

수직 다층구조의 대지저항률 영상복원을 위한 전극배열법의 비교

Comparison of electrode arrays for earth resistivity image reconstruction of vertical multi layers

부 창 진 *, 김 호 찬**, 강 민 제**★

Chang-Jin Boo*, Ho-Chan Kim**, Min-Jae Kang**★

Abstract

In this paper, we used ET(Electrical Tomography) for earth resistivity image reconstruction of vertical multi layer underground model. The earth resistivity is analyzed generally as the parallel multi-layer model, however possibly there happens vertical layer model. Here to find the best electrode array in case of vertical layer underground model, Wenner, Schlumberger, and Dipole-dipole electrode arrays, which are well known electrode arrays used in ET, have been tested. And Gauss-Newton algorithm is used in ET inversion. RMS error analysis shows that Wenner electrode array is best in imaging.

요 약

본 논문에서는 전기영상법(ET)을 이용하여 수직 다층구조 대지저항률을 영상복원 하였다. 일반적으로 접지 시공을 위한 대지 분석은 수평 다층 구조라는 가정 하에 행해지지만, 현실적으로는 지하구조가 수직 구조일 경우도 발생하게 된다. 여기에서는 수직 다층구조의 대지분석에 유리한 전극배열법을 찾아내기 위하여 전기영상법에 가장 널리 사용되는 Wenner, Schlumberger 그리고 쌍극자배열을 테스트하였다. ET영상복원에는 Gauss-Newton 역산 알고리즘이 이용되었다. RMS 오차 분석결과를 보면 Wenner 배열의 경우가 RMS 오차가 가장 적게 나타나는 것을 확인할 수 있었다.

Key words : ET, Wenner, Schlunberger, image reconstruction, Gauss-Newton, Inversion algorithm.

* Dept. of Electrical Eng., Jeju Int. Univ.

** Dept. of Electrical Eng., Jeju National Univ.

★ Corresponding author

E-mail: minjk@jejunu.ac.kr, Tel:+82-64-754-3666

Manuscript received Mar. 12, 2018; revised Mar. 18, 2018 ; accepted Mar. 21, 2018

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

I. 서론

접지 시공을 위한 대지 분석은 직류 또는 저주파수의 교류를 사용하는 대지저항률 측정 장치를 사용하여 전극배열에 따라 수평방향으로 데이터를 측정하고, 이를 그림 1처럼 층상 대지 모델로 나타낸다. 접지 설계에서는 일반적으로 4개의 전극을 현장 측정자가 단계적으로 이동시키면서 측정 데이터를 취득하고, 대지 모델의 깊이에 대한 층의 저항률이나 두께를 분석하는 방법을 사용한다. 이를 통해 최적의 시공지점을 선정한다[1].

지하구조가 주로 그림 1(a)처럼 수평 다층 구조라는 가정 하에 표준곡선이나 모델링을 이용하여 시행착오법 혹은 컴퓨터를 이용한 해석이 이루어진다. 하지만 현실적으로 지하구조가 항상 수평 구조라는 것은 타당성이 없고 1개 측정점에 대한 측정결과만으로 어느 한 지역에 대한 지질학적인 구조를 판단하거나 해석하는 것은 해석상 오류를 범할 수 있는 한계점을 가지고 있다.

제주지역과 같이 지하에 암반이 많이 존재하는 지역에서는 대지저항률 측정이 단순한 어느 한 지점에 대해 이루어지는 것이 아닌 그림 1(b)와 같이 수직구조의 대지모델을 가정한 측정과 분석도 필요하다.

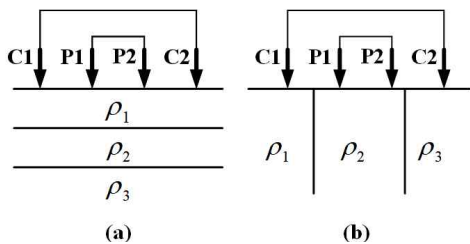


Fig. 1. Layer model for earth (a) horizontal (b) vertical
 그림 1. 층상대지모델 (a) 수평모델 (b) 수직모델

본 논문에서는 수직 다층구조의 대지저항률을 영상복원하기 위하여 전기영상법(Electrical Tomography)을 사용하였다. 그리고 수직 다층구조일 경우에 정밀 영상화하는 데 유리한 전극배열법을 찾기 위하여 현재 가장 널리 사용되는 전극배열들 즉, Wenner, Schlumberger, 쌍극자배열법을 테스트하였다. 이 방법들로 측정되고 설계된 대지모델을 영상복원하는 방법으로는 Gauss-Newton 역산 알고리즘을 이용하였다.

