

직접 구동형 서보밸브와 전진 보상기를 적용한 유압식 토크 부하 시뮬레이터의 설계에 관한 연구

The Study of the Design of a Hydraulic Torque Load Simulator Equipped with a Direct Drive Servo Valve and a Feed forward Compensator

이성래

Seong Rae Lee

Received: 15 Nov. 2017, Accepted: 10 Jan. 2018

**Key Words** : Hydraulic Torque Load Simulator(유압식 토크 부하 시뮬레이터), Direct Drive Servo Valve(DDV: 직접 구동형 서보밸브), Flow Force(유체력), Control System(제어 시스템), Feedforward Compensator(전진보상기)

**Abstract:** Hydraulic torque load simulator is essential to test and qualify the performance of various angle control systems. Typically a flapper-type second stage servovalve is applied to the load simulator, but here the direct drive servovalve, which is a kind of one-stage valve and affected by the large flow force, is applied. Since the torque load is applied not to the stationary shaft but to the rotating shaft of the angle control system, the controlled torque of load simulator is not accurate due to the rotating speed of the angle control system. A feedforward compensator is designed and applied to minimize the disturbance-like effect. A mathematical model is derived and linearized to analyze the stability, accuracy and responsiveness of the torque load simulator. The parameter effects of a controller, servovalve, hydraulic motor, rotating spring shaft are analyzed and summarized. The goodness of the linear analysis is verified by the digital computer simulations using both the linear and nonlinear mathematical models.

기호 설명

$B_m$ : viscous damping coefficient of hydraulic motor  
 $C_d$ : flow coefficient of servovalve orifice  
 $C_{im}$ : internal leakage coefficient of hydraulic motor  
 $C_{em}$ : external leakage coefficient of hydraulic motor  
 $D_m$ : displacement of hydraulic motor  
 $f_D$ : frequency of sinewave angle of angle control

system  
 $f_v(\theta_m)$ : sawtoothed variation in each chamber volume  
 $G$ : torsional spring constant  
 $G_c(s)$ : transfer function of PID controller  
 $H_{LO}$ : torque transducer gain  
 $J_t$ : total inertia of motor and load  
 $K_c$ : valve flow-pressure coefficient  
 $K_{ce}$ :  $K_{ce} = K_c + C_{im} + C_{em}/2$ : total flow-pressure coefficient  
 $K_h$ : hydraulic spring constant  
 $K_p$ : proportional gain of P controller  
 $K_q$ : servovalve flow gain  
 $K_{q0}$ : null flow gain of servovalve  
 $K_{sv}$ : static gain of servovalve  
 $n_D$ : velocity of angle control system[rps]

\* Corresponding author: srlee@konyang.ac.kr  
 1 Department of Mechanical Engineering, Konyang University, Nonsan 32992, Korea  
 Copyright © 2018, KSFC  
 This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

- $P_1, P_2$ : pressures in chamber 1 and 2, respectively
- $P_s, P_R$ : supply and return pressures of servovalve, respectively
- $P_L$ : load pressure of servovalve,  $P_L = P_1 - P_2$
- $Q_1$ : flow rate from servovalve to chamber 1
- $Q_2$ : flow rate from chamber 2 to servovalve
- $s$ : Laplace variable
- $T_d$ : derivative time constant of PID controller
- $T_i$ : integral time constant of PID controller
- $T_L$ : output torque
- $V_0$ : average volume of each chamber 1, 2
- $V_1, V_2$ : volumes in chamber 1 and 2, respectively
- $V_L$ : output torque volatage
- $V_R$ : reference input torque volatage
- $V_t$ : total contained volume of both chamber 1, 2
- $x_v$ : spool displacement of servovalve
- $w$ : ratio of orifice area to spool position
- $\beta_e$ : effective bulk modulus of hydraulic oil
- $\zeta_h$ : hydraulic damping ratio
- $\zeta_v$ : damping ratio of servovalve
- $\theta_D, \dot{\theta}_D$ : angular position and velocity of angle control system, respectively
- $\theta_m, \frac{d\theta_m}{dt}, \frac{d^2\theta_m}{dt^2}$ : angular position, velocity and acceleration of hydraulic motor, respectively
- $\rho$ : density of hydraulic oil
- $\tau_h$ : hydraulic time constant
- $\tau_v$ : time constant of servovalve
- $\omega_D$ : velocity of angle control system[rad/s]
- $\omega_h$ : hydraulic undamped natural frequency
- $\omega_v$ : undamped natural frequency of servovalve

## 1. 서 론

비행체의 날개 회전각 제어시스템이나 일반적인 회전 서보시스템의 성능시험에서 부하가 인가된 상태에서의 동적 성능을 파악하기 위해서 유압식 토크 부하 시뮬레이터를 사용하여 부하를 인가하고 있다.<sup>1,2)</sup>

유압식 토크 부하 시뮬레이터의 구조는 Fig. 1에 나타난 것처럼 유압서보밸브와 유압모터 등으로 구성되어 있으며 유압모터의 회전축은 토크센서를 사

이에 두고 회전각 제어시스템의 출력축에 직결되어 있다. 궁극적으로 토크 부하 시뮬레이터는 회전각 제어시스템의 회전에 무관하게 기준 입력 토크를 추종하는 부하토크를 정확하고 신속하게 발생시켜 회전각 제어시스템의 출력축에 인가해야 한다.

일반적인 유압식 토크 부하 시뮬레이터에는 2단 서보밸브가 적용되고 있지만<sup>1,2,3)</sup> 본 논문에서는 국내에서 개발된 1단 서보밸브<sup>4)</sup>를 적용하여 토크 부하 시뮬레이터를 설계하였다. 또한 토크 부하 시뮬레이터의 출력 토크 성분에는 회전각 제어시스템의 회전에 의해 불가피하게 발생하는 외란토크가 포함되므로 정확한 토크를 재현하는데 방해가 된다. 이에 따라 토크 부하 시뮬레이터의 출력 토크 성분 중 외란토크를 최소화시킬 수 있도록 전진보상기를 설계하였다.

토크 부하 시뮬레이터의 전달함수를 유도하여 시스템의 안정성, 정확성 및 응답성을 시스템 파라미터인 제어기 이득, 서보밸브의 이득, 비감쇠 고유진동수, 시정수, 및 유량 이득, 연결축 스프링 상수, 유압모터의 배제용적, 유압모터의 내부누설량, 유압모터의 내부 체적, 배관 체적 등으로 표현하였고 주파수 응답(보데선도) 및 시간응답을 구하여 안정성, 정확성 및 응답성을 확인하였다.

또한 비선형 수학적 모델을 적용한 디지털 컴퓨터 시뮬레이션에 의해 토크 부하 시뮬레이터의 성능을 확인하였다. 이러한 설계 과정은 실제 토크 부하 시뮬레이터를 개발하는데 큰 도움이 될 것이다.

