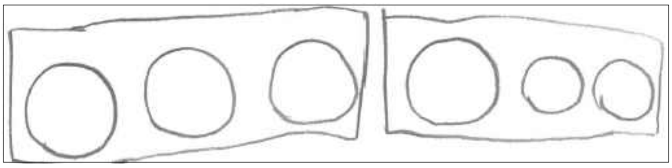
면담자 : *한 사람이 먹는 양을 분수로 나타낼 수 있겠니?*

학　생 : *네, $\frac{1}{6}$ 이 4개니까(답을 못함).*

한편, 답이 자연수인 균등 분배 문제는 나눗셈의 등분제 상황으로 그림을 이용할 경우에 등분의 과정으로 답을 할 가능성이 높게 예측되었으나, 식과 그림(묶음)을 병행하여 답을 하거나, 그림(묶음)으로 답을 한 학생의 비율이 높게 나타났다. 이것은 문제에 제시된 수가 적을 경우에 2학년 학생과의 다음의 면담 예화와 같이 직관적으로 대상을 쉽게 묶음으로 인식할 수 있기 때문으로 해석된다. 즉, 학교 수학에서는 등분제와 포함제 상황에 적합한 문제해결 방법을 달리 제시하고 있지만, 학생들은

즉각적으로 대상을 인식하여 해결할 수 있는 방법으로 문제를 해결하는 경향이 있음을 알 수 있다.

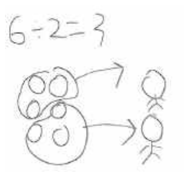
면담자 : 이 문제 푼 거 기억나니? (원을 가리키며) 이 동그라미는 무엇이니?



학　생 : 빵이요.
면담자 : 이 네모는?
학　생 : 2명이 먹으니까 이렇게 묶었어요.
면담자 : 그럼 한 사람은 빵을 얼마만큼 먹게 되지?
학　생 : 3개씩이요.

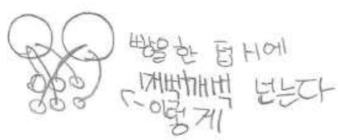
답이 자연수인 균등 분배 문제에 대한 초등학생들의 대표적인 문제해결 방법은 다음 [그림 Ⅳ-1]과 같다.

1) 식과 그림(묶기) 전략 (1번)



2) 그림(묶기) 전략(1번)

3) 그림(등분) 전략(1번)



[그림 Ⅳ-1] 답이 자연수인 균등 분배 문제에 대한 학생들의 해결 전략 예시

다음으로 답이 분수인 균등 분배 문제에 대한 초등학생들의 문제해결 방법은 <표 Ⅳ-3>과 같다. 4가지 균등 분배 문제에 대하여 문제에 주어진 수에 따라, 그리고 학년별로 사용한 문제해결 방법에서 차이가 나타났으며, 학년별로는 사용하는 전략에 일정한 경향이 나타났다. 먼저, 2학년 학생들의 경우에는 분배하는 양이 분배하는 사람보다 적은 3번 문항의 경우에 정답자들은 모두 표시 전략을 사용하였고, 분배하는 양이 분배하는 사람의 수보다 큰 4, 5, 6번에서는 단위 보존, 분배 전략 순으로 정답률이 높게 나타났다.

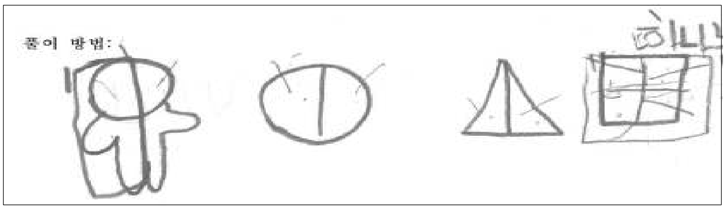
<표 Ⅳ-3> 문제해결 방법(답이 분수인 경우)

