

대변형 접촉을 고려한 고무 마찰 예측 연구

남 승 국[†]

한국타이어 테크노돔

Predictive Study of Rubber Friction Considering Large Deformation Contact

Seungkuk Nam[†]

Hankook Technodome, 50, Yuseong-daero 935beon-gil, Yuseong-gu, Daejeon 34127, Korea
(Received June 8, 2017; Revised October 23, 2017; Accepted October 31, 2017)

Abstract – This paper presents the analysis of friction master curves for a sliding elastomer on rough granite. The hysteresis friction is calculated using an analytical model that considers the energy spent during the local deformation of the rubber due to surface asperities. The adhesion friction is also considered for dry friction prediction. The viscoelastic modulus of the rubber compound and the large-strain effective modulus are obtained from dynamic mechanical analysis (DMA). We accurately demonstrate the large strain of rubber that contacts with road substrate using the GW theory. We found that the rubber block deforms approximately to 40% strain. In addition, the viscoelastic master curve considering nonlinearity (at 40% strain) is derived based on the above finding. As viscoelasticity strongly depends on temperature, it can be assumed that the influence of velocity on friction is connected to the viscoelastic shift factors gained from DMA using the time–temperature superposition. In this study, we apply these shift factors to measure friction on dry granite over a velocity range for various temperatures. The measurements are compared to simulated hysteresis and adhesion friction using the Kluppel friction theory. Although friction results in the low-speed band match well with the simulation results, there are differences in the predicted and experimental results as the velocity increases. Thus, additional research is required for a more precise explanation of the viscoelastic material properties for better prediction of rubber friction characteristics.

Keywords – Rubber friction(고무 마찰), Fractal dimension(프랙탈 차원), Contact mechanics(접촉역학), Hysteresis(히스테리시스), Self affine(자기 아파인), Viscoelasticity(점탄성)

Nomenclature

ξ_1 : Horizontal cut-off length (m)

ξ_1 : Vertical cut-off length (m)

H : Hurst exponent (–)

D : Fractal dimension (–)

C_z : Height difference correlation function

ν : Poisson's ratio (–)

v : Sliding velocity (m/s)

μ : Kinematic friction coefficient (–)

E' : Dynamic storage modulus (MPa)

E'' : Dynamic loss modulus (MPa)

F_a : Greenwood-Williamson functions

F_z : Normal load (N)

σ : Root-mean-square roughness of a surface (m)

ξ : Normalized distance (–)

ε : Dynamic strain amplitude (–)

ω : Angular frequency (–)

p_o : Nominal pressure (MPa)

A_o : Nominal contact area (m²)

[†]Corresponding author: 20600014@hankooktire.com

Tel: +82-42-724-1067, Fax: +82-42-724-2998

<http://orcid.org/0000-0001-7399-012X>

© 2018, Korean Tribology Society

- τ_s : Interfacial Shear Strength (MPa)
 z_p : Mean penetration depth (m)
 a_T : Horizontal shift factor (-)
 b_T : Vertical shift factor (-)

1. 서 론

타이어는 노면에 접하여 차량을 지지하는 유일한 부품으로서 그 마찰계수는 차량 자체의 성능을 좌우하는 중요한 인자가 된다. 타이어의 마찰 계수는 고무의 점탄성 특성이나 접한 노면의 표면 특성이 큰 영향을 주는 것으로 알려져 있다[1, 2]. 그 중요성에도 불구하고 노면에서 미끄러지는 고무의 역학적 상호작용(구름 저항 또는 미끄럼 마찰)을 완전히 이해하고 있다고 말할 수 없다. 그러한 이유로는 연질 고무의 접동면과 거친 노면의 피접동면과의 사이의 진실접촉면적을 예측하는 것이 매우 어렵기 때문이며, 그 진실접촉면적에 부수하여 나타나는 고무의 다중 물리적 제반 현상(히스테리시스 로스, 응착력, 스틱/슬립 진동, 마모, 및 미끄럼면의 온도확산 등)이 마찰력이라는 일원화된 역학량으로 집약되기 때문이다.

기존의 마찰 모델에서는 단 하나의 스케일에서 본 노면의 표면 거칠기 만을 고려하고 있어서, 실질적인 마찰 계수에 대한 정확한 예측이 불가능하다. 따라서 타이어의 연구 개발에 있어서 마찰 계수의 설정은 실험값을 이용하고 있는 것이 현실이다. 그러나 실험에 의해 얻어진 마찰 계수는 분석 정확도에 문제가 있을 수 있으며, 또한 실험은 많은 비용과 시간을 요구한다. 따라서 마찰 계수를 정확하게 예측할 수 있는 수학적 모델을 구축하고 다양한 조건에서의 마찰 계수를 이론적으로 구할 수 있다면, 타이어 개발에 있어서 비용 절감 및 개발 기간 단축, 시뮬레이션 정밀도의 향상을 기대할 수 있다.