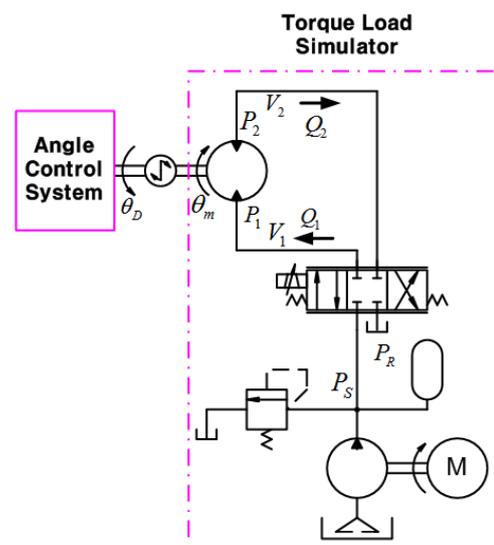


Fig. 1 Simplified hydraulic circuit of hydraulic torque Load simulator

## 2. 토크 부하 시뮬레이터의 수학적 모델

### 2.1 제어기

회전각 제어시스템과 토크 부하 시뮬레이터는 각각 독립된 서보시스템이며 Fig. 1 에서 회전각 제어 시스템과 토크 부하 시뮬레이터는 토크 센서를 중간에 두고 서로 연결되어 있다. 출력부하 토크는 토크 센서에 의해 측정되며 명령부하 토크전압,  $V_R$ 과 측정부하 토크전압,  $V_L$ 의 차이는 오차전압,  $V_e$ 으로서 제어기에 인가된다. P-제어기를 사용하는 경우 제어기의 전달함수는 다음과 같다.

$$G_c(s) = \frac{V_u(s)}{V_e(s)} = K_p \quad (1)$$

$$V_e = V_R - V_L \quad (2)$$

### 2.2 직접 구동형 서보밸브

제어기의 출력전압,  $V_u$ 에서 전진보상기의 출력전압,  $G_{ff}(s)\dot{\theta}_D$ 를 뺀 전압,  $V_{uf}$ 가 서보밸브에 인가된다.

$$V_{uf} = V_u - G_{ff}(s)\dot{\theta}_D \quad (3)$$

직접 구동형 서보밸브는 Fig. 2에 나타난 것처럼 밸브 제어기, 제한각 DC모터, 회전운동을 직선운동으로 변환시키는 기구, 스톨 밸브 및 위치 센서(LVDT)로 구성되는 1단 밸브이다. 직접 구동형 서보밸브는 구조가 간단하고 유체 오염에 덜 민감하지만 밸브 스톨에 작용하는 유체력의 영향이 매우 크다.

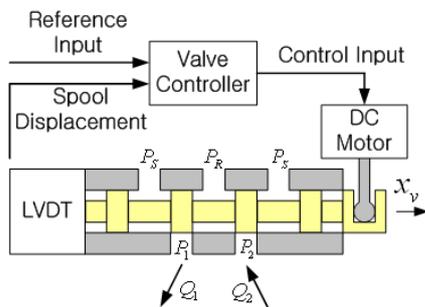


Fig. 2 Schematics of a direct drive servo valve

Fig. 3에 나타난 직접 구동형 서보밸브의 시간응답(비선형 컴퓨터 시뮬레이션 결과: ‘•’, ‘+’로 나타낸 곡선<sup>3)</sup>)을 참고하여 서보밸브의 선형화된 전달함수를 식(4)에 3차식으로 표현하였다. 파라미터  $\omega_v$ ,  $\zeta_v$ ,  $\tau_v$

를 변화시키면서 구한 서보밸브의 선형응답이 서보밸브의 비선형응답에 근접하도록 파라미터를 구했다.

$$G_v(s) = \frac{x_v(s)}{V_{uf}(s)} = \frac{K_{sv}}{(\tau_v s + 1) \left( \frac{s^2}{\omega_v^2} + \frac{2\zeta_v s}{\omega_v} + 1 \right)} \quad (4)$$

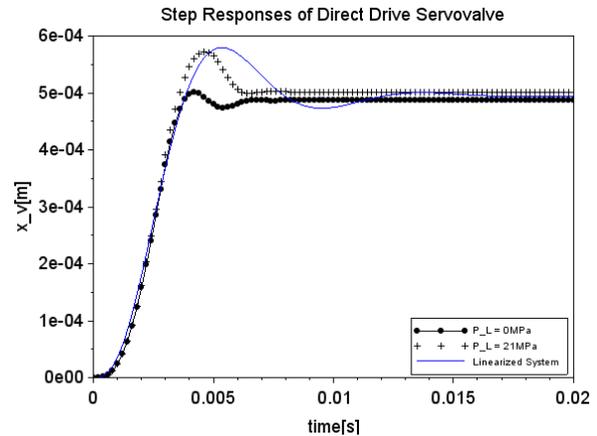


Fig. 3 Spool displacements of direct drive servo valve for 5[V] step input at P\_L= 0MPa and P\_L=21MPa and the spool displacement of 3rd order linearized system( $\omega_v=816.8$  rad/s,  $\zeta_v=0.4$ ,  $\tau_v=0.001$ s) for 5[V] step input

서보밸브의 유량은 스톨변위와 오리피스 양단 압력차의 비선형 함수로 표현된다.

$$Q_1 = C_d w x_v \sqrt{\frac{2(P_s - P_1)}{\rho}} \quad \text{if } x_v \geq 0 \quad (5)$$

$$Q_1 = C_d w x_v \sqrt{\frac{2P_1}{\rho}} \quad \text{if } x_v < 0 \quad (6)$$

$$Q_2 = C_d w x_v \sqrt{\frac{2P_2}{\rho}} \quad \text{if } x_v \geq 0 \quad (7)$$

$$Q_2 = C_d w x_v \sqrt{\frac{2(P_s - P_2)}{\rho}} \quad \text{if } x_v < 0 \quad (8)$$

Fig. 1에 나타난 것처럼  $Q_1$ 은 서보밸브에서 유압모터의 입구로 가는 유량이고  $Q_2$ 는 유압모터의 출구에서 서보밸브로 가는 유량이다.

### 2.3 연속 방정식

유압모터 내부 및 관로는 Fig. 1에 나타난 것처럼

두개의 공간,  $V_1, V_2$ 로 나눌 수 있다. 각각의 공간에 대해서 유량 보존식(Continuity equation)은 다음과 같다.

$$Q_1 - D_m \dot{\theta}_m - C_{im}(P_1 - P_2) - C_{ep}P_1 = \frac{V_1}{\beta_e} \dot{P}_1 \quad (9)$$

$$-Q_2 + D_m \dot{\theta}_m + C_{im}(P_1 - P_2) - C_{em}P_2 = \frac{V_2}{\beta_e} \dot{P}_2 \quad (10)$$

$$V_1 = V_0 + f_v(\theta_m) \quad (11)$$

$$V_2 = V_0 - f_v(\theta_m) \quad (12)$$

여기서  $f_v(\theta_m)$ 은 틱니 형상처럼 변하는 유압모터 내의 체적변화를 나타낸다.<sup>5)</sup>

#### 2.4 회전 운동방정식

토크 평형식을 유도하기 전에 Fig. 4 에 회전각 제어시스템의 회전축과 부하 시뮬레이터의 회전 부분에 대해서만 자유 물체도를 나타냈다.

