

강 압축부재의 단면 항복에 따른 접선탄성계수 고찰

A Review on the Tangent Modulus of Elasticity Associated With Partially Yielded Section of Steel Member Under Axially Compressed

시 상 광*

See, Sang Kwang

Abstract

This study suggests the tangent modulus E_t associated with partially yielded section of steel member under axially compressed. The provisions for column strength does not provide a information about failure mode of structural system. So, designers can not evaluate that a failure comes from member buckling or material yielding. The material of the axially compressed column under inelastic behavior reaches yielding point before the axial force renders the column bent. If axial members yields not by buckling effect but gradually yielding effect of material, the design code should accept related tangent modulus E_t which is based on gradual yielding effect of material. This study provides the new effective tangent modulus E_t derived in the case that residual stress is 30 percent and 50 percent of yielding stress respectively. The study considers idealized I section of steel which ignores web and general I section of steel with web respectively and makes conclude that tangent modulus E_t with idealized I section of steel is rational.

Keywords : Tangential modulus, Residual stress, Limit of material proportionality

1. 서론

현재 우리나라와 미국 등에서 채택하고 있는 하중저항계수설계법은 선형탄성해석을 기초로 한 기존 설계법의 문제점을 개선하기 위해 비선형비탄성 이론을 설계식에 반영하고 있다. 이 하중저항계수설계법은 하중의 특성과 재료의 특성을 합리적으로 반영한 설계법임에도 불구하고 몇 가지 불완전성을 가지고 있다¹⁾. 이 불완전성 중에는 설계 기준 강도 검토식이 구조계의 파괴 형상에 대한 정보를 제공하고 있지 않기 때문에 구조물의 파괴 원인이 재료의 항복에 의한 것인지 좌굴에 의한 것인지를 평가할 수 없다는 점이 포함되어 있다^{1),2)}.

현재 설계 기준은 잔류응력에 의해 유발되는 재료의 비선형 문제를 고려하기 위해 Column Research Council에서 제안한 접선탄성계수(CRC tangent modulus of elasticity, E_t)와 포물선 함수를

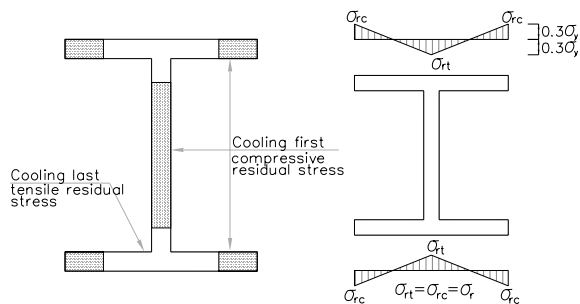
사용하고 있는데 CRC접선탄성계수는 CRC기둥강도곡선의 비탄성구간 좌굴하중으로부터 유도되었다³⁾. 이것은 기둥의 좌굴파괴를 기반으로 단면이 항복하는 과정에서 발생하는 비선형을 고려하고 있다는 것을 의미한다. 그러나 비탄성 기둥은 기둥에 작용하는 하중이 좌굴하중에 이르기 전에 기둥의 응력이 재료의 비례 한도를 넘어 항복점에 도달할 것이다. 따라서 재료의 항복에 의한 접선탄성계수 E_t 를 검토할 필요가 있다. 본 논문은 CRC접선탄성계수 E_t 의 유도과정을 살펴보고 좌굴을 고려하지 않고 단면의 항복만을 고려한 접선탄성계수 E_t 를 제안한다. 여기서 제안한 접선탄성계수 E_t 는 I형 단면에 대하여 복부를 무시한 경우와 고려한 경우 2가지에 대하여 잔류응력의 크기를 각각 $\sigma_r = 0.5 \sigma_y$ 및 $\sigma_r = 0.3 \sigma_y$ 인 경우에 대하여 제안한다.

2. 잔류응력

잔류응력은 강재의 제조 과정에서 불균등한 냉각으로 인해 발생된다. <Fig. 1>과 같이 열간압연H-형강은 플랜지의 끝부분이 플랜지와 복부의 연결부분

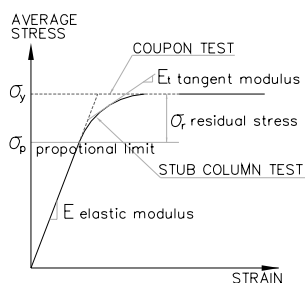
* 교신저자, 정회원, (주)케이아트엔지니어링종합건축사사무소 기술부 이사, 공학박사
Korea Art Engineering & Architecture Co., LTD
Tel: 070-7416-4545 Fax: 031-624-0572
E-mail: again-maria@hanmail.net

