T-S 퍼지 모델 기반 수중글라이더를 위한 추종 제어기

Tracking Controller for Underwater Gliders Based on T-S Fuzzy Models

이 경 학* · 김 도 완*

(Gyeoung Hak Lee · Do Wan Kim)

Abstract - In this paper, we propose a Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy-model-based design for the tracking control of a class of nonlinear underwater glider. By using the partial linearization and the sector nonlinearity, the underwater glider with six degrees of freedom (6 DOF) is modelled by the T-S fuzzy model. The concerned tracking control problem with H_{∞} performance is converted into the stabilization one for the error dynamics between the given nonlinear underwater glider and the reference time-varying input. Sufficient conditions are derived for the asymptotic stabilizability of the error dynamics in the format of matrix inequality. Simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed design methodology.

Key Words: Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model, Underwater glider, Lyapunov stability, Linearization, Tracking control.

1.서 론

수중글라이더(underwater glider)는 2000년대 초반 미국에서 개발된 무인 탐사체이며 1노트 이하의 이동속도와 1,000km에서 4,000km에 이르는 장거리 운용시스템이다. 특히 기존의 해양 무 인 탐사체인 원격조정 무인잠수정(remotely operated vehicle: ROV)과 수중무인잠수정(autonomous underwater vehicle: AUV) 에 비하여 별도의 동력을 요구하지 않고 부력의 변화, 내부 무게 추의 이동, 동체의 양 날개와 꼬리 날개의 각도 변화에 따라 톱 니 모양의 이동 모습을 보인다. 또한 이동시 소음이 작다는 장점 을 이용하여 군사적인 용도로 활용되고 있다[9].

최근 수중글라이더에 대한 다양한 연구가 진행되고 있다 [1-7]. [1-7]에서는 6 자유도(six degrees of freedom: 6 DOF) 를 고려한 수중글라이더의 수직상의 동역학을 기반으로 연구되었 으며 깊이 제어, 종동요 운동각 제어(pitching angle control), 내 부 무게 추 이동 등에 대해 기술되어있다. 구체적으로, [1]은 자 동회귀 이동평균 모델(autoregressive moving average model)을 이용하여 전달함수를 도출하였으며 [2-3]에서는 전산 유체 역학 (computational fluid dynamics)접근법을 통해 유체 역학 계수를 제시하였다. [4-7]에서는 선형제어기를 설계하였다. 특히, [7]은 조류 영향을 고려하였다. 그러나 수중글라이더 동역학은 비선형 요소를 포함하고 있기 때문에 선형 제어기를 사용하면 선형화 오 차로 인해 전역 안정도(global stability)를 보장하지 못한다. 이를

* Corresponding Author : Dept. of Electrical Engineering, Hanbat National University, Korea, E-mail:dowankim@hanbat.ac.kr

* Dept. of Electrical Engineering, Hanbat National University, Korea.

Received : December 30, 2017; Accepted : January 14, 2018

보완하기 위해 비선형 제어기 설계 방법[8-10]이 연구되었다. [8-9]는 피드백 선형화(feedback linearization)을 통한 토크제어 와 부력 및 모멘트 제어를 통한 안정화 문제를 해결하였고, [10] 은 샘플치 데이터 제어기 설계 기법을 소개하였다.

한편, 타카기-수게노(Takagi-Sugeno: T-S) 퍼지 모델 기반 제어 기법은 비선형 시스템을 부채꼴 비선형성(sector nonlinearity) 기법[13]을 통해 비선형 항을 오차 없이 표현가능하다. 또한 결 론부가 선형 시스템 형태로 도출되기 때문에 기존 선형 제어 기 법 적용이 용이한 장점을 가진다. 이런 장점을 가진 퍼지 모델 기반 제어에 대한 수중 운동체에 대한 연구[11-12]가 존재하지 만 수중글라이더의 깊이 추종 제어 문제는 미진한 실정이다.

본 논문에서는 수중글라이더 동역학을 기반으로 T-S 퍼지 모 델 기반 깊이 추종 제어기 설계 기법을 소개한다. 제어기 설계시 부분 선형화(linearization)[14] 및 부채꼴 비선형성을 이용하여 수중글라이더 동역학을 퍼지 모델로 표현한다. 또한, 기준 시변 (time-varying) 입력 신호에 대한 추종 제어기 설계 조건을 제시 한다. 수중글라이더의 깊이 추종 제어를 위한 점근적 안정화 조 건은 리아프노프(Lyapunov) 안정도 기준 함수를 이용하여 행렬 부등식 형태로 유도된다. 마지막으로 시뮬레이션을 통해 제안된 기법과 기존 선형 제어 비교를 통해 제안된 기법의 우수성을 검 증한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 수중글라이더 모델 에 대해 설명하고, III장에서는 기준 모델을 제시하고 깊이 제어 를 위한 제어기 설계 조건을 제시한다. IV장에서는 선형제어기와 의 비교 시뮬레이션을 통해 제안된 제어기의 성능을 검증한다. 마지막으로 V장에서는 결론을 기술하여 논문을 끝마친다.

표기법: P > Q는 행렬 P - Q가 양한정(positive definite)임을 의미한다. $\mathbb{B}_{\eta} \models \Delta_{\eta} \in \mathbb{R}_{> 0}$ 를 가지는 볼(ball) $\{\eta : \|\eta\| \le \Delta_{\eta}\}$ 을 의

261

미한다. I,은 I, := {1,...,r}, r∈Z_{>0}로 정의된다. 연산자 [×]을 다 음과 같이 정의한다.

$$a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \stackrel{\text{Q}}{=} \quad \mbox{ur}, \quad a^{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} \stackrel{\text{O}}{=} \quad \mbox{반대칭행렬(skew}$$

symmetric matrix) O| L}. $s(\circ) = \sin(\circ), c(\circ) = \cos(\circ), t(\circ) = \tan(\circ)O|$ L}.