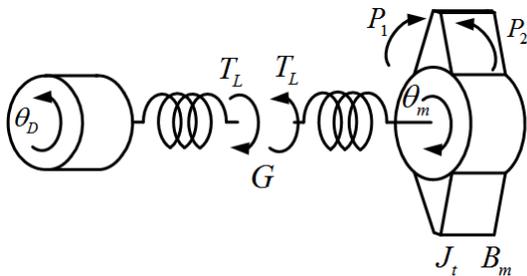


Fig. 4 Free body diagram of the rotating parts of the angle control system and the torque load simulator

$\theta_D$ 는 회전각 제어시스템의 회전각이며  $\theta_m, J_t, B_m$ 은 토크 부하 시뮬레이터 회전체의 회전각, 관성, 점성 감쇠계수이다.  $G$ 는 회전각 제어시스템과 토크 부하 시뮬레이터 연결축의 등가 스프링 상수이다. 그러므로 토크 평형식은 다음과 같이 표현된다.

$$(P_1 - P_2)D_m - T_L = J_t \ddot{\theta}_m + B_m \dot{\theta}_m \quad (13)$$

$$T_L = G(\theta_m + \theta_D) \quad (14)$$

$$V_L = H_{LO}T_L \quad (15)$$

#### 2.5 시스템 블록선도 및 전달함수

식(1)에서 식(15)까지를 종합하여 선형화시키면 유압식 토크 부하 시뮬레이터의 블록선도는 Fig. 5와 같다.

Fig. 5에 나타난 부하 시뮬레이터의 블록선도는 두개의 입력신호  $V_R$ 과  $\theta_D$ , 한개의 출력신호  $V_L$ 을 포함한다. 입력신호  $\theta_D$ 는 외란신호(disturbancesignal)로 간주할 수 있다.

따라서 토크 부하 시뮬레이터는 첫째 회전각 제어시스템의 회전각이 영일때 명령토크 전압  $V_R$ 과 토크 센서에서 측정된 출력 토크 전압  $V_L$ 의 관계를 나타내는 토크제어와, 둘째 명령토크가 영인 경우 회전각 제어시스템의 회전각  $\theta_D$ 와 토크센서의 출력토크 전압  $V_L$ 의 관계를 나타내는 외란제어로 구분할 수 있다. Fig. 5에 나타난 블록선도에서 전진보상기  $G_{ff}(s)$ 가 없는 경우  $V_R, \theta_D, V_L$ 의 관계를 나타내는 식을 구하면 다음과 같다.

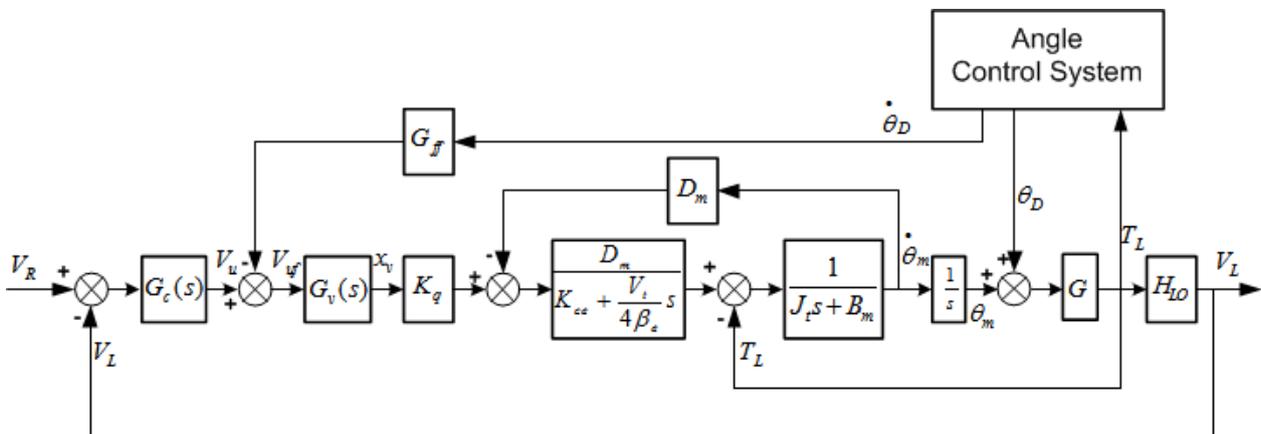


Fig. 5 Block diagram of a hydraulic torque load simulator

$$V_L(s) = \frac{K_p G_v(s)(K_q D_m H_{LO}/K_{ce}) V_R(s) + H_{LO} \left( B_m + \frac{D_m^2}{K_{ce}} \right) b(s) s \theta_D(s)}{K_p G_v(s) K_q D_m H_{LO}/K_{ce} + a(s)} \quad (16)$$

$$K_q = C_d w \sqrt{\frac{1}{\rho} \left( P_s - \frac{x_v}{|x_v|} P_L \right)}, \quad P_L = 0 \quad (17)$$

$$a(s) = a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 \quad (18)$$

$$b(s) = b_2 s^2 + b_1 s + b_0 \quad (19)$$

$$a_3 = \frac{V_t J_t}{4\beta_e K_{ce} G} \quad (20)$$

$$a_2 = \frac{J_t}{G} + \frac{V_t B_m}{4\beta_e K_{ce} G} \quad (21)$$

$$a_1 = \frac{B_p}{G} + \frac{V_t}{4\beta_e K_{ce}} + \frac{D_m^2}{K_{ce} G} \quad (22)$$

$$a_0 = 1 \quad (23)$$

$$b_2 = \frac{V_t J_t}{4\beta_e (K_{ce} B_m + D_m^2)} \quad (24)$$

$$b_1 = \frac{K_{ce} J_t + \frac{V_t B_m}{4\beta_e}}{K_{ce} B_m + D_m^2} \quad (25)$$

$$b_0 = 1 \quad (26)$$

식(16)에서 회전각 제어시스템의 회전각  $\theta_D$ 가 0인 경우  $V_R, V_L$ 의 관계를 나타내는 전달함수는 다음과 같다.

$$\frac{V_L(s)}{V_R(s)} = \frac{K_p G_v(s) K_q D_m H_{LO}/K_{ce}}{K_p G_v(s) K_q D_m H_{LO}/K_{ce} + a(s)} \quad (27)$$

또한 명령토크 전압  $V_R$ 이 0인 경우  $\theta_D$ 와  $V_L$ 의 관계를 나타내는 전달함수는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{V_L(s)}{\theta_D(s)} = \frac{H_{LO} \left( B_m + \frac{D_m^2}{K_{ce}} \right) b(s) s}{K_p G_v(s) K_q D_m H_{LO}/K_{ce} + a(s)} \quad (28)$$

## 2.6 전진보상 제어기 설계

식(28)에 의하면 명령토크 전압  $V_R$ 이 0일지라도  $\theta_D$ 가 일정하지 않고 변한다면 즉 회전각 제어시스템의 출력축이 회전한다면 아래 식에 표현된 것처럼 출력토크 전압  $V_L$ 이 발생한다.

$$V_L(s) = \frac{H_{LO} \left( B_m + \frac{D_m^2}{K_{ce}} \right) b(s) s \theta_D(s)}{K_p G_v(s) K_q D_m H_{LO}/K_{ce} + a(s)} \quad (29)$$

이러한 출력토크 전압은 바라지 않는 전압이므로 전진보상기를 설계하여 식(29)에 나타난 출력토크 전압을 상쇄시켜야 한다.

회전각 제어시스템의 출력축 회전속도는 측정이 가능하므로 이 측정값을 전진보상기의 입력신호로 받아들이고 P-제어기의 출력신호에서 전진보상기의 출력신호를 뺀 값을 서보밸브의 입력신호로 정한다. 즉 전진보상기의 설치 위치는 Fig. 5에 나타난 것과 같도록 한다.