구한 영상과 실제 영상의 정확도에 관해 비교분석을 위해 RMS에러를 계산하였다.

II. 전극배열법

대지저항률 측정은 2전극법, 4전극법, 그리고 접지저항계를 이용한 간이측정법 등이 있는데, 4전극법이 정확도가 우수하고 측정도 간편하므로 가장 널리 사용되고 있다. 그림 2.에서 전류전극 C_1 과 C_2 를 통해 일정한 전류를 흘려주면 이 전류는 전류경로를 통해 C_1 에서 C_2 로 흘러간다. 이때, 이 전류경로에 수직한 방향으로 등전위선이 형성되는데, 이 등전위선은 지면까지 이어지게 된다. 우리는 지표의 전위전극 P_1 과 P_2 사이에 전위계를 설치하여 두 전극에 닿은 등전위선의 차이, 즉 전위차를 측정한다. 전류전극과 전위전극의 위치, 흘려준 전류량과 측정된 전위차를 이용하면 우리는 지하매질의 대지저항률 값을 알 수 있게 된다. 이 때 사용될 수 있는 전극배열은 Wenner, Schlumberger, 쌍극자배열 등이 있다.

Wenner 배열은 그림 2(a)처럼 전류전극의 중심에 전위전극을 위치시키고 전극간의 사이는 동일하다. 측정값은 전위전극의 중심 하부에 표시한다. 그림 2(a)에서 측정값 #1 ~ #11은 전극(C_1, P_1, P_2, C_2)들을 현재의 간격을 유지하면서 오른쪽으로 이동하면서 측정한 것이고, 측정값 #12 ~ #19는 전극사이의 간격을 두 배로 하여 처음부터 같은 방법으로 측정한 것이다. 최종적으로 측정값 #25, #26은 전극 간격을 시초의 4배로 늘여서 동일 방법으로 얻는다.

Schlumberger 배열은 Wenner 배열과 비슷하나 전극간의 사이가 동일하지 않다. 즉, Wenner 배열은 전위전극간의 간격이 전류전극간의 1/3로 일정한 데, Schlumberger 배열은 그렇지 않다. 쌍극자 배열은 그림 2(c)처럼 한 쌍의 전류전극 간격과 다른 한 쌍의 전위전극 간격이 같은 전극 배열로 전류전극과 전위전극의 거리를 연속적으로 쌍극자 길이의 정수 배만큼 증가시켜 측정을 수행한다. 측정값은 전류전극의 중심과 전위전극의 중심점을 45°로 이어 만나는 점에 표시한다. 반응이 정밀하나 전극의 접지 상태 또는 지표면 부분의 대지저항률 변화에 민감하며 지하의 대지저항률이

작을 경우 전위전극에서의 전위차가 적어 측정이 곤란하다[2].