다 빨리 냉각되므로 플랜지의 끝부분은 응력을 유발하지 않고 자유롭게 냉각되지만 나중에 플랜지와 복부의 접합부가 냉각하여 수축변형을 일으키려면 이미 냉각되어 강한 상태의 플랜지의 끝부분은 저항을 받는다. 그 결과 플랜지와 복부의 접합부에 인장응력을 유발시키고 플랜지의 끝부분은 압축응력을 유발시켜 서로 평형을 이루고 있는데 이 응력을 잔류응력이라 한다. 이런 잔류응력은 단면의 각 부분에 대한 응력-변형률 곡선의 특성이 각각 상이하게 되는 원인이 된다. 많은 연구 결과 I-형강의 플랜지 끝부분의 잔류응력은 항복응력의 약 0.3배이고 응력의 분포상태는 <Fig. 1>과 같이 플랜지 끝부분의 최대압축응력 $0.3\sigma_y$ 에서 플랜지와 복부의 연결부의 최대인장응력 $0.3\sigma_y$ 에 이르기까지 선형분포를 보이고 있다³⁾.



<Fig. 1> Residual stress due to uneven cooling

잔류응력에 대한 영향을 알아보기 위해 길이가 짧은 부재(Stub-column)을 시험기로 압축하고 이때 전단면적에 대한 평균응력(P/A)과 변형률의 관계를 나타내보면 <Fig. 2>와 같이 하나의 응력-변형률 곡선을 얻을 수 있는데 여기서 단면에 존재하는 잔류



<Fig. 2> Stress-strain curve of stub column

응력으로 인하여 응력-변형률의 관계는 비례 한도와 항복점의 응력 사이에 점진적인 항복곡선을 보여주고 있다⁴⁾.

3. CRC기둥강도곡선과 CRC접선탄성 계수 E_t

CRC는 탄성기둥의 강도는 Euler(1759)식을 따르고⁷⁾, 비탄성기둥의 강도는 Bleich(1952)가 제안한 포물선식⁵⁾을 따르고 있는데 여기서 Bleich가 제안한 포물선 식은 아래 식 (1)과 같다. 식 (1)은 좌굴을 고려한 임계응력을 산정하는 식인데 잔류응력의 영향을 고려하여 CRC기둥강도곡선식과 CRC접선탄성 계수 E_t 에 관한 식을 각각 유도할 수 있다. 식 (1)에서 식 (5)와 같이 CRC기둥강도곡선식을 유도하는 과정은 다음과 같다.

$$\sigma_{cr} = A - B \left(\frac{l}{r} \right)^2 \tag{1}$$

여기서 A 와 B 는 $\frac{l}{r} = 0$ 에서 $\sigma_{cr} = \sigma_y$ 라는 조건과 비례 한도 $\sigma_y - \sigma_r$ 에서 포물선이 오일러곡선(Euler curve)과 만나야 된다는 조건으로 구해지는데 그 결과는 다음 식 (2)와 같다.

$$\sigma_{cr} = \sigma_y - \frac{\sigma_r(\sigma_y - \sigma_r)}{\pi^2 E} \left(\frac{l}{r} \right)^2 \tag{2}$$

위 식 (2)는 CRC기둥강도곡선에서 잔류응력을 고려한 비탄성 영역의 일반식이다. 이 식에서 $\sigma_r = 0.5\sigma_y$ 인 경우를 적용하면 식 (3)이 되어 $A = \sigma_y$, $B = \sigma_y^2 / (4\pi^2 E)$ 의 결과가 나왔다. 구조용 강재의 플랜지 내 최대압축잔류응력이 $0.3\sigma_y$ 정도지만 강·약 어느 축 휨에 대해서나 $0.5\sigma_y$ 를 적용하면 더 무난한 곡선이 얻어지기 때문에 CRC는 $\sigma_r = 0.5\sigma_y$ 의 조건에서 곡선을 사용하였다⁶⁾.

$$\begin{aligned} \sigma_{cr} &= \sigma_y - \frac{0.5\sigma_y(\sigma_y - 0.5\sigma_y)}{\pi^2 E} \left(\frac{l}{r}\right)^2 \\ &= \sigma_y - \frac{1}{4} \frac{\sigma_y^2}{\pi^2 E} \left(\frac{l}{r}\right)^2 \end{aligned} \quad (3)$$

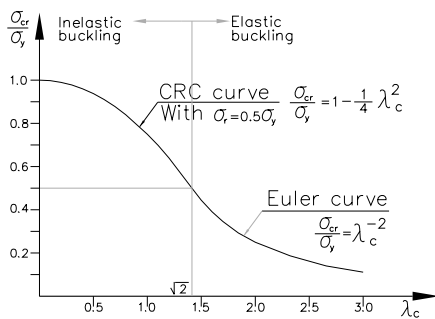
위의 식 (3)을 세장변수 $\lambda_c = \frac{l}{r} \sqrt{\frac{\sigma_y}{\pi^2 E}}$ 를 사용하여 다시 표현하면 아래 식 (4)가 된다.