그립 1 선체 좌표계상과 관성 좌표계상의 수중글라이더의 구조 Fig. 1 The schematic of an underwater glider of body frame and inertial frame





Fig. 2 Simplified internal masses movement of the underwater glider

2. 수중글라이더 동역학과 T-S 퍼지 모델

2.1 수중글라이더 동역학

6 자유도를 가진 수중글라이더 동역학 방정식[6, 15]은 다음 과 같다(그림 1, 2 참고):

$$\dot{R} = R\Omega^{\times}$$
 (1)

$$b = Rv \tag{2}$$

$$\dot{\Omega} = J^{-1}\overline{T} \tag{3}$$

$$\dot{v} = M^{-1}\overline{F} \tag{4}$$

$$\dot{r}_{p} = \frac{1}{\overline{m}}P_{p} - v - \Omega \times r_{p}$$
(5)

$$\dot{P}_P = \bar{u}$$
 (6)

$$\dot{m}_b = u_4$$
 (7)

식 (1)의 회전행렬

$$R = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi & s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\phi s\theta s\psi & -c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix}$$

이며 $\phi = ext{ 9}$ 동요 운동각(rolling angle), $\theta = ext{ 8}$ 동요 운동각 (pitching angle), $\psi = ext{ ddesa } ext{ ddesa } ext{ desa } ext{ desa } ext{ desa } ext{ angle}$)이다. 식 (1)에서 (6)에 해당하는 백터 형태는 $b = [x_p \ y \ z]^T$, $\Omega = [\Omega_1 \ \Omega_2 \ \Omega_3]^T$, $v = [v_1 \ v_2 \ v_3]^T$, $r_p = [r_{p_1} \ r_{p_2} \ r_{p_3}]^T$, $P_p = [P_{P_1} \ P_{P_2} \ P_{P_3}]^T$, $\overline{u} = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T \text{OZ } ext{ desa } ext{$

$$\begin{split} \overline{T} &= (J\Omega + r_p^{\times} P_P) \times \Omega + (Mv \times v) \times P_P + \overline{m} r_p^{\times} g R^T k + T_{ext} - r_p^{\times} \overline{u} \\ \overline{F} &= (Mv + P_P) \times \Omega + m_0 g R^T k + F_{ext} - \overline{u} \end{split}$$

여기서 $k = [0 \ 0 \ 1]^T$ 이다.

 $\dot{\theta}$

이 때 0-평형점을 가지며 수직면을 고려한다면 식 (1)부터 (7)은

 $\dot{x}_p = v_1 \cos\theta + v_3 \sin\theta \tag{8}$

$$\dot{z} = -v_1 \sin\theta + v_3 \cos\theta \tag{9}$$

$$=\Omega_2$$
 (10)

$$\dot{\Omega}_{2} = \frac{1}{J_{2}} ((m_{3} - m_{1})v_{1}v_{3} - \overline{m}g(r_{p_{1}}\cos\theta + r_{p_{3}}\sin\theta) + M_{DL} - r_{p_{3}}u_{1} + r_{p_{1}}u_{3})$$

$$(11)$$

$$\dot{v}_1 = \frac{1}{m_1} (-m_3 v_3 \Omega_2 - P_{P_3} \Omega_2 - m_0 g \sin\theta + L \sin\alpha - D \cos\alpha - u_1)$$
(12)

$$\dot{v}_3 = \frac{1}{m_3} (m_1 v_1 \Omega_2 + P_{P_1} \Omega_2 + m_0 g \cos\theta$$

$$-L \cos\alpha - D \sin\alpha - u_3)$$
(13)

$$\dot{r_{p_1}} = \frac{1}{\overline{m}} P_{P_1} - v_1 - r_{p_3} \Omega_2 \tag{14}$$

$$\dot{r}_{p_3} = \frac{1}{\overline{m}} P_{P_3} - v_3 + r_{p_1} \Omega_2 \tag{15}$$

$$\dot{P}_{P_1} = u_1$$
 (16)

$$\dot{P}_{P_3} = u_3$$
 (17)

$$\dot{m}_b = u_4. \tag{18}$$

이 된다. 또한, F_{ext} 와 T_{ext} 는

$$\begin{bmatrix} F_{ext} \\ T_{ext} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -D \\ S_F \\ -L \\ M_{DL_1} \\ M_{DL_2} \\ M_{DL_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(K_{D_0} + K_D \alpha^2) V^2 \\ K_{\beta\beta} V^2 \\ -(K_{L_0} + K_L \alpha) V^2 \\ K_{MR} \beta V^2 + K_{q_1} \Omega_1 V^2 \\ (K_{M_0} + K_M \alpha + K_{q_2} \Omega_2) V^2 \\ K_{MY} \beta V^2 + K_{q_3} \Omega_3 V^2 \end{bmatrix}$$