Fig. 5에 나타난 블록선도에서 전진보상기  $G_{ff}(s)$ 를 고려하여  $V_R, \theta_D, V_L$ 의 관계를 나타내는 식을 구하면 다음과 같다.

$$V_L(s) = \frac{\begin{bmatrix} K_p G_v(s)(K_q D_m H_{LO}/K_{ce}) V_R(s) \\ -G_{ff}(s) G_v(s)(K_q D_m H_{LO}/K_{ce}) s \theta_D(s) \\ + H_{LO} \left( B_m + \frac{D_m^2}{K_{ce}} \right) b(s) s \theta_D(s) \end{bmatrix}}{K_p G_v(s) K_q D_m H_{LO}/K_{ce} + a(s)} \quad (30)$$

토크 부하 시뮬레이터의 출력토크 전압이 회전각 제어시스템의 회전각,  $\theta_D(t)$ 의 영향을 받지 않으려면 식(30)에 의해 전진보상기의 전달함수는 다음 식으로 표현되어야 한다.

$$G_{ff}(s) = \frac{H_{LO} \left( B_m + \frac{D_m^2}{K_{ce}} \right) b(s)}{G_v(s)(K_q D_m H_{LO}/K_{ce})} \quad (31)$$

서보밸브의 주파수응답대역이 크고 다항식  $b(s)$ 의 계수,  $b_1, b_2$  값이 매우 작다면 또는 회전각 제어시스템의 출력축 회전속도가 매우 빠르게 변하지 않는다면 전진보상기의 전달함수는 다음 식에 나타난 것처럼 상수로 근사화될 수 있다.

$$G_{ff}(s) \approx \frac{\left( B_m + \frac{D_m^2}{K_{ce}} \right)}{K_{sv} K_q D_m / K_{ce}} \quad (32)$$

또한 일반적으로  $B_m K_{ce} \ll D_m^2$  이므로 전진보상기의 전달함수는 다음 식과 같이 근사화된다.

$$G_{ff}(s) \approx \frac{D_m}{K_{sv} K_q} \quad (33)$$

### 3. 선형 시스템 해석

#### 3.1 시스템 파라미터

직접구동형 서보밸브의 파라미터,  $C_d$ ,  $K_{sv}$ ,  $\zeta_v$ ,  $\tau_v$ ,  $w$ ,  $\omega_v$ 에 대한 값이 Table 1에 주어져 있다. 최대 입력전압 5[V]에서 스펴변위는 0.495[mm]이며 작동유 공급압력이 21[MPa]인 경우 무부하 최대유량은 식(34)에 의해 1028[cc/s]이 된다.

$$Q_L = C_d w x_v \sqrt{\left( P_s - \frac{x_v}{|x_v|} P_L \right) / \rho} \quad (34)$$

유압모터의 배제용적,  $D_m$ 이 3[cc/rad]인 경우 유압모터의 최대 출력토크는 작동유 공급압력이 21[MPa]인 경우 식(35)에 의해 63[Nm]가 된다.

$$T_L = D_m P_L \quad (35)$$

또한 서보밸브의 무부하 최대유량에서 유압모터에 부하가 없는 경우 식(36)에 의해 343[rad/s] 또는 54.5[rps]의 회전속도로 회전할 수 있다.

$$\omega_m = \frac{Q_L}{D_m} \quad (36)$$

토크센서의 이득값은 입력토크 50[Nm]에서 출력전압이 5[V]가 되도록 0.1[V/(Nm)]로 선정하였다.

토크 부하 시뮬레이터와 회전각 제어시스템 사이의 연결축 스프링 상수,  $G$  값은 17[Nm/rad]로 선정하였다. 만일 연결축에 40[Nm]의 토크가 걸린다면 식(37)에 의해 연결축의 비틀림 각은 135도가 된다.

$$\theta_m + \theta_D = \frac{T_L}{G} \quad (\text{Fig. 4 참고}) \quad (37)$$

그 외의 파라미터 값도 Table 1에 나타나 있다. Table 1에 나타난 값을 참고하여 선형화된 시스템을 해석하였다. 선형화된 시스템의 해석 결과를 뒷받침하기 위해 디지털 컴퓨터 시뮬레이션을 실시하였다. 과학기술용 소프트웨어인 Scilab<sup>6)</sup>으로 프로그램을 작성하여 선형화된 시스템의 주파수응답(보데선도 적용)과 시간응답을 구하였다.

Table 1 System parameters of torque load simulator

$B_m$ : 0.2 $\frac{\text{Nm}}{\text{rad/s}}$	$C_d$ : 0.61	$C_{em}$ : 0
$C_{im}$ : $2.4 \times 10^{-12} \frac{\text{m}^3/\text{s}}{\text{Pa}}$		
$D_m$ : $3.0 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{rad}$		
$G$ : 17 Nm/rad	$G_{aeroload}$ : 8.5 Nm/rad	
$H_{LO}$ : 0.1 $\frac{\text{V}}{\text{Nm}}$	$J_t$ : 0.0004 Nmrad	
$K_p$ : 2.5 V/V (P-controller)		
$K_{sv}$ : $9.9 \times 10^{-5} \text{ m/V}$	$P_s$ : 21 MPa	
$V_t$ : $62.5 \times 10^{-6} \text{ m}^3$	$\beta_e$ : $1.0 \times 10^9 \text{ Pa}$	
$\zeta_v$ : 0.4	$\rho$ : $834 \text{ N s}^2/\text{m}^4$	
$\tau_v$ : 0.001 s	$w$ : 0.02145 $\text{m}^2/\text{m}$	
$\omega_D$ : 62.8 rad/s	$\omega_v$ : 816.8 rad/s(130Hz)	
*calculated parameters using values above:		
$B_m / (D_m^2 / K_{ce}) = 0.053$ , $K_{ce}^2 G J_t / D_m^4 = 0.000484$ ,		
$K_h$ : 576[Nm/rad], $K_L$ : 64[V/V] $K_q$ : $2.0763 \frac{\text{m}^3/\text{s}}{\text{m}}$ ,		
$\tau_h$ : 0.2206s, $\omega_h$ : 1200[rad/s], $\zeta_h$ : 0.272		

#### 3.2 안정성 해석

부하 시뮬레이터 시스템이 안정하려면 식(27)에 나타난 특성방정식의 근의 위치가 모두 음의 실수부에 있어야 한다. 그러나 시스템의 안정성은 식(27)을 이용하여 조사하는 것보다는 토크 제어시스템의 개루프 전달함수인 다음 식을 이용하여 조사하는 것이 각각의 시스템 파라미터가 변하는 경우 안정성의 변화 방향을 파악하기에 유리하다.

$$\frac{V_L(s)}{V_e(s)} = \frac{K_p G_v(s) K_q D_m H_{LO} / K_{ce}}{a(s)} \quad (38)$$

식(4)에 나타난 서보밸브의 전달함수를 대입하면 개루프 전달함수는 다음 식으로 표현된다.

$$\frac{V_L(s)}{V_e(s)} = \frac{K_p K_{sv} K_q D_m H_{LO} / K_{ce}}{(\tau_v s + 1) \left( \frac{s^2}{\omega_v^2} + \frac{2\zeta_v s}{\omega_v} + 1 \right) a(s)} \quad (39)$$

일반적으로 토크 부하 시뮬레이터의 시스템 파라미터는 식(40), 식(41), 식(42)을 만족하므로 식(18)에 나타난 다항식은 식(43)으로 인수분해가 된다.

$$G \ll K_h \quad (40)$$

$$B_m \ll D_m^2 / K_{ce} \quad (41)$$

$$K_{ce}^2 G J_t / D_m^4 \ll 1 \quad (42)$$

$$a(s) \approx (\tau_h s + 1) \left( \frac{s^2}{\omega_h^2} + \frac{2\zeta_h s}{\omega_h} + 1 \right) \quad (43)$$

$$K_h = \frac{4\beta_e D_m^2}{V_t} \quad (44)$$

$$\tau_h = \frac{D_m^2}{K_{ce} G} \quad (45)$$

$$\omega_h = \sqrt{\frac{4\beta_e D_m^2}{V_t J_t}} \quad (46)$$

$$\zeta_h = \frac{K_{ce}}{D_m} \sqrt{\frac{\beta_e J_t}{V_t}} + \frac{B_m}{4D_m} \sqrt{\frac{V_t}{\beta_e J_t}} \quad (47)$$

여기서  $K_h$ ,  $\tau_h$ ,  $\omega_h$ ,  $\zeta_h$ 은 각각 유압장치의 스프링 상수, 시간상수, 비감쇠 고유진동수, 감쇠비이다.