문항	학년	스플리팅	단위보존	모두표시	분배	합성단위분할	몫	식(나눗셈)	비율	오답무반응
3	2	·	·	**12 (27.3)**	·	·	·	·	·	32 (72.7)
	4	2 (5.3)	·	6 (15.8)	**19 (50.0)**	2 (5.3)	1 (2.6)	·	1 (2.6)	7 (18.4)
	6	·	·	2 (4.8)	·	·	8 (19.0)	**23 (54.8)**	·	9 (21.4)
4	2	·	**25 (56.8)**	·	5 (11.4)	·	·	·	·	14 (31.8)
	4	1 (2.6)	**24 (63.2)**	·	8 (21.1)		1 (2.6)	·	·	4 (10.5)
	6	·	2 (4.8)	1 (2.4)	·	·	5 (11.9)	**32 (76.1)**	·	2 (4.8)
5	2		**20 (45.5)**	·	2 (4.5)	·		·	·	22 (50.0)
	4	2 (5.3)	**19 (50.0)**	2 (5.3)	6 (15.8)	·	1 (2.6)	·	·	8 (21.0)
	6	·	2 (4.8)	·	·	·	5 (11.9)	**33 (78.5)**	·	2 (4.8)
6	2	·	**11 (25.0)**	·	·	·		·	·	33 (75.0)
	4	·	**7 (18.4)**	3 (7.9)	5 (13.2)	·	1 (2.6)	·	·	22 (57.9)
	6	·	1 (2.4)	·	·	·	7 (16.7)	**26 (61.9)**	·	8 (19.0)

다음은 4÷6 상황의 문제에 대한 2학년 학생과의 면담 내용이다. 이 예화에서 학생은 먼저 빵 3개를 2조각으로 쪼갠 후 6명에게 분할 한 후, 네 번째 빵은 다른 사람에게 준다고 생각하여 분배할 양을 '남김없이' 사용해야 한다는 조건을 간과했음을 알 수 있다. 그렇지만 면담 과정에서 면담자가 '과자를 남김없이 나누어야 한다.'고 요구했을 때 학생은 네 번째 빵을 6조각으로 나눌 수 있었다. 이를 통해 균등 분배 문제 상황의 지도에서는 학생들이 전체량을 다양하게 분할해 보는 경험을 제공하는 것이 매우 중요하며, 학습 상황에서도 다양하게 분할을 시도해 보도록 해야 할 것이다.

면담자 : 이 문제 어떻게 풀었는지 말해 볼래?
학　생 : 네. 여기서 6명의 애들이 이렇게 2개씩 묶고, 하나는 다른 사람에게 줄 거예요.
면담자 : 2개씩 묶는다는 게 무슨 뜻이지?

학　생 : 과자 한 개를 이렇게 절반으로 쪼개서 줘요. (사람모양, 원모양, 삼각형 모양 과자에 연필로 표시하며) 한 명, 두 명, 세 명, 네 명, 다섯 명, 여섯 명.



면담자 : 아 그렇구나. 근데 왜 과자 한 개는 다른 사람에게 주어야 한다고 생각했어?

학　생 : 절반씩 쪼개서 6명에게 주면 되는데, 한 개가 남으면 쪼개줄 수가 없어서요.

면담자 : 아. 그렇구나. 과자를 남김없이 먹어야 한다면 나머지 한 개는 어떻게 할까?

학　생 : (처음 사각형 위에 더 큰 사각형을 그린 후 6조각으로 나누며)이렇게 나눠요. 6명이 나누어 먹어야 하니까, 6개로 나누었어요.

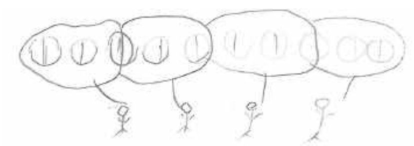
면담자 : 그럼 한 사람은 얼마만큼 먹게 되니?

학　생 : 반개하고, 이만큼(6조각 중 한 조각을 가리키며).

4학년 학생들의 경우에는 3번 문항에서는 분배, 모두 표시 전략 순으로 나타났으며, 4, 5, 6번에서는 단위 보존, 분배 전략으로 순으로 나타났다. 따라서 4, 5, 6번에서는 2학년과 4학년의 경우에 사용하는 전략의 유사성이 나타났으며, 나누어 줄 수가 나누어 줄 사람의 수보다 큰 경우에는 분배 가능한 양을 먼저 나누어 분배하고, 나머지를 분할하여 분배하는 경향이 있음을 알 수 있다.

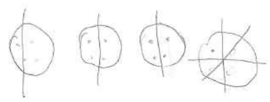
6학년의 경우에는 나눗셈 식을 이용한 비율이 높게 나타났으며, 몫의 의미로 해결한 비율이 다음으로 나타났다. 특히, 균등 분배 문제의 경우에 6학년 학생들은 이미 학습한 몫의 의미의 분수로 해석할 가능성이 있지만, 몫의 의미로 해결하기 보다는 나눗셈 식을 이용한 비율이 높게 나타나는 특징이 있었다.