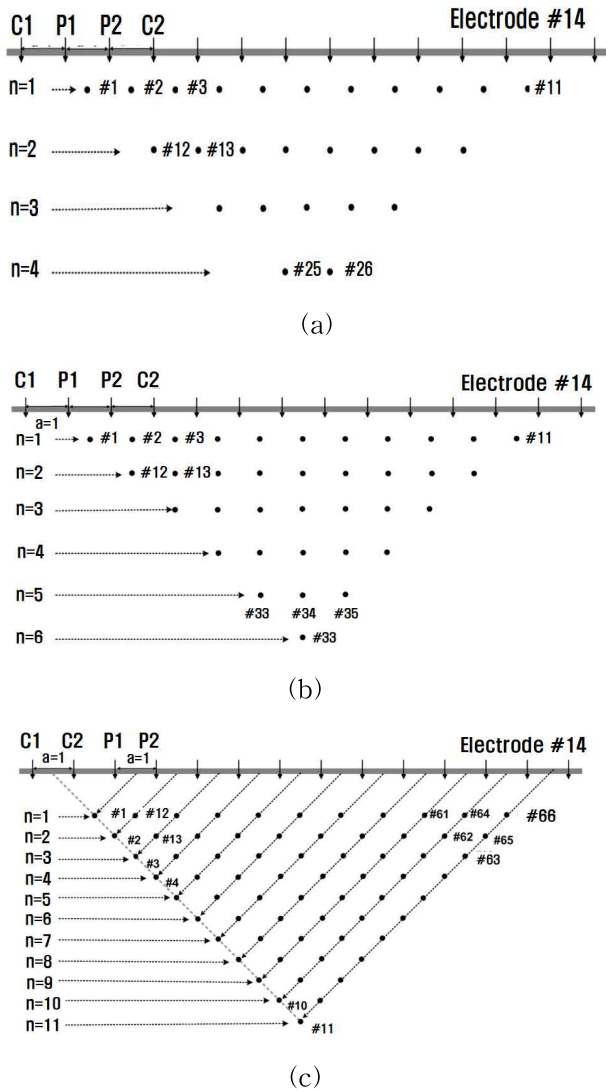


Fig. 2. Electrode array (a) Wenner (b) Schlumberger, (c) Dipole dipole

그림 2. 전극배열 (a) Wenner 배열, (b) Schlumberger 배열, (c) 쌍극자 배열

III. ET 영상복원 Gauss-Newton 역산 알고리즘

지하대지 모델의 저항률을 추정하는 문제는 기본적으로 정문제(forward problem)와 역문제(inverse problem) 두 단계로 구성된다. 정문제는 미리 가정된 또는 앞서 계산된 대지저항률을 이용하여 Poisson 방정식으로부터 대지 지하 및 경계에서의 전위를 구한다. 역문제는 경계면에서 측정된 전위와 계산된 전위 사이의 차이가 최소제곱의

오차 관점에서 최소화될 수 있도록 적절한 방법을 통해 대지저항률을 조절하며, 이러한 과정은 원하는 수렴 정도를 만족할 때까지 반복된다. 역문제라고 하는 이유는 대지저항률 측정에서 이미 알고 있는 대지저항률과 경계조건을 이용하여 내부 전기장의 해를 구하는 정문제에 정확히 역의 문제이기 때문이다. 역문제의 경우에 직접적으로 대지저항률을 구할 수 있는 방법은 알려진 바가 없다. 따라서, 역문제에서는 계산 그리고 측정 전위의 차를 최소화하는 대지저항률 분포를 구하게 된다[3].

불균질한 대지의 대지저항률 분포에 대한 영상복원(image reconstruction)은 이론적인 전위와 측정된 전위 사이의 오차를 줄여가는 반복적 역산 방법을 적용하고 오차가 충분히 작은 경우에 과정을 종료시킨다. 대지의 구조를 해석하는데 사용되는 대부분의 비선형 역산문제들은 비고유(non-unique)나 비정치성(ill-posed)을 가진다. 여기에서는 대지저항률 분포에 대한 영상을 복원하기 위한 역산 방법으로 Gauss-Newton, TSVD(truncated singular value decomposition), TLS(truncated least squares), SIRT(simultaneous iterative reconstruction technique) 방법들이 있다[4].

Loke와 Dahlin은 다양한 복원 방법들을 비교 분석한 결과 Gauss-Newton 방법은 다른 방법에 비해 수렴 속도, 잔류 오차등의 측면에서 비교적 좋은 성능을 나타냄을 발표하였다.[5] Gauss-Newton 방법에서 최소화시켜야 할 목적함수는 식(1)을 이용한 오차의 제곱의 합으로 정의된다.

$$\Phi_d = \sum_i^N \left(\frac{d_i - f_i(\rho)}{\epsilon_i} \right)^2 = \| (D(d - f(\rho))) \|_2^2 = \Phi_d^* ,$$

$$D = \text{diag} \left\{ \frac{1}{\epsilon_1}, \dots, \frac{1}{\epsilon_N} \right\} \quad (1)$$

여기서 d 와 $f(\rho)$ 는 각각 수집한 데이터와 모델 포워드 응답이고 D 는 데이터 가중행렬을 나타낸다. 이 때, 식(1)에서 주어진 모델 제약함수를 최소화함으로써 모델 ρ 을 찾는 것이다. 식(1)로 주어지는 목적함수를 최소화시키는 문제를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Phi_d' = - [f'(\rho)]^T D^T D [d - f(\rho)] = 0 \quad (2)$$