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = 1 - \frac{1}{4} \lambda_c^2 \leq 1 \quad (4)$$

식 (4)는 플랜지 내 잔류응력을 $\sigma_r = 0.5 \sigma_y$ 로 가정하여 유도한 비탄성구간 CRC기둥강도곡선식인데 이를 탄성구간의 Euler식과 함께 정리하면 식 (5)가 되고 이를 그래프로 표현하면 <Fig. 3>과 같이 CRC기둥강도곡선을 얻을 수 있다.

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = 1 - \frac{\lambda_c^2}{4} \quad \text{for } \lambda_c \leq \sqrt{2} \quad (5a)$$

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = \frac{1}{\lambda_c^2} \quad \text{for } \lambda_c > \sqrt{2} \quad (5b)$$



<Fig. 3> CRC column curve

한편, 접선탄성계수 E_t 는 강압축 부재의 응력-변형률곡선에서 임계응력점 σ_{cr} 의 접선 기울기로 나타내는데 임계응력을 임계하중으로 바꾸어서 표현하면 CRC접선탄성계수 E_t 는 다음과 같다.

$$\frac{E_t}{E} \approx \frac{(P_{cr})_{inelastic}}{(P_{cr})_{elastic}} = \frac{[1 - \frac{\lambda_c^2}{4}]}{\lambda_c^{-2}} \leq 1.0 \quad (6)$$

여기서 $P > 0.5P_y$ 범위, 즉 $\lambda_c \leq \sqrt{2}$ 인 비탄성 구간은 $\lambda_c^2 = 4(1 - P_{cr}/P_y)$ 이므로 이를 식 (6)에 대입하면 $E_t/E = [(1 - \lambda_c^2)/(\lambda_c^{-2})] = 4 \frac{P}{P_y} (1 - \frac{P}{P_y})$ 이 되고 이를 탄성구간과 함께 정리하면 좌굴하중에 따른 접선탄성계수 E_t 는 아래 식 (7)과 같다.

$$\frac{E_t}{E} = 1.0 \quad \text{for } P \leq 0.5P_y \quad (7a)$$

$$\frac{E_t}{E} = 4 \frac{P}{P_y} (1 - \frac{P}{P_y}) \quad \text{for } P > 0.5P_y \quad (7b)$$

잔류응력이 $\sigma_r = 0.3 \sigma_y$ 일 때 CRC접선탄성계수 E_t 의 유도는 앞과 같은 방법으로 Bleich가 제안한 비탄성기둥의 포물선식에 잔류응력과 항복응력의 관계를 $\sigma_r = 0.3 \sigma_y$ 로 적용하여 유도하면 비탄성구간의 기둥강도곡선식과 접선탄성계수 E_t 는 각각 아래 식 (8) 그리고 식 (9)와 같다.

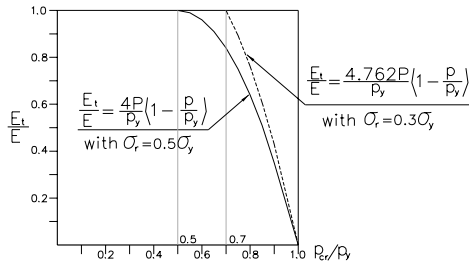
$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = 1 - \frac{21}{100} \lambda_c^2 \quad \text{for } \lambda_c \leq 1.195 \quad (8a)$$

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = \frac{1}{\lambda_c^2} \quad \text{for } \lambda_c > 1.195 \quad (8b)$$

$$\frac{E_t}{E} = \frac{100}{21} \frac{P}{P_y} (1 - \frac{P}{P_y}) \quad \text{for } P > 0.7P_y \quad (9a)$$

$$\frac{E_t}{E} = 1.0 \quad \text{for } P \leq 0.7P_y \quad (9b)$$

CRC가 제안하는 잔류응력이 $\sigma_r = 0.5 \sigma_y$ 일 때의 접선탄성계수비와 $\sigma_r = 0.3 \sigma_y$ 일 때의 CRC접선탄성계수 E_t 를 비교하여 그림과 표로 나타내면 각각 <Fig. 4>와 <Table 1>과 같다. <Fig. 4>에 의하면 CRC는 잔류응력을 $\sigma_r = 0.5 \sigma_y$ 로 책정함으로써 접선탄성계수를 낮게 잡고 있는데 이는 $\sigma_r = 0.3 \sigma_y$ 에 비하여 최대 16%의 감도손실을 내포하고 있어 다소 보수적이다.



