

수레-2축역진자 시스템의 SIIM 퍼지 의사-슬라이딩 모드 제어에 관한 연구

채창현*[#], 김성로**

*금오공과대학교 전자공학부, **한화시스템 ILS 연구센터

A Study on the SIIM Fuzzy Quasi-Sliding Mode Control for the Double Inverted Pendulum on a Cart

Chang-Hyun Chai*[#], Seong-Ro Kim**

*School of Electronic Engineering, KNUT., **ILS Research Center, Hanwha Systems

(Received 3 January 2018; received in revised form 10 January 2018; accepted 23 January 2018)

ABSTRACT

In this paper, we propose the SIIM fuzzy Quasi-sliding mode controller for the system of a double inverted pendulum on a cart. Since it is difficult to handle this 6th-order system, we decoupled the entire system into three 2nd order subsystem, and we designed the SIIM fuzzy Quasi-sliding mode controller for each subsystem, which was easy and did not require the derivation of the equivalent control. The stability of the entire system is guaranteed using Lyapunov function. The validity and robustness of the proposed controller are demonstrated through the computer simulation, and the results are compared with the results of former studies.

Key Words : Double Inverted Pendulum(이축 역진자), SIIM Fuzzy(간편 간접추론방식 퍼지), Quasi-Sliding Mode(의사 슬라이딩 모드)

1. 서 론

역진자 시스템은 대표적인 비선형시스템으로 우주항공 분야의 발사대 안정화 문제를 포함한 비행체 자세제어 시스템의 설계에 필수적인 시험대로 알려져 있다. 더구나 수레 위에 2개의 역진자를 탑재한 수레-2축역진자 시스템은 비선형이며 비최소위상을 갖는 6차 시스템으로 한 개의 제어입력으로 역진자의 안정화문제와 수레의 위치를 동시 제어해야

하는 매우 어려운 시스템이다^[1-5]. 최근 Lo 등은 6차 시스템을 3개의 2차 부시스템으로 비결합한 후, 각 부시스템에 퍼지 슬라이딩 모드 제어를 설계하여 역진자의 안정화와 수레를 원점으로 제어할 수 있음을 보여 주었다^[2]. 한편, Moysis 는 LQR 제어를 사용하여 2축역진자를 제어하고 있으나, 역진자의 안정화를 유지하기 위해 수레를 한 방향으로 무한정 움직여야 하는 문제점이 지적되고 있다^[5].

본 논문에서는 Lo 등과 같이 수레-2축역진자 시스템을 3개의 2차 부시스템(subsystem)으로 분해(decouple)한 후, 각 부시스템에 대해 SIIM 퍼지 의사-슬라이딩 모드 제어를 설계하였다. 제안한 제

Corresponding Author : ccnyun@kumoh.ac.kr
Tel: +82-10-5060-6714, Fax: +82-54-478-7453

여기는 2축역진자를 수직 상태로 유지하며, 수레를 원점으로 제어할 수 있다. 전체 시스템의 안정도 해석은 설계된 퍼지제어기의 퍼지 입력변수가 슬라이딩 모드의 존재조건을 만족하면 충족되며, 제안된 제어기의 우수성과 효율성을 컴퓨터 모의실험을 통해 Lo 등의 제어기와 비교하여 입증하였다.

2. 수레-2축역진자 제어시스템

2.1 의사-슬라이딩 모드 제어시스템

수레 위에 탑재한 2축역진자 시스템은 Fig. 1과 같으며, 시스템 방정식은 식 (1)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{2i-1} &= x_{2i} \\ \dot{x}_{2i} &= f_i(x) + b_i(x)u + d_i(t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, $x = [x_1, x_2, \dots, x_6]^T$ 는 상태변수 벡터로 x_1 과 x_2 는 수직축에 대한 제1축의 각도와 각속도, x_3 와 x_4 는 제2축의 각도와 각속도, x_5 와 x_6 는 수레의 위치와 속도이다. 그리고 f_i , ($i = 1, 2, 3$)와 b_i 는 상태변수의 비선형함수로 부록 1과 같으며, 외란 $|d_i| < D_i(t)$ 의 크기는 한정(bounded)되었고 가정한다.

