

우리나라와 일본의 초등학교 수학과 교육과정 측정 영역 비교 · 분석: 외연량을 중심으로

이승은¹⁾ · 이정은²⁾ · 박교식³⁾

본 연구에서는 우리나라의 2015 개정 초등학교 수학과 교육과정과 일본의 2017 개정 초등학교 수학과 교육과정 <측정 영역>의 7개 외연량 시간, 길이, 둘레, 무게, 넓이, 각도, 부피의 지도 실정을 비교, 측정, 어렵재기의 세 관점에서 비교 · 분석하고 있다. 이러한 비교 · 분석의 결과로부터 우리나라의 차기 초등학교 수학과 교과서 및 차기 초등학교 수학과 교육과정 개발과 관련하여 다음과 같은 논의가 필요하다는 것을 제안할 수 있다. 첫째, 시간, 길이, 둘레, 무게, 넓이, 각도, 부피 각각에 대해 비교(직관적 비교, 직접 비교, 간접 비교), 직접 측정(임의 단위에 의한 측정, 표준 단위에 의한 측정), 간접 측정, 어렵재기의 취급 범위를 명확히 하는 것에 대한 논의가 필요하다. 둘째, 직관적 비교가 곤란한 경우에 직접 비교를 하게 하는 것에 대한 논의가 필요하다. 셋째, 무게의 간접 비교를 재고하는 것에 대한 논의가 필요하다. 넷째, 임의 단위에 의한 각도의 측정을 재고하는 것에 대한 논의가 필요하다. 다섯째, 넓이 1cm^2 와 1m^2 및 부피 1cm^3 와 1m^3 가 각각 어느 정도의 크기인지를 짐작할 수 있게 하는 B류 어렵재기를 취급하는 것에 대한 논의가 필요하다.

주요용어 : 간접 측정, 비교, 어렵재기, 외연량, 직접 측정

I. 서론

우리나라의 수학과 교육과정을 개정하고자 할 때 중요하게 참고하는 것이 여러 나라의 수학과 교육과정이다. 그런 차원에서 일본의 수학과 교육과정 역시 중요하게 참고가 되고 있다. 예를 들어 우리나라의 2015 개정 수학과 교육과정 시안 개발 연구(박경미 외, 2015)를 보면, 일본의 수학과 교육과정을 적지 않게 참고하고 있음을 알 수 있다. 일본의 수학과 교육과정을 참고하는 것은 수학과 교육과정의 국제적인 동향을 파악하기 위해서도 필요하다. 실제로 수학과 교육과정의 국제적인 동향을 파악하기 위한 연구에서 일본을 포함시킨 국내 연구를 볼 수 있다(김선희, 2014; 김화경 외, 2016; 나귀수 외, 2003; 박성택, 1992, 1993b; 방정숙 외, 2015a, 2015b; 정영옥 외, 2016).

일본에서는 2017년에 새로운 수학과 교육과정을 발표하였다. 이 교육과정은 2020년부터 적용될 예

* MSC2010분류 : 97D30

1) 경인교육대학교 대학원(lseblues@nate.com)
2) 경인교육대학교 대학원(cocoletter@naver.com)
3) 경인교육대학교(pkspark@gin.ac.kr), 교신저자

정이다. 우리나라에서는 이미 2015년에 새로운 수학과 교육과정(교육부, 2015b)을 발표하였다. 그런 만큼 일본의 2017 개정 수학과 교육과정은 우리나라의 차기 수학과 교육과정 개발에 참고가 될 수 있다. 본 연구에서는 우리나라의 차기 초등학교 수학과 교육과정 개발에 도움을 주기 위하여, 우리나라의 2015 개정 초등학교 수학과 교육과정(이하, 간단히 우리나라의 2015 교육과정)과 일본의 2017 개정 초등학교 수학과 교육과정(文部科學省, 2017a; 이하, 간단히 일본의 2017 교육과정)을 비교·분석한다. 우리나라와 일본의 초등학교 수학과 교육과정을 비교·분석하는 연구는 1990년대 이후로 지금까지 계속되어 오고 있다(박교식, 2014; 박성택, 1993a, 1995, 1999; 박영배, 1992; 임문규, 2001, 2005; 임해미, 김부미, 2014; 임현수, 강홍재, 2010; 조운동, 윤용식, 2014; 하태성, 2001).

본 연구에서는 특히 우리나라의 2015 교육과정과 일본의 2017 교육과정 <측정 영역>을 비교·분석한다. 우리나라의 2015 교육과정 <측정 영역>에서는 시간, 길이, 둘이, 무게, 넓이, 각도, 부피를 취급한다. 이 이외에 5~6학년군에서 이상, 이하, 초과, 미만, 올림, 버림, 반올림의 의미와 활용을 취급한다. 그런데 일본에서는 이것을 4학년의 <수와 계산 영역>에서 취급한다. 한편, 일본의 2017 교육과정 <측정 영역>은 1~3학년에 한정되며 길이, 시간, 넓이, 둘이, 무게를 취급하고 있고 각도, 평면도형의 넓이, 입체도형의 부피는 <도형 영역>에 포함시키고 있다. 원주율의 경우, 우리나라의 2015 교육과정에서는 <측정 영역>에, 일본의 2017 교육과정에서는 <도형 영역>에 포함되어 있다. 그런데 원주율 자체는 외연량이 아니다. 이런 점을 고려하여, 본 연구에서는 7개 외연량 시간, 길이, 둘이, 무게, 넓이, 각도, 부피에 초점을 맞추어 그 지도 실정을 비교·분석한다.

우리나라와 일본의 초등학교 수학과 교육과정만으로는 외연량의 지도 실정을 비교·분석하는 것이 쉽지 않기 때문에 실제적으로는 교과서에 제시된 외연량의 지도 실정을 비교·분석하게 된다. 이러한 입장에서 우리나라와 일본의 초등학교 수학 교과서에서의 특정한 외연량의 지도 실정을 비교·분석한 연구를 볼 수 있다(박교식, 2015b; 방정숙 외, 2016; 조영미, 임선훈, 2010). 이러한 연구에서는 특정한 외연량의 지도 실정에 어떠한 차이점이 있는가에 주목하고 있다. 그리고 이러한 차이점으로부터 우리나라의 차기 초등학교 수학 교과서 및 차기 초등학교 수학과 교육과정 개발과 관련하여 어떤 논의가 필요한지를 찾는다.

본 연구도 선행 연구와 같은 관점에서 시간, 길이, 둘이, 무게, 넓이, 각도, 부피에 초점을 맞추어 우리나라의 2015 교육과정과 일본의 2017 교육과정의 <측정 영역>을 비교·분석한다. 그러나 교육과정 자체만으로는 각 외연량의 지도 실정의 차이점을 명확히 드러낼 수 없다는 점에서, 우리나라의 경우에는 교과서와 교사용 지도서를 분석 대상에 포함시킨다. 또, 일본의 경우에는 2017 교육과정 해설서(文部科學省, 2017b)와 일본의 2008 개정 초등학교 수학과 교육과정(文部科學省, 2008)에 따른 교과서 1종(啓林館)을 포함시킨다. 본 연구에서는 논의의 편의를 위해 우리나라의 2009 개정 초등학교 수학과 교육과정(교육과학기술부, 2011), 제7차 초등학교 수학과 교육과정(교육부, 1997)을 각각 간단히 (우리나라의) 2009 교육과정, (우리나라의) 1997 교육과정이라고 하기로 한다. 또, 일본의 2008 개정 초등학교 수학과 교육과정과 1998 개정 초등학교 수학과 교육과정(文部科學省, 1998)을 각각 간단히 (일본의) 2008 교육과정과 (일본의) 1998 교육과정이라고 하기로 한다. 또, 우리나라의 2015 교육과정과 우리나라의 2009 교육과정에 따른 교과서와 교사용 지도서를 구별하기 위해, 예를 들어 《2015 수학 1-1 (교)》, 《2009 수학 4-1 (지)》와 같이 사용한다. 한편, 일본의 2009 교육과정에 따른 교과서는 예를 들어 《일본 2008 수학 2-上》과 같이 사용하기로 한다.

II. 이론적 배경

1. 외연량의 지도 실정

외연량의 지도 실정은 세부적으로 비교, 측정, 어림재기로 구분할 수 있다(Reys, et al., 2012; Van de Walle et al., 2008; 교육부, 2015b; 김수환 외, 2011; 이용률, 2010; 片桐重男, 2012). 우리나라의 2015 교육과정 <측정 영역> 1~2학년군, 3~4학년군, 5~6학년군에서도 공통적으로 “측정 과정에서 경험하는 양의 비교, 측정, 어림은 수학 학습을 통해 길러야 할 중요한 기능(11쪽, 18쪽, 24쪽)”이라고 하고 있다. 비교는 단위를 사용하지 않고 두 양의 크기 중 어느 쪽이 더 큰지를 판단하는 것이고, 측정은 단위를 사용하여 양의 크기를 재는 것이다. 어림재기는 표준 단위를 사용하여 대략적으로 양의 크기를 짐작하는 것이다.