<Fig. 4> CRC tangent modulus curve

<Table 1> Comparison of CRC tangent modulus

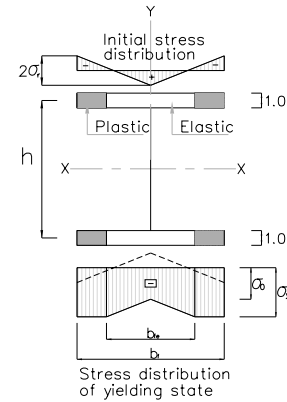
$\frac{P}{P_y}$	$\frac{E_t}{E}$		$\Delta \frac{E}{E_t}$
	$\sigma_r = 0.5 \sigma_y$	$\sigma_r = 0.3 \sigma_y$	
0.50	1.00	1.00	0.00
0.55	0.99	1.00	0.01
0.60	0.96	1.00	0.04
0.65	0.91	1.00	0.09
0.70	0.84	1.00	0.16
0.75	0.75	0.89	0.14
0.80	0.64	0.76	0.12
0.85	0.51	0.61	0.10
0.90	0.35	0.43	0.08
0.95	0.19	0.23	0.04
1.00	0.00	0.00	0.00

4. 이상적인 I 단면에서 재료항복에 따른 접선탄성계수 E_t

<Fig. 5>와 같이 잔류응력이 직선 분포인 이상적인 I 단면에서 단면 평균응력 $\sigma_A = P/A$ 가 비례 한도를 넘으면 단면의 일부는 소성으로, 일부는 탄성으로 되며, 이 때 단면에 작용하는 하중은 아래 식 (10)과 같다.

$$P = 2\sigma_y(A - A_c) + 2 \frac{(\sigma_0 + \sigma_y)}{2} A_c \quad (10)$$

여기서 σ_0 는 플랜지의 중앙부의 응력인데 <Fig. 5>에서 보는 것과 같이 응력의 비례 관계에서 $\sigma_0 = \sigma_y - 2\sigma_r(b_c/b)$ 이므로 이 관계식을 단면적에 대한 식 $\sigma_0 = \sigma_y - 2\sigma_r(A_c/A)$ 으로 변환하여 위 식 (10)에 대입하면 $P = 2\sigma_y A - 2\sigma_r(A_c^2/A)$ 이다.



<Fig. 5> Residual stress in idealized I section

이 때 잔류응력 $\sigma_r = 0.5 \sigma_y$ 를 적용하면 단면에 작용하는 전체 하중은 $P = 2\sigma_y A - 1.0\sigma_y(A_c^2/A)$ 이고 이를 항복하중에 대한 전체하중의 비 P/P_y , 즉 무차원의 식으로 나타내면 식 (11)과 같다.

$$\frac{P}{P_y} = \frac{2\sigma_y A}{2\sigma_y A} - \frac{1.0\sigma_y A_c^2}{2\sigma_y A^2} = 1 - 0.5 \left(\frac{A_c}{A}\right)^2 \quad (11)$$

한편 <Fig. 2>에서 보는 바와 같이 짧은 기둥의 응력-변형률곡선은 평균응력과 변형을 관계를 나타낸 것으로 그 기울기는 $E_t = \frac{d\sigma_A}{d\epsilon} = \frac{dP/A}{(dP/A_c)E} = E \left(\frac{A_c}{A}\right)$ 로 나타나는데 이 관계를 식 (11)에 대입하여 E_t/E 에 관한 함수로 바꾸면 아래 식 (12)가 된다.

$$\frac{E_t}{E} = \sqrt{2} \left(1 - \frac{P}{P_y}\right)^{0.5} \quad (12)$$

이를 CRC접선탄성계수 E_t 와 비교하여 정리하면 아래 식 (13)과 같다.