이에따라 식(39)는 다음 식으로 표현될 수 있다.

$$\frac{V_L(s)}{V_e(s)} \approx \frac{K_L}{(\tau_v s + 1) \left( \frac{s^2}{\omega_v^2} + \frac{2\zeta_v s}{\omega_v} + 1 \right) \cdot (\tau_h s + 1) \left( \frac{s^2}{\omega_h^2} + \frac{2\zeta_h s}{\omega_h} + 1 \right)} \quad (48)$$

$$K_L = K_p K_{sv} K_q D_m H_{LO} / K_{ce} \quad (49)$$

Table 1에 나타난 수치를 참고하면  $1/\tau_h < \omega_v < 1/\tau_v < \omega_h$  임을 알 수 있다.

식(48)에  $s = j\omega$ 을 대입한 주파수 전달함수에서 로그 크기비 선도는 절점주파수  $\omega = 1/\tau_h$ 에서 절점주파수  $\omega = \omega_v$ 까지는 로그 크기비가 -1의 기울기로 내려오다가  $\omega = \omega_v$  이후에는 -3 기울기로 내려가므로  $\omega = \omega_v$  이전에 -1 기울기로 크기비 1을 교차해야지만 적절한 안정성이 보장되므로 안정성의 조건식은 다음과 같다.

$$\left| \frac{V_L(j\omega_v)}{V_e(j\omega_v)} \right| < 1 \quad (50)$$

$1/\tau_h, \omega_v \ll 1/\tau_v, \omega_h$ 인 경우에는 식(48)은 다음 식으로 근사화될 수 있다.

$$\frac{V_L(s)}{V_e(s)} \approx \frac{K_L}{(\tau_h s + 1) \left( \frac{s^2}{\omega_v^2} + \frac{2\zeta_v s}{\omega_v} + 1 \right)} \quad (51)$$

따라서 안정성의 조건식은 식(52)로 표현되며 이를 정리하면 식(53), 식(54) 또는 식(55)와 같다.

$$\left| \frac{K_L}{(\tau_h j\omega_v + 1) \left( \frac{(j\omega_v)^2}{\omega_v^2} + \frac{2\zeta_v(j\omega_v)}{\omega_v} + 1 \right)} \right| < 1 \quad (52)$$

$$K_L < 2\zeta_v \omega_v \tau_h \quad (53)$$

$$K_p K_{sv} K_q D_m H_{LO} / K_{ce} < 2\zeta_v \omega_v \tau_h \quad (54)$$

$$K_L / \tau_h = K_p K_{sv} K_q H_{LO} G / D_m < 2\zeta_v \omega_v \quad (55)$$

따라서  $1/\tau_h, \omega_v \ll 1/\tau_v, \omega_h$ 인 경우에는  $K_p K_{sv} K_q H_{LO}$  값이나  $G$ 값이 작을수록,  $D_m$  값이 클수록 안정해진다는 사실을 알 수 있다.

$1/\tau_h, \omega_v \ll 1/\tau_v, \omega_h$ 이 성립하지 않은 경우에는 안정성의 조건식인 식(55)를 사용할 수 없어도  $K_p K_{sv} K_q H_{LO}$  값이나  $G$ 값이 작을수록 안정해진다는 사실은 변함이 없으며  $D_m$  값이 클수록 교차주파수에서의 위상여유가 점점 증가하여 안정해진다는 사실을 식(39)에  $s = j\omega$ 을 대입한 주파수 전달함수에서 위상여유를 컴퓨터 연산에 의해 구하여 확인할 수 있었으며 결과는 Table 2에 나타났다.

Table 2 Effects of  $D_m$  on the stability: apply the equation (39)

$D_m$ [m <sup>3</sup> /rad]	$K_L$ [V/V]	$K_L/\tau_h$ [V/V/s]	$2\zeta_v\omega_v$ [rad/s]	phase margin [deg]
$1.5 \cdot 10^{-6}$	32	582	653	-66
$3.0 \cdot 10^{-6}$	64	291	653	48
$6.0 \cdot 10^{-6}$	128	146	653	83

3.3 응답성 해석

만일 토크제어시스템이 안정하다면 토크제어시스템에 대한 개루프 전달함수를 주파수 전달함수로 나타낼 때 교차주파수가 대략적으로 폐회로시스템의 주파수 응답범위라 할 수 있다.  $1/\tau_h, \omega_v \ll 1/\tau_v, \omega_h$ 인 경우에는 식(48)에 나타난 개루프 전달함수는 식(51)로 근사화될 수 있다.

식(51)에  $s = j\omega$  을 대입한 주파수 전달함수에서 교차주파수,  $\omega_c$ 에서 크기비는 1이므로 다음 식이 성립한다.

$$\left| \frac{K_L}{(\tau_h j\omega_c + 1) \left( \frac{(j\omega_c)^2}{\omega_v^2} + \frac{2\zeta_v(j\omega_c)}{\omega_v} + 1 \right)} \right| \approx 1 \quad (56)$$

또한 안정성을 보장하기 위해서는 교차주파수,  $\omega_c$ 는 서보밸브의 고유진동수,  $\omega_v$ 보다 많이 작으므로 식(56)은 다음 식으로 근사화될 수 있다.

$$\left| \frac{V_L(j\omega_c)}{V_e(j\omega_c)} \right| \approx \left| \frac{K_L}{(\tau_h j\omega_c + 1)} \right| \approx \frac{K_L}{\tau_h \omega_c} = 1 \quad (57)$$

따라서 교차주파수는 다음 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \omega_c &\approx \frac{K_L}{\tau_h} = \frac{K_p K_{sv} K_q D_m H_{LO} / K_{ce}}{D_m^2 / (K_{ce} G)} \\ &= K_p K_{sv} K_q H_{LO} G / D_m \end{aligned} \quad (58)$$

위 식에서  $K_p K_{sv} K_q H_{LO}$  값이나  $G$  값이 클수록,  $D_m$  값이 작을수록 응답성이 증가한다는 사실을 알 수 있다.

$1/\tau_h, \omega_v \ll 1/\tau_v, \omega_h$  이 성립하지 않은 경우에도  $1/\tau_h, \omega_v < 1/\tau_v, \omega_h$  이 성립하면 식(58)을 사용할 수 있다는 사실을 식(39)에 의한 보데선도에서 교차주파

수,  $\omega_c$ 를 컴퓨터 연산에 의해 구하여 확인할 수 있으며 결과는 Table 3에 나타냈다.