1) 외연량의 비교

외연량의 비교에는 직관적 비교, 직접 비교, 간접 비교의 세 가지 유형이 있다(Reys, et al., 2012; 교육부, 2015b). 직관적 비교는 감각으로 두 대상의 양의 크기 중 큰 쪽 또는 작은 쪽을 판단하는 것이다. 직접 비교는 맞대어보거나 겹쳐보거나 하는 등의 조작을 통해 두 대상의 양의 크기 중 큰 쪽 또는 작은 쪽을 판단하는 것이다. 간접 비교는 제3의 물건을 매개로 하여 두 대상의 양의 크기 중 큰 쪽 또는 작은 쪽을 판단하는 것이다.

길이, 넓이, 들이, 각도, 부피의 직관적 비교는 시각적으로 각각 긴 쪽 또는 짧은 쪽, 넓은 쪽 또는 좁은 쪽, 많이 담을 수 있는 쪽 또는 적게 담을 수 있는 쪽, 더 벌어진 쪽 또는 덜 벌어진 쪽, 큰 쪽 또는 작은 쪽을 판단하는 것이다. 무게의 직관적 비교는 두 대상을 손으로 들어보고 무거운 쪽 또는 가벼운 쪽을 판단하는 것이다. 시간의 직관적 비교는 청각적으로 더 오래 걸린 쪽 또는 덜 오래 걸린 쪽을 판단하는 것이다.

길이, 넓이, 각도, 부피의 직접 비교는 두 대상을 맞대어 각각 긴 쪽 또는 짧은 쪽, 넓은 쪽 또는 좁은 쪽, 더 벌어진 쪽 또는 덜 벌어진 쪽, 큰 쪽 또는 작은 쪽을 판단하는 것이다. 무게의 직접 비교는 양팔 저울의 두 접시에 대상을 놓아 어느 쪽으로 기울어지는지를 판단하는 것이다. 한 용기에 물을 가득 부은 다음에 그 물을 다른 용기에 부으면서 처음 용기의 물이 남는지 또는 다른 용기에 물이 가득 차지 않는지를 판단하는 것은 들이의 직접 비교이다. 종이비행기를 동시에 날려 오래 또는 짧게 날아간 것을 판단하는 것은 시간의 직접 비교이다(Reys, et al. 2012).

길이, 넓이, 들이, 각도, 부피의 간접 비교는 매개물을 사용하여 각각 긴 쪽 또는 짧은 쪽, 넓은 쪽 또는 좁은 쪽, 많이 담을 수 있는 쪽 또는 적게 담을 수 있는 쪽, 더 벌어진 쪽 또는 덜 벌어진 쪽, 큰 쪽 또는 작은 쪽을 판단하는 것이다. 무게의 경우에 양팔 저울을 사용하더라도 제3의 물건을 이용하여 그 물건보다 무겁거나 가벼운 것을 판단하는 것은 간접 비교이다(교육부, 2017a; 日本數學教育學會, 2011). 두 사람이 게임을 할 때 한 사람은 모래시계의 모래가 다 떨어지기 전에, 다른 한 사람은 모래가 다 떨어진 후에 마쳤다고 하면, 어느 쪽이 오래 또는 짧게 걸렸는지 판단할 수 있다. 이와 같은 것이 시간의 간접 비교이다.

2) 외연량의 측정

외연량의 측정에는 직접 측정과 간접 측정의 두 가지 유형이 있지만, 직접 측정을 임의 단위에 의한 측정과 표준 단위에 의한 측정으로 세분하면 모두 세 가지 유형이 있는 셈이다(교육부, 2017c; 이용률, 2010; 片桐重男, 2012). 유형을 다소 다르게 설정하고 있는 경우(김수환 외, 2011; Reys, et al., 2012)도 있다. 단위의 역할을 하는 물건을 사용하여 그것의 몇 개 분량으로 나타내는 것이 임의 단위에 의한 측정이다. 표준 단위를 사용하여 그것의 몇 개 분량으로 나타내는 것이 표준 단위에 의한 측정이다. 표준 단위를 사용하여 측정하는 대신, 계산으로 양의 크기를 구하는 것이 간접 측정이다.

길이의 임의 단위로는 뿔, 클립 등이 있고, 무게의 임의 단위로는 바둑돌, 동전 등이 있으며, 넓이의 임의 단위로는 정사각형 또는 직사각형 모양의 작은 종이, 스티커 등이 있다. 들이의 임의 단위로는 컵, 그릇 등이 있고, 부피의 임의 단위로는 정육면체 또는 직육면체 모양의 작은 나뭇조각, 블록 등이 있다. 각도의 임의 단위로는 종이를 네 번 접어서 (가로, 세로, 대각선 방향의 세 번, 그리고 그 반을 접는 것의 네 번) 만든 것을 생각할 수 있다(Van de Walle et al., 2008).⁴⁾ 시간의 임의 단위로는 맥박(이용률, 2010), 진자가 흔들리는 시간(Van de Walle et al., 2008)을 생각할 수 있다.

길이의 표준 단위로는 mm, cm, m, km 등이 있고, 무게의 표준 단위로는 g, kg, t 등이 있으며, 넓이의 표준 단위로는 cm^2 , m^2 , km^2 , a, ha 등이 있다. 들이의 표준 단위로는 mL, dL, L 등이 있고, 각도의 표준 단위로는 $^\circ$, $'$, $''$ 가 있으며, 부피의 표준 단위로는 cm^3 , m^3 , km^3 등이 있다. 시간의 표준 단위로는 시간, 분, 초가 있다. 일, 주일, 개월, 년 등도 시간의 표준 단위라 할 수 있다.

식을 이용하여 평면도형의 둘레, 다각형의 한 내각의 크기, 평면도형의 넓이와 입체도형의 부피를 계산으로 구하는 것이 간접 측정이다. 그러나 그것만이 간접 측정은 아니다. (비율)=(비교하는 양) \div (기준량)이라는 식에서 어느 두 양의 크기로부터 다른 한 양의 크기를 구하는 것도 간접 측정이다(片桐重男, 2012). 또한 $a_1 : b_1 = a_2 : b_2$ 라는 식에서 어느 세 양의 크기로부터 다른 한 양의 크기를 구하는 것도 간접 측정이다(김수환 외, 2011; 이용률, 2010; 片桐重男, 2012). 이와 같은 간접 측정은 일반적으로 문제를 해결하는 다양한 장면에서 다양하게 발생한다. 그런 만큼 초등학교 수학과 교육과정에 비율 또는 비례식을 이용한 간접 측정을 체계적으로 포함시키는 것은 곤란하다. 그런 이유에서 본 연구에서는 간접 측정을 도형의 둘레, 넓이, 부피를 구하는 것으로 한정한다.

3) 외연량의 어렵재기

외연량의 어렵재기에는 A류 어렵재기와 B류 어렵재기의 두 가지 유형이 있다. 어떤 대상이 주어졌을 때 그 대상의 양의 크기를 어렵재기 하는 것이 A류 어렵재기이고, 어떤 측정값이 주어졌을 때 그 측정값 정도의 양의 크기를 가진 대상을 찾거나 만드는 것이 B류 어렵재기이다(Bright, 1976; Coburn & Shuttle, 1986; Reys et al., 2012). 이때 그 측정값 정도의 양의 크기를 정신적으로 그려보는 것도 B류 어렵재기로 볼 수 있다.

게임을 얼마 동안 했는지, 연필의 길이가 얼마나 되는지, 컵 속에 주스가 얼마나 있는지, 축구공이 얼마나 무거운지, 질부채의 벌어진 정도가 얼마나 되는지, 과자 상자의 부피가 얼마나 되는지를 표준 단위를 사용하여 대략적으로 짐작하는 것이 A류 어렵재기이다.

한 시간 정도에 마칠 수 있는 것으로 무엇이 있는지, 15 cm쯤 되는 것으로 무엇이 있는지, 200 mL쯤 되는 것으로 무엇이 있는지, 35 g쯤 되는 것으로 무엇이 있는지, 40 cm^3 쯤 되는 것으로 무엇이 있는

4) 그것의 각도는 실제로는 22.5° 이다.

지, 30°쯤 되는 것으로 무엇이 있는지, 500 cm쯤 되는 것으로 무엇이 있는지를 짐작하는 것이 B류 어렵재기이다. 1분이 어느 정도 되는지, 10 cm가 어느 정도 되는지를 짐작하는 것도 B류 어렵재기에 해당한다.

2. 선행연구의 분석

우리나라와 일본의 초등학교 수학과 교육과정 또는 교과서에서의 시간, 길이, 들이, 무게, 넓이, 각도, 부피 모두의 지도 실정을 비교·분석한 선행 연구는 찾을 수 없다. 다만 특정한 외연량의 지도 실정을 비교·분석한 연구로는 조영미와 임선혜(2010), 박교식(2015b), 방정숙 외(2016)의 3편이 있다.

조영미와 임선혜(2010)에서는 우리나라, 싱가포르, 일본의 초등학교 수학과 교과서에서의 시간의 지도 실정을 비교·분석하고 있다. 비교·분석의 대상이 된 우리나라 교과서는 1997 교육과정에 따른 교과서이고, 일본의 교과서는 1998 교육과정에 따른 교과서이다. 이 연구에서는 표준 단위를 사용한 시간의 측정에 초점을 맞추고 있고, 시간의 비교와 어렵에 초점을 맞추고 있지는 않다.