유한요소해석(FEA)을 이용하면 거시적 관점에서 고무와 노면 간 접촉의 역학적 관계나 고무의 마찰 특성에 대한 근사치를 알 수가 있다. 그러나 마이크로 단위로 내려가면 인력/반발력을 고려한 실 접지면적 계산 등과 같은 마찰 예측을 어렵게 만드는 추가적인 이슈들이 존재한다. 예를 들면 자기 아파인 표면처럼 거친 표면과 탄성 물질 간의 접촉은 유한요소해석[3-5]이나 분자동역학 시뮬레이션[6-8]에서 아직 깊이 있게 연구되지 못했다. 이러한 수치해석 방법[9]으로 멀티 스케일 특성의 거칠기를 가지는 노면 위를 미끄러지는 고무의 마찰 메커니즘을 설명하기에는 여전히 여러 가

지 제약들이 따른다.

노면 표면 요철의 멀티 스케일성을 고려한 마찰 모델이 Kluppel[10]에 의해 제안되었다. Kluppel에 의하면, 타이어와 노면간의 마찰 특성은 타이어 고무의 점탄성 특성과 노면의 자기 아파인(Self Affine) 거칠기 특성이 마찰과 강하게 연관이 있다고 설명하고 있다.

본 연구에서는, 공학적으로 적용 가능한 마찰 계수 예측 모델을 구축하는 것을 목적으로 하여, Kluppel의 마찰 모델을 바탕으로 노면 요철과의 접촉으로 인해 고무에 걸리는 대변형을 고려하여 실제로 예측한 점탄성 특성이나 노면 표면의 자기 아파인 거칠기 특성을 이용하여 타이어 고무와 노면간의 마찰계수 예측을 실시한다.

2. 이론적 배경

2-1. 마찰 표면의 자기 아파인 특성

표면 거칠기는 그 이상적인 형태로부터 실제 표면의 수직 편차 $z=h(x,y)$ 으로 정의되고 정량화된다. 이 편차가 클수록 표면은 더 거친 것으로 간주되며 편차가 작다면 표면은 매끄러운 것으로 분류된다. 거칠기는 대개 산술 평균 거칠기 R_a 또는 제곱 평균 평방근 거칠기 R_q 와 같은 단순한 변수를 이용하여 규정된다. 그렇지만, 이러한 변수의 경우 다소 낮은 배율에서 관측되는 표면 거칠기가 결과에 큰 영향을 미치므로, 이러한 변수로는 거칠기를 올바르게 설명할 수 없다. 대부분의 표면은 자기 아파인 프랙탈이 되는 경향이 있으며, 지난 20여 년 사이에, 여러 표면들의 프랙탈 성질이 규명되었다. 본 접근법에서는 마찰 표면의 자기 아파인 특성을 이용한다. 자기 아파인 프랙탈 표면은, 평행(평균) 방향과 표면에 수직인 방향에 대해 각각 다른 확대 배율로 표면의 일부를 확대한 경우에 “똑같이 보이고” 이렇게 척도 변경을 했을 때 통계적인 특성이 변함이 없다는 특징이 있다(Fig. 1).

즉 중요한 정보를 잃어버리지 않고 여러 다른 길이

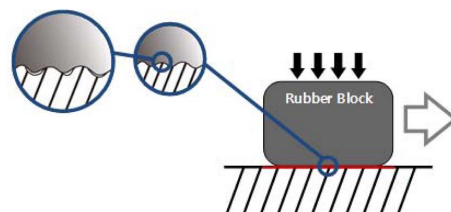


Fig. 1. Rubber block squeezed against a hard, rough, substrate.

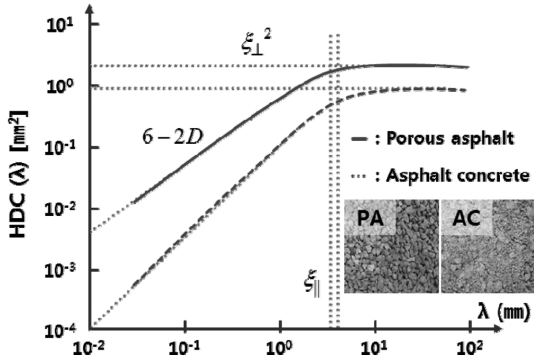


Fig. 2. An Example of Height difference correlation function.

척도에서 표면 거칠기를 설명하는 가장 좋은 방법은 표면의 프랙탈 특성을 이용하는 방법이라 할 수 있다.

표면을 특징짓기 위하여 표면 프랙탈 차원 D 을 규명해야 하는데, 이것은 상위 차단 길이보다 길이 척도가 더 작은 표면 거칠기에 대한 정량적 척도이다. 물리적으로, 상위 차단 길이(수평 및 수직 상관 길이 ξ_{\parallel} 및 ξ_{\perp} 으로 특징지어짐)는 가장 큰 표면의 거칠기 편차로 규명되는 한편, 하위 차단 길이는 기본적으로 측정 기기의 공간 해상도에 의하여 한계가 정해진다.