1) 스플리팅 전략
(5번)



2) 단위보존 전략
(4번)

3) 모두표시 전략
(3번)



[그림 Ⅳ-2] 답이 분수인 균등 분배 문제에 대한 학생들의 해결 전략 예시

이상의 결과에서 균등 분배 문제 해결에서 학생들이 사용하는 전략은 문제에 제시된 수에 따라 사용하는 전략에 영향을 받는다는 것과 학생들의 학습 경험도 영향을 끼침을 알 수 있다. 또한 6학년

학생들의 경우에도 균등 분배 문제를 몫의 의미로 해석하여 해결하기 보다는 나눗셈 식을 이용하여 해결한 것으로 볼 때 문제와 관련된 학습 내용이 명시적으로 나타나지 않는 경우에 문제 상황에 즉각적으로 적용할 수 있는 전략을 주로 이용함을 알 수 있었다(예시 [그림 Ⅳ-2] 참고).

2. 분수의 크기 비교에 대한 분석 결과

분수의 크기 비교에 대한 학년별 정답자 수와 정답률은 <표 Ⅳ-4>와 같다. 2학년과 4학년 학생들 모두 분모가 다른 분수의 크기 비교를 배우지 않은 학생들로 정답을 한 학생들은 4학년 한 명의 학생을 제외하고, 모두 그림을 이용하여 해결하였다. 2학년과 4학년 학생들의 경우에는 분할이 쉬운 7번 문항의 정답률이 높게 나타났으며, 분할에 어려움이 있는 10번 문항의 경우에 정답률이 낮게 나타났다.

6학년 학생들의 경우에는 전체적으로 정답률이 높게 나타났으나, 10번 문항의 경우에도 다른 문항에 비해 낮은 정답률을 보였다. 이것은 나눗셈 식과 몫의 의미로 해석하지 않은 학생들이 분할에 어려움을 가진 것임을 알 수 있다. 전체적으로 학년에 걸쳐 공통적으로 사람 수에 맞게 균등 분할이 용이한 7번의 정답률이 높게 나타났으며, 크기 비교의 과정에서 몫의 의미로 결과를 분수로 나타내어 문제를 해결한 6학년 학생을 제외하고는, 분수를 이용하지 않고 나눗셈 결과인 소수나 분수 모델에 나타난 양적인 크기를 판단하여 답을 하였다.

<표 Ⅳ-4> 분수의 크기 비교에 대한 학년별 정답자 수와 정답률(%)

문항 번호	2학년(44명)	4학년(38명)	6학년(42명)
7	25(56.8)	34(89.5)	38(90.5)
8	14(31.8)	19(50.0)	34(81.0)
9	9(20.1)	20(52.6)	33(78.6)
10	2(4.5)	14(36.8)	28(66.7)
계	50(28.4)	86(56.6)	133(79.2)

분수의 크기 비교에서는 두 가지 균등 분할의 상황이 주어졌기 때문에 학생들의 문제해결 방법은 2가지가 병행하여 나타난 경우가 많았으며, 분수의 크기 비교에 관한 학생들의 문제해결 방법의 분석은 이분모 분수의 크기 비교를 배우지 않은 2, 4학년과 6학년을 구분하여 분석하였다. 먼저, 2학년과 4학년 학생들의 분수 크기 비교 방법은 <표 Ⅳ-5>와 같다.

2학년 학생들의 경우에는 7번 문항의 경우에 분배할 전체량의 각 단위를 분할 대상에 적합한 수로 분할하여 균등 분배하기(2÷4는 각각을 2개씩으로 나누어 4개를 만들어 4명에게 분배)가 용이한 합성단위 분할 전략을 이용한 비율이 높게 나타났다. 그 외의 문제들은 문제에 주어진 수에 따라 적절한 전략을 사용하였다. 특히 10번 문항에서는 4÷9의 경우에 대상을 적절히 분할하기에 어려움이 있어 사용한 전략이 모두 표시와 모두 표시 및 분배 전략이 한 개씩만 나타났으며, 그 외의 시도는 나타나지 않았다.

4학년 학생들의 경우에는 7번 문항에서 2학년 학생들과 유사한 반응 분포를 보였으며, 다른 문항에서도 사용한 전략에서 유사한 경향이 있었지만, 사용한 전략은 다양하였다. 각 문항에 몫으로서 의미

의 분수를 활용하여 문제를 해결한 학생이 1명씩 나타났는데, 선행 학습의 결과로 확인되었다.