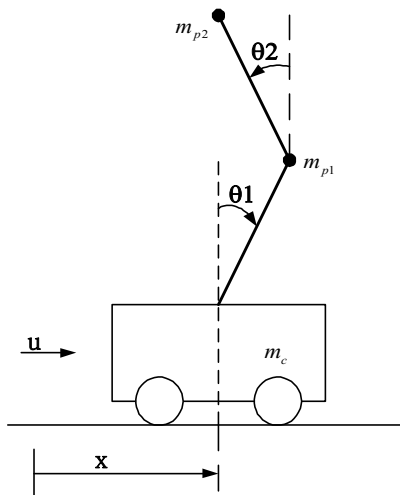


Fig. 1 Cart-double inverted pendulum system

i 번째 부시스템에 대한 슬라이딩 라인은 식 (2)로 정의한다. 또한, 슬라이딩 모드 제어이론에 의해 제어입력은 식 (3)과 같이 구해진다.

$$s_i = c_i x_{2i-1} + x_{2i} \quad (2)$$

$$u_i = \hat{u}_i - K_i \cdot \text{sat}(s_i / \Phi_i) \quad (3)$$

여기서 \hat{u}_i 는 외란이 없다고 가정한 상태에서 $s_i = 0$ 에서 구해진 등가제어입력이고, K_i 는 비선형 절환이득으로 각각 식(4)와 같이 구해진다.

또한 $\text{sat}(\cdot)$ 함수는 채터링 문제를 해결하기 위해 도입된 유계층으로 식 (5)와 같이 정의된다.

$$\hat{u}_i = \frac{-c_i x_{2i-1} - f_i(x)}{b_i(x)}, \quad K_i > \frac{D_i}{|b_i(x)|} \quad (4)$$

$$\text{sat}(\Phi) = \begin{cases} \text{sgn}(\phi), & \text{if } |\phi| \geq 1 \\ \phi, & \text{if } |\phi| < 1 \end{cases} \quad (5)$$

전체 시스템의 제어목적은 제어입력 $u(t)$ 를 사용하여 역진자의 위치를 수직상태로 유지하면서 수레를 원점(평형상태, equilibrium state)으로 제어하는 일이다. 따라서 제어 목적을 달성하려면 제1축이 먼저 슬라이딩 모드에 도달한 후에 제2축이 슬라이딩 모드에 도달하고 마지막으로 수레가 슬라이딩 모드에 도달하여야 한다. 따라서 제1축, 제2축, 그리고 수레를 각각 부시스템으로 정의하면 각 부시스템에 대한 슬라이딩 라인의 식 (6)과 같이 수정하여 설정한다^[2].

$$\begin{aligned} s_1 &= c_1(x_1 - z) + x_2, \quad z = \text{sat}(s_2 / \Phi_z) \cdot Z_u \\ s_2 &= c_2(x_3 - w) + x_4, \quad w = \text{sat}(s_3 / \Phi_w) \cdot W_u \\ s_3 &= c_3 x_5 + x_6 \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 Φ_z 및 Φ_w 는 각각 s_2 와 s_3 에 대한 유계층의 두께이다. 또한, z 와 w 는 부시스템간의 결합정도를 나타내는 전달인자로 부시스템의 슬라이딩 함수가 적절한 유계층을 갖도록 조정된다. 그리고 Z_u 와 W_u 는 식 (7)과 같이 전달인자들의 절대값의 상한으로 식 (8)의 범위를 갖는다.

$$|z| \leq Z_u, \quad |w| \leq W_u \quad (7)$$

$$0 < Z_u, W_u < 1 \quad (8)$$

슬라이딩 라인이 식 (2)에서 식 (6)으로 수정되었으므로 각 부시스템의 제어입력은 ψ -cell을 도입하여 식 (9)와 같은 의사-슬라이딩 모드 제어논리로 구현할 수 있다^[7].

$$u_i = \psi_{i1}(x_i - z) + \psi_{i2}\dot{x}_i \quad (9)$$

여기서 ψ_{i1} 은 식 (10)에서 구해지며, ψ_{i2} 는 식 (11)에서 구해진다. 식 (9)에서 두 번째 부시스템의 경우 $z = w$, 세 번째 부시스템에서는 $z = 0$ 이다.

$$\psi_{i1} = \begin{cases} \alpha_{i1} > 0, & \text{if } s_i(x_i - z) > 0 \\ \beta_{i1} < 0, & \text{if } s_i(x_i - z) < 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$\psi_{i2} = \begin{cases} \alpha_{i2} > 0, & \text{if } s_i\dot{x}_i > 0 \\ \beta_{i2} < 0, & \text{if } s_i\dot{x}_i < 0 \end{cases} \quad (11)$$

제어기 이득 (ψ_{i1} , ψ_{i2})의 값은 시스템의 궤적이 항상 슬라이딩 라인을 향하도록 식 (12)의 슬라이딩 모드의 존재조건(The existence condition)을 만족하도록 선정한다.