박교식(2015b)에서는 우리나라와 일본의 초등학교 수학과 교과서에서의 각도의 지도 실정을 비교·분석하고 있다. 비교·분석의 대상이 된 우리나라 교과서는 2009 교육과정에 따른 교과서이고, 일본의 교과서는 2008 교육과정에 따른 교과서이다. 이 연구에서는 직관적 비교, 직접 비교, 간접 비교, 임의 단위에 의한 측정, 표준 단위에 의한 측정에 초점을 맞추고 있지만, 각도의 간접 측정과 각도의 어렵에는 초점을 맞추고 있지 않다. 그에 의하면, 우리나라에서는 각도의 직관적 비교, 직접 비교, 간접 비교, 임의 단위에 의한 측정, 표준 단위에 의한 측정을 취급한다. 이에 비해 일본에서는 직관적 비교, 직접 비교, 간접 비교, 표준 단위에 의한 측정을 취급하고, 임의 단위에 의한 측정은 취급하고 있지 않다.

방정숙 외(2016)에서는 한국, 일본, 싱가포르, 미국의 초등학교 수학과 교과서에서의 들이와 무게의 지도 실정을 비교·분석하고 있다. 비교·분석의 대상이 된 우리나라 교과서는 2009 교육과정에 따른 교과서이고, 일본의 교과서는 2008 교육과정에 따른 교과서이다. 이 연구에서는 전반적인 학습 내용 및 지도 시기의 비교·분석에서 들이와 무게의 비교, 측정, 어렵에 초점을 맞추고 있다. 그들에 의하면, 우리나라에서는 들이의 직관적 비교, 직접 비교, 간접 비교, 임의 단위에 의한 측정, 표준 단위에 의한 측정, 어렵재기를 취급한다. 이에 비해 일본에서는 들이의 직접 비교, 간접 비교, 임의 단위에 의한 측정, 표준 단위에 의한 측정을 취급하며, 직관적 비교와 어렵재기는 취급하고 있지 않다. 또, 우리나라에서는 무게의 직관적 비교, 직접 비교, 간접 비교, 임의 단위에 의한 측정, 표준 단위에 의한 측정, 어렵재기를 취급한다. 이에 비해 일본에서는 무게의 직접 비교, 간접 비교, 임의 단위에 의한 측정, 표준 단위에 의한 측정, 어렵재기를 취급하며, 직관적 비교는 취급하고 있지 않다.

III. 비교·분석의 대상 및 비교·분석의 방법

1. 비교·분석의 대상

우리나라와 일본의 초등학교 수학과 교육과정에서 취급하고 있는 7개 외연량 시간, 길이, 들이, 무게, 넓이, 각도, 부피의 지도 실정을 비교·분석하기 위해 기본적으로 두 나라의 초등학교 수학과 교

육과정을 비교·분석의 대상으로 한다. 그러나 우리나라의 경우, 교육과정만으로는 각 외연량의 지도 실정을 명확히 알기 어렵기 때문에 비교·분석의 대상에 1~6학년 교과서와 교사용 지도서를 포함시킨다. 우리나라의 2015 교육과정에 따른 3~6학년 교과서와 교사용 지도서는 아직 출판되지 않았지만, 우리나라의 2015 교육과정과 2009 교육과정에서의 외연량 지도 내용이 거의 같다는 점에서, 2009 교육과정에 따른 3~6학년 교과서와 교사용 지도서를 포함시킨다. 일본의 경우도, 교육과정만으로는 각 외연량의 지도 실정을 명확히 알기 어렵기 때문에, 비교·분석의 대상에 2017 교육과정 해설서를 포함시킨다. 일본의 2017 교육과정에 따른 교과서도 아직 출판되지 않았고, 또 일본의 2017 교육과정과 2008 교육과정에서의 외연량 지도 내용이 거의 같다는 점에서, 일본의 2008 교육과정에 따른 교과서 1종(啓林館)을 포함시킨다. 비교·분석의 대상이 되는 문헌을 정리하면 다음과 같다.

- ① 우리나라의 2015 교육과정
- ② 우리나라의 2015 교육과정에 따른 1~2학년 교과서, 교사용 지도서
- ③ 우리나라의 2009 교육과정에 따른 3~6학년 교과서, 교사용 지도서
- ④ 일본의 2017 교육과정
- ⑤ 일본의 2017 교육과정 해설서(산수과)
- ⑥ 일본의 2008 교육과정에 따른 교과서(啓林館)

2. 비교·분석의 방법

본 연구에서는 우리나라와 일본에서 공통으로 취급하는 시간, 길이, 둘이, 무게, 넓이, 각도, 부피의 지도 실정을 다음과 같은 세 관점에서 비교·분석한다.

첫째, 외연량의 비교를 어떻게 하도록 하고 있는가? 우리나라의 2015 교육과정(교육부, 2015b) 12쪽에서 “양의 비교는 직관적인 비교, 직접 비교, 간접 비교 등을 상황에 따라 알맞게 다룬다.”라고 언급하고 있고, 《2015 수학 2-1 (지)》 229쪽에서도 이러한 분류를 하고 있다. 이것을 고려하여 시간, 길이, 둘이, 무게, 넓이, 각도, 부피의 직관적 비교, 직접 비교, 간접 비교의 지도 실정을 비교·분석한다.

둘째, 외연량의 측정을 어떻게 하도록 하고 있는가? 외연량의 측정에는 임의 단위에 의한 측정, 표준 단위에 의한 측정, 간접 측정의 세 가지 유형이 있다. 본 연구에서는 《2015 수학 2-1 (지)》 229쪽에서 이와 같은 분류를 하고 있다는 것을 고려하여 시간, 길이, 둘이, 무게, 넓이, 각도, 부피의 임의 단위에 의한 측정, 표준 단위에 의한 측정, 간접 측정의 지도 실정을 비교·분석한다. 다만, 앞에서도 이미 언급했듯이, 간접 측정은 식을 이용하여 평면도형의 둘레와 넓이 및 입체도형의 부피를 계산으로 구하는 경우로 한정한다.

셋째, 외연량의 어렵재기를 어떻게 하도록 하고 있는가? 외연량의 어렵재기에는 A류 어렵재기와 B류 어렵재기의 두 가지 유형이 있다. 본 연구에서는 《2009 수학 3-2 (지)》 277쪽에서 이와 같은 분류를 하고 있다는 것을 고려하여 시간, 길이, 둘이, 무게, 넓이, 각도, 부피의 A류 어렵재기와 B류 어렵재기의 지도 실정을 비교·분석한다.

IV. 비교 · 분석

1. 외연량의 비교

우리나라의 2015 교육과정과 일본의 2017 교육과정에서 시간, 길이, 둘이, 무게, 넓이, 각도, 부피의 비교, 측정, 어림재기의 지도 실정을 확인하기 위해, 우리나라의 경우는 위의 ②, ③의 문헌을, 일본의 경우에는 ⑤, ⑥의 문헌을 참고하여 비교 · 분석한다.

1) 우리나라의 2015 교육과정

우리나라의 2015 교육과정에서 시간은 1~2학년군과 3~4학년군에서 취급하지만, 시간의 비교의 취급 여부는 언급하고 있지 않다. 길이, 둘이, 무게, 넓이의 비교는 1~2학년군에서 취급한다. 그러나 이때 1~2학년군 <측정 영역>의 ‘교수 · 학습 방법 및 유의 사항’에서 “양의 비교는 직관적인 비교, 직접 비교, 간접 비교 등을 상황에 따라 알맞게 다룬다(12쪽).”고 하고 있다.⁵⁾ 각도는 3~4학년군에서 취급하지만, 각도의 비교의 취급 여부는 언급하고 있지 않다. 부피는 5~6학년군에서 취급하지만, 부피의 비교의 취급 여부는 언급하고 있지 않다.

우리나라의 2015 교육과정에 따른 1~2학년 교과서와 교사용 지도서는 현재 발행되어 있으므로, 그것으로부터 다음을 알 수 있다. 《2015 수학 2-2 (지)》 217쪽에 따르면, 우리나라에서 시간의 비교는 취급하지 않는다. 길이, 둘이, 무게, 넓이의 비교는 《2015 수학 1-1 (교)》의 <단원 4. 비교하기>에서 취급한다. 이때 직관적 비교와 직접 비교를 취급한다. 그러나 길이의 일종인 높이의 간접 비교 이외에 무게, 넓이, 둘이의 간접 비교를 취급하고 있지는 않다. 길이의 비교는 《2015 수학 2-1 (교)》의 <단원 4. 길이 재기>에서 다시 취급하는데, 이때 길이의 간접 비교를 취급한다(《2015 수학 2-1 (지)》 231쪽).

한편, 우리나라의 2015 교육과정에 따른 3~6학년 교과서는 현재 발행되어 있지 않다. 우리나라의 2015 교육과정과 2009 교육과정에서 외연량의 비교 지도 내용은 같기 때문에, 우리나라의 2009 교육과정에 따른 교과서를 참고할 수 있다. 우리나라의 2009 교육과정에 따른 3~6학년 교과서로부터 다음을 알 수 있다. 《2009 수학 3-2 (교)》의 <단원 5. 둘이와 무게>에서도 둘이와 무게의 간접 비교를 취급했다. 《2009 수학 5-1 (교)》의 <단원 5. 다각형의 넓이>에서도 넓이의 간접 비교를 취급했다. 《2009 수학 4-1 (교)》의 <단원 3. 각도와 삼각형>에서도 각도를 취급했고, 이때 직관적 비교, 직접 비교, 간접 비교를 모두 취급했다(박교식, 2015b). 《2009 수학 6-1 (교)》의 <단원 6. 직육면체의 겉넓이와 부피>에서도 부피의 비교를 취급했고, 이때 직관적 비교, 직접 비교, 간접 비교를 모두 취급했다.