식(2)는 비선형이므로 다음과 같이 반복적인 선형화를 하여 푼다.

$$\Phi_d'(\rho_{k+1}) \approx \Phi_d'(\rho_k) + \Phi_d''(\rho_k)(\rho_{k+1} - \rho_k) = 0 \quad (3)$$

여기서 Φ_d'' 은 Hessian 행렬이며, 다음과 같이 표현된다.

$$\Phi_d'' = [f'(\rho)]^T D^T D f'(\rho) + [f''(\rho)]^T \{I \otimes [d - f(\rho)]\} \quad (4)$$

이때 \otimes 는 Kronecker 행렬 곱을 나타낸다.

$f''(\rho)$ 은 계산하기 어렵고 상대적으로 작은 양이므로, 위 식에서 두 번째 항은 보통 무시된다. 따라서 Hessian 행렬은 다음과 같다.

$$\Phi_d'' = [f'(\rho)]^T D^T D f'(\rho) \quad (5)$$

위의 식들을 정리하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\Delta \rho_k = \rho_{k+1} - \rho_k = H^{-1} \{S^T [d - f(\rho_k)]\} \quad (6)$$

여기서 Hessian 행렬 H 는 다음과 같이 정의되고

$$H = S^T D^T D S \quad (7)$$

S 는 자코비안(Jacobian) 또는 요소들의 감도(sensitivity) 행렬을 나타내고, 각 성분은 다음과 같이 주어진다.

$$s_{ij} = \frac{\partial f_i(\rho)}{\partial \rho_j} \quad (8)$$

ET 영상복원 방법은 그림 3과 같이 각 단계에 대해 반복계산을 수행하게 된다.

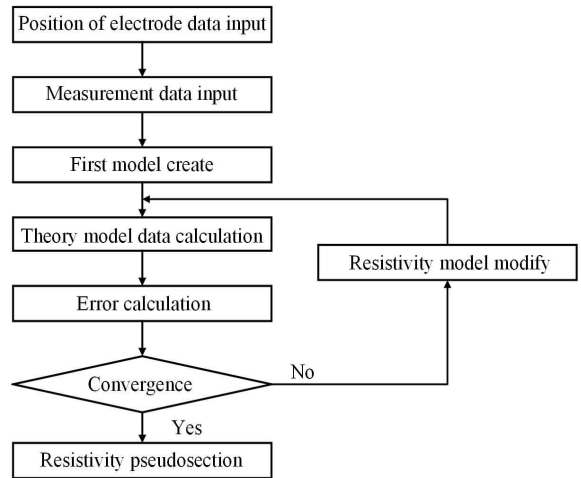


Fig. 3. Flowchart of electrical tomography algorithm
그림 3. ET 알고리즘 흐름도

Gauss-Newton 방법은 비선형 특성의 선형화에 따른 모델링 오차와 Hessian 행렬의 비정칙성 때문에 만족스러운 영상을 얻기가 쉽지 않다. 특히, Hessian 행렬의 비정칙성은 역행렬을 계산할 때에 부정확한 결과를 나타내고 영상복원의 성능을 저하시킨다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 다음과 같이 목적함수에 정규화(regularization) 항을 포함시킨다.

$$\Phi = \Phi_d + \lambda \Phi_\rho = \|D(d - f(\rho))\|_2^2 + \lambda \|C(\rho - \rho_0)\|_2^2 \quad (9)$$

여기서 ρ_0 는 사전지식을 통해 알고 있는 기준모델이고 C 는 모델 가중행렬을 나타낸다. 라그랑지 승수(Lagrange multiplier) λ 는 모델과 데이터 함수 $\Phi = \Phi_d + \lambda \Phi_\rho$ 를 결합하는데 사용된다. 일반적으로 대상값 Φ_d^* 는 데이터 n_d 의 수와 같고 그 데이터는 표준편차 내에서 조정된다. Gauss-Newton 방법을 사용하여 $\rho_{k+1} = \rho_k + \Delta \rho_k$ 로 반복하고 Φ 를 최소화하도록 한다. 모든 반복 k 에서 잘 알려진 정규화 일반식은 다음의 식으로 풀 수 있다.