앞에서 정의한 변수들을 계산하기 위해서 사용할 수 있는 여러 가지 상관 함수들 중, 식 (1)에 나타낸 것과 같은 높이차 상관 함수를 사용하였다.

$$C_z(\lambda) = \langle (z(x+\lambda) - z(x))^2 \rangle \quad (1)$$

이것은 수평 길이 척도 λ 에 따른 표면의 평균 평방근 높이 편차를 의미한다. 자기 아파인 표면의 경우, 두 가지 서로 다른 그래프 부분으로 구분할 수 있다(Fig. 2). λ 값이 작은 경우, 상관 함수는 멱법칙을 따른다(여기에서는 노면이 자기 아파인 특성을 보인다). 프로파일의 수평 차단 길이를 넘어서면, 자기 아파인이 깨지고 상관 함수는 일정한 값을 갖는다.

$$C_z(\lambda) = (\lambda/\xi_{\parallel})^{2H} \xi_{\perp}^2 \quad \text{여기서, } \lambda < \xi_{\parallel} \quad (2)$$

$$C_z(\lambda) = \xi_{\perp}^2 \quad \text{여기서, } \lambda > \xi_{\parallel} \quad (3)$$

이 높이차 상관 함수를 활용하면 표면의 거칠기 특성을 시각적으로 비교하고 표현하는 것이 가능하다.

2-2. Kluppel 이론에서의 고무 마찰 모델

여기서는 Kluppel의 마찰 모델에 의한 마찰 계수의

도출을 설명한다[11]. 고무 블록이 거친 노면 위를 미끄러지고 있다고 하면(단축 변형이라는 가정 하에), 마찰 이력은 에너지 히스테리시스와 관련이 있기 때문에, 다음과 같이 응력 σ 및 변형률 ε 의 함수로 표현이 가능하다.

$$\Delta E_{diss} = \int_0^V \int_0^T d^3x dt \sigma \dot{\varepsilon} \quad (4)$$

응력과 변형률에 푸리에 변환을 도입하면, 식 (5)과 식 (6)를 얻을 수 있으며, 이와 복소탄성률 식 (7)을 식 (4)에 대입하면, 에너지 소산은 식 (8)과 같이 얻어진다.

$$\sigma(t) = \frac{1}{2\pi} \int d\omega \hat{\sigma}(\omega) e^{-i\omega t} \quad (5)$$

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{2\pi} \int d\omega \hat{\varepsilon}^*(\omega) e^{i\omega t} \quad (6)$$

$$E(\omega) = E'(\omega) + iE''(\omega) = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}(\omega) \\ \hat{\varepsilon}(\omega) \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$\Delta E_{diss} = \frac{V}{2\pi} \text{Im} \int d\omega \int d\omega' \omega' \delta(\omega - \omega') E(\omega) \hat{\varepsilon}^*(\omega') \quad (8)$$

여기에서 $\delta(\omega - \omega')$ 은 디랙 델타 함수이다. 이력 마찰력에 의하여 생성된 힘에 따른 시간 단위 당 히스테리시스 된 에너지를 규명하면, 다음과 같다.

$$\frac{\Delta E_{diss}}{T} = F_H V \quad (9)$$

히스테리시스 마찰 계수는 다음과 같이 얻을 수 있다[10].

$$\mu_H = \frac{F_H}{F_z} = \frac{1}{2(2\pi)^2} \frac{\langle \delta \rangle}{\rho_o v_s} \int_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} d\omega \omega G''(\omega) \frac{H \xi_{\perp}^2}{2\pi v \xi_{\parallel}^2} \left(\frac{\omega}{\omega_{min}} \right)^{-\beta} \quad (10)$$

점탄성 마스터 커브 G'' 은 주파수의 함수로 실험을 통해 얻어지므로, 식 (10)을 사용할 때에는 고무의 특징을 제대로 정의할 필요가 있다.