2) 일본의 2017 교육과정

일본의 2017 교육과정에서 시간은 2~3학년에서 취급하지만, 시간의 비교의 취급 여부는 언급하고 있지 않다. 일본의 2017 교육과정 해설서에서 시간의 비교는 취급하지 않고 있다(128쪽). 길이, 넓이,

5) 이것이 직관적인 비교, 직접 비교, 간접 비교를 차례로 그리고 모두 취급하는 것을 의미하는지, 아니면 경우에 따라서는 그 중 어느 것은 취급하지 않을 수도 있다는 것을 의미할 수도 있는지는 분명하지 않다.

들이, 부피를 직접 비교하거나 다른 물건을 이용하여 비교하는 것은 1학년에서 취급한다.⁶⁾ 무게는 3학년에서 취급한다. 일본의 2017 교육과정 해설서 172쪽에서는 무게의 직관적 비교가 곤란한 경우에 직접 비교를 하는 것을 예시하고 있지만, 간접 비교는 예시하지 않고 있다. 각도는 4학년에서 취급한다. 일본의 2017 교육과정 해설서에서는 각도의 직접 비교를 예시하고 있다(158쪽).

일본의 2017 교육과정에 따른 교과서는 현재 발행되어 있지 않다. 그러나 일본의 2017 교육과정과 2008 교육과정에서 외연량의 비교 지도 내용은 거의 같기 때문에, 일본의 2008 교육과정에 따른 교과서를 참고할 수 있다. 일본의 2008 교육과정에 따른 1종의 교과서(啓林館)으로부터 다음을 알 수 있다. 《일본 2008 수학 1》의 <단원 9. 크기 비교(1)>과 <단원 20. 크기 비교(2)>에서는 길이, 들이, 부피의 직관적 비교가 곤란한 경우의 직접 비교를 취급했다. 이 교과서에서는 넓이의 직관적 비교가 곤란한 경우를 상정하지 않은 채 바로 넓이의 직접 비교를 취급한다. 또, 넓이와 부피의 간접 비교는 취급하지 않고 있다.⁷⁾ 《일본 2008 수학 3-下》의 <단원 12. 무게>에서는 직관적 비교와 직접 비교를 취급했지만, 간접 비교는 취급하지 않고 있다. 《일본 2008 수학 3-下》의 <단원 10. 삼각형>에서는 각도의 직관적 비교와 직접 비교를 취급했고, 《일본 2008 수학 4-上》의 <단원 1. 각과 그 크기>에서는 각도의 직관적 비교와 직접 비교가 곤란한 경우에 간접 비교를 하는 것을 취급했다. 박교식(2015b)에서는 일본의 2008 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서에서 각도의 직관적 비교, 직접 비교, 간접 비교를 모두 하고 있는 것으로 분석했다. 《일본 2008 수학 5-上》의 <단원 2. 부피>에서는 부피의 직접 비교가 곤란한 상황을 제시하고 있다.

3) 비교 · 분석

우리나라의 2015 교육과정에서는 시간의 비교는 취급하지 않는다. 그러나 길이, 들이, 무게, 넓이, 각도, 부피의 직관적 비교, 직접 비교, 간접 비교를 모두 취급한다. 일본의 2017 교육과정에서도 시간의 비교는 취급하지 않는다. 그러나 길이, 들이, 넓이, 각도, 부피의 직관적 비교, 직접 비교, 간접 비교를 취급한다. 그러나 무게의 간접 비교는 취급하지 않는다. 일본에서는 직관적 비교라는 표현을 사용하고 있지 않음에도 불구하고, 본 연구에서는 일본의 2017 교육과정에서 직관적 비교를 취급한다고 간주한다. 그것은 일본의 2008 교육과정에 따른 교과서에서 대개 직관적 비교가 곤란한 장면을 제시하고 그것으로부터 직접 비교를 하도록 하고 있기 때문이다.⁸⁾

비교 · 분석한 결과를 <표 IV-1>과 같이 요약할 수 있다. 첫째, 일본에서는 직관적 비교라는 표현은 사용하고 있지 않다. 그러나 대부분 직관적 비교가 곤란한 경우로부터 직접 비교를 하도록 하고 있다는 점에서 직관적 비교를 취급한다고 할 수 있다. 둘째, 우리나라와 일본 모두 시간의 비교는 취급하지 않는다. 셋째, 우리나라와 일본 모두 길이, 들이, 넓이, 각도, 부피의 직관적 비교, 직접 비교, 간접 비교를 취급한다. 넷째, 우리나라에서는 무게의 직관적 비교, 직접 비교, 간접 비교를 모두 취급하지만, 일본에서는 무게의 간접 비교는 취급하지 않는다.⁹⁾

6) 일본어 かさは 우리나라의 들이와 부피를 모두 의미한다. 본 연구에서는 우리나라에 맞추어 かさが 들이를 의미할 때는 ‘들이’로, かさが 부피를 의미할 때는 ‘부피’로 구분하여 번역한다.

7) 《일본 2008 수학 1》은 1권으로 되어 있다.

8) 방정숙 외(2016)에서는 ‘학교도서’라는 출판사에서 발행한 (일본의 2008 교육과정에 따른) 교과서를 대상으로 하여, 들이와 무게의 직관적 비교는 취급하고 있지 않은 것으로 분석했다.

9) 일본에서는 무게의 간접 비교를 취급하지 않는다는 의견(片桐重男, 2012)도 있고, 취급한다는 의견(日本數學教育學會, 2011)도 있다.

<표 IV-1> 외연량의 비교

	직관적 비교		직접 비교		간접 비교	
	[한] ×	[일] ×	[한] ×	[일] ×	[한] ×	[일] ×
시간	[한] ×	[일] ×	[한] ×	[일] ×	[한] ×	[일] ×
길이	[한] 1학년	[일] 1학년	[한] 1학년	[일] 1학년	[한] 1학년(높이) [한] 2학년(길이)	[일] 1학년
둘이	[한] 1학년	[일] 1학년	[한] 1학년	[일] 1학년	[한] 3~4학년군	[일] 1학년
무게	[한] 1학년	[일] 3학년	[한] 1학년	[일] 3학년	[한] 3~4학년군	[일] ×
넓이	[한] 1학년	[일] 1학년	[한] 1학년	[일] 1학년	[한] 5~6학년군	[일] 1학년
각도	[한] 3~4학년군	[일] 3학년	[한] 3~4학년군	[일] 3학년	[한] 3~4학년군	[일] 4학년
부피	[한] 5~6학년군	[일] 1학년	[한] 5~6학년군	[일] 1학년	[한] 5~6학년군	[일] 1학년

2. 외연량의 직접 측정

1) 우리나라의 2015 교육과정

우리나라의 2015 교육과정에서 시간의 측정은 1~2학년군과 3~4학년군에서 취급한다. 표준 단위 시간, 분에 의한 시간의 측정은 1~2학년군에서, 표준 단위 초에 의한 시간의 측정은 3~4학년군에서 취급하지만, 임의 단위에 의한 시간의 측정 여부는 언급하고 있지 않다. 길이의 측정은 1~2학년군과 3~4학년군에서 취급한다. 1~2학년군 <측정 영역>의 ‘교수·학습 방법 및 유의 사항’에서 “표준 단위를 도입하기 전에 여러 가지 임의 단위를 사용하여 구체물의 길이를 재어보게 한다(12쪽).”고 하고 있다. 표준 단위 cm, m에 의한 길이의 측정은 1~2학년군에서, 표준 단위 mm, km에 의한 길이의 측정은 3~4학년군에서 취급한다. 표준 단위 L, mL에 의한 둘이의 측정은 3~4학년군에서 취급하지만, 임의 단위에 의한 둘이의 측정의 취급 여부는 언급하고 있지 않다. 표준 단위 g, kg, t에 의한 무게의 측정은 3~4학년군에서 취급하지만, 임의 단위에 의한 무게의 측정의 취급 여부는 언급하고 있지 않다. 표준 단위 cm^2 , m^2 , km^2 에 의한 넓이의 측정은 5~6학년군에서 취급하지만, 임의 단위에 의한 넓이의 측정의 취급 여부는 언급하고 있지 않다. 표준 단위 °에 의한 각도의 측정은 3~4학년군에서 취급하지만, 임의 단위에 의한 각도의 측정 여부는 언급하고 있지 않다. 표준 단위 cm^3 , m^3 에 의한 부피의 측정은 5~6학년군에서 취급하지만, 임의 단위에 의한 부피의 측정의 취급 여부는 언급하고 있지 않다.

우리나라의 2015 교육과정에 따른 1~2학년 교과서는 현재 발행되어 있으므로, 그것으로부터 다음을 알 수 있다. <<2015 수학 2-2 (교)>>의 <단원 4. 시각과 시간>에서 임의 단위에 의한 시간의 측정은 취급하지 않고 있지만, 표준 단위 시간, 분에 의한 시간의 측정을 취급한다. <<2015 수학 2-1 (교)>>의 <단원 4. 길이 재기>에서 임의 단위에 의한 길이의 측정과 표준 단위 cm에 의한 길이의 측정을 취급한다. <<2015 수학 2-2 (교)>>의 <단원 3. 길이 재기>에서 표준 단위 m에 의한 길이의 측정을 취급한다.