여기서 $V = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$, $\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{v_3}{v_1} \right)$, $\beta = \sin^{-1} \left(\frac{v_2}{V} \right)$, D, L, S_F 는 항력(drag), 양력(lift), 선회력(side force)이며 M_{DL_1} , M_{DL_2} , M_{DL_3} 은 점성 모멘트(viscous moment)이다. K_{D_0} 와 K_D 는 항력계 수(drag coefficients), K_{L_0} 와 K_L 은 양력계수(lift coefficients), K_β 는 선회력계수(coefficient of the side force), K_{M_0} , K_M , K_{MR} , K_{MY} , K_{q_1} , K_{q_2} , K_{q_3} 은 유체역학 모멘트 계수(coefficients of the hydrodynamic moments)이다. 결국, 식 (8)-(18)로부터 $x := [x_p \ z \ \theta \ \Omega_2 \ v_1 \ v_3 \ r_{p1} \ r_{p3} \ P_{p1} \ P_{p3} \ m_b]^T$ 와 제어입력 $\tilde{u} :=$ $[u_1 \ u_3 \ u_4]^T$ 를 정의하면 깊이 운동에 대한 수중글라이더 동역학

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\tilde{u} \tag{19}$$

이 도출된다, 여기서

$$\begin{split} f &= \left[f_1 \, f_2 \, f_3 \, f_4 \, f_5 \, f_6 \, f_7 \, f_8 \, 0 \, 0 \, 0 \,\right]^T \;, \; g = \left[g_1^T \, g_2^T\right]^T \\ f_1 &= x_5 \cos x_3 + x_6 \sin x_3, \; f_2 = - \, x_5 \sin x_3 + x_6 \cos x_3, \; f_3 = x_4 \\ f_4 &= \frac{1}{J_2} \left((m_3 - m_1) x_5 x_6 - \overline{m} g(x_7 \cos x_3 + x_8 \sin x_3) \right. \\ &+ \left(\left(K_{M_0} + K_M \tan^{-1} \left(\frac{x_6}{x_5}\right)\right) (x_5^2 + x_6^2) \right) \\ f_5 &= \frac{1}{m_1} \left(-m_3 x_6 x_4 - x_{10} x_4 - \left((m_h + \overline{m} - m) + x_{11}\right) g \sin x_3 \right. \\ &+ \left(K_{L_0} + K_L \tan^{-1} \left(\frac{x_6}{x_5}\right)\right) (x_5^2 + x_6^2) \sin \left(\tan^{-1} \left(\frac{x_6}{x_5}\right) \right) \\ &- \left(K_{D_0} + K_D \left(\tan^{-1} \left(\frac{x_6}{x_5}\right)^2\right) (x_5^2 + x_6^2) \cos \left(\tan^{-1} \left(\frac{x_6}{x_5}\right) \right) \right) \end{split}$$

$$\begin{split} f_6 &= \frac{1}{m_3} (m_1 x_5 x_4 + x_9 x_4 - ((m_h + \overline{m} - m) + x_{11}) g \cos x_3 \\ &+ \left(K_{L_0} + K_L \tan^{-1} \left(\frac{x_6}{x_5} \right) \right) \left(x_5^2 + x_6^2 \right) \cos \left(\tan^{-1} \left(\frac{x_6}{x_5} \right) \right) \\ &- (K_{D_0} + K_D \left(\tan^{-1} \left(\frac{x_6}{x_5} \right)^2 \right) \left(x_5^2 + x_6^2 \right) \sin \left(\tan^{-1} \left(\frac{x_6}{x_5} \right) \right) \right) \\ f_7 &= \frac{1}{\overline{m}} x_9 - x_5 - x_8 x_4, \ f_8 &= \frac{1}{\overline{m}} x_{10} - x_6 + x_7 x_4 \\ g_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \overline{m} g x_8 / J_2 & - \overline{m} g x_7 / J_2 & 0 \\ 0 & - 1 / m_3 & 0 \end{bmatrix}, \ g_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{split}$$

2.2 T-S 퍼지 모델

다음은 T-S 퍼지 모델의 정의이다[13]:

Rule
$$i$$
: IF z_1 is M_{i1} and \cdots and z_p is M_{ip} ,
THEN $\dot{x} = A_i x + B_i \tilde{u}$,

여기서 $x \in \mathbb{R}^n$ 은 상태변수; $\tilde{u} \in \mathbb{R}^m$ 은 제어입력; $i \in \mathbb{I}_{\tilde{r}} \leftarrow i 번째$ 퍼지 규칙; $z_h, h \in \mathbb{I}_p \leftarrow h 번째$ 전반부 변수; $M_{ih}, (i,h) \in \mathbb{I}_{\tilde{r}} \times \mathbb{I}_p \leftarrow i 번째$ 퍼지 규칙에서 z_h 의 퍼지 집합이다. 전체 퍼지 시스템은

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^{r} \theta_i(z) (A_i x + B_i \tilde{u})$$

로 나타낼 수 있다. 여기서,

$$\theta_i(z) = \frac{w_i(z)}{\sum\limits_{i=1}^{\tilde{r}} w_i(z)}, \ w_i(z) = \prod_{j=1}^{p} M_{ij}(z_j).$$

함수 $\theta_i(z)$ 는 $0 \le \theta_i(z) \le 1$, $\sum_{i=1}^{\tilde{r}} \theta_i(z) = 1$ 을 만족한다.