- 단면감소비로 구한 식

$$\frac{E_t}{E} = \sqrt{2} \left(1 - \frac{P}{P_y}\right)^{0.5} \text{ for } \frac{P}{P_y} > 0.5 \quad (13a)$$

- C.R.C곡선을 이용한 식

$$\frac{E_t}{E} = 4 \frac{P}{P_y} \left(1 - \frac{P}{P_y}\right) \text{ for } \frac{P}{P_y} > 0.5 \quad (13b)$$

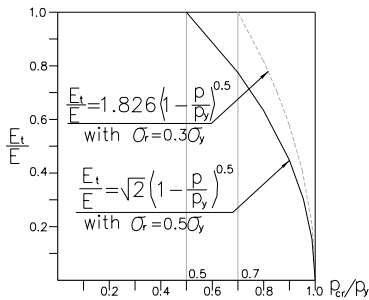
또 위에서 유도한 방법과 같은 방법으로 잔류응력이 $\sigma_r = 0.3 \sigma_y$ 인 경우에 대하여 접선탄성계수비를 유도하면 $E_t/E = 1.8257[1 - (P/P_y)]^{0.5}$ 가 된다. 이를 CRC접선탄성계수 E_t 와 비교하여 정리하면 아래 식 (14)와 같다. 지금까지 이상적인 단면에서 잔류응력의 크기가 $\sigma_r = 0.5 \sigma_y$ 인 경우와 $\sigma_r = 0.3 \sigma_y$ 인 경우에 대하여 항복에 따른 단면감소비로 접선탄성계수비를 유도하여 각각 식 (13a)와 (14a)로 정리하였다. 식 (13a)와 (14a)로 표현된 단면항복에 따른 접선탄성계수비를 그림으로 나타내면 <Fig. 6>과 같고 이를 표로 정리하여 비교하면 <Table 2>와 같다.

- 단면감소비로 구한 식

$$\frac{E_t}{E} = 1.8257 \left(1 - \frac{P}{P_y}\right)^{0.5} \quad \text{for } \frac{P}{P_y} > 0.7 \quad (14a)$$

- C.R.C곡선을 이용한 식

$$\frac{E_t}{E} = 4.762 \frac{P}{P_y} \left(1 - \frac{P}{P_y}\right) \quad \text{for } \frac{P}{P_y} > 0.7 \quad (14b)$$



<Fig. 6> Tangent modulus curve from yielding section

<Table 2> Comparison of tangent modulus from yielding section

$\frac{P}{P_y}$	E_t/E		$\Delta \frac{E}{E_t}$
	$\sigma_r = 0.5 \sigma_y$	$\sigma_r = 0.3 \sigma_y$	
0.50	1.00	1.00	0.00
0.55	0.95	1.00	0.05
0.60	0.89	1.00	0.11
0.65	0.84	1.00	0.16
0.70	0.77	1.00	0.23
0.75	0.71	0.91	0.20
0.80	0.63	0.82	0.19
0.85	0.55	0.71	0.16
0.90	0.45	0.58	0.13
0.95	0.32	0.41	0.09
1.00	0.00	0.00	0.00

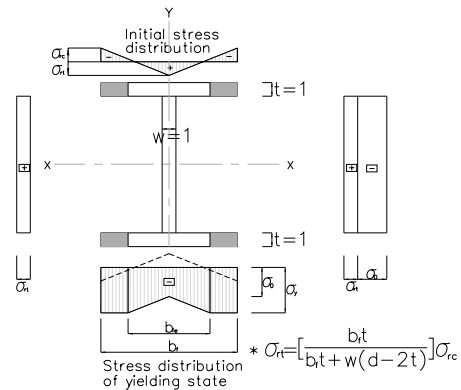
5. 복부를 고려한 I 단면의 재료항복에 따른 접선탄성계수 E_t

<Fig. 7>과 같이 복부를 고려한 I 단면에서^{3),7)} 단면의 평균응력 $\sigma_A = P/A$ 가 비례 한도를 넘을 때 단면에 작용하는 전체하중을 나타내는 식 (10)은 식 (15)로 변환된다. 식 (15)에서 A 는 전체단면적이고 A_f 는 한쪽 플렌지의 단면적, A_w 는 복부단면적 그리고 A_c 는 항복하지 않은 플렌지의 한쪽 단면적이다.

$$P = 2\sigma_y(A_f - A_c) + 2 \frac{(\sigma_0 + \sigma_y)}{2} A_c + \sigma_0 A_w \quad (15)$$

이 하중을 압축잔류응력 σ_{rc} 와 인장잔류응력 σ_{rt} 에 관한 식으로 나타내기 위하여 응력의 비례 관계를 고려하면 플렌지 중앙부 응력 σ_0 은 $\sigma_0 = \sigma_y - (\sigma_{rc} + \sigma_{rt})(b_e/b_f)$ 가 되고 이 관계식을 단면적에 대한 식으로 변환하면 $\sigma_0 = \sigma_y - (\sigma_{rc} + \sigma_{rt})(A_c/A_f)$ 이다. 한편 압축잔류응력과 인장잔류응력의 관계⁷⁾는 아래 식 (16)과 같다.