우리나라의 2009 교육과정에 따른 3~6학년 교과서로부터 다음을 알 수 있다. <<2009 수학 3-1 (교)>>의 <단원 5. 시간과 길이>에서도 표준 단위 초에 의한 시간의 측정을 취급했다. <<2009 수학 3-1 (교)>>의 <단원 5. 시간과 길이>에서 표준 단위 mm, km에 의한 길이의 측정을 취급했다. <<2009 수학 3-2 (교)>>의 <단원 5. 둘이와 무게>에서 임의 단위에 의한 둘이의 측정과 표준 단위 mL, L에 의한 둘이의 측정을 취급했다. <<2009 수학 3-2 (교)>>의 <단원 5. 둘이와 무게>에서 임의 단위에 의한

무게의 측정과 표준 단위 g, kg에 의한 무게의 측정을 취급했고, 《2009 수학 5-2 (교)》의 <단원 5. 여러 가지 단위>에서 표준 단위 t에 의한 무게의 측정을 취급했다. 우리나라의 2009 교육과정에서는 톤(t)을 5~6학년군에서 취급했지만, 우리나라의 2015 교육과정에서는 그것을 3~4학년군에서 취급한다. 《2009 수학 5-1 (교)》의 <단원 5. 다각형의 넓이>에서 임의 단위에 의한 넓이의 측정과 표준 단위 cm^2 , m^2 에 의한 넓이의 측정을 취급했고, 《2009 수학 5-2 (교)》의 <단원 5. 여러 가지 단위>에서 표준 단위 a, ha, km^2 에 의한 넓이의 측정을 취급했다. 우리나라의 2009 교육과정에서는 a, ha를 5~6학년군에서 취급했지만, 우리나라의 2015 교육과정에서는 그것을 취급하지 않는다. 《2009 수학 4-1 (교)》의 <단원 3. 각도와 삼각형>에서 임의 단위에 의한 각도의 측정과 표준 단위 $^\circ$ 에 의한 각도의 측정을 취급했다. 《2009 수학 6-1 (교)》의 <단원 6. 직육면체의 겉넓이와 부피>에서 임의 단위에 의한 부피의 측정과 표준 단위 cm^3 , m^3 에 의한 부피의 측정을 취급했다.

2) 일본의 2017 교육과정

일본의 2017 교육과정에서 표준 단위 시간, 분에 의한 시간의 측정은 2학년에서, 표준 단위 초에 의한 시간의 측정은 3학년에서 취급하지만, 임의 단위에 의한 시간의 측정 여부는 언급하고 있지 않다. 임의 단위에 의한 길이, 둘이, 넓이, 부피의 측정은 1학년에서 취급한다. 표준 단위 mm, cm, m에 의한 길이의 측정은 2학년에서 취급한다. 표준 단위 km에 의한 길이의 측정은 3학년에서 취급한다. 표준 단위 mL, dL, L에 의한 둘이의 측정은 2학년에서 취급한다. 표준 단위 g, kg, t에 의한 무게의 측정은 3학년에서 취급하지만, 임의 단위에 의한 무게의 측정의 취급 여부는 언급하고 있지 않다. 표준 단위 cm^2 , m^2 , a, ha, km^2 에 의한 넓이의 측정은 4학년에서 취급한다.¹⁰⁾ 표준 단위 $^\circ$ 에 의한 측정을 4학년에서 취급하지만, 임의 단위에 의한 각도의 측정의 취급 여부는 언급하고 있지 않다. 일본의 2017 교육과정 해설서에서는 임의 단위에 의한 각도의 측정의 취급 여부를 언급하고 있지 않다. 표준 단위 cm^3 , m^3 에 의한 부피의 측정은 5학년에서 취급한다.

일본의 2008 교육과정에 따른 1종의 교과서(啓林館)으로부터 다음을 알 수 있다. 《일본 2008 수학 2-上》의 <단원 1. 표·그래프와 시계>에서 임의 단위에 의한 시간의 측정은 취급하지 않고 표준 단위 시간, 분에 의한 측정만을 취급했고, 《일본 2008 수학 3-上》의 <단원 7. 시간과 길이>에서 표준 단위 초에 의한 시간의 측정을 취급했다. 《일본 2008 수학 1》의 <단원 9. 크기 비교(1)>와 <단원 20. 크기 비교(2)>에서는 임의 단위에 의한 길이, 넓이, 둘이, 부피의 측정을 취급했다. 《일본 2008 수학 2-上》의 <단원 3. 길이>에서 표준 단위 cm, mm에 의한 길이의 측정을 취급했고, 《일본 2008 수학 2-下》의 <단원 13. 100 cm를 넘는 길이>에서 표준 단위 m에 의한 길이의 측정을 취급했다. 그리고 《일본 2008 수학 3-上》의 <단원 7. 시간과 길이>에서 표준 단위 km에 의한 길이의 측정을 취급했다. 《일본 2008 수학 2-上》의 <단원 6. 둘이>에서 표준 단위 mL, dL, L에 의한 둘이의 측정을 취급했다. 《일본 2008 수학 3-下》의 <단원 12. 무게>에서 임의 단위에 의한 무게의 측정과 표준 단위 g, kg, t에 의한 무게의 측정을 취급했다. 《일본 2008 수학 4-上》의 <단원 7. 넓이>에서 표준 단위 cm^2 , m^2 , a, ha, km^2 에 의한 넓이의 측정을 취급했다.¹¹⁾ 《일본 2008 수학 4-上》의 <단원 1. 각과 그 크기>에서 표준 단위 $^\circ$ 에 의한 넓이의 측정을 취급했다. 《일본 2008 수학 5-上》의 <단원 2. 부피>에서 표준 단위 cm^3 , m^3 에 의한 넓이의 측정을 취급했다.¹²⁾

10) 일본의 2017 교육과정에서 넓이에 해당하는 단어는 廣さ와 面積이다. 4학년부터는 面積이라 하고 있다.

11) 《일본 2008 수학 4-上》의 <단원 7. 넓이>에서는 넓이의 직접 비교와 간접 비교 및 임의 단위에 의한 넓이의 측정도 취급했다.

3) 비교·분석

우리나라의 2015 교육과정에서는 임의 단위에 의한 시간의 측정은 취급하지 않는다. 그러나 임의 단위에 의한 길이, 들이, 무게, 넓이, 각도, 부피의 측정과 표준 단위에 의한 시간, 길이, 들이, 무게, 넓이, 각도, 부피의 측정을 취급한다. 일본의 2017 교육과정에서는 임의 단위에 의한 시간과 각도의 측정은 취급하지 않는다. 그러나 임의 단위에 의한 길이, 들이, 무게, 넓이, 부피의 측정과 표준 단위에 의한 시간, 길이, 들이, 무게, 넓이, 각도, 부피의 측정은 취급한다.

비교·분석한 결과를 <표 IV-2>와 같이 요약할 수 있다. 첫째, 우리나라와 일본 모두 임의 단위에 의한 시간의 측정은 취급하지 않는다. 둘째, 우리나라와 일본 모두 임의 단위와 표준 단위에 의한 길이, 들이, 무게, 넓이, 부피의 측정을 취급한다. 다만, 우리나라에서는 들이의 표준 단위로 dL를, 그리고 넓이의 표준 단위로 a, ha를 취급하지 않지만, 일본에서는 그것을 취급한다. 셋째, 우리나라에서는 1~2학년군에서 임의 단위에 의한 들이, 넓이, 부피의 측정을 취급하지 않지만, 일본에서는 그것을 1학년에서 취급한다. 넷째, 우리나라에서는 임의 단위에 의한 각도의 측정을 취급하고 있지만, 일본에서는 임의 단위에 의한 각도의 측정을 취급하지 않는다.

<표 IV-2> 외연량의 직접 측정

	임의 단위에 의한 측정		표준 단위에 의한 측정	
	[한] ×	[일] ×	[한] (시간, 분) 2학년 [한] (초) 3학년	[일] (시간, 분) 2학년 [일] (초) 3학년
길이	[한] 2학년	[일] 1학년	[한] (cm, m) 2학년 [한] (mm, km) 3~4학년군	[일] (mm, cm, m) 2학년 [일] (km) 3학년
들이	[한] 3~4학년군	[일] 1학년	[한] (mL, L) 3~4학년군	[일] (mL, dL, L) 2학년
무게	[한] 3~4학년군	[일] 3학년	[한] (g, kg, t) 3~4학년군	[일] (g, kg, t) 3학년
넓이	[한] 5~6학년군	[일] 1학년	[한] (cm ² , m ² , km ²) 5~6학년군	[일] (cm ² , m ² , a, ha, km ²) 4학년
각도	[한] 3~4학년군	[일] ×	[한] (°) 3~4학년군	[일] (°) 4학년
부피	[한] 5~6학년군	[일] 1학년	[한] (cm ³ , m ³) 5~6학년군	[일] (cm ³ , m ³) 5학년

3. 외연량의 간접 측정

1) 우리나라의 2015 교육과정

우리나라의 2015 교육과정에서 평면도형의 둘레(원의 둘레 포함)의 길이를 구하는 것, 삼각형과 사각형(직사각형, 정사각형, 평행사변형, 마름모, 사다리꼴) 및 원의 넓이를 구하는 것, 직육면체와 정육면체의 겉넓이와 부피를 구하는 것은 모두 5~6학년군에서 취급한다.