이에 이어 Le Gal의 연구에서, 식 (10)에서 고무가 표면 안으로 들어가는 평균 침투 깊이 $\langle z_p \rangle$ 는 $\langle \delta \rangle$ 로 치환되었다[16]. $\langle \delta \rangle$ 는 고무가 표면의 거칠기와 접촉 함으로써 가진된 층이다. 두 변수의 치환은 가진된 히스테리시스 체적을 적게 예측할 가능성을 감안하여 이를 수정하는 변수 b 를 사용한다.

$$\langle \delta \rangle = b \langle z_p \rangle \quad (11)$$

각진동수는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\omega = 2\pi v/\lambda \quad (12)$$

$$\omega_{\min} = 2\pi v/\xi_{\parallel} \quad (13)$$

$$\omega_{\max} = 2\pi v/\lambda_{\min} \quad (14)$$

여기서 λ_{\min} 은 식 (15)을 이용하여 구할 수 있다.

$$\lambda_{\min} \cong \xi_{\parallel} \left(\frac{0.09\pi\xi_{\perp}(2D-4)E'(\lambda_{\min})F_o(z_d/\sigma)}{\xi_{\parallel}(2D-2)E'(\xi_{\parallel})F_{3/2}(z_d/\sigma_s)} \right)^{1/(3D-6)} \quad (15)$$

3. 고무 마찰 계수 예측

3-1. 노면 요철로 인한 타이어 고무의 변형

아스팔트와 같은 거친 도로 표면과 고무가 접하게 될 경우, 일반적으로 고무는 매우 커다란 변형을 하게 된다. 하지만 노면 요철로 인해 고무에 걸리는 실제 변형률을 예측하는 것은 불가능하다고 판단하여, 이에 대한 파악을 위해, Greenwood-Williamson의 접촉 이론을 이용하였다. GW(Greenwood-Williamson) 접촉 모델은 Fig. 3와 같이 매끄러운 평면과 접촉하는 거칠기를 갖는 표면이 모두 같은 곡률 반경 R 을 갖는 반구형의 정점으로 구성된다고 가정하며, 거칠기의 정점 높이 혹은 거칠기 최고점은 평균 정점 평면에 불규칙하게 퍼져 있고 반구의 높이 z 은 정규 분포를 따른다고 가정한다. 그리고 각 정점의 접촉모델에는 Hertzian 모델을 이용한다.

하나의 돌기에 대한 국부적인 실 접촉면적 및 수직 하중은 Hertzian 접촉 이론을 이용하여 정의가 되며 전체 접촉면적 및 전체 하중은 여기에 정점의 개수를 곱하여 구할 수 있다. 실 접촉 면적에서의 평균 접지 압력은 $p = F_z/A_{real}$ 으로 표현되므로 식을 p 에 대해 재정리하면 식 (16)으로 나타내어 질 수 있다.

$$p = \frac{4E^*}{3\pi} \sqrt{\frac{\sigma}{R}} \frac{F_{3/2}(\xi_d)}{F_1(\xi_d)} = \frac{4E^*}{3\pi} \nabla z \frac{F_{3/2}(\xi_d)}{F_1(\xi_d)} \quad (16)$$

여기에서, $F_a(\xi_d)$ 은 식 (17)로 정의되어지며, 이때 $\phi(\xi)$

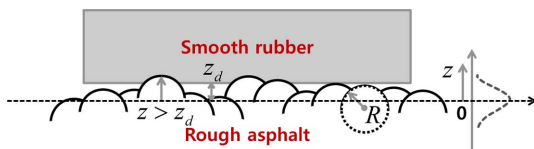


Fig. 3. Schematic representation of elastic contact between a rubber sample and a rough road track.

은 정규분포를 따르는 확률밀도 함수이며, ξ 은 z/σ 으로 표준화된 무차원거리이다.

$$F_a(\xi_d) = \int_{\xi_d}^{\infty} (\xi - \xi_d)^a \phi(\xi) d\xi \quad (17)$$

실 접지면적 A_{real} 은 겉보기 접촉 면적 A_o 와 접촉 매개 변수인 비례상수 κ 을 이용하여 식 (18)으로 표현되어 질 수 있다.

$$A_{real} = \kappa \cdot A_o \quad (18)$$

이때 κ 는 $0 \leq \kappa \leq 1$ 범위에 있다.

식 (18)을 이용하여 p 에 대해 재정리하면

$$p = \frac{F_z}{A_{real}} = \frac{F_z}{\kappa \cdot A_o} = \frac{p_o}{\kappa} \quad (19)$$

여기에서 $p_o = F_z/A_o$ 으로 공칭압력을 의미한다. 식 (16)을 이용하여 식을 재정리하면

$$\kappa = \frac{p_o}{p} = \frac{3\pi}{4E^*} \frac{p_o}{\nabla z} \frac{F_1(\xi_d)}{F_{3/2}(\xi_d)} \quad (20)$$

GW 접촉 이론을 이용하면 국부적인 접촉에 대한 실제 접촉 면적 및 평균 직경을 결정할 수 있지만, 측정 불가능한 변수 $\xi_d = z_d/\sigma$ 으로 인해 식 (17)의 적분이 불가능하다는 문제를 가지고 있다. 따라서 식 (17)의 근사치를 구해야 한다.