3. 주요 결과

문제 1 비선형 수중글라이더 (19)를 고려하자. 주요 문제는 기 준 모델

 $\dot{x}_r = A_r x_r + r \tag{20}$

을 추종하는 \tilde{u} 를 설계하는 것이다, 여기서 x_r 은 기준 상태변수, A_r 은 허위츠(Hurwitz) 행렬이며 $r \in \mathbb{B}_r$ 은 기준입력이다. H_{∞} 성 능 추종 오차는 다음과 같이 정의한다[16]:

$$\int_{0}^{t_{f}} (x - x_{r})^{T} Q(x - x_{r}) d\mathbf{t} \leq \rho^{2} \int_{0}^{t_{f}} \mathbf{w}^{\mathrm{T}} \mathbf{Q} \, \mathbf{w} d\mathbf{t}$$

여기서 $\overline{w} = \begin{bmatrix} 0 & r^T \end{bmatrix}^T$, $t_f = M$ 어시간, $Q = Q^T > 0$, $\rho \in \mathbb{R}_{>0} =$ 규정 된 감쇠 레벨이다.

명제 1 비선형 수중글라이더 (19)의 부분 선형화(partial linearization) 모델은

$$\dot{x} = \hat{f}(x)x + g(x)\tilde{u} \tag{21}$$

이다, 여기서

증명 : 다음 부분 선형화

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial x_6} \bigg|_{x=0} &= 0, \ \frac{\partial f_2}{\partial x_5} \bigg|_{x=0} &= 0, \ \frac{\partial f_2}{\partial x_6} \bigg|_{x=0} &= 1\\ \frac{\partial f_1}{\partial x_5} \bigg|_{x=0} &= 1, \ \frac{\partial f_4}{\partial x_5} \bigg|_{x=0} &= 0, \ \frac{\partial f_4}{\partial x_6} \bigg|_{x=0} &= 0\\ \frac{\partial f_4}{\partial x_7} \bigg|_{x=0} &= -\frac{\overline{m}g}{J_2}, \ \frac{\partial f_4}{\partial x_8} \bigg|_{x=0} &= 0, \ \frac{\partial f_5}{\partial x_3} \bigg|_{x=0} &= \frac{2m_h g}{m_1}\\ \frac{\partial f_5}{\partial x_5} \bigg|_{x=0} &= 0, \ \frac{\partial f_5}{\partial x_6} \bigg|_{x=0} &= 0, \ \frac{\partial f_5}{\partial x_{11}} \bigg|_{x=0} &= 0\\ \frac{\partial f_6}{\partial x_5} \bigg|_{x=0} &= 0, \ \frac{\partial f_6}{\partial x_6} \bigg|_{x=0} &= 0, \ \frac{\partial f_6}{\partial x_{11}} \bigg|_{x=0} &= \frac{g}{m_3} \end{aligned}$$

를 통해서 시스템 (19)는 (21)로 간략화 된다.

정리 1 기준 모델 (20), 부분 선형화된 수중글라이더 (21)와 퍼지 제어기

$$\tilde{u} = \sum_{i=1}^{4} \theta_i(x_7, x_8) K_i(x - x_r)$$

로 구성된 확장된 폐루프 시스템

$$\frac{\cdot}{\overline{x}} = \sum_{i=1}^{4} \theta_i(x_7, x_8) G(x) \overline{x} + \overline{w}$$
(22)

를 고려하자, 여기서 θ_i , $i \in \mathbb{I}_4$ 은 부록 A에 제시,

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} x \\ x_r \end{bmatrix}, \quad G(x) = \begin{bmatrix} \hat{f}(x) + g(x)K_i & -g(x)K_i \\ 0 & A_r \end{bmatrix}.$$

주어진 $\rho{\in}\,\mathbb{R}_{>\,0}$ 와 모든 $(i,j){\in}\mathbb{I}_{\!\!4}{\times}\mathbb{I}_{\!\!4}$ 에 대해서, 행렬부등식

$$\overline{G}_{ij}^{T}\overline{P} + \overline{P}\overline{G}_{ij} + \frac{1}{\rho^{2}}\overline{P}\overline{P} + \overline{Q} < 0$$
(23)

을 만족하는 $P_1 = P_1^T > 0$, $P_2 = P_2^T > 0$, $Q = Q^T > 0$, 그리고 K_i , $i \in \mathbb{I}_4$ 가 존재한다고 가정하자, 여기서

$$\overline{P} = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix}, \quad \overline{Q} = \begin{bmatrix} Q & -Q \\ -Q & Q \end{bmatrix}, \quad \overline{G}_{ij} = \begin{bmatrix} A_i + B_i K_j & -B_i K_j \\ 0 & A_r \end{bmatrix}$$

그리고 A_i , B_i , $i \in \mathbb{I}_4$ 는 부록 A에 제시. 그 때, $x \in \mathbb{B}_x$, r = 0에 대해서 시스템 (21)은 점근적 안정화되며, $\overline{x}(0) = 0$ 일 때 문제 1 에서 제시된 H_{∞} 추종 성능은 보장된다.

 $\mathbf{\mathbf{GG}}$: 부채꼴 비선형성 기법[13]을 이용하여, $x \in \mathbb{B}_{r}$ 일 때

$$\begin{split} x_8 &= \hat{\theta}_{11} \hat{a}_{11} + \hat{\theta}_{12} \hat{a}_{12} \\ x_7 &= \hat{\theta}_{21} \hat{a}_{21} + \hat{\theta}_{22} \hat{a}_{22} \end{split}$$