우리나라의 2009 교육과정에 따른 3~6학년 교과서로부터 다음을 알 수 있다. <<2009 수학 5-1 (교) >>의 <단원 5. 다각형의 넓이>에서 직사각형과 정사각형의 둘레의 길이를 구하는 것을 취급했다. <<

12) 일본의 2017 교육과정에서 부피에 해당하는 단어는 かさ와 體積이다. かさ에는 들이라는 뜻도 있다. 5학년부터는 體積이라 하고 있다. <<일본 2008 수학 5-上>>의 <단원 2. 부피>에서는 임의 단위에 의한 부피의 측정은 취급하지 않았다.

2009 수학 6-1 (교)»의 <단원 5. 원의 넓이>에서 원의 둘레의 길이를 구하는 것을 취급했다. <<2009 수학 5-1 (교)»의 <단원 5. 다각형의 넓이>에서 직사각형, 평행사변형, 삼각형, 마름모의 넓이를 구하는 것을, <<2009 수학 6-1 (교)»의 <단원 5. 원의 넓이>에서 원의 넓이를 구하는 것을, <단원 6. 직육면체의 겉넓이와 부피>에서 직육면체와 정육면체의 겉넓이를 구하는 것을 취급했다. <<2009 수학 6-1 (교)»의 <단원 6. 직육면체의 겉넓이와 부피>에서 직육면체와 정육면체의 부피를 구하는 것을 취급했다. <<2009 수학 6-2 (교)»의 <단원 3. 원기둥, 원뿔, 구>에서 원기둥의 겉넓이와 부피를 구하는 것을 취급했지만, 우리나라의 2015 교육과정에서는 그것을 취급하지 않는다.

2) 일본의 2017 교육과정

일본의 2017 교육과정에서 직사각형과 정사각형의 넓이를 구하는 것은 4학년에서, 삼각형과 사각형(평행사변형, 마름모, 사다리꼴)의 넓이를 구하는 것은 5학년에서, 원의 넓이를 구하는 것은 6학년에서 취급한다. 직육면체와 정육면체의 부피를 구하는 것은 5학년에서, 각기둥과 원기둥의 부피를 구하는 것은 6학년에서 취급한다. 일본의 2017 교육과정 해설서에서는 그 식이 모두 (밑넓이)×(높이)가 된다는 것을 언급하고 있다(294쪽). 일본의 2017 교육과정에서는 직사각형, 정사각형의 둘레의 길이를 구하는 것 및 직육면체와 정육면체의 겉넓이를 구하는 것의 취급 여부는 언급하고 있지 않다. 다만 일본의 2017 교육과정 해설서에서는 도형의 둘레의 길이와 넓이를 혼동하지 않게 하는 것이 중요하다고 하고 있고(207쪽), 또 5학년에서 원의 둘레의 길이를 구하는 것을 취급하고 있다(248쪽).

일본의 2008 교육과정에 따른 1종의 교과서(啓林館)으로부터 다음을 알 수 있다. <<일본 2008 수학 5-下>>의 <단원 13. 원과 정다각형>에서 원의 둘레의 길이를 구하는 것을 취급했다. <<일본 2008 수학 4-上>>의 <단원 7. 넓이>에서 직사각형과 정사각형의 넓이를 구하는 것을 취급했다. <<일본 2008 수학 5-下>>의 <단원 9. 넓이>에서 삼각형, 평행사변형, 마름모, 사다리꼴의 넓이를 구하는 것을 취급했다. <<일본 2008 수학 6-下>>의 <단원 9. 원의 넓이>에서 원의 넓이를 구하는 것을 취급했다. <<일본 2008 수학 5-上>>의 <단원 2. 부피>에서 직육면체와 정육면체의 부피를 구하는 것을 취급했다. <<일본 2008 수학 6-下>>의 <단원 11. 입체의 부피>에서 각기둥과 원기둥의 부피를 구하는 것을 취급했다.

3) 비교 · 분석

우리나라의 2015 교육과정에서는 간접 측정으로 평면도형의 둘레(원의 둘레 포함)의 길이, 삼각형과 사각형(직사각형, 정사각형, 평행사변형, 마름모, 사다리꼴) 및 원의 넓이, 직육면체와 정육면체의 겉넓이와 부피를 구하는 것을 취급한다. 일본의 2017 교육과정에서는 간접 측정으로 평면도형의 둘레의 길이를 구하는 것과 직육면체와 정육면체의 겉넓이를 구하는 것은 취급하지 않는다. 그러나 원의 둘레의 길이를 구하는 것, 삼각형과 사각형(직사각형, 정사각형, 평행사변형, 마름모, 사다리꼴) 및 원의 넓이, 직육면체와 정육면체 및 원기둥과 각기둥의 부피를 구하는 것을 취급한다.

비교 · 분석한 결과를 <표 IV-3>과 같이 요약할 수 있다. 첫째, 우리나라에서는 직육면체와 정육면체의 둘레의 길이를 구하는 것을 취급하고 있지만, 일본에서는 그것을 취급하지 않는다고 볼 수 있다. 둘째, 우리나라에서는 직육면체와 정육면체의 겉넓이를 구하는 것을 취급하고 있지만, 일본에서는 그것을 취급하지 않는다고 볼 수 있다. 셋째, 우리나라에서는 각기둥과 원기둥의 부피를 구하는 것을 취급하지 않지만, 일본에서는 그것을 취급한다.

<표 IV-3> 외연량의 간접 측정

	간접 측정	
둘레	[한] (직사각형과 정사각형의 둘레) 5~6학년군	[일] ×
	[한] (원의 둘레) 5~6학년군	[일] (원의 둘레) 5학년
넓이	[한] (직사각형과 정사각형) 5~6학년군	[일] (직사각형과 정사각형) 4학년
	[한] (평행사변형, 삼각형, 마름모, 사다리꼴) 5~6학년군	[일] (삼각형, 평행사변형, 마름모, 사다리꼴) 5학년
	[한] (원) 5~6학년군	[일] (원) 6학년
	[한] (직육면체와 정육면체의 겉넓이) 5~6학년군	[일] ×
부피	[한] (직육면체와 정육면체) 5~6학년군	[일] (직육면체와 정육면체) 5학년
	[한] (각기둥과 원기둥) ×	[일] (각기둥과 원기둥) 6학년

4. 외연량의 어렵재기

1) 우리나라의 2015 교육과정

우리나라의 2015 교육과정에서 시간은 1~2학년군과 3~4학년군에서 취급한다. 시간의 어렵재기를 성취 기준으로 제시하고 있지는 않지만, 3~4학년군 <측정 영역>의 ‘교수·학습 방법 및 유의 사항’에서 “실제로 재거나 어렵하는 측정 활동을 통하여 시간, 길이, 들이, 무게, 각도에 대한 양감을 기르게 한다(19쪽).”고 하고 있다. 이때 A류와 B류는 명시하고 있지 않다. 길이의 어렵재기는 1~2학년군과 3~4학년군에서 취급하지만, A류와 B류는 명시하고 있지 않다. 들이, 무게, 각도의 어렵재기는 3~4학년군에서 취급하지만, A류와 B류는 명시하고 있지 않다. 넓이와 부피는 5~6학년군에서 취급하지만, 넓이와 부피의 어렵재기의 취급 여부는 언급하고 있지 않다.

우리나라의 2015 교육과정에 따른 1~2학년 교과서와 교사용 지도서는 현재 발행되어 있으므로, 그것으로부터 다음을 알 수 있다. 《2015 수학 2-2 (지)》에 따르면(p.231), 《2015 수학 2-2 (교)》의 <단원 4. 시각과 시간>의 87쪽 놀이 수학에서는 1분을 어렵재기 하는 것을 취급한다. 이것은 시간의 B류 어렵재기이다. 《2015 수학 2-1 (교)》의 <단원 4. 길이 재기>와 《2015 수학 2-2 (교)》의 <단원 3. 길이 재기>에서 길이의 A류와 B류 어렵재기를 모두 취급한다.

우리나라의 2009 교육과정에 따른 3~6학년 교과서로부터 다음을 알 수 있다(박교식, 2015a). 《2009 수학 2-2 (교)》의 <단원 4. 시각과 시간>과 《2009 수학 3-1 (교)》의 <단원 5. 시간과 길이>에서 시간의 A류와 B류 어렵재기를 모두 취급했고, 《2009 수학 3-1 (교)》의 <단원 5. 시간과 길이>에서 길이의 A류와 B류 어렵재기를 모두 취급했다. 《2009 수학 3-2 (교)》의 <단원 5. 들이와 무게>에서 들이와 무게의 A류와 B류 어렵재기를 각각 모두 취급했고, 《2009 수학 4-1 (교)》의 <단원 3. 각도와 삼각형>에서 각도의 A류와 B류 어렵재기를 모두 취급했다. 《2009 수학 5-1 (교)》의 <단원 5. 다각형의 넓이>와 《2009 수학 6-1 (교)》의 <단원 5. 원의 넓이>에서 넓이의 A류 어렵재기를 취급했지만, 2009 교육과정에 따른 교과서에서 부피의 어렵재기는 취급하지 않았다.