$$((DS)^T DS + \lambda C^T C) \cdot \Delta \rho_k = (DS)^T D (d - f(\rho_k)) - \lambda C^T C (\rho_k - \rho_0) \quad (10)$$

식(10)에서 에러가 가중된 감도행렬 $\hat{S} = DS$ 와 일반적인 역행렬 $\hat{S}^\dagger, C^\dagger$ 을 사용하면 다음의 결과를 얻는다.

$$\Delta\rho_k = \hat{S}^\dagger D(d - f(\rho_k)) - C^\dagger C(\rho_k - \rho_0) \quad (11)$$

여기서 $\hat{S}^\dagger = (\hat{S}^T \hat{S} + \lambda C^T C)^{-1} \hat{S}^T$ 와 $C^\dagger = \lambda (\hat{S}^T \hat{S} + \lambda C^T C)^{-1} C^T$ 이고 $\hat{S}^T \hat{S} + C^T C = I$ 의 관계를 만족한다.

한편 데이터 d 는 다음과 같이 모델 ρ_{true} 의 포워드 응답에 잡음 n 이 포함된 것으로 가정하면 식(12)와 같이 나타낼 수 있다.

$$d = f(\rho_{true}) + n \quad (12)$$

이때 k 단계에서 모델 ρ_k 이 모델에 이미 근접했다고 가정하면 선형화 영역은 식(13)과 같이 나타낼 수 있다.

$$d = f(\rho_k) + S(\rho_{true} - \rho_k) + n \quad (13)$$

식(13)을 식(11)에 대입하면 추정모델 ρ_{est} 은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \rho_{est} &= \rho_k + \hat{S}^\dagger D S(\rho_{true} - \rho_k) - C^\dagger C(\rho_k - \rho_0) + \hat{S}^\dagger D n \quad (14) \\ &= \rho_k + \hat{S}^\dagger \hat{S} \rho_{true} - (\hat{S}^\dagger \hat{S} + C^\dagger C) \rho_k + C^\dagger C \rho_0 + \hat{S}^\dagger D n \\ &= R^M \rho_{true} + (I - R^M) \rho_0 + \hat{S}^\dagger D n \end{aligned}$$

여기서 해상도 행렬 $R^M = \hat{S}^\dagger \hat{S}$ 이다.

추정모델 ρ_{est} 는 원형모델과 기준모델, 그리고 잡음 포함된 것에 의해 재구성된다. 이 때, R^M 은 일반화된 역행렬 \hat{S}^\dagger 을 포함하므로 추정모델의 해상도와 민감도를 결정하는 중요한 행렬이 된다[6].

IV. 시뮬레이션 및 검토

본 절에서는 수직 다층구조에서 대지저항률 영상복원을 위한 전극배열법에 대한 성능조사를 하였다. 성능분석을 위해 RMS오차를 시행하였고, RMS 오차는 서로 다른 전극 배열을 사용하여 얻은 복원영상을 비교하여 계산되었다. 데이터 취득을 위한 전극배열은 Wenner 배열, Schlumbegr 배열, 그리고 쌍극자 배열이 사용되었고, 영상복원 역산 알고리즘으로는 Gauss-Newton 방법이 사용되었다.

수직 다층구조모델은 폭이 27m 깊이가 6.2m 그림 4처럼 설계되었다. 그리고 저항률이 서로 다른 3개의 수직층으로 구성하였다. 각각 9m씩 다르게 설계하였다. 측정전극 0과 측정전극 9 사이의 대지저항률 ρ_1 은 100Ωm, 측정전극 9와 18사이의 대지저항률 ρ_2 는 10Ωm, 그리고 전극 18과 27사이 ρ_3 는 1000Ωm으로 설계하였다.