이 만족됨을 알 수 있다, 여기서 $\hat{\theta}_{ij}$, \hat{a}_{ij} , $(i, j) \in \mathbb{I}_2 \times \mathbb{I}_2$ 은 부록 A에 제시. 이 때, $\sum_{j=1}^2 \hat{\theta}_{ij} = 1$, $i \in \mathbb{I}_2$ 을 만족하기 때문에 (22)에서 $\hat{f}_3(x)$ 와 $g_1(x)$ 은

$$\hat{f}_{3}(x) = \sum_{i_{1}=1}^{2} \sum_{i_{2}=1}^{2} \hat{\theta}_{1i_{1}} \hat{\theta}_{2i_{2}} \hat{f}_{3i_{1}i_{2}} \ g_{1}(x) = \sum_{i_{1}=1}^{2} \sum_{i_{2}=1}^{2} \hat{\theta}_{1i_{1}} \hat{\theta}_{2i_{2}} g_{1i_{1}i_{2}}$$

으로 표현할 수 있다, 여기서 \hat{f}_{3i,i_2} , g_{1i,i_2} , $(i_1,i_2) \in \mathbb{I}_2 \times \mathbb{I}_2$ 는 부록 A에 제시. 결국, $x \in \mathbb{B}_r$ 일 때, (22)에서 G(x)는

$$G(x) = \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{4} \theta_i \theta_j \overline{G}_{ij}$$
(24)

을 만족함을 알 수 있다. 리아프노브(Lyapunov) 함수

 $V = \overline{x}^T \overline{P} \overline{x}$

를 고려하자. 폐루프 시스템 (22)의 \overline{x} 에 따른 V의 미분계수 (derivative)는

$$\dot{V}|_{(22)} = \begin{bmatrix} \overline{x} \\ \overline{w} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \overline{G}(x)^T \overline{P} + \overline{P} \overline{G}(x) + \overline{Q} & \overline{P} \\ \overline{P} & -\rho^2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{x} \\ \overline{w} \end{bmatrix}$$
$$- \overline{x}^T \overline{Q} \overline{x} + \rho^2 \overline{w}^T \overline{w}$$

이다. 수식 (24), 슈어(Schur) 보수를 적용하면 다음 관계식이

$$\begin{split} \dot{V}|_{(22)} <& -\overline{x}^T \overline{Q} \overline{x} + \rho^2 \overline{w}^T \overline{w} \\ & \leftarrow \begin{bmatrix} \overline{G}(x)^T \overline{P} + \overline{P} \overline{G}(x) + \overline{Q} & \overline{P} \\ \overline{P} & -\rho^2 I \end{bmatrix} < 0 \\ & \leftarrow \begin{bmatrix} \overline{G}_{ij}^T \overline{P} + \overline{P} \overline{G}_{ij} + \overline{Q} & \overline{P} \\ \overline{P} & -\rho^2 I \end{bmatrix} < 0, \quad \forall \quad (i,j) \in \mathbb{I}_4 \times \mathbb{I}_4 \\ & \Leftrightarrow (23) \end{split}$$

만족함을 알 수 있다. 결국 행렬부등식 (23)이 만족하면 r=0일 때, $\dot{V}_{(22)} < 0$ 이므로 시스템 (21)은 퍼지 제어기(22)에 의해 점근 적 안정화된다. 또한, $\bar{x}(0) = 0$ 일 때,

$$\begin{split} \dot{V}|_{(22)} <& -\overline{x}^T \overline{Q} \overline{x} + \rho^2 \overline{w}^T \overline{w} \\ \Rightarrow V(\overline{x}(t_f)) <& -\int_0^{t_f} \overline{x}^T \overline{Q} \overline{x} dt + \rho^2 \int_0^{t_f} \overline{w}^T \overline{w} dt \\ \Rightarrow \int_0^{t_f} \overline{x}^T \overline{Q} \overline{x} dt <& \rho^2 \int_0^{t_f} \overline{w}^T \overline{w} dt \\ \Leftrightarrow \int_0^{t_f} (x - x_r)^T Q(x - x_r) dt <& \rho^2 \int_0^{t_f} \overline{w}^T \overline{w} dt \end{split}$$

으로부터 H_{∞} 추종 성능지수가 충족됨을 알 수 있다.

참고 1 선형 행렬 부등식 형태가 아닌 (23)의 해를 구하는 여 러 해결책이 존재한다. 간단한 방법으로 먼저 주어진 $\rho \in \mathbb{R}_{>0}$ 와 모든 $(i, j) \in \mathbb{I}_4 \times \mathbb{I}_4$ 에 대해서 다음 선형행렬부등식

$$\widetilde{P_1}A_i^{\ T} + \widetilde{K}_j^{\ T}B_i^{\ T} + A_i\widetilde{P_1} + B_i\widetilde{K}_j + \frac{1}{\rho^2}I + \widetilde{Q} < 0$$

을 만족하는 $\tilde{P}_1 := P_1^{-1}$, $\tilde{K}_i := K_i P_1^{-1}$, 및 $\tilde{Q}_i = P_1^{-1} Q P_1^{-1}$ 를 찾는 다. 다음으로 주어진 P_1 , K_i , Q에 대하여 행렬부등식 (23)을 만 족하는 P_2 를 구한다.

4. 시뮬레이션

제안된 설계 기법의 검증을 위해 표 1에 제시된 변수 값을 가 지는 수중 글라이더 동역학 식 (1)부터 (7)을 고려하자. 설계 목 표는 기준 입력 신호를 추종하는 안정한 제어기를 설계하는 것이 다. $|x_7| \le 0.0005$, $|x_8| \le 0.0007$ 라 가정 하자. 참고1을 고려하여 정리 1을 만족하는 가능해(feasible solution)가 존재한다. 부록 B 에는 정리 1을 만족하는 행렬 P_1 , P_2 와 제어이득행렬 K_i , $i \in I_4$ 를 제시한다. 또한 선형 제어기와의 비교 시뮬레이션을 통해 설 계된 제어기의 우수성을 검증한다.