Table 3 Effects of  $D_m$  on the responsibility: apply the equation (39)

$D_m$ [m <sup>3</sup> /rad]	$K_L$ [V/V]	$K_L/\tau_h$ [V/V/s]	$\omega_c$ [rad/s]	$\omega_b$ [rad/s]
$1.5 \cdot 10^{-6}$	32	582	602	-
$3.0 \cdot 10^{-6}$	64	291	297	745
$6.0 \cdot 10^{-6}$	128	146	144	236

$\omega_b$ : closed loop bandwidth at -3dB

3.4 정상상태 오차 해석

시스템의 정확성은 두가지로 구분되는데 첫째 토크제어에서의 정상상태오차와 둘째 외란제어에서의 정상상태오차이다.

먼저 토크제어에서의 정상상태오차는 식(27)에서 P-제어기를 적용하는 경우 토크 입력전압이 단위 계단입력일 때 다음 식으로 표현된다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V_e(t) = 1 / (1 + K_L) \quad (59)$$

따라서 토크제어 루프이득,  $K_L$  값이 클수록 정상상태오차가 작아진다는 것을 알 수 있다. 또는  $K_p K_{sv} K_q H_{LO}$  값이나  $D_m$  값이 클수록,  $K_{ce}$  값이 작을수록 정상상태오차가 작아진다.

전진보상기를 적용하지 않은 상태에서, 외란제어인 경우  $\theta_D$ 가 단위계단입력이면 식(28)에서 최종치 정리를 이용하여 정상상태오차는 영인 것을 알 수 있다. 그러나 식(60)과 같이  $\theta_D$ 가 경사입력이면 또는 회전각 제어시스템의 각속도,  $\omega_D$ 가 일정하다면 정상상태오차는 P-제어기인 경우 식(61)과 같이 표현된다.

$$\theta_D = \omega_D t \quad (60)$$

$$V_L(\infty) = -V_e(\infty) = \frac{H_{LO} \left( B_m + \frac{D_m^2}{K_{ce}} \right) \omega_D}{1 + K_L} \quad (61)$$

일반적으로  $K_L \gg 1$  이고  $B_m \ll D_m^2 / K_{ce}$  이므로

$$V_L(\infty) \approx \frac{H_{LO} \frac{D_m^2}{K_{ce}} \omega_D}{K_p K_{sv} K_q D_m H_{LO} / K_{ce}} = \frac{D_m \omega_D}{K_p K_{sv} K_q} \quad (62)$$

따라서  $K_p K_{sv} K_q$  값이 클수록,  $D_m$  값이 작을수록 정상상태오차가 작아진다. 회전각 제어시스템의 각속도,  $\omega_D$ 의 변화에 따른 정상상태오차값을 식 (62)로 계산하여 Table 4에 나타냈다. Table 4에 나타난 정상상태 오차는 상당히 큰 오차이지만 식 (32)에 나타난 전진보상기를 적용하면 정상상태오차는 모두 0이 된다.

Table 4 Effects of  $\omega_D$  on the steady state error: apply the equation (59)

$n_D$ [rps]	$\omega_D$ [rad/s]	$\omega_D D_m$ [m <sup>3</sup> /s]	$T_L(\infty)$ [Nm]	$V_L(\infty)$ [V]
1	6.28	18.84*10 <sup>-6</sup>	0.37	0.037
2	12.6	37.68*10 <sup>-6</sup>	0.73	0.073
5	31.4	94.2*10 <sup>-6</sup>	1.83	0.183
10	62.8	188.4*10 <sup>-6</sup>	3.67	0.367

### 3.5 시스템 파라미터의 영향 요약

선형화된 시스템의 해석에 의해 시스템 파라미터가 시스템의 안정성, 정확성, 응답성에 끼치는 영향을 요약하여 Table 5에 나타냈다.

선형화된 시스템의 해석과 선형 모델 컴퓨터 시뮬레이션에 의해 다음과 같은 사실을 확인할 수 있다.

(1)  $K_p K_{sv} K_q H_{LO}$ 을 크게 할수록 안정성은 떨어지거나 응답성은 증가하고 정상상태오차는 감소한다.

(2)  $G$ 를 작게 할수록 안정성은 증가하며 응답성은 떨어지며  $G$ 의 증감은 정상상태오차의 변화에 영향을 끼치지 않는다. 가능하면  $G$ 를 작게 할수록 좋다.  $G$ 를 작게 그만큼  $K_p K_{sv} K_q H_{LO}$ 를 크게 하면 안정성과 응답성은 그대로 유지하면서 정상상태오차를 감소시킬 수 있기 때문이다.

(3)  $D_m$ 을 크게 할수록 유량을 많이 채워야 압력이 형성되므로 응답이 늦어지나 안정성은 증가하며 최대출력토크는 증가한다.

(4)  $K_{ce}$ 를 작게 할수록 토크계단입력에 대한 정상상태오차가 감소한다. 그러나  $K_{ce}$ 의 증감이 안정성, 응답성 및 회전각 제어시스템의 각속도 계단입력에 의해 발생하는 정상상태오차에 끼치는 영향은 미미하다.

(5)  $V_t$ 의 증감이 안정성, 응답성 및 정상상태오차에 변화에 끼치는 영향은 미미하다.

Table 5 Summary of the effects of system parameters of torque load simulator

$K_p K_{sv} K_q H_{LO}$	$G$	$D_m$	$K_{ce}$	$V_t$	effect
↓	↓	↑	-	-	stability ↑
↑	↑	↓	-	-	response speed ↑
↑	-	↑	↓	-	sse 1 ↓
$(K_p K_{sv} K_q)$ ↑	-	↓	-	-	sse 2 ↓

sse 1: steady state error,  $V_e(\infty)$  for step input of the torque load simulator

sse 2: steady state error,  $V_e(\infty)$  for step input of the angular speed of angle control system

## 4. 비선형 시스템 해석

### 4.1 비선형 시스템의 컴퓨터 시뮬레이션

3장에서는 부하시뮬레이터의 안정성, 정확성, 응답성을 선형화된 수학적 모델에 근거하여 해석하였다. 이러한 선형 해석 결과를 기초로 하여 더 정확한 결과를 얻기 위해 비선형 수학적 모델을 고려하여 과학기술용 소프트웨어인 Scilab<sup>6)</sup>으로 프로그램을 작성하고 실행시켜 시간 응답을 구하였다.

### 4.2 안정성 해석

Table 1에 주어진 시스템 파라미터 값을 적용하여 부하시뮬레이터의 시간 응답을 구하였다. 기준전압이 크기 1[V]의 계단입력으로 주어진 경우 시간 응답이 Fig. 6에 나타나 있다. 안정적으로 0.01초 이전에 84%에 도달하는 것을 알 수 있다. 또한 0.1초에서의 정상상태오차는 1.13%임을 알 수 있다. 선형 해석 결과를 나타낸 Table 2에서 개루프 이득,  $K_L=64[V/V]$ 인 경우에 위상여유는 48도로서 안정함을 알 수 있다.