2) 일본의 2017 교육과정

일본의 2017 교육과정에서는 시간의 어렵재기의 취급 여부는 언급하고 있지 않다. 길이의 어렵재기는 2~3학년에서 취급한다. 일본의 2017 교육과정 해설서에서 길이의 A류 어렵재기를 예시하고 있다(122쪽, 161쪽). 들이의 어렵재기는 2학년에서 취급하지만, A류와 B류는 명시하고 있지 않다. 무게의 어렵재기는 3학년에서 취급하지만, A류와 B류는 명시하고 있지 않다. 넓이, 부피의 어렵재기의 취급 여부는 언급하고 있지 않다. 일본의 2017 교육과정 해설서에서는 4학년에서 각도의 A류 어렵재기를 취급한다(209쪽).

일본의 2008 교육과정에 따른 1종의 교과서(啓林館)으로부터 다음을 알 수 있다. 《일본 2008 수학 3-上》의 <단원 7. 시간과 길이> 83쪽에서 “1초마다 손뼉을 칩시다.”라는 문제를 볼 수 있다. 이것은 시간의 B류 어렵재기에 해당한다. 《일본 2008 수학 2-上》의 <단원 3. 길이>와 《일본 2008 수학 2-下》의 <단원 13. 100 cm를 넘는 길이>에서 길이의 A류와 B류 어렵재기를 취급했다. 《일본 2008 수학 2-上》의 <단원 6. 들이>에서 들이의 A류와 B류 어렵재기를 취급했다. 《일본 2008 수학 3-下》의 <단원 12. 무게>에서 무게의 A류와 B류 어렵재기를 취급했다. 《일본 2008 수학 4-上》의 <단원 1. 각과 그 크기>에서 각도의 A류와 B류 어렵재기를 취급했다. 《일본 2008 수학 4-上》의 <단원 7. 넓이>에서 넓이의 B류 어렵재기를 취급했다. 《일본 2008 수학 5-上》의 <단원 2. 부피>에서 부피의 B류 어렵재기를 취급했다. 그러나 이때 시간, 넓이, 부피의 어렵재기에서 1초, 1 m², 1 m³는 각각 어느 정도인가를 취급하는 것에 그치고 있다.

3) 비교 · 분석

우리나라의 2015 교육과정에서는 시간, 길이, 들이, 무게, 각도의 A류와 B류 어렵재기와 넓이의 A류 어렵재기를 취급한다. 그러나 부피의 어렵재기는 취급하지 않는다. 일본의 2017 교육과정에서는 시간, 넓이, 부피의 B류 어렵재기를 취급한다. 또, 길이, 들이, 무게, 각도의 A류와 B류 어렵재기를 취급한다.

비교 · 분석한 결과를 <표 IV-4>와 같이 요약할 수 있다. 첫째, 우리나라에서는 시간의 A류와 B류 어렵재기를 취급하지만, 일본에서는 시간의 B류 어렵재기를 취급한다. 둘째, 우리나라와 일본 모두 길이, 들이, 무게, 각도의 A류와 B류 어렵재기를 취급한다. 셋째, 우리나라에서는 넓이의 A류 어렵재기를 취급하고, 일본에서는 넓이의 B류 어렵재기를 취급한다. 넷째, 우리나라에서는 부피의 어렵재기를 취급하지 않지만, 일본에서는 부피의 B류 어렵재기를 취급한다.

<표 IV-4> 외연량의 어렵재기

	어렵재기	
시간	[한] 3~4학년군	[일] 3학년
길이	[한] 1~2학년군, 3~4학년군	[일] 2학년, 3학년
들이	[한] 3~4학년군	[일] 2학년
무게	[한] 3~4학년군	[일] 3학년
넓이	[한] 5~6학년군	[일] 4학년
각도	[한] 3~4학년군	[일] 4학년
부피	[한] ×	[일] 5학년

V. 결론

본 연구에서는 우리나라의 2015 개정 초등학교 교육과정과 일본의 2017 개정 초등학교 수학과 교육과정 <측정 영역>의 시간, 길이, 둘레, 무게, 넓이, 각도, 부피에 초점을 맞추어 그 지도 실정을 비교, 측정, 어렵재기의 세 관점에서 비교·분석하고 있다.

일본에서는 직관적 비교라는 표현을 사용하고 있지 않으며, 무게의 간접 비교는 취급하지 않는다. 일본에서는 dL , a , ha 를 취급한다. 일본에서는 1학년에서 임의 단위에 의한 둘레, 넓이, 부피의 측정을 취급하며, 임의 단위에 의한 각도의 측정을 취급하지 않는다. 일본에서는 직육면체와 정육면체의 둘레의 길이를 구하는 것과 직육면체와 정육면체의 겹넓이를 구하는 것을 취급하고 않으며, 각기둥과 원기둥의 부피를 구하는 것을 취급한다. 우리나라에서는 시간의 A류와 B류 어렵재기를 취급하지만, 일본에서는 시간의 B류 어렵재기를 취급한다. 우리나라에서는 넓이의 A류 어렵재기를 취급하고, 일본에서는 넓이의 B류 어렵재기를 취급한다. 우리나라에서는 부피의 어렵재기를 취급하지 않지만, 일본에서는 부피의 B류 어렵재기를 취급한다.

이러한 차이점으로부터 우리나라의 차기 초등학교 수학과 교과서 및 차기 초등학교 수학과 교육과정 개발과 관련하여 다음과 같은 논의가 필요하다는 것을 제안할 수 있다. 첫째, 시간, 길이, 둘레, 무게, 넓이, 각도, 부피에 대해 비교(직관적 비교, 직접 비교, 간접 비교), 직접 측정(임의 단위에 의한 측정, 표준 단위에 의한 측정), 간접 측정, 어렵재기의 취급 범위를 각각 명확히 하는 것에 대한 논의가 필요하다. 둘째, 직관적 비교가 곤란한 경우에 직접 비교를 하게 하는 것에 대한 논의가 필요하다. 시각적이나 촉각적으로 그 차이가 확실히 드러나는 직관적 비교보다는 주로 직관적 비교가 곤란한 경우를 취급하는 것에 대한 논의가 필요하다. 셋째, 무게의 간접 비교를 취급하는 것에 대한 논의가 필요하다. 무게의 간접 비교가 불가능한 것은 아니지만, 초등학교 수학과에서 그것을 취급하는 것이 적절한가에 대해서는 충분히 논의할 필요가 있다. 이용률(2010)과 片桐重男(2012)에 의하면, 무게의 간접 비교가 필요한 경우는 거의 없다. 넷째, 임의 단위에 의한 각도의 측정을 하게 하는 것에 대한 논의가 필요하다. 임의 단위에 의한 각도의 측정이 불가능한 것은 아니다. 그러나 이러한 장면이 자연스러운 것인지에 대해서는 충분히 논의할 필요가 있다(박교식, 2010). 이용률(2010)과 片桐重男(2012)에 의하면 임의 단위에 의한 각도의 측정은 실제로는 거의 일어나지 않는다. 다섯째, 1 cm^2 와 1 m^2 가 각각 어느 정도의 크기인지를 짐작할 수 있게 하는 넓이의 B류 어렵재기를 취급하는 것에 대한 논의가 필요하다. 2009 교육과정에 따른 교과서에서는 넓이의 B류 어렵재기는 취급하고 있지 않다. 그런데 위와 같은 넓이의 기본적인 B류 어렵재기를 바탕으로 넓이의 A류 어렵재기가 가능하다는 점에서 보면, 넓이의 B류 어렵재기를 취급하는 것이 필요하다. 마찬가지로 1 cm^3 와 1 m^3 가 각각 어느 정도의 크기인지를 짐작할 수 있게 하는 부피의 B류 어렵재기를 취급하는 것에 대해 충분히 논의할 필요가 있다.

참고 문헌

- 교육과학기술부 (2011). **수학과 교육과정**. 교육과학기술부 고시 제2011-361호.
 교육부 (1997). **수학과 교육과정**. 교육부 고시 제1997-15호.
 교육부 (2015a). **초·중등학교 교육과정 총론**. 교육부 고시 제2015-74호.
 교육부 (2015b). **수학과 교육과정**. 교육부 고시 제2015-74호.
 교육부 (2016a). **수학 3-1**. 서울: (주)천재교육.