$$\sigma_{rt} = \frac{bt}{bt + w(d - 2t)} \sigma_{rc} = \frac{A_f}{A_f + A_w} \sigma_{rc} \quad (16)$$



<Fig. 7> Residual stress in I section

따라서 플렌지 중앙부 응력계산에 사용되는 압축잔류응력과 인장잔류응력의 합 공식은 식 (17)이 되고 플렌지 중앙부 응력 σ_0 는 식 (18)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \sigma_{rc} + \sigma_{rt} &= \sigma_{rc} + \frac{A_f}{A_f + A_w} \sigma_{rc} & (17) \\ &= \frac{2A_f + A_w}{A_f + A_w} \sigma_{rc} \\ &= \frac{A}{A_f + A_w} \sigma_{rc} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= \sigma_y - (\sigma_{rc} + \sigma_{rt}) \frac{A_c}{A_f} & (18) \\ &= \sigma_y - \left(\frac{A}{A_f + A_w} \right) \left(\frac{A_c}{A_f} \right) \sigma_{rc} \end{aligned}$$

식 (18)을 이용하여 복부를 고려한 I 단면에서 $\sigma_A = P/A$ 가 비례 한도를 넘은 경우에 단면에 작용하는 전체하중 P 를 정리하면 아래 식 (19)와 같다. 식 (19)를 잔류응력 $\sigma_r = 0.5 \sigma_y$ 와 항복하중 $P_y = \sigma_y A$ 를 고려하여 항복하중에 대한 전체하중 비 P/P_y 의 무차원 식으로 변형하면 식 (20)과 같다.

$$P = \sigma_y A - \left(\frac{A}{A_f + A_w} \right) (\sigma_{rc}) \left(\frac{A_c^2 + A_c A_w}{A_f} \right) \quad (19)$$

$$\frac{P}{P_y} = 1 - 0.5 \left(\frac{A_c + A_w}{A_f + A_w} \right) \left(\frac{A_c}{A_f} \right) \quad (20)$$

한편 복부를 고려한 I 단면에서 접선탄성계수 E_t 는 $E_t/E = A_f/A = (2A_c + A_w)/(2A_f + A_w)$ 의 관계를 나타내므로 이를 식 (20)에 대입하면 항복하중에 대한 단면에 작용하는 전체하중의 비는 식 (21)로 정리된다. 여기서 β 는 플렌지에 대한 복부 면적비로서 $\beta = A_w/(2A_f)$ 이다. 식 (21)을 E_t/E 에 대한 식으로 변환하면 식 (22)가 된다. 식 (22b)에서 제곱근호 속의 $[\beta/(1+\beta)]^2$ 항 때문에 압축부재에 작용하는 축하중이 항복하중에 도달하더라도, 즉 $P/P_y = 1$ 이더라도 접선탄성계수비는 0이 되지 않는다. 이것은 단면 복부의 잔류응력을 일정상수로 가정했기 때문이다.

$$\frac{P}{P_y} = 1 - 0.5 \frac{(1+\beta)^2}{(1+2\beta)} \left(\frac{E_t}{E} \right)^2 + 0.5 \frac{\beta^2}{(1+2\beta)} \quad (21)$$

$$\frac{E_t}{E} = 1.0 \quad \text{for } 0 < \frac{P}{P_y} \leq 0.5 \quad (22a)$$

$$\begin{aligned} \frac{E_t}{E} &= \sqrt{\frac{1+2\beta}{0.5(1+\beta)^2} \left(1 - \frac{P}{P_y}\right) + \left[\frac{\beta}{(1+\beta)}\right]^2} & (22b) \\ &\text{for } 0.5 \leq \frac{P}{P_y} < 1.0 \end{aligned}$$