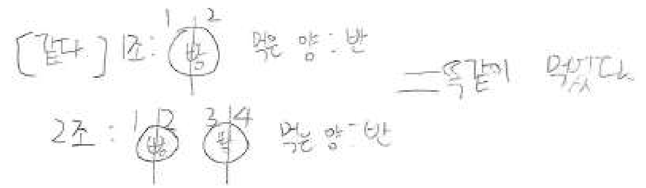
<표 Ⅳ-5> 2학년과 4학년 학생들의 분수 크기 비교 방법

문항	학년	몫	합성단위 분할	모두 표시	분배	모두/ 분배	모두/합 성	분배/합 성	오답 무반응
7	2	·	**24 (54.5)**	·	1 (2.3)	·	·	·	19 (43.2)
	4	1 (2.6)	**31 (81.6)**	·	2 (5.3)	·	·	·	4 (10.5)
8	2	·	2 (4.5)	2 (4.5)	3 (6.8)	·	2 (4.5)	**5 (11.4)**	30 (68.2)
	4	1 (2.6)	3 (7.9)	1 (2.6)	5 (13.2)	·	2 (5.3)	**7 (18.4)**	19 (50.0)
9	2	·	·	**4 (9.1)**	2 (4.5)	2 (4.5)	1 (2.3)	·	35 (79.6)
	4	1 (2.6)	2 (5.3)	3 (7.9)	**9 (23.7)**	5 (13.1)	·	·	18 (47.4)
10	2	·	·	**1 (2.3)**	·	**1 (2.3)**	·	·	42 (95.4)
	4	1 (2.6)	3 (7.9)	**6 (15.8)**	3 (7.9)	1 (2.6)	·	·	24 (63.2)

※ 나눗셈(식), 비율 전략은 나타나지 않았음.

분수의 크기 비교 문제에 대한 초등학생 2학년과 4학년 학생들의 대표적인 문제해결 방법은 다음 [그림 Ⅳ-3]과 같다.

1) 합성단위분할
(7번)



2) 분배/ 합성단위분할
(8번)

[그림 Ⅳ-3] 분수의 크기 비교 문제에 대한 2, 4학년 학생들의 해결 전략 예시

6학년 학생들의 경우에는 나눗셈 식으로 해결하여 크기를 비교한 학생들의 비율이 모든 문제에서 높게 나타났으며, 다음으로는 몫의 의미의 분수로 나타내어 분모가 다른 분수의 크기를 비교한 학생들의 비율이 높게 나타났다. 식을 사용하지 않은 나머지 학생들은 문항에 따라 여러 가지 방법을 사용하고 있음을 알 수 있었다.

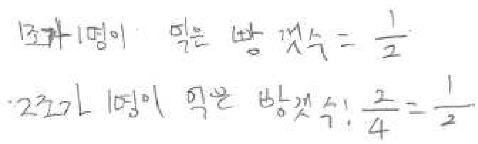
<표 Ⅳ-6> 6학년 학생들의 분수 크기 비교 방법

문항	학년	몫	나눗셈	합성단위분할	비율	모두표시	분배	모두/합성	분자기준	어림	오답무반응
7	6	10 (23.8)	**18** **(42.9)**	8 (19.0)	2 (4.8)						4 (9.5)
8	6	11 (26.2)	**16** **(38.1)**				2 (4.8)	1 (2.4)	3 (7.1)	1 (2.4)	8 (19.0)
9	6	10 (23.8)	**17** **(40.5)**			4 (9.5)	1 (2.4)			1 (2.4)	9 (21.4)
10	6	9 (21.4)	**14** **(33.3)**			3 (7.2)				2 (4.8)	14 (33.3)

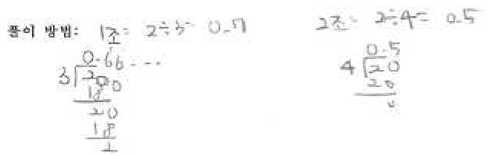
※ 모두/ 분배, 분배/합성 전략은 나타나지 않았음.

분수의 크기 비교 문제에 대한 초등학교 6학년 학생들의 대표적인 문제해결 방법은 다음 [그림 Ⅳ-4]와 같다.