표 1 수중 글라이더 변수값 [6, 15]

Table 1 Varables in the underwater glider [6	i, 15	5
---	-------	---

변수	값
<i>m</i>	11.22
m_h	8.22
\overline{m}	2
m_{f1}	2
m_{f3}	14
J_2	0.1
K_{D_0}	18
K _D	109
K_L	306
K_{L_0}	0
K_M	-36.5
K_{M_0}	0
g	9.8



- **그림 3** x의 시간 응답: 퍼지 제어기(실선), 선형제어기(일점-쇄 선), x_r(점선)
- Fig. 3 Time responses of x by the fuzzy controller (solid) and by the linear controller (dash-dot) and x_r (dotted line)



- **그림 4** z의 시간 응답: 퍼지 제어기(실선), 선형제어기(일점-쇄 선), x, (점선)
- Fig. 4 Time response of z by the fuzzy controller (solid) and by the linear controller (dash-dot) and x_r (dotted line)



그립 5 θ의 시간 응답: 퍼지 제어기(실선), 선형제어기(일점-쇄 선), x_r(점선)

Fig. 5 Time response of θ (solid line-fuzzy controller, dash dot line-linear controller), time response of x_r (dotted line)



그림 6 Ω₁의 시간 응답: 퍼지 제어기(실선), 선형제어기(일점-쇄선), 𝑥, (점선)

Fig. 6 Time response of \varOmega_1 by the fuzzy controller (solid) and by the linear controller (dash-dot) and x_r (dotted line)



그림 7 v₁의 시간 응답: 퍼지 제어기(실선), 선형제어기(일점-쇄 선), x_r(점선)

Fig. 7 Time response of v_1 by the fuzzy controller (solid) and by the linear controller (dash-dot) and x_r (dotted line)



- **그림 8** v₃의 시간 응답: 퍼지 제어기(실선), 선형제어기(일점-쇄 선), x_r(점선)
- Fig. 8 Time response of v_3 by the fuzzy controller (solid) and by the linear controller (dash-dot) and x_r (dotted line)



- **그림 9** r_{p1}의 시간 응답: 퍼지 제어기(실선), 선형제어기(일점-쇄 선), x_r(점선)
- Fig. 9 Time response of r_{p_1} by the fuzzy controller (solid) and by the linear controller (dash-dot) and x_r (dotted line)



- **그림 10** r_{p3}의 시간 응답: 퍼지 제어기(실선), 선형제어기(일점-쇄선), x_r(점선)
- Fig. 10 Time response of $r_{\rm p_3}$ by the fuzzy controller (solid) and by the linear controller (dash-dot) and x_r (dotted line)



그립 11 m_b의 시간 응답: 퍼지 제어기(실선), 선형제어기(일점-쇄선), x_r(점선)

Fig. 11 Time response of m_b by the fuzzy controller (solid) and by the linear controller (dash-dot) and x_r (dotted line)

30cms(t) 30sint]^T로 설정하였다. 시뮬레이션 그림에서 실선 부 분, 일점쇄선 부분과 점선 부분은 각각 퍼지 제어기의 시간응답, 선형제어기의 시간응답과 기준모델의 시간응답을 표시한 것이다. 시뮬레이션 결과 제안된 퍼지 제어기는 전체 상태변수가 기준모 델을 추종하는 반면 선형제어기는 일부분만 기준모델을 추종함을 알 수 있다. 결과적으로 제안된 퍼지 제어기의 성능이 선형 제어 기보다 우수함을 검증하였다.

5.결 론

본 논문은 T-S 퍼지 모델을 이용한 6자유도 비선형 수중글라 이더의 깊이제어를 실시하였다. 부분 선형화와 부채꼴 비선형성 을 이용하여 수중글라이더 동역학을 T-S 퍼지 모델로 표현하였 다. 기준 모델을 설정하여 T-S 퍼지 모델과의 오차식은 리아프 노프 안정도 기준 함수를 통해 선형행렬부등식 형태로 도출하였 다. 비교 시뮬레이션을 통해 제안된 설계 기법의 우수성을 검증 하였다.

부 록 A

함수 $\theta_i, i \in \mathbb{I}_4$ 는

$$\theta_1 = \hat{\theta}_{11} \hat{\theta}_{21}, \ \theta_2 = \hat{\theta}_{11} \hat{\theta}_{22}, \ \theta_3 = \hat{\theta}_{12} \hat{\theta}_{21}, \ \theta_4 = \hat{\theta}_{12} \hat{\theta}_{22}$$

여기서

$$\begin{split} \hat{\theta}_{11} &= \frac{x_8 - \hat{a}_{12}}{\hat{a}_{11} - \hat{a}_{12}}, \ \hat{\theta}_{12} &= 1 - \hat{\theta}_{11} \\ \hat{\theta}_{21} &= \frac{x_7 - \hat{a}_{22}}{\hat{a}_{21} - \hat{a}_{22}}, \ \hat{\theta}_{22} &= 1 - \hat{\theta}_{21} \\ \hat{a}_{11} &= \sup_{x \in \mathbb{B}_x} x_8, \ \hat{a}_{12} &= \inf_{x \in \mathbb{R}_x} x_8 \end{split}$$

$$\hat{a}_{21} = \sup_{x \in \mathbb{B}_x} x_7, \ \hat{a}_{22} = \inf_{x \in \mathbb{B}_x} x_7$$