- 교육부 (2016b). **수학 3-2 교사용 지도서**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2016c). **수학 3-2**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2016d). **수학 4-1 교사용 지도서**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2016e). **수학 4-1**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2016f). **수학 5-1 교사용 지도서**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2016g). **수학 5-1**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2016h). **수학 5-2**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2016i). **수학 6-1 교사용 지도서**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2016j). **수학 6-1**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2016k). **수학 6-2**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2017a). **수학 1-1 교사용 지도서**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2017b). **수학 1-1**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2017c). **수학 2-1 교사용 지도서**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2017d). **수학 2-1**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2017e). **수학 2-2 교사용 지도서**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2017f). **수학 2-2**. 서울: (주)천재교육.
- 김선희 (2014). 고등학교 수학과 교육과정 개선을 위한 외국 교육과정의 탐색 - 일본, 대만, 홍콩, 핀란드, 중국을 중심으로. **수학교육학연구**, 24(4). 481-498.
- 김수미, 강홍규, 권석일, 남진영, 박문환, 서동엽, 송상현, 유현주, 이종영, 임재훈, 정영욱 (2017). **초등 수학교육의 이해 (제4판)**. 서울: 경문사.
- 김수환, 박성택, 신준식, 이대현, 이의원, 이종영, 임문규, 정은실 (2011). **초등학교 수학과 교재연구**. 파주: 동명사.
- 김화경, 김선희, 박경미, 장혜원, 이환철, 이화영 (2016). 정비례/반비례, 상관관계의 도입 시기 및 내용 조직에 대한 교육과정 국제 비교 연구. **수학교육학연구**, 26(3). 403-420.
- 나귀수, 황혜정, 임재훈 (2003). 수학과 교육과정에서의 내용 비교 연구 - 우리나라, 미국의 캘리포니아주, 영국, 일본을 중심으로. **수학교육학연구**, 13(3). 403-428.
- 박경미 외 43명 (2015). **2015 수학과 교육과정 시안 개발 연구 II**. 교육부 · 한국과학창의재단.
- 박교식 (2014). 우리나라와 일본의 초등학교 수학과 교육과정 체제 비교 - 요소, 영역, 목표, 시수를 중심으로. **한국학교수학회논문집**, 17(1). 123-137.
- 박교식 (2010). 우리나라 초등학교 수학과에서의 각도 관련 내용의 분석과 비판. **학교수학**, 12(1). 45-60.
- 박교식 (2015a). 2009 개정 초등학교 수학과 교육과정에 따른 교과서의 어렵재기 유형 및 전략 분석. **한국초등수학교육학회지**, 19(3). 267-287.
- 박교식 (2015b). 우리나라와 일본의 초등학교 수학 교과서에서의 각 및 각도 지도 내용 비교 연구. **학교수학**, 17(1). 35-46.
- 박성택 (1992). 국민학교 산수과 교육과정 국제 비교. **수학교육**, 31(3). 135-200.
- 박성택 (1993a). 한일간의 수학교육 비교 연구. **수학교육**, 32(3). 14-69.
- 박성택 (1993b). 국민학교 수학과 교육과정의 국제적인 동향. **부산교육대학교 초등교육연구**, 3. 91-111.
- 박성택 (1995). 한·일간의 초등수학교육의 변천 과정 연구. **수학사학회지**, 8(1). 69-75.
- 박성택 (1999). 한·일간의 수학과 교육과정 비교 연구. **부산교육대학교 과학교육연구소보**, 24(1).

25-51.

- 박영배 (1992). 제6차 수학교육과정 시안과 일본 수학교육과정의 비교 분석. **인천교육대학 논문집**, 26(1). 123-149.
- 방정숙, 권미선, 김민정, 최인영, 선우진 (2016). 한국, 일본, 싱가포르, 미국의 초등학교 수학 교과서에 제시된 들이와 무게 지도 방안에 대한 비교·분석. **한국초등수학교육학회지**, 20(4). 627-654.
- 방정숙, 이지영, 이상미, 박영은, 김수경, 최인영, 선우진 (2015a). 한국, 중국, 일본, 미국의 초등 수학과 교육과정에서 강조하는 수학적 과정 요소에 대한 분석. **학교수학**, 17(2). 289-308.
- 방정숙, 이지영, 이상미, 박영은, 김수경, 최인영, 선우진 (2015b). 한국·중국·일본·미국의 초등학교 수학과 교육과정 비교·분석 - 도형 영역을 중심으로. **한국학교수학회논문집**, 18(3). 311-334.
- 서보억 (2015). 2011년 발표된 한국과 중국의 초등학교 수학과 교육과정 비교 분석. **초등수학교육**, 18(1). 1-16.
- 신이섭 외 25명 (2011). **2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 연구**. 교육부·한국과학창의재단.
- 이용률 (2010). **초등학교 수학의 중요한 지도 내용**. 서울: 경문사.
- 임문규 (2001). 20세기 말 개정된 한국과 일본의 수학과 교육과정 비교(1) - 초등학교 수학과 교육과정을 중심으로. **수학교육학연구**, 11(2). 257-271.
- 임문규 (2005). 한국과 일본의 초등학교 수학과 목표에 관한 고찰 - 20세기말 개정된 교육과정 및 해설서를 중심으로. **한국초등수학교육학회지**, 9(2). 111-135.
- 임해미, 김부미 (2014). 일본과 우리나라의 수학과 교육과정과 국가수준 학업성취도 평가 비교. **학교수학**, 16(2). 259-283.
- 임현수, 강홍재 (2010). 한·일 초등학교 수학과 교육과정 비교 연구 - 개정 교육과정을 중심으로. **한국초등수학교육학회지**, 14(2). 337-353.
- 정영옥, 장경운, 김구연, 권나영, 김진호, 서동엽, 강현영, 박선화, 고희경, 남진영, 탁병주 (2016). 수학교육과정 국제 비교 분석 연구 - 미국, 싱가포르, 영국, 일본, 호주의 중학교와 고등학교 교육과정을 중심으로. **수학교육학연구**, 26(3)호. 371-402.
- 조영미, 임선혜 (2010). 시간 지도에 관한 초등수학교과서 비교 연구 - 한국, 싱가포르, 일본을 중심으로. **한국초등수학교육학회지**, 14(2). 421-440.
- 조윤동, 윤용식 (2014). 핵심 역량 육성의 관점에서 비교한 한국과 일본의 수학과 교육과정. **수학교육학연구**, 24(1). 45-65.
- 하태성 (2001). 한·일간의 초등학교 수학과 새교육과정 비교연구. **한국초등수학교육학회지**, 5. 37-53.
- 清水静海, 船越俊介의 49명 (2013a). **わくわく算数 1**. 大阪: 啓林館.
- 清水静海, 船越俊介의 49명 (2013b). **わくわく算数 2-上**. 大阪: 啓林館.
- 清水静海, 船越俊介의 49명 (2013c). **わくわく算数 2-下**. 大阪: 啓林館.
- 清水静海, 船越俊介의 49명 (2013d). **わくわく算数 3-上**. 大阪: 啓林館.
- 清水静海, 船越俊介의 49명 (2013e). **わくわく算数 3-下**. 大阪: 啓林館.
- 清水静海, 船越俊介의 49명 (2013f). **わくわく算数 4-上**. 大阪: 啓林館.
- 清水静海, 船越俊介의 49명 (2013g). **わくわく算数 5-上**. 大阪: 啓林館.
- 清水静海, 船越俊介의 49명 (2013h). **わくわく算数 5-下**. 大阪: 啓林館.
- 清水静海, 船越俊介의 49명 (2013i). **わくわく算数 6-下**. 大阪: 啓林館.
- 片桐重男 (2012). **算数教育學概論**. 東京: 東洋館出版社.
- 文部科學省 (1998). **小學校學習指導要領**.

- 文部科學省 (2008). 小學校學習指導要領.
- 文部科學省 (2017a). 小學校學習指導要領.
- 文部科學省 (2017b). 小學校學習指導要領解説 算數編.
- 日本數學教育學會(編) (2011). 算數教育指導用語辭典(第四版). 東京: 教育出版株式會社.
- Bright, G. W. (1976). Estimation as part of learning to measure. In D. Nelson & R. E. Reys (EDs.), Measurement in school mathematics (1976 Yearbook). (pp. 87-104). Reston, VA: NCTM.
- Coburn, T. G., & Shuttle, A. P. (1986). Estimation in measurement. In H. L. Schoen & M. J. Zweng (EDs.), Estimation and mental computation (1986 Yearbook) (pp. 195-293). Reston, VA: NCTM.
- Reys, R. E, Lindquist, M. M., Lambdin, D. V., & Smith, N. L. (2012). 초등교사를 위한 수학과 교수법. (박성신, 김민경, 방정숙, 권집례 역). 서울: 경문사. (원저 2008년 출판)
- Van de Walle, J. A. (2008). 수학을 어떻게 가르칠 것인가? (남승인, 서찬숙, 최신화, 강영란, 홍우주, 배혜진 역). 서울: 경문사. (원저 2004년 출판)

A comparative analysis of measurement domain of elementary school mathematics curriculum in Korea and Japan: centered on extensive quantity

Lee Seung Eun¹³⁾ · Lee, Jeong Eun¹⁴⁾ · Park, Kyo Sik¹⁵⁾

Abstract

In this study, the actual state of teaching seven extensive quantities (time, length, capacity, weight, area, angle measure, volume) of measurement domain are analyzed comparatively between the 2015 revised elementary school mathematics curriculum in Korea and the 2017 revised elementary school mathematics curriculum in Japan in terms of comparison in measurement, direct measurement, indirect measurement, and estimation in measurement. From the results of this comparative analysis, some implications for discussion on the development of the next elementary school mathematics textbook and the next elementary mathematics curriculum can be suggested. First, it is necessary to discuss on clarifying the range of handling of comparison, direct measurement, indirect measurement, estimation of seven extensive quantities respectively. Second, it is necessary to discuss on doing direct comparison when intuitive comparison is difficult. Third, it is necessary to discuss on reconsidering indirect comparison of weights. Fourth, it is necessary to discuss on reconsidering measurement using arbitrary units in case of angular measures. Fifth, it is necessary to discuss on dealing with estimating the area of 1 cm^2 and 1 m^2 and the volume of 1 cm^3 and 1 m^3 for the purpose to make rough guesses their size respectively.

Key words: comparison in measurement, direct measurement, estimation in measurement, extensive quantity, indirect measurement

Received January 25, 2018

Revised March 07, 2018

Accepted March 14, 2018

* 2010 Mathematics Subject Classification : 97D30

13) Gyeongin National University of Education, Graduate school (lseblues@nate.com)

14) Gyeongin National University of Education, Graduate school (cocoletter@naver.com)

15) Gyeongin National University of Education, Corresponding author (pkspark@gin.ac.kr)