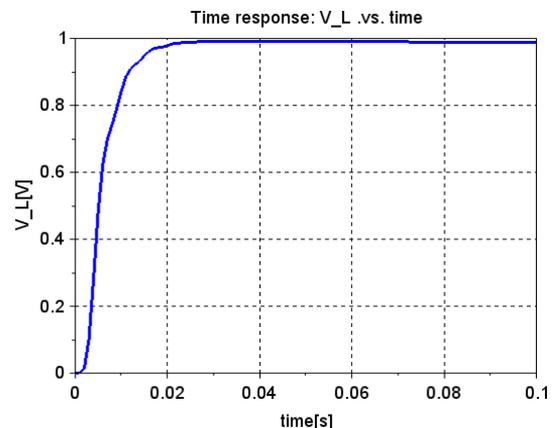


Fig. 6 Step response for  $V_R=1[V]$ :  $\theta_D=0[rad/s]$ ,  $K_p=2.5[V/M]$ ,  $V_L=0.9887[V]$  at  $t=0.1s$

4.3 응답성 해석

Table 1에 주어진 시스템 파라미터 값을 적용하여 부하시플레이터의 주파수 응답을 구하였다. 입력신호의 주파수가 2[Hz], 10[Hz], 40[Hz]인 경우의 주파수 응답 결과를 Table 6에 나타냈다. 주파수 40[Hz]일 때의 정현파 입력에 대한 시간응답을 Fig. 7에 나타냈으며 크기비가 0.72이므로 토크제어시스템의 주파수 응답대역은 40[Hz]임을 알 수 있다. 선형 해석 결과를 나타낸 Table 3에서 개루프 이득,  $K_L=64[V/V]$ 인 경우에 주파수 응답대역은 118[Hz](745[rad/s])로서 비선형 해석결과의 약 3배로 나타났다. 이는 비선형 시스템에서는 서보밸브에 가해지는 전압이 제한기(상한:+5V, 하한:-5V)를 거치기 때문이다.

Table 6 Frequency response: input amplitude 1[V], use the system parameters on the Table 1.  $K_L=64[V/V]$

freq.[Hz]	amplitude ratio	phase difference[deg]
2	0.982	3.6
10	0.957	14.4
40	0.72	50.4

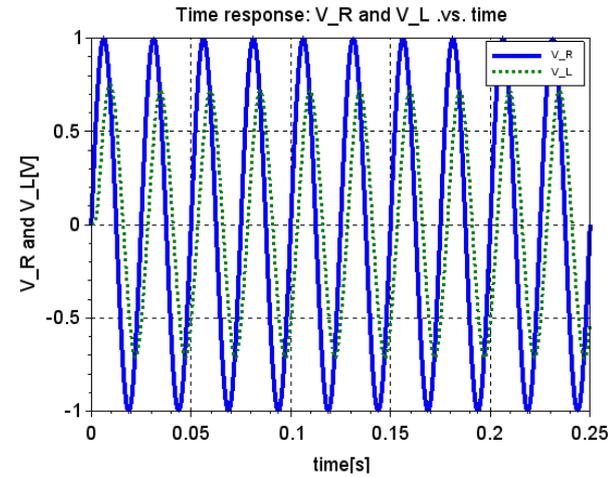


Fig. 7 Sine response for  $V_R = \sin(40 \cdot 2\pi t)$  [V]:  $\theta_D=0$ [rad/s],  $K_p=2.5$ [V/V]

4.4 정상상태 오차 해석

토크제어에서의 정상상태오차는 Fig. 6에 나타난 것처럼 매우 작지만 외란제어에서의 정상상태오차는 Table 4에 나타난 것처럼 회전각 제어시스템의 회전속도가 증가할수록 정상상태오차는 증가한다. 이에 따라 전진보상기가 필수적이며 식(32)에 나타난 전진보상기를 적용하였다. 비선형 해석에서는 유량이득,  $K_q$

를 부하압력을 고려하여 다음과 같이 정의하였다.

$$K_q = C_d w \sqrt{(P_s - |P_L|)/\rho} \quad (63)$$

이에 따라 비선형 해석에서는 다음 식으로 나타난 전진보상기를 사용하였다.

$$G_{ff} = \frac{\left( B_m + \frac{D_m^2}{K_{cc}} \right)}{K_{sv} [C_d w \sqrt{(P_s - |P_L|)/\rho}] D_m / K_{cc}} \quad (64)$$

식(64)에 나타난 전진보상기를 적용한 경우, 기준 입력이  $V_R=0$ [V]이고, 외란 입력이  $n_D=10$ [rps]일 때의 시간응답을 Fig. 8에 나타냈다. 0.02초 정도에 오차는 0.014[V]로 감소하고 0.5초에는 거의 0[V]의 오차를 나타내고 있다.

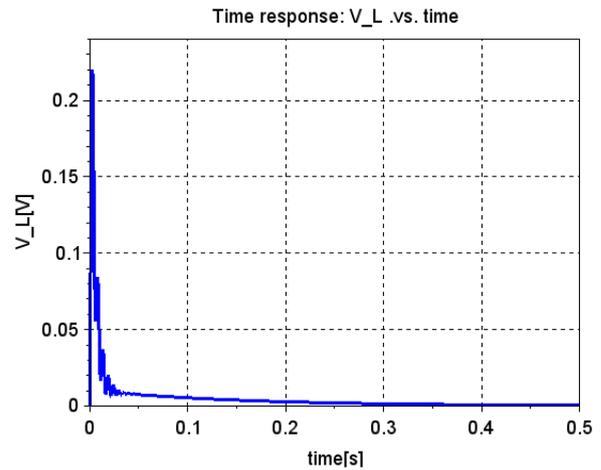


Fig. 8 Step response for  $n_D=10$ [rps]:  $V_R=0$ [V],  $K_p=2.5$ [V/V],  $V_L=0.0005$ [V] at  $t=0.5$ s

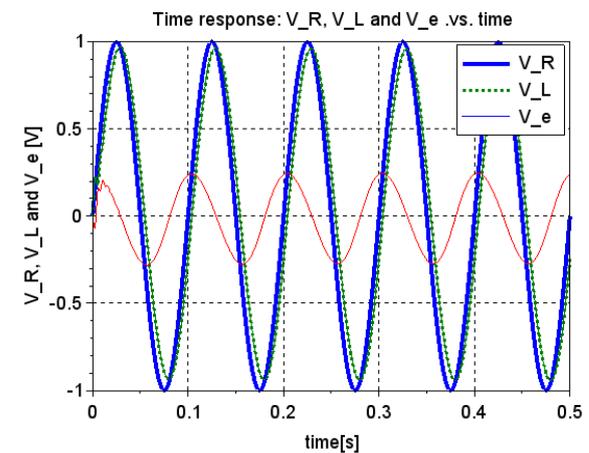


Fig. 9 Sinewave response for  $V_R = \sin(10 \cdot 2\pi t)$  :  $n_D=10$ [rps],  $K_p=2.5$ [V/V]

기준입력이  $V_R = \sin(10 \cdot 2\pi t)$ [V]이고, 외란 입력이  $n_D = 10$ [rps]일 때의 시간응답을 Fig. 9에 나타냈다. 시간응답의 오차는  $-0.274 \sim +0.247$ [V] 값을 가지며 전진보상기가 외란입력의 영향을 잘 제거했음을 알 수 있다. 만일 전진보상기를 적용하지 않으면 Fig. 10에 나타난 것처럼 시간응답의 오차는  $-0.693 \sim -0.154$ [V] 값을 가지며 출력파형은 기준명령파형에서 크게 벗어난다.