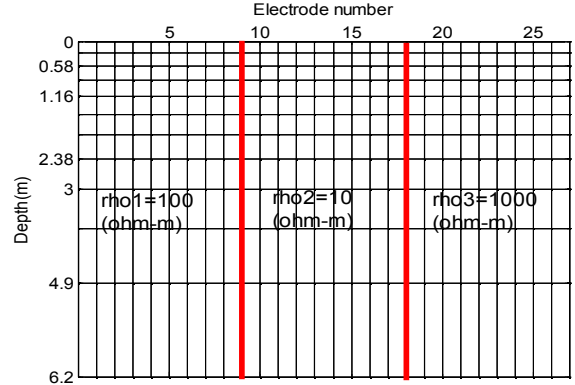


Fig. 4. Vertical 3 layer earth model

그림 4. 수직 3층 대지 모델

포워드 계산은 모든 전극에 대해 주위셀 (surrounding cells)은 2, 경계셀(boundary cells)은 4를 사용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행한다. 각각의 전극배열에 대한 모델설계를 위한 데이터는 표 1과 같고, 첫 번째 전극은 기준이 되는 측정지점의 시작을 나타내며 전극배열은 등간격으로 한다.

Table 1. Configuration of electrode array

표 1. 전극배열 설계

Electrode Array	Wenner	Schlumberger	Dipole-dipole
No. of Electrode	28	28	28
First electrode position[m]	0	0	0
Distance[m]	1	1	1
Estimate error at 100[mA]	3%+0.1[mv]	3%+0.1[mv]	3%+0.1[mv]
No. of data	117	169	205
Error[%]	3.4-7.0	5.5-7.0	7.5-11.2

설계한 대지 모델을 영상복원하기 위한 전기영상법 역산 알고리즘은 Gauss-Newton법을 이용하였으며 그 결과는 그림 5와 같다.

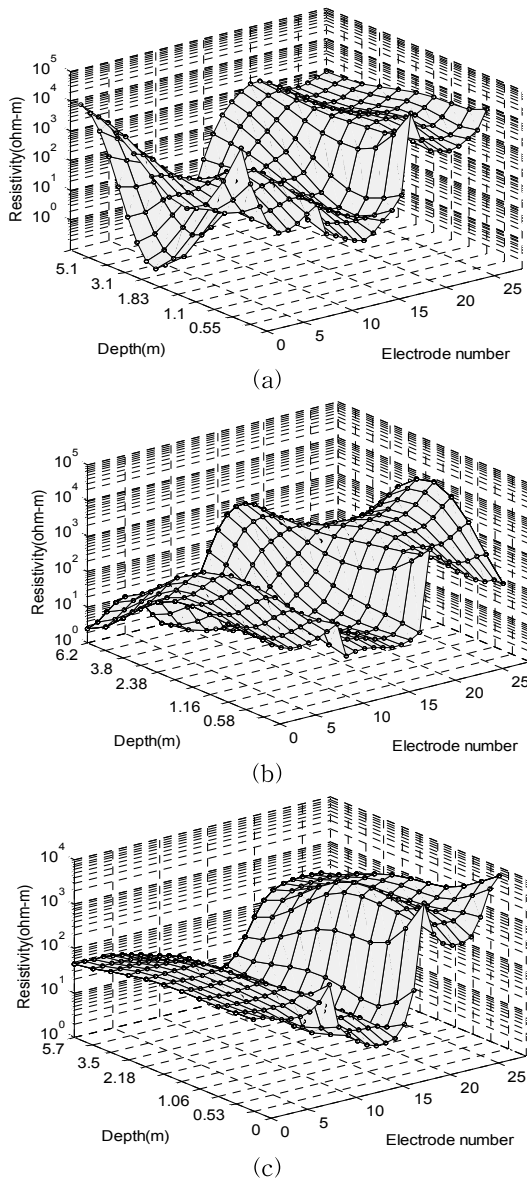
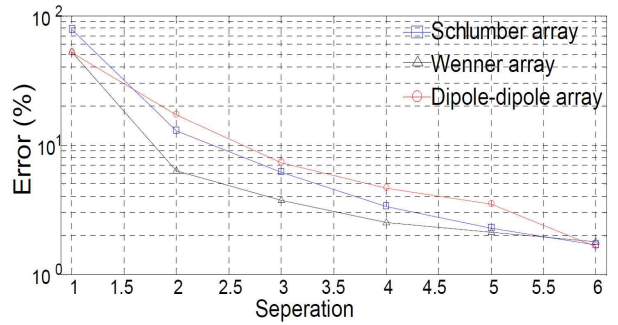