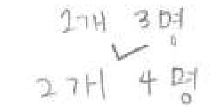
1) 몫(7번)



2) 나눗셈(8번)



3) 분자 기준(8번)



[그림 Ⅳ-4] 분수의 크기 비교 문제에 대한 6학년 학생들의 해결 전략 예시

V. 결론

학생들은 형식적인 수학을 배우기 전이라도 일상생활에서 체득한 비형식적 지식을 활용하여 여러 가지 수학 문제를 해결할 능력을 가지고 있다. 분수의 경우에도 학생들은 비형식적 지식을 활용하여 분수 관련 문제를 해결할 수 있다(Mack, 2001). 이 중에서 균등 분배 문제는 정해진 양을 균등하게 분배하는 경험을 바탕으로 몫의 의미의 분수 개념을 배우기 전이라도 학생들은 일상의 경험을 바탕으로 이와 관련된 문제를 해결할 수 있다(이지영, 방정숙, 2014; Empson & Levi, 2011; Lamon, 1996).

이 연구에서는 몫으로서 의미의 분수 맥락인 균등 분배 문제를 활용하여 몫으로서 의미로 분수를 배운 학생들과 그렇지 않은 학생들을 대상으로 각 집단별로 어떤 문제해결 방법을 활용하여 해결하는가를 조사연구를 통해 살펴보았다. 연구 대상은 초등학교 2, 4, 6학년 학생들이었고, 질문지에 자신이 생각한 방법으로 문제를 해결하도록 하였다. 그 결과로 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

첫째, 답이 자연수인 등분제인 균등 분배 문제의 경우에 나눗셈을 아직 배우지 않은 2학년 학생들은 그림(묶음)을 이용하여 정답을 한 학생의 비율이 높게 나타났으며, 4학년과 6학년 학생들은 모두 정답을 하였다. 그리고 결과가 분수인 균등 분배 문제의 경우에는 2학년 학생들은 문항에 따라 정답률의 차이를 보였는데, 그림을 이용하여 분할하기가 쉬운 문항의 정답률이 높았고, 균등 분할하기가 쉽지 않은 문항의 경우에 정답률이 낮게 나타났다. 4학년 학생들의 경우에는 2학년 학생들에 비해 상대적으로 다양한 문제해결 방법을 이용하여 정답률이 높게 나타냈다. 6학년 학생들의 경우에는 식의 오류를 범하는 경우를 제외하고, 나눗셈 식을 이용하여 답을 하였기 때문에 전체적으로 높은 정답률을 보였다.

전반적으로 정답률에 대해 살펴보면, 학년이 높아짐에 따라 정답률이 증가하는 결과가 나타났지만, 각 문항별로는 학년별로 정답률의 분포 비율이 유사한 경향을 나타내었다. 이것은 문제 구조가 유사함에도 불구하고, 학생들이 느끼는 난이도는 문제에 주어진 수에 영향을 받는다는 것을 알 수 있다.

둘째, 답이 자연수인 균등 분배 문제의 경우에 2학년 학생들의 경우에 정답자의 대부분 그림(묶음)을 이용하여 해결한 경우였다. 4학년 학생들의 경우에는 나눗셈 식을 이용하거나, 나눗셈 식과 그림(묶음)을 병행하여 제시한 경우, 그림(묶음)을 이용한 경우의 순으로 정답률이 나타났다. 2학년에 비해 나눗셈을 배웠기 때문에 식을 이용한 비율이 높게 나타나는 특징이 있었다. 6학년 학생들의 경우에는 나눗셈 식을 이용한 비율이 두 문항 모두 80.9%로 높게 나타났으며, 식과 그림(묶음)이나 그림(묶음)만을 이용한 사례도 나타났다.

그리고 결과가 분수인 균등 분배 문제의 경우에는 문제에 주어진 수에 따라, 그리고 학년별에 따라 사용하는 문제해결 방법에서 차이가 나타났으며, 학년별로는 사용하는 전략에 일정한 경향이 나타났다. 2학년 학생들의 경우에는 분배하는 양이 분배하는 사람의 수보다 적은 문항의 경우에 정답자들은 모두 표시 전략을 사용하였고, 분배하는 양이 분배하는 사람의 수보다 큰 문항에서는 단위 보존, 분배 전략 순으로 정답률이 높게 나타났다. 4학년 학생들의 경우에는 분배하는 양이 분배하는 사람의 수보다 적은 문항에서 분배, 모두 표시 전략 순으로 나타났으며, 분배하는 양이 분배하는 사람의 수보다 큰 문항에서는 단위 보존, 분배 전략으로 순으로 나타났다. 6학년의 경우에는 나눗셈 식을 이용한 비율이 높게 나타났으며, 몫의 의미로 해결한 비율이 다음으로 나타났다.