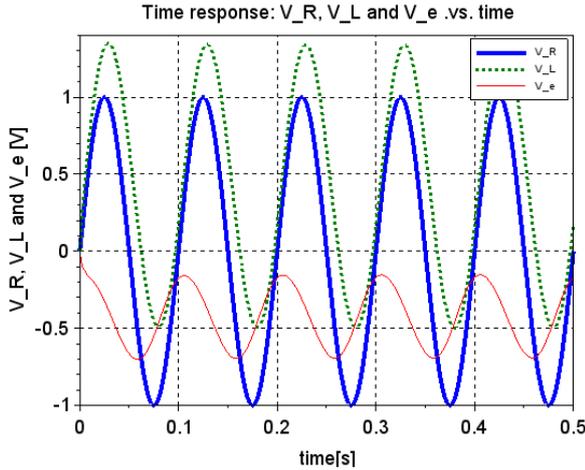


Fig. 10 Sinewave response for  $V_R = \sin(10 \cdot 2\pi t)$  :  $n_D = 10$ [rps],  $K_p = 2.5$ [V/V], without feedforward compensator

4.5 스프링 부하 재현

비행체의 날개 회전각 제어시스템에서 날개 회전축이 받는 부하 토크는 비행 중에 보통 날개의 회전각에 비례하는 부하 토크를 받는다. 즉 비행 고도나 비행 속도에 따라 스프링 상수값은 변하겠지만 스프링과 같은 부하 토크를 받는다고 볼 수 있다.

Table 1에 나타난 것처럼 스프링 상수값,  $G_{aeroload}$ 가 8.5 Nm/rad인 경우에 날개 회전각이  $\theta_D = 5 \cdot \sin(f_D \cdot 2\pi t)$ [deg]처럼 변할 때 기준명령토크는  $T_R = G_{aeroload}\theta_D$ [Nm]로 설정한다. 출력 토크전압,  $V_L$ 이 명령토크전압,  $V_R = H_{LO}G_{aeroload}\theta_D$ 를 잘 추종하는지를 조사하였다.  $\theta_D$ 의 주파수가 1[Hz]인 경우, Fig. 11에서 출력토크전압은 기준명령토크전압을 잘 추종한다는 것을 알 수 있다. 그러나 기준명령토크전압이 0[V]인 시점에서, 즉 날개 회전각이 0도일 때에 출력토크전압이 0[V]가 아니면 날개는 0도 부근에서 정부하토크가 아닌 음부하토크를 받게 된다. 따라서 가능하면 날개 회전각이 0도일 때 오차토크전압이 작아야 한다.

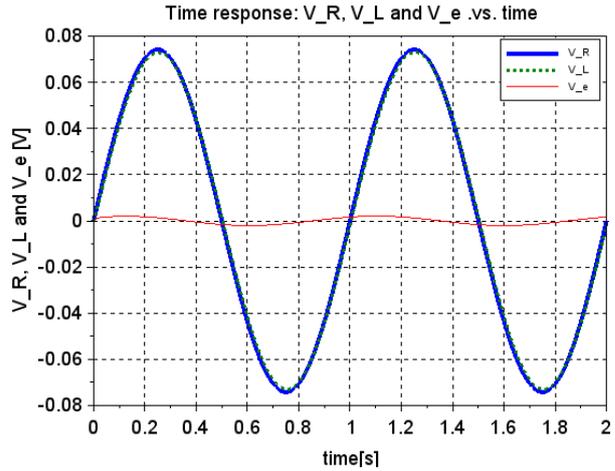


Fig. 11 Sinewave response for  $V_R = 0.074\sin(1 \cdot 2\pi t)$  [V]:  $T_R = 8.5 \cdot \theta_D$ [Nm],  $\theta_D = 5 \cdot \sin(1 \cdot 2\pi t)$ [deg],  $K_p = 2.5$  [V/V],  $1[V] \Leftrightarrow 10$ [Nm]

Table 7에  $\theta_D$ 의 주파수가 1, 2, 5, 10[Hz]인 경우의 날개 각도가 0도인 시점에서의 오차토크전압을 나타냈다. Table 7에서 오차토크전압은  $\theta_D$ 의 주파수에 비례하여 증가한다는 사실을 알 수 있다.  $\theta_D$ 의 주파수가 1Hz 일 때는 오차토크전압이 명령토크전압 진폭의 2.3%이지만  $\theta_D$ 의 주파수가 10Hz 일 때는 오차토크전압이 명령토크전압 진폭의 21.1%가 된다. 따라서 저주파수에서는 스프링 부하를 잘 재현하지만 고주파수에서는 이상적인 스프링 부하를 재현하지 못하는 것을 알 수 있다. 고주파수에서도 이상적인 스프링 부하를 재현하려면 명령토크전압과 출력토크전압 사이의 위상차를 줄일 수 있는 제어기법이 필요하지만 이는 토크부하시뮬레이터의 설계요구조건에 따라 필요성의 유무가 결정될 것이다.

Table 7 Torque error voltage for spring load realization:  $\theta_D = 5 \cdot \sin(f_D \cdot 2\pi t)$ [deg],  $T_R = 8.5\theta_D$ [Nm],  $V_R = 0.074\sin(f_D \cdot 2\pi t)$  [V], use the system parameters on the Table 1

freq. [Hz]	torque error at 0[deg] angle of the angle control system[V]: $1[V] \Leftrightarrow 10$ [Nm]
1	0.0017
2	0.0033
5	0.0081
10	0.0156

## 5. 결 론

일반적으로 유압식 부하 시뮬레이터에는 2단 서보 밸브가 적용되고 있지만 본 논문에서는 국내에서 개발된 1단 서보밸브(비감쇠 고유진동수=130Hz, 감쇠비=0.4, 시정수=0.001s)를 적용하여 토크 부하 시뮬레이터를 설계하였으며 설계 과정과 결과는 다음과 같다.

첫째, 토크 부하 시뮬레이터의 수학적 모델을 유도하고 선형화하여 시스템의 안정성, 정확성 및 응답성을 시스템 파라미터로 요약하여 표현함으로써 향후 토크 부하 시뮬레이터의 설계에 도움이 되도록 하였다. 또한 비선형 수학적 모델을 사용한 경우 설계된 토크부하 시뮬레이터의 주파수 응답대역은 40Hz임을 알 수 있었다.

둘째, 토크 부하 시뮬레이터와 회전각 제어시스템은 회전축으로 연결되어 있기 때문에 회전각 제어시스템이 회전은 토크 제어에 오차를 유발시키는 외란으로 작용한다. 이러한 외란 효과를 상쇄시키기 위해 전진 보상기를 설계하였으며 비선형 해석 결과 전진 보상기는 외란을 효과적으로 제거하였다.

셋째, 토크 부하 시뮬레이터로써 회전각 제어시스템에 스프링 부하토크를 제공하는 경우,  $\theta_D$ 가 0도일

때 발생하는 오차토크전압은  $\theta_D$ 의 주파수에 비례하여 증가하기 때문에 저주파수에서는 스프링 부하를 잘 재현하지만 고주파수에서는 이상적인 스프링 부하를 재현하지 못하는 것을 알 수 있었다.

## References

- 1) Anonymous, Instruction manual for S-102-7.2 Aeroload Simulator, Carco Electronics, 1976.
- 2) Anonymous, Model 220 aerodynamic fin loader, Contraves Goerz Co., 1987.
- 3) S. R. Lee, "PID Controller and Derivative-feedback Gain Design of the Direct-drive Servo Valve Using the Root Locus and Manual Tuning," Journal of Drive and Control, Vol.13, No.3, pp.15-23, Sep. 2016
- 4) S. R. Lee, H. Y. Kim, Y. J. Moon, "Study for the Design of Hydraulic Load Simulator," Trans. of the KSME, Vol.18, No.1, pp.44~52, 1994.
- 5) H. E. Merritt, Hydraulic Control Systems, John Wiley and Sons, Inc, pp.754~763, 1967.
- 6) <http://www.scilab.org>