$2.5 \leq \xi_d \leq 3.5$ 의 범위를 가진다는 추정 하에서 $F_1(\xi_d)/F_{3/2}(\xi_d)$ 은 다음과 같이 근사적으로 표현할 수 있다[11].

$$\frac{F_1(\xi_d)}{F_{3/2}(\xi_d)} \approx 1.4 \quad (21)$$

따라서 식 (21)을 식 (20)에 대입하여 정리하면

$$\kappa = \frac{p_o}{p} \approx \frac{3\pi}{4E^*} \frac{p_o}{\nabla z} \cdot 1.4 = 3.30 \cdot \frac{p_o}{E^* \nabla z} \quad (22)$$

식 (22)을 이용하여 평균 접촉 압력 p 에 대해 정리하면 식 (23)으로 표현할 수 있다.

$$p \approx \frac{1}{3.3} E^* \nabla z \quad (23)$$

여기에서 고무와 같은 비압축성 재료인 경우 $E^* = (4/3)E$ 으로 나타낼 수 있다.

Hook's law은 $p = E \cdot \varepsilon$ 으로 표현되는데, 이때 ε 은 노면과의 접촉으로 인한 고무의 평균 변형률이다. 식

(23)을 이용하면 최종적으로 식 (24)을 얻을 수 있다.

$$\varepsilon \approx \frac{4}{3 \cdot 3.3} \nabla z \approx 0.4 \nabla z \quad (24)$$

아스팔트 표면의 평균 기울기 ∇z 는 측정을 통해 얻을 수 있으므로, 식 (24)을 통해 아스팔트 돌기로 인해 고무에 걸리는 적절한 변형의 수준을 판단할 수 있다. 도로 표면의 경우 전형적으로 $\nabla z \approx 1.0$ 의 값을 가지기 때문에 노면 요철로 인해 고무에 걸리는 변형률은 약 $\varepsilon \approx 0.4$ 의 진폭이 가해짐을 알 수 있다.

3-2. 점탄성 모형의 비선형성 고려

노면 표면의 요철은 모든 규모에서 존재하고 있기 때문에 고무 블록이 거친 노면 위를 미끄러지고 있다고 하면 이로 인해 다양한 주파수의 진동이 고무 블록에 가해지게 된다. 하지만 고무 블록에 가해지는 진동은 굉장히 높은 주파수 대역의 진동으로 이를 점탄성 시험을 통해 직접 구현하기는 불가능하다. 이를 위해 시간-온도 중첩 중첩의 원리를 이용 하게 된다.

일반적인 고분자 물질에 대해서 이러한 중첩이 가능하게 만드는 수평이동인자들은 다음과 같은 경험식을 따른다는 것이 발견된 바 있다. 이를 WLF 방정식이라고 부른다.

$$\log a_T = \frac{-c_1(T - T_{ref})}{c_2 + T - T_{ref}} \quad (25)$$

고무의 저장/손실 탄성률은 변형 의존성을 가지며, 변형이 커지면 일반적으로 저장/손실 탄성률은 저하되는 경향이 있다. 이것을 비선형 점탄성 거동(Payne 효과)이라고 부른다. Payne 효과는 고무와 노면 사이의 마찰에 중요한 역할을 하며 이러한 이유로 마찰 연구를 위해서는 대 변형이 고려된 점탄성 합성곡선이 필요하게 된다.

매우 높은 주파수와 큰 변형진폭에서 고무의 점탄성 특성을 파악하기 위해서는 매우 낮은 온도 조건에서 strain-sweep 측정을 필요로 한다. 그러나 낮은 온도 조건에서는, 고무 시료가 필요로 되는 변형율에 도달하기 전에 일찍 파단(인장 모드 상에서)되는 경향이 있다. 다시 말하자면, 고무가 노면과 접촉이 되면 매우 커다란 변형을 겪게 되는데, 현재의 상용화된 점탄성 측정장치로는 이 조건에서의 측정이 불가능하다. 따라서 높은 주파수와 커다란 진폭의 변형에 대해서는 결측치가 존재를 하게 되며, 값이 미측정된 부분에 대해서는 필수불가결하게 외삽을 수행하게 된다.

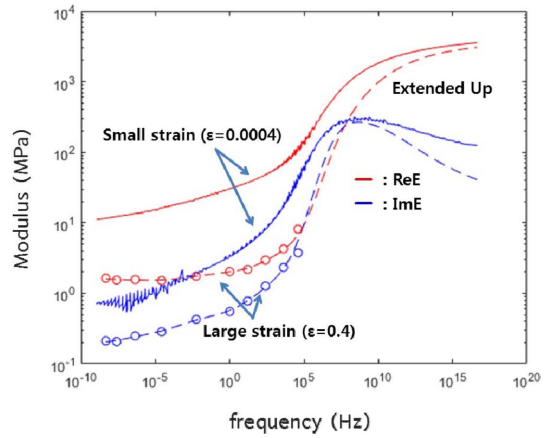


Fig. 4. Large-strain master curve obtained from strain-sweep measurement.