전반적으로 문제해결 방법에 관해 살펴보면, 학생들은 문제에 제시된 수에 따라 즉각적으로 사용할 수 있는 전략을 선호한다는 것과 학생들의 학습 경험도 영향을 끼침을 알 수 있다. 2학년 학생들의 경우에는 분할에 어려움이 없는 문항의 정답률이 높게 나타났다. 4학년 학생들의 경우에는 2학년 학생들과 유사한 반응 분포를 보였으나, 사용한 전략은 좀 더 다양하였다. 또한 6학년 학생들의 경우에

몫의 의미의 분수로 문제를 해석하여 해결하기보다, 나눗셈 식으로 해결하여 소수로 계산하는 것을 선호함을 알 수 있다.

셋째, 분수의 크기 비교에 대하여 문항에 제시된 수치에 따라 분할이 쉬운 문항의 정답률이 높게 나타났으며, 분할에 어려움이 있는 문항의 경우에 정답률이 낮게 나타났다. 6학년 학생들의 경우에는 전체적으로 정답률이 높게 나타났으나, 역시 분할이 어려운 문항의 경우에 다른 문제에 비해 낮은 정답률을 보였다. 균등 분배 문제를 활용한 분수의 크기 비교 문제는 검사지 구성의 문항 제시 이유에서 기술했듯이, 통분의 과정을 이용하지 않고서도 비형식적인 방법으로 해결할 수 있는가를 알아보는 데에도 초점을 두었다[5]. 그렇지만 검사 결과에서는 그러한 반응은 8번 문항의 경우에 6학년 학생들 중에서 분자를 기준으로 판단한 경우와 어림 전략으로 대략적인 값을 바탕으로 답을 한 소수의 사례를 제외하고는 그림을 이용하여 한 사람이 갖게 되는 경우의 양을 비교하거나 식을 이용하여 직접 비교하는 경우가 대부분이었다.

본 연구에서는 균등 분배 문제에 대한 학생들의 문제해결 정도와 방법을 알아보았다. 균등 분배 문제는 학생들이 일상생활에서 자주 접하는 균등 분배 맥락을 통해 몫의 의미로 분수를 도입할 수 있는 가능성을 보여준다(Empson & Levi, 2011). 본 연구에서도 학교교육을 통해 분수를 배우지 않은 2학년 학생들의 경우에 스스로 방법으로 균등 분배 문제를 해결할 수 있었다. 이것은 많은 나라의 교과서에서 부분-전체 의미로 분수를 도입하고 있는 상황과(이대현, 2018), 이로 인해 학생들이 분수를 특정 영역의 부분(조각)으로 인식하고, 0과 1사이의 값으로 생각하게 하는 분수 지도에 시사점을 제시한다. 균등 분배 문제는 일상의 경험을 바탕으로 분배하고, 이를 진분수뿐만 아니라, 대분수나 가분수 같은 다양한 분수로 표현하도록 할 수 있으며, 발생적 맥락에 따라 분수를 지도할 수 있는 방안이 될 수 있다. 따라서 균등 분배 문제를 활용할 때 여러 가지 분수의 도입 시기 및 방법에 대한 고려가 이루어져야 한다. 한편, 균등 분배 문제를 활용한 학습의 효과를 높이기 위하여 학생들이 스스로 문제를 해결하도록 하고, 각자의 방법을 공유하도록 상호 토론의 기회를 주며, 수업은 학생들의 비형식적 지식과 전략을 활용하여 진행할 필요가 있다(이신득, 권혁진, 2007).

균등 분배 맥락을 활용할 때에는 맥락에 주어진 수를 신중하게 고려하여 제시할 필요가 있다. 본 연구에서도 학생들이 제시한 문제해결 방법은 문제에 제시된 수에 따라 일정한 경향을 나타내었으며, 정답률에도 영향을 끼치고 있었다. 이러한 결과는 우리나라 교과서 집필에서도 문제에 이용되는 '수'에 대한 신중한 교수학적 고려를 필요로 한다. 또한 학생들의 이해 정도를 파악하기 위한 과정 중심 평가 문제에서도 개념적 이해를 바탕으로 해결한 것인지, 일상적이고 직관적인 경험을 바탕으로 해결하였는지 파악하기 위하여 문제에 포함될 수에 관심이 요구된다. 즉, 균등 분배 문제에서는 나누어 줄 양과 나누어 줄 사람의 수의 선택이 중요하며, 이것은 학생들이 비형식적으로 문제를 해결하는 방법에 영향을 주며, 학생들의 비형식적 문제해결 전략과 이해 정도를 파악하는 중요한 요인이 되기 때문이다.