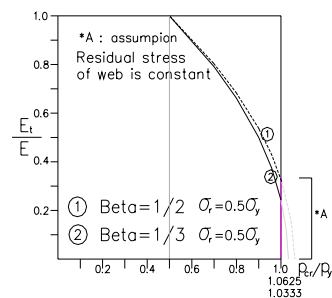
식 (22)에서 복부의 단면적을 무시하면 플렌지에 대한 복부 단면적비 β 가 $\beta = A_w/(2A_f) = 0$ 이므로 $E_t/E = \sqrt{2} [1 - (P/P_y)]^{0.5}$ 가 되어 식 (13a)의 좌굴을 고려하지 않고 단면감소비로 구한 탄성계수비의 식과 같다. 식 (22b)를 $\beta = 1/2$ 인 경우와 $\beta = 1/3$ 인 경우에 대하여 각각 정리하면 아래 식 (23)과 같고 이를 그래프로 표시하면 다음 <Fig. 8>과 같다. 앞에서 설명한 바와 같이 복부의 잔류응력을 일정상수로 가정했기 때문에 $P/P_y = 1$ 이 되더라도 접선탄성계수비는 0이 되지 않는데, <Fig. 8>의 접선탄성계수비 곡선에서 잘 나타난다.

$$\frac{E_t}{E} = \sqrt{1.7778 \left(1 - \frac{P}{P_y}\right) + 0.1111} \quad (23a)$$

with $\beta = 1/2$ for $0.5 \leq \frac{P}{P_y} < 1.0$

$$\frac{E_t}{E} = \sqrt{1.8750 \left(1 - \frac{P}{P_y}\right) + 0.0625} \quad (23b)$$

with $\beta = 1/3$ for $0.5 \leq \frac{P}{P_y} < 1.0$



<Fig. 8> Tangent modulus curve from yielding I section

같은 방법으로 식 (19)에 나타낸 단면에 작용하는 전 하중 P 를 잔류응력 $\sigma_r = 0.3 \sigma_y$ 인 경우에 대하여 P/P_y 의 무차원 식으로 변형한 후 E_t/E 에 관한 함수로 바꾸면 식 (24)와 같다.

$$\frac{E_t}{E} = 1.0 \quad \text{for} \quad 0 < \frac{P}{P_y} \leq 0.7 \quad (24a)$$

$$\frac{E_t}{E} = \sqrt{\frac{1+2\beta}{0.3(1+\beta)^2} \left(1 - \frac{P}{P_y}\right) + \left[\frac{\beta}{(1+\beta)}\right]^2} \quad (24b)$$

for $0.7 \leq \frac{P}{P_y} < 1.0$

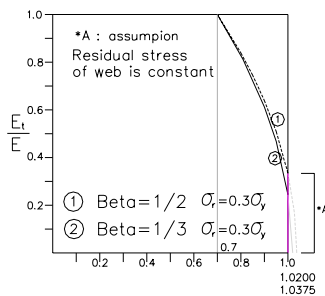
식 (24)에서 복부의 단면적을 무시하면 플랜지에 대한 복부 단면적비 β 가 $\beta = A_w / (2A_f) = 0$ 이므로 $E_t/E = 1.8257[1 - (P/P_y)]^{0.5}$ 가 되어 식 (14)의 좌굴을 고려하지 않은 식과 같다. 식 (24)를 플랜지와 복부의 단면적비 $\beta = 1/2$ 인 경우와 $\beta = 1/3$ 인 경우에 대하여 각각 정리하면 아래 식 (25)와 같고 이를 그래프로 표시하면 다음 <Fig. 9>와 같다.

$$\frac{E_t}{E} = \sqrt{2.963\left(1 - \frac{P}{P_y}\right) + 0.1111} \quad (25a)$$

with $\beta = 1/2$ for $0.7 \leq \frac{P}{P_y} < 1.0$

$$\frac{E_t}{E} = \sqrt{2.250\left(1 - \frac{P}{P_y}\right) + 0.0625} \quad (25b)$$

with $\beta = 1/3$ for $0.7 \leq \frac{P}{P_y} < 1.0$

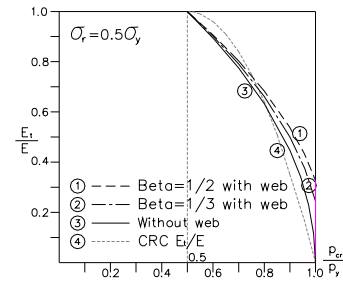


<Fig. 9> Tangent modulus curve from yielding I section

6. 결론

이상에서와 같이 본 논문은 비탄성거동을 하는 기둥은 기둥에 작용하는 하중이 좌굴하중에 이르기 전에 기둥의 응력은 재료의 항복점에 도달한다는 조건 아래 좀 더 상세한 비선형 고려를 위해 좌굴효과를 배제하고 재료의 항복에 의한 접선탄성계수 E_t 를 기하학적 추정으로 유도하였다. 여기서 고려된 단면은 복부를 무시한 이상형 I형 단면과 복부를 고