Fig. 5. The image inversion of 3-layer vertical earth model (a) Wenner , (b) Schlumberger, (c) Dipole dipole

그림 5. 수직 3층 대지모델 영상복원 (a) Wenner, (b) Schlumberger, (c) 쌍극자

그림 6에서 알 수 있듯이 각각의 대지 모델에 대한 RMS 오차 분석결과를 보면 Wenner 배열의 경우가 RMS 오차가 가장 적게 나타났으며 쌍극자 배열이 타 전극배열에 비해 상대적으로 오차가 높다. 고로 수직 다층구조인 경우 Wenner 배열법을 사용하여 데이터를 취득하는 것이 유리함을 확인하였다.



V. 결론

본 논문에서는 전기영상법(ET)을 이용하여 수직 다층구조의 대지저항률을 영상복원 하였다. 접지시공을 위하여 주로 지하구조가 수평 다층구조라는 가정하에 모델링하지만, 현실적으로는 암반 등이 존재하는 수직 다층구조일 경우가 발생하게 되고 이럴 경우에 해석상 오류를 범할 수 있다.

지하구조가 수직 다층구조일 경우에 대지저항률 영상복원에 유리한 전극배열법을 찾아내기 위하여 전기영상법에 가장 널리 사용되는 Wenner, Schlumberger 그리고 쌍극자배열을 테스트하였다. 그리고 대지저항률 영상복원 알고리즘은 가장 보편적으로 사용되는 Gauss-Newton 역산 알고리즘이 이용되었다.

구한 영상과 실제 영상의 정확도 비교분석을 위해 RMS오차를 계산하였다. RMS 오차 분석결과를 보면 Wenner 배열의 경우가 RMS 오차가 가장 적게 나타났으며 쌍극자 배열이 타 전극배열에 비해 상대적으로 오차가 높다. 고로 Gauss-Newton 역산 알고리즘을 적용하여 수직 다층구조를 영상복원하는 경우 Wenner 배열법을 사용하여 데이터를 취득하는 것이 유리함을 확인할 수 있었다.

References

[1] In-Guen Kang, *The newest lighting protect & Grounding system*, Sungandang, 2004.
 [2] F. Dawalibi, "Earth resistivity measurement interpretation techniques," *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, vol. 103, pp. 374-382, 1984. DOI:10.1109/TPAS.1984.318254

- [3] R. Herman, "An introduction to electrical resistivity in geophysics," *Am. J. Phys.*, vol. 69, no. 9, pp. 943-952, 2001. DOI:10.1119/1.1378013
- [4] F. Dawalibi and D. Mukhedkar, "Optimum design of substation grounding in two-layer earth structure - Part II comparison between theoretical and experimental results," *IEEE Trans. Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-94, no. 2, pp. 262-266, 1975. DOI:10.1109/T-PAS.1975.31850
- [5] M. H. Loke, "Electrical imaging surveys for environmental and engineering studies - A practical guide to 2D and 3D surveys," Short training course lecture notes, Universiti Sains Malaysia, 1997.
- [6] J. Zou, J.L. He, R. Zeng, W.M. Sun, G. Yu, and S.M. Chen, "Two-stage algorithm for inverting structure parameters of the horizontal multilayer soil," *IEEE Trans. Magnetics*, vol. 40, no. 2, pp. 1136-1139, 2004. DOI:10.1109/TMAG.2004.825013

Ho-ChanKim (Member)



1987 : BS degree in Control & Instrument Engineering, Seoul National University.
1989 : MS degree in Control & Instrument Engineering, Seoul National University.

1994 : PhD degree in Control & Instrument Engineering, Seoul National
1995~Current : Dept. of Electrical Eng. Jeju National University

Min-JaeKang (Member)



1982 : BS degree in Electrical Engineering, Seoul National University.
1991 : PhD degree in Electrical Engineering, Univ. of Louisville, U.S.A

1992~Current : Dept. of Electronic Eng. Jeju National University

BIOGRAPHY

Chang-JinBoo (Member)



2001 : BS degree in Electrical Engineering, Jeju National University.
2003 : MS degree in Electrical Engineering, Jeju National University.

2007 : PhD degree in Electrical Engineering, Jeju National University.
2014~Curent : Dept. of Electrcial Eng. Jeju Int. Univ.