---

5) 7번 문항은 1÷2와 2÷4의 상황이므로 같은 비율임을 직관적으로 인식하여 해결할 수 있다. 8번 문항은 2÷3과 2÷4의 상황이므로 나누어 줄 양은 동일하지만 나누어 줄 사람의 수가 다르다는 것을 바탕으로 해결할 수 있다. 9번 문항은 2÷3과 3÷4의 상황이므로 1에서 $\frac{1}{3}$이 부족한 상황과 $\frac{1}{4}$이 부족한 상황을 비교하여 해결할 수 있다. 10번 문항은 3÷4와 4÷9의 상황이므로 기준 분수인 $\frac{1}{2}$을 이용하여 해결할 수 있다.

참고 문헌

강완(2014). 분수 개념 지도 내용과 방법 분석. **수학교육학연구, 24**(3), 467-480.

교육과학기술부(2012). **수학 5-2**. 서울: 두산동아.

교육부(2015a). **수학과 교육과정**. 교육부 고시 제2015-74호[별책 8].

교육부(2015b). **수학 5-2**. 서울: ㈜천재교육.

교육부(2016). **수학 5-2**. 서울: ㈜천재교육.

교육부(2018a). **수학 3-1**. 서울: ㈜천재교육.

교육부(2018b). **수학 6-1**(5~6학년군 수학 현장검토본). 서울: ㈜천재교육.

김민경(2009). 초등학생의 분수 이해 분석-6학년의 분수 개념 및 분수 나눗셈을 중심으로-. **한국학교수학회논문집, 12**(2), 151-170.

김민경, 박은정, 허지연(2012). '맥락성' 관점에서 본 수학교과서의 문제 분석. **한국학교수학회논문집, 15**(1), 1-25.

김성희, 신재홍, 이수진(2018). Steffe의 분할 조작의 관점에서 본 균등 분배 문제 해결 과정 분석과 그 적용. **학교수학, 20**(1), 17-42.

우정호(1998). **학교수학의 교육적 기초**. 서울: 서울대학교출판부.

이대현(2018). 한국, 일본, 싱가포르, 미국, 핀란드의 수학 교과서에 제시된 분수지도 내용의 비교·분석. **초등수학교육, 21**(2), 11-130.

이신득, 권혁진(2007). 실생활 중심의 교수-학습 자료 개발과 이를 활용한 수학 수업에 대한 학생들의 인식 변화 고찰. **한국학교수학회논문집, 10**(1), 45-69.

이지영, 방정숙(2014). 분수의 다양한 의미에서 단위에 대한 초등학교 6학년 학생들의 이해 실태 조사. **수학교육학연구, 24**(1), 83-102.

장혜원(2002). 수학 학습을 위한 상황문제의 활용. **학교수학, 4**(3), 483-494.

Baroody, A. J., & Coslick, R. T. (1998). *Fostering Children's Mathematics Power: An Investigative Approach to K-8 Mathematics Instruction*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Charles, R., Caldwell, J., Cavanagh, M., Copley, J., Crown, W., Fennell, F., Murphy, S., Sammons, K., Schielack, J., & Tate, W. (2012a). *enVision MATH grade 3 common core*. NJ: Pearson Education, lnc.

Charles, R., Caldwell, J., Cavanagh, M., Copley, J., Crown, W., Fennell, F., Murphy, S., Sammons, K., Schielack, J., & Tate, W. (2012b). *enVision MATH grade 4 common core*. NJ: Pearson Education, lnc.

Empson, S. B., & Levi, L. (2011). *Extending Children's Mathematics-Fractions and Decimals-*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Lamon, S. J.(1996). The development of unitizing: Its role in children's partitioning strategies. *Journal of Research in Mathematics Education, 27*(2), 170-193.

Mack, N. K. (2001). Building on informal knowledge through instruction in a complex content domain: Partitioning, units, and understanding multiplication of fractions. *Journal for Research in Mathematics*, 32(3).