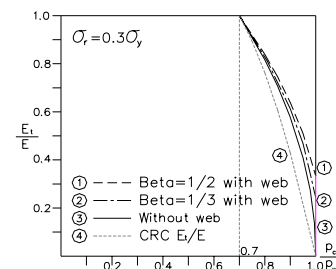
려한 I형 단면에 대하여 각각 유도하였다. 잔류응력의 크기는 $\sigma_r = 0.5\sigma_y$ 인 경우와 $\sigma_r = 0.3\sigma_y$ 인 경우를 고려하였다. 잔류응력의 크기가 $\sigma_r = 0.5\sigma_y$ 경우의 접선탄성계수 E_t 값을 CRC접선탄성계수값과 비교하면 각각 <Fig. 10> 및 <Table 3>과 같다.



<Fig. 10> Comparison of tangent modulus ($\sigma_r = 0.5\sigma_y$)

<Table 3> Comparison of tangent modulus ($\sigma_r = 0.5\sigma_y$)

$\frac{P}{P_y}$	$\frac{E_t}{E}$		$\Delta \frac{E_t}{E}$
	CRC	According to yielding (without web)	
0.50	1.00	1.00	0.00
0.55	0.99	0.95	+0.04
0.60	0.96	0.89	+0.07
0.65	0.91	0.84	+0.07
0.70	0.84	0.77	+0.07
0.75	0.75	0.71	+0.04
0.80	0.64	0.63	+0.01
0.85	0.51	0.55	-0.04
0.90	0.35	0.45	-0.10
0.95	0.19	0.32	-0.13
1.00	0.00	0.00	0.00



<Fig. 11> Comparison of tangent modulus ($\sigma_r = 0.3\sigma_y$)

한편 잔류응력의 크기가 $0.3\sigma_y$ 인 경우의 비교는 <Fig. 11>과 같다. 그림에서 복부를 고려한 경우의 곡선에 변곡점이 발생하는 이유는 복부의 잔류응력을 일정상수로 가정하고 복부단면적의 잔류응력의 변화는 무시했기 때문이다.

<Fig. 10>에 의하면 P/P_y 가 약 0.8인 경우를 기준으로 그 이하인 경우는 CRC접선탄성계수 E_t 가 좌굴을 고려하지 않은 E_t 값보다 크며 그 이상인 경우는 반대이다. 한편 <Fig. 11>에 의하면 좌굴을 고려하지 않은 접선탄성계수 E_t 가 CRC접선탄성계수 E_t 보다 크게 나타나고 있다. 강구조의 여러 가지 고등 해석은 좀 더 상세한 비선형을 고려하기 위해 기둥이 좌굴에 의한 파괴인지 단면항복에 의한 파괴인지를 평가해서 파괴 형태에 따른 설계식을 적용할 필요가 있다. 기둥이 좌굴 때문이 아니라 단면의 재료항복에 따른 소성거동을 할 경우 단면의 재료항복에 따른 접선탄성계수 E_t 를 사용할 필요가 있다. 이 경우 앞의 고찰을 통하여 볼 때 복부 면적을 무시한 경우의 접선탄성계수 E_t 값을 사용하는 것이 합리적이라고 판단된다. 이는 복부 면적을 무시한 경우의 E_t 값과 복부 면적을 고려한 경우의 E_t 값이 큰 차이가 없으며 CRC접선탄성계수가 단면의 형상을 무시한 CRC기둥강도곡선에서 유도되었기 때문이다.

References

1. Jang, E. S., Park, J. W., & Kim, S. E., "A Comparative Study of LRFD Methods Using Linear Elastic and Nonlinear Inelastic Analysis Although the Load and Resistance Factor Design", Journal of KSSC , Vol.19, No.6, pp.633~642, 2007
2. Chen, W. F., & Kim, S. E., "LRFD Steel Design Using Advanced Analysis", CRC PRESS INC., pp.1~4, 1997
3. Chajes, A., "Principles of Structural Stability Theory", Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice-Hall, pp.62~63, 1974
4. Chen, W. F., & Lui, E. M., "Structural Stability

- theory and implementation", New York : Elsevier, pp.100~105, 1987
5. Bleich, F., "Buckling Strength of Metal Structures", McGraw-Hill, pp.20~23, 1952
 6. Johnston, B. G., "Guide to Design Criteria for Metal Compression Members", 2nd ed., John Wiley & Sons Inc., pp.11~14, 1966
 7. Euler, L., "Sur la force des colonnes" Mémoires de l'académie des sciences de Berlin, pp.252~282, 1759

- Received : January 16, 2018
- Revised : January 22, 2018
- Accepted : January 23, 2018