본 연구에서는 점탄성 합성곡선을 구현하는데 있어 [13]에서 기술하였던 과정을 이용하였으며 그 결과는 Fig. 4와 같다.

외삽을 통해 생성한 합성곡선은 이론적인 예측에 대한 불확실성 중에 하나인데, 이는 이론적인 결과를 해당 실험 결과와 비교를 할 때, 감안을 해야만 하는 부분이기도 하다.

3-3. 마찰 실험 및 마찰 합성 곡선 구축

점탄성 합성 곡선 구축을 위해 적용했던 시간-온도 중첩성의 원리를 마찰 합성 곡선을 구축하는데 동일하게 이용할 수 있다는 사실은 Grosch에 의해 증명되었다[14, 15]. 이는 식 (26)와 같이 표현되어 질 수 있다.

$$\mu(v, T) = b_T \mu(a_T v, T_{ref}) \quad (26)$$

이때 점탄성 합성 곡선을 구축하는데 적용했던 적절한 수평이동인자 a_T 를 마찰 합성 곡선을 구축하는데 동일하게 사용하였다. 이것을 통해 다른 온도의 데이터를 이용하여 보다 넓은 속도 영역에 대한 마찰 거동을 확인할 수 있다.

마찰 평가는 선형마찰시험기를 이용하여 Dry granite 노면에서 속도 15개 조건, 온도 4개 조건에서 시험을 수행하였다. 이를 통해 Fig. 5와 같은 마찰 평가 결과를 얻을 수 있었다. 식 (25)에 $c_1 = 8.591$, $c_2 = 120.744$ 의 값을 대입하여 구한 온도 별 수평이동인자 a_T 를 이용하여 마찰 합성 곡선을 구현하면 Fig. 6와 같은 결과를 얻을 수 있다.

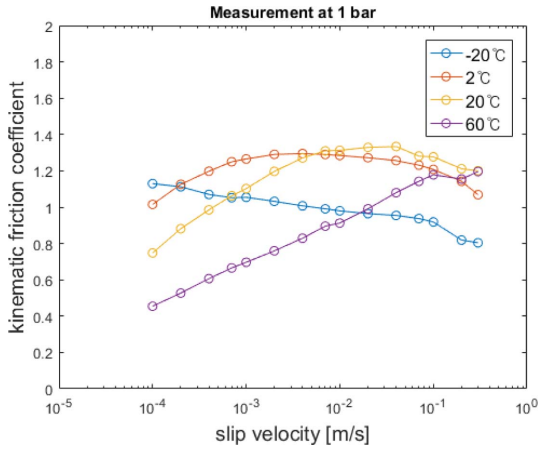


Fig. 5. Temperature-dependent friction curve on dry granite.

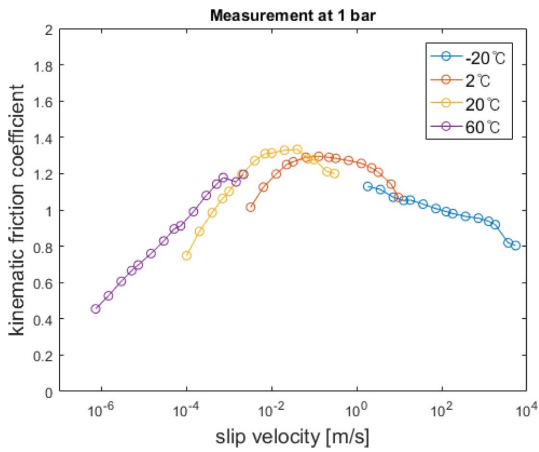


Fig. 6. Friction master curve on dry granite. Reference temperature: 20 °C.

3-4. 점착 마찰을 고려한 마찰 계수 예측

젖은 상태의 노면에서는 물이 윤활유 역할을 하고 있으며, 점착부의 영향을 무시할 수 있다. 한편, 건조 상태의 노면에서는 고무-노면 사이의 접촉 영역에서 점착 마찰이 생긴다. 점착부의 마찰 계수 μ_A 를 고려하면, 마찰 계수는 다음과 같이 표현된다.

$$\mu_{total} = \mu_A + \mu_H = \frac{\tau_s}{P_o} \frac{A}{A_o} + \mu_H \quad (27)$$

식 (27)을 통해 알 수 있는 사실은 점착 마찰 μ_A 은 실 접촉면적 A 와 비례관계를 가진다는 것이다. τ_s 은 고무-노면 사이의 전단 응력이며, 두 계면 간 접촉점이 분리되기 위해 필요한 국부적 힘으로 정의되어진다.

$\tau_s A$ 은 고무가 접촉 영역에서 받는 전단력을 나타내고 있다.