An Analysis on the Elementary Students' Problem Solving about Equal Sharing Problem and Fraction Order

Lee, Daehyun[6)]

Abstract

Fraction has difficulties in learning because of the diversity of meanings, the ways of presenting contents and teaching methods in elementary school mathematics. Therefore, the various strategies of teaching of fraction concept is proposed as an alternative. The problem of equal sharing problem is that children can experience the concept of fractions naturally in the context of everyday distribution. Even before learning formal fractions, children can solve them in various ways based on their own experiences. The purpose of this study is to investigate the degree of problem solving and problem solving strategies for children in 2nd, 4th, and 6th grades in elementary school.

As a result of the research, the percentage of correct answers increased as the grade increased, but the grade levels showed a difference depending on the numbers given to the problems. Also, there were differences in the problem solving strategies according to the grade levels. Also, according to the numbers presented in the problem, the percentage of correct answers was high in items that were easy to divide, and the percentage of correct answers was low in items that were difficult to divide. When children solved the problems, they were affected by the strategies they could use immediately according to the number presented in the problem, and their learning experiences were also affected.

Key Words : equal sharing problem, fraction order, splitting operation, distributive partitioning operation, preserved-pieces strategy, mark-all strategy, distribution strategy

Received August 5, 2018
Revised November 6, 2018
Accepted November 10, 2018

---

* 2010 Mathematics Subject Classification : 97C30
6) Gwangju National University of Education (leedh@gnue.ac.kr)

<부록> 검사지

학 교(   ) 성 명(   )

※ 본 검사는 여러분이 문제를 푸는 방법을 파악하기 위한 것입니다.
문제를 읽고, 여러분이 사용한 문제 풀이 방법과 답을 자세히 써 주시기 바랍니다.
본 검사 결과는 연구 자료로만 활용됩니다. 검사에 응해 주셔서 감사합니다.

□ 다음 문제를 자신이 풀 수 있는 방법으로 풀고, 풀이 방법과 답을 자세히 쓰시오.
여러 가지 풀이 방법을 제시하여도 됩니다.

1. 빵 6개를 2명이 똑같이 나누어 먹었습니다. 한 사람이 먹은 빵은 얼마만큼 인지 구하시오.
   풀이 방법:
   답: (이하 동일)
2. 막대 사탕 6개를 3명이 똑같이 나누어 먹었습니다. 한 사람이 먹은 막대 사탕은 얼마만큼 인지 구하시오.
3. 과자 4개를 6명의 아이들이 똑같이 나누어 먹었습니다. 한 사람이 먹은 과자는 얼마만큼 인지 구하시오.
4. 사과 3개를 2명의 아이들이 똑같이 나누어 먹었습니다. 한 사람이 먹은 사과는 얼마만큼 인지 구하시오.
5. 빵 10개를 4명이 똑같이 나누어 먹었습니다. 한 사람이 먹은 빵은 얼마만큼 인지 구하시오.
6. 막대 사탕 5개를 3명의 아이들이 똑같이 나누어 먹었습니다. 한 사람이 먹은 막대 사탕은 얼마만큼 인지 구하시오.
7. 1조는 빵 1개를 2명의 아이들이 똑같이 나누어 먹었고, 2조는 빵 2개를 4명의 아이들이 똑같이 나누어 먹었습니다. 두 조에서 한 아이가 먹은 빵이 같은지? 다르다면 어느 조의 아이들이 더 먹었는지 구하시오.
8. 1조는 빵 2개를 3명의 아이들이 똑같이 나누어 먹었고, 2조는 빵 2개를 4명의 아이들이 똑같이 나누어 먹었습니다. 두 조에서 한 아이가 먹은 빵이 같은지? 다르다면 어느 조의 아이들이 더 먹었는지 구하시오.
9. 1조는 빵 2개를 3명의 아이들이 똑같이 나누어 먹었고, 2조는 빵 3개를 4명의 아이들이 똑같이 나누어 먹었습니다. 두 조에서 한 아이가 먹은 빵이 같은지? 다르다면 어느 조의 아이들이 더 먹었는지 구하시오.
10. 1조는 빵 3개를 4명의 아이들이 똑같이 나누어 먹었고, 2조는 빵 4개를 9명의 아이들이 똑같이 나누어 먹었습니다. 두 조에서 한 아이가 먹은 빵이 같은지? 다르다면 어느 조의 아이들이 더 먹었는지 구하시오.