행렬
$$A_i, B_i, i \in \mathbb{I}_4$$
는

$$A_{i} = \begin{bmatrix} \hat{f}_{1} & \hat{f}_{2} \\ \tilde{f}_{i} & \hat{f}_{4} \end{bmatrix}, \quad B_{i} = \begin{bmatrix} \tilde{g}_{i} \\ g_{2} \end{bmatrix}$$

여기서

부 록 B

$$\begin{split} P_1 &= \begin{bmatrix} P_{11} P_{12}^T \\ P_{12} P_{13}^T \end{bmatrix}, \ P_2 = 10^{-3} \times \begin{bmatrix} P_{21} P_{22}^T \\ P_{22} P_{23} \end{bmatrix}, \\ K_1 &= 10^3 \times [K_{11} K_{12}], \ K_2 &= 10^3 \times [K_{21} K_{22}], \\ K_3 &= 10^3 \times [K_{31} K_{32}], \ K_4 &= 10^3 \times [K_{41} K_{42}], \\ \\ P_{11} &= \begin{bmatrix} 0.8866 & 0 & 6.2090 & 1.0763 & 2.1337 & -0.0005 \\ 0 & 2.1628 & 0.0001 & 0 & 0 & 4.0692 \\ 6.2090 & 0.0001 & 61.1082 & 10.3997 & 19.8453 & -0.0005 \\ 1.0763 & 0 & 10.3997 & 1.8938 & 3.5420 & -0.0001 \\ 2.1337 & 0 & 19.8453 & 3.5420 & 6.9854 & -0.0002 \\ -0.0005 & 4.0692 & -0.0005 & -0.0001 & -0.0002 & 9.8796 \end{bmatrix}, \\ P_{12} &= \begin{bmatrix} -18.5903 - 0.0002 - 190.3258 - 33.2600 - 63.3294 & 0.0007 \\ 0.0001 & 0.1646 & -0.0023 & -0.0004 & -0.0009 - 1.0507 \\ -0.2764 & 0 & -3.0821 & -0.5704 & -1.1220 & 0 \\ 0.0002 & 0.4432 & 0.0001 & 0 & 0 & 0.0274 \\ -0.0001 & 1.1632 & -0.0001 & 0 & 0 & 0.27294 \end{bmatrix}, \\ P_{13} &= \begin{bmatrix} 649.1620 & 0.0085 & 10.9470 & 0.0003 & 0 \\ 0.0085 & 1.1858 & 0.0002 & 0.7108 & -0.2251 \\ 10.9470 & 0.0002 & 0.2517 & 0 & 0 \\ 0.0040 & 0.012 & 0 & 0 & -0.0007 & -0.0001 \\ -0.0012 & 0 & 0.0029 & -0.0022 & -0.0011 & 0 \\ 0.0017 & 0 & -0.0022 & 0.1430 & -0.0345 & 0 \\ -0.0234 - 0.0007 & -0.0011 & -0.0345 & 0.0260 & 0 \\ -0.0021 - 0.0001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0001 \end{bmatrix}, \\ P_{22} &= \begin{bmatrix} -0.0002 & 0 & 0.0007 & 0.0001 & 0 & 0 \\ -0.0021 & -0.0001 & 0 & 0 & 0 & 0.0001 \\ -0.0021 - 0.0001 & 0 & 0 & 0 & 0.0001 \end{bmatrix}, \\ \end{array}$$

$$\begin{split} P_{23} &= \begin{bmatrix} 0.0002 & 0 & -0.0002 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0013 & -0.0017 & -0.0002 & 0.0002 \\ -0.0002 & -0.0017 & 0.0729 & 0.0037 & 0.0001 \\ 0 & -0.0002 & 0.0037 & 0.0003 & 0 \\ 0 & 0.0002 & 0.0001 & 0 & 0.0001 \end{bmatrix}, \\ K_{11} &= \begin{bmatrix} 0.0827 & -0.0002 & 0.8711 & 0.1481 & 0.2905 & 0.0003 \\ -0.0001 & -0.0030 & -0.0010 & -0.0002 & -0.0005 & 0.0096 \\ 0 & -0.0275 & 0 & 0 & 0 & -0.0664 \end{bmatrix}, \\ K_{12} &= \begin{bmatrix} -3.0612 & -0.0005 & -0.0529 & -0.0003 & 0 \\ 0.0030 & -0.0126 & 0.0001 & -0.0090 & 0.0018 \\ -0.0001 & 0.0058 & 0 & -0.0010 & -0.0194 \end{bmatrix}, \\ K_{21} &= \begin{bmatrix} 0.0827 & 0.0001 & 0.8711 & 0.1481 & 0.2905 & -0.0002 \\ 0.0001 & -0.0275 & 0 & 0 & 0 & -0.0664 \end{bmatrix}, \\ K_{22} &= \begin{bmatrix} -3.0612 & 0.0004 & -0.0529 & 0.0003 & 0 \\ -0.0018 & -0.0126 & -0.0001 & -0.0090 & 0.0018 \\ -0.0001 & 0.0058 & 0 & -0.0010 & -0.0194 \end{bmatrix}, \\ K_{31} &= \begin{bmatrix} 0.0826 & -0.0003 & 0.8705 & 0.1479 & 0.2901 & 0.0005 \\ 0 & -0.0275 & 0 & 0 & 0 & -0.0664 \end{bmatrix}, \\ K_{32} &= \begin{bmatrix} -3.0605 & -0.0010 & -0.0528 & -0.0007 & 0.0001 \\ 0.0186 & -0.0126 & 0.0004 & -0.0990 & 0.0018 \\ -0.0001 & 0.0058 & 0 & -0.0010 & -0.0194 \end{bmatrix}, \\ K_{41} &= \begin{bmatrix} 0.0826 & 0.0003 & 0.8705 & 0.1479 & 0.2901 & 0.0005 \\ 0 & -0.0275 & 0 & 0 & 0 & -0.0664 \end{bmatrix}, \\ K_{41} &= \begin{bmatrix} 0.0826 & 0.0003 & 0.8705 & 0.1479 & 0.2901 & -0.0005 \\ 0.0005 & -0.0300 & 0.0052 & 0.0010 & 0.0019 \\ 0 & -0.0275 & 0 & 0 & 0 & -0.0664 \end{bmatrix}, \\ K_{42} &= \begin{bmatrix} -3.0605 & 0.0009 & -0.0528 & 0.0007 & -0.0001 \\ -0.0176 & -0.0126 & -0.0004 & -0.0990 & 0.0018 \\ -0.001 & 0.0058 & 0 & -0.0010 & -0.0194 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