Kluppel 은 고무-노면 사이의 전단 응력을 정의하기 위해 식 (28)의 형태를 보이는 경험식을 제안하였다.

$$\tau_s = \tau_{s,o} \left(1 + \frac{E_x/E_o}{(1+(v_c/v))^n} \right) \quad (28)$$

여기서, n 은 재료 지수이고, $\tau_{s,o}$ 은 굉장히 작은 속도 대역에서의 두 계면 간 전단응력이다. v_c 은 전단응력 τ_s 가 일정해질 때의 임계속도이다. E_x/E_o 은 유리상태와 고무상태 사이의 동 탄성계수의 차이이다.

Kluppel의 마찰 이론을 이용하여 고무에 대한 마찰 특성을 예측하기 위해서는 실제 접촉면적 A_c 의 계산이 필요하며 이는 식 (29)을 이용하여 구할 수 있다.

$$A_c(\lambda_{min}) = A_o \left(\frac{(2D-4)\xi_{\parallel} F_o^2 (z_d/\sigma) F_{3/2}(z_d/\sigma_s) E'(\xi_{\parallel})}{808\pi(2D-2)^2 \xi_{\perp} E'(\lambda_{min})} \right)^{1/3} \quad (29)$$

이를 통해 얻은 속도 별 실제 접촉면적 A_c 은 Fig. 7로 나타내어 진다. 실제 접촉 면적은 공칭 접촉면적 대비 굉장히 작음을 알 수 있으며 속도가 증가함에 따라 현저하게 감소함을 알 수 있다.

점착 마찰을 고려하여 예측한 마찰 결과는 Fig. 8로 나타내어 진다. 낮은 속도 영역에서 피크가 보이는 마찰 커브는 μ_A , 즉 점착으로 인한 마찰 특성 커브이고, 높은 속도 영역에서 피크가 보이는 마찰 커브는 μ_H , 즉 히스테리시스로 인한 마찰 특성 커브이다. 총 마찰 μ_{total} 은 이 둘의 합으로 표현되기 때문에 Fig. 8의 과관 그래프를 보면 알 수 있듯이 속도가 증가함에도 마찰

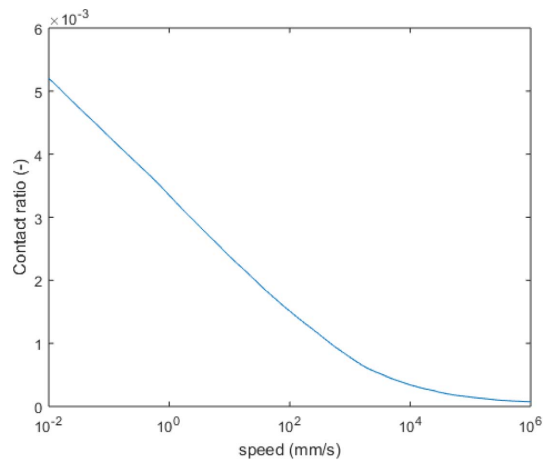


Fig. 7. Velocity-dependent contact ratio.

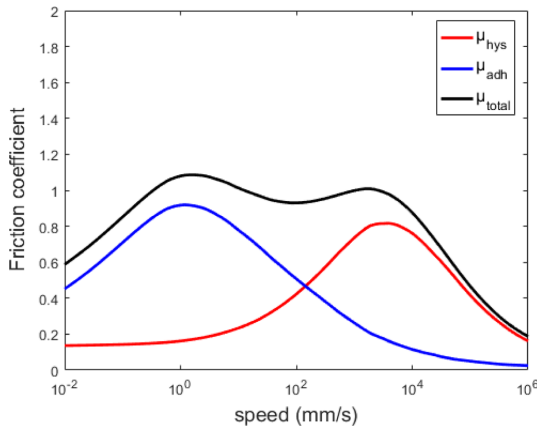


Fig. 8. Velocity-dependent friction curve using Kluppel friction theory.

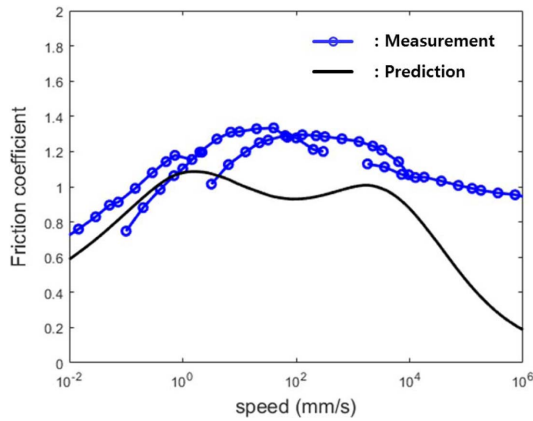


Fig. 9. Comparison of experiments & prediction.

이 일정한 구간이 존재하게 된다.

이 예측 결과를 Fig. 6의 실제 시험결과(마찰 합성 곡선)와 비교하여 보았다. Fig. 9의 적색 서클로 표현한 그래프는 실제 실험한 마찰 결과이며 청색 실선으로 표현된 그래프는 Kluppel의 마찰 이론을 이용하여 예측한 결과이다. 낮은 속도 대역에서의 마찰 결과는 잘 일치하는 것으로 보여지나 고속으로 갈수록 예측과 실험 결과에 차이가 증가되는 것으로 보여진다. 이러한 차이가 발생하는 이유에 대해서는 아마 외삽을 통해 구현한 고주파 대역의 점탄성 곡선이 이러한 차이를 만든 것 같다는 생각이 든다. 다만 실제 마찰 결과에도 속도가 증가함에도 마찰이 일정한 구간이 존재하는 것으로 보아 이 마찰 이론이 마찰의 물리적 거동을 잘 설명하고 있는 것으로 보여 진다.

4. 요약 및 결론

본 논문에서는 Kluppel에 의해 개발된 고무 마찰 이론을 간단히 소개하였는데, 이 이론은 고무의 점탄성과 도로면의 거칠기의 자기 아파인 특성을 이용해서 마찰 계산이 가능하도록 구성되었다.

GW 접촉 모델을 이용하여 노면과의 접촉으로 인해 고무에 걸리는 적절한 변형의 수준을 파악하였으며 이는 약 $\epsilon \approx 0.4$ 의 변형이 고무에 가해짐을 알 수 있었다. 또한 이를 기반으로 하여 비선형성이 고려된($\epsilon \approx 0.4$ 에서의) 점탄성 탄성률 합성 곡선을 구현하였다.

Kluppel이 제시한 마찰 이론을 이용하여 고무 마찰을 예측하였으며, 이 결과와 마찰 시험 결과를 서로 비교하였다. 낮은 속도 대역에서의 마찰 결과는 잘 일치하는 것으로 보여지나 고속으로 갈수록 예측과 실험 결과에 차이가 보여지고 있어, 더욱 정확한 비선형 점탄성 모델을 구현하기 위한 추가적인 연구가 필요함을 고찰하였다.

References

- [1] Nam, S. K., Oh, Y. R., Jeon, S. H., "The prediction of rubber friction considering road characteristics", *Transactions of KSAE*, pp. 105-110, 2014.
- [2] Nam, S. K., Oh, Y. R., Jeon, S. H., "Predictive study of hysteretic rubber friction based on multiscale analysis", *J. Korean Soc. Tribol. Lubr. Eng.*, pp. 378-383, 2014.
- [3] Hyun, S., Pei, L., Molinari, J. F., Robbins, M. O., "Finite-element analysis of contact between elastic self-affine surfaces", *Physical Review*, pp. 1-13, 2004.
- [4] Pei, L., Hyun, S., Molinari, J. F., Robbins, M. O., "Finite element modeling of elasto-plastic contact between rough surfaces", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, pp. 2385-2409, 2005.
- [5] Hyun, S., Robbins, M. O., "Elastic contact between rough surfaces: Effect of roughness at large and small wavelengths", *Tribology International*, pp. 1413-1422, 2007.
- [6] Yang, C., Tartaglino, U., Persson, B. N. J., "A multi-scale molecular dynamics approach to contact mechanics", *The European Physical Journal*, pp. 47-58, 2006.
- [7] Yang, C., Persson, B. N. J., "Molecular dynamics study of contact mechanics: Contact area and interfacial separation from small to full contact", *Physical Review*, pp.1-13, 2008.
- [8] Pastewka, L., Robbins, M. O., "Contact between rough surfaces and a criterion for macroscopic adhe-

- sion”, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, pp. 3298-3303, 2014.
- [9] Mo, Y., Turner, K. T., Szlufarska, I., “Friction laws at the nanoscale”, *Nature*, pp. 1116-1119, 2009.
- [10] Persson, B. N. J., “Theory of rubber friction and contact mechanics”, *Journal of Chemical Physics*, pp. 3840-3861, 2001.
- [11] Kluppel, M., Heinrich, G., “Rubber friction on self affine road tracks”, *Rubber Chemistry & Technology*, pp. 578-606, 2001.
- [12] Popov, V. L., “Contact mechanics and friction”, Springer Verlag, New York, 2010.
- [13] Lorenz, B., Persson, B., Fortunato, G., Giustiniano, M., Baldoni, F., “Rubber friction for tire tread compound on road surfaces”, *J. Phys. Condensed Matter*, pp. 1-8, 2013.
- [14] Grosch K. A. “Relation between the friction and viscoelastic properties of rubber”, *Proceedings at Royal Society London*, pp. 21-209, 1963.
- [15] Grosch K. A. “Rubber friction and its relation to tire traction”, *Rubber Chemistry and Technology*, pp. 378-411, 2007.
- [16] Le Gal A., Kluppel, M., “Investigation and modeling of rubber stationary friction on rough surfaces”, *J. Phys. Condensed Matter*, pp. 1-13, 2007.