References

- N. A. A. Hussain, M. R. Arshad, and R. Mohd-Mokhtar, "Underwater glider modelling and analysis for net buoyancy, depth and pitch angle control," *Ocean Engineering*, vol. 38, no. 16, pp. 1782-1791, 2011.
- [2] J. Cao, J. Cao, B. Yao, and L. Lian, "Three dimensional model, hydrodynamics analysis and motion simulation of an underwater glider," *IEEE oceans*, 2015.
- [3] S. Yogang, S. K. Bhattacharyya, and V. G. Idichandy. "CFD approach to modelling, hydrodynamic analysis and motion characteristics of a laboratory underwater glider with experimental results," *Journal of Ocean Engineering and Science*, vol. 2, no. 2, pp. 90–119, 2017.
- [4] R. da Silva Tchilian, E. Rafikova, S. A. Gafurov, and M. Rafikov, "Optimal Control of an Underwater Glider Vehicle," *Procedia Engineering*, vol. 176, pp. 732-740, 2017.
- [5] M. M. Noh, M. R. Arshad, and R. M. Mokhtar, "Depth and pitch control of USM underwater glider: performance comparison PID vs LQR," *Indian Journal* of Geo-Marine Sciences, vol. 40, no. 2, pp. 200-206, 2011.

- [6] N. E. Leonard, J. G. Graver, "Model-based feedback control of autonomous underwater gliders," IEEE Journal of Oceanic Engineering, vol. 26, no. 4, pp. 633-645, 2001.
- [7] S. Fan and C. A. Woolsey. "Dynamics of underwater gliders in currents," *Ocean Engineering*, vol. 84, no. 1, pp. 249–258, 2014.
- [8] S. C. Jee. J, H. Moon, and H. J. Lee, "Stabilization of underwater glider by torque control: feedback linearization approach," *The Institute of Electronics Engineers of Korea Conference*, pp. 1358–1360, 2014.
- [9] S. C. Jee, H. J. Lee, M. H. Kim, and J. H. Moon, "Stabilization of underwater glider by buoyancy and moment control : feedback linearization approach," *Journal of Ocean Engineering and Technology*, vol. 28 no. 6, pp. 546-551, 2014.
- [10] J. H. Moon and H. J. Lee, "Underwater glider modelbased sampled-data controller design and stability analysis," *The Korean Society of Mechanical Engineers conference*, pp. 2859–2862, 2015.
- [11] S. W. Jun, D. W. Kim, and H. J. Lee, "Design of T-S Fuzzy-Model-Based Controller for Control of Autonomous Underwater Vehicles," *Journal of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 21 no. 3, pp. 302-306, 2011.
- [12] D. W. Kim, "Tracking of REMUS autonomous underwater vehicles with actuator saturations," *Automatica*, vol. 58, pp. 15-21, 2015.
- [13] K. Tanaka and H. O. Wang, Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach, John Wiley & Sons, 2004.
- [14] H. K. Khalil, Nonlinear Control, Upper Saddle River, NJ:Prentice, 1996.
- [15] A. T. Bardolet, "Contributions to Guidance and Control of Underwater Gliders," Master's Thesis, Southern Denmark University, Odense, Denmark, 57 pages, 2011.
- [16] C.-S. Tseng, B.-S. Chen, and H.-J. Uang, "Fuzzy tracking control design for nonlinear dynamic systems via T-S fuzzy model," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 9, pp. 381-392, 2001.

감사의 글

본 논문은 2017년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국 연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. 한국연구 재단에서 부여한 과제번호 : NRF-2017R1A1A1A05001024). 저 자 소 개



이 경 학 (Gyeoung Hak Lee)

2016년 : 한밭대학교 전기공학과 학부 졸업. 2017~현재 : 동대학원 석사과정 중. 관심분 야:T-S 퍼지 시스템, 퍼지 모델링, 수중글 라이더

E-mail : mi101183@hanbat.ac.kr



김도완(Do Wan Kim)

2002년 : 연세대학교 기계전자공학부 (공학 사). 2004년 : 연세대학교대학원 전기전자공 학과 (공학석사). 2007년 : 동 대학원 전기전 자공학과(공학박사). 2008년 : University of California, Berkeley 박사 후 과정. 2009년 : 연세대학교 전기전자공학과 BK 연구교수. 2010년~현재 : 국립한밭대학교 전기공학과 부 교수.

관심분야 : 비선형 디지털 제어, 자율 주행 제어, 지능 제어, 디지털 재설계. E-mail : dowankim@hanbat.ac.kr