$$\lim_{s_i \rightarrow 0} s_i \dot{s}_i < 0 \quad (12)$$

슬라이딩 모드의 존재조건을 만족하는 α_{i1} , α_{i2} , β_{i1} , β_{i2} 는 각각 식 (13), 식 (14)와 같다.

$$\beta_{i1} < 0 < \alpha_{i1} \quad (13)$$

$$\beta_{i2} < \min_{a,b} \left| \frac{-c_i x_{2i} - f_i}{b_i} \right|, \quad (14-a)$$

$$\max_{a,b} \left| \frac{-c_i x_{2i} - f_i}{b_i} \right| < \alpha_{i2} \quad (14-b)$$

제안된 SIIM 퍼지 의사-슬라이딩 모드 제어기는 각 부시스템에서 정의되는 식 (6)으로 주어지는 슬

라이딩 라인의 $\psi_{i1}(x_i - z)$ 와 $\psi_{i2}\dot{x}_i$ 를 퍼지 입력 변수로 하여 SIIM 퍼지논리에 의해 제어입력을 생성한다.

2.2 SIIM 퍼지 의사-슬라이딩모드 제어기

SIIM 퍼지제어^[6]는 일반적으로 식 (15)로 주어지는 단조(monotonic)증가 소속함수를 사용하며, 입력변수의 소속정도 ω_i 는 식 (16)과 같이 결정된다.

$$P(x_i) = \frac{x_i + L}{2L}, \quad N(x_i) = \frac{-x_i + L}{2L} \quad (15)$$

$$\omega_i = P(x_i) \quad \text{또는} \quad \omega_i = N(x_i) \quad (16)$$

여기서, x_i 는 입력변수이다.

입력변수에 대한 퍼지 제어규칙은 두 개의 입력변수에 대해 4개의 구성된다.

(R1) IF x_1 is P, Then u_{11} is P^{-1} .

(R2) IF x_1 is N, Then u_{12} is N^{-1} .

(R3) IF x_2 is PA, Then u_{21} is P^{-1} .

(R4) IF x_2 is NA, Then u_{22} is N^{-1} .

출력변수의 소속함수는 식 (17)로 주어지는 2개의 단조증가 비선형함수이며, 역함수(inverse function)는 식 (18)과 같다.

$$PC = 4.5 - \sqrt{21.25 - \left(\frac{x_i}{L} + 2\right)^2} \quad (17)$$

$$NC = 4.5 - \sqrt{21.25 - \left(\frac{x_i}{L} - 2\right)^2}$$

$$PC^{-1} = L \times \left[-2 + \sqrt{21.25 - (\omega_i - 4.5)^2} \right] \quad (18)$$

$$NC^{-1} = L \times \left[2 - \sqrt{21.25 - (\omega_i - 4.5)^2} \right]$$

비퍼지화는 가중치 결합을 사용하여 제어입력 u_1 과 제어입력 u_2 는 식(19)와 같으며, 전체 퍼지 제어입력 u 는 가중치 합 of 평균(weighted sum mean)인 식 (20)으로 결정된다.

$$u_1 = \frac{w_1 u_{11} + w_2 u_{12}}{w_1 + w_2} \quad (19)$$

$$u_2 = \frac{w_3 u_{21} + w_4 u_{22}}{w_3 + w_4}$$

$$u = \frac{1}{2}(u_1 + u_2) \quad (20)$$

3. 실험결과 및 고찰

본 장에서는 Lo 등^[2]의 퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 결과와 SIIM 퍼지 Quasi-슬라이딩 모드 제어기의 결과를 비교하였다. 모의실험에 사용된 매개변수는 표 1과 같으며, 그리고 입력 소속함수의 크기는 $L_1 = 50[rad]$ 와 $L_2 = 0.05[rad/s]$, 출력 소속함수의 크기는 각각 $M_1 = 1,000[N.m]$, $M_2 = 500[N.m]$ 이며, 샘플링 시간은 $0.01[s]$ 로 설정하였다.

Fig. 2는 축-1의 응답으로 Lo 등^[2]의 제어기에 의한 결과(점선)와 본 논문에서 제안한 제어기에 의한 결과(실선)를 함께 도시한 결과이다. 그림 3에 나타난 것과 같이 Lo 등^[2]의 제어기에 의한 결과는 보다 많은 리플과 더 느린 응답을 보이는데, 이는 Lo 등^[2]의 제어기에 의한 축-2의 상태가 평형상태에 도달하는데 더 많은 시간을 소요하기 때문으로 분석된다. 본 논문에서 제안된 제어기에 의한 축-1의 응답은 Lo 등^[2]의 제어기에 의한 응답과 유사한 모양의 리플을 보였지만 더 빠른 응답특성을 보임을 확인할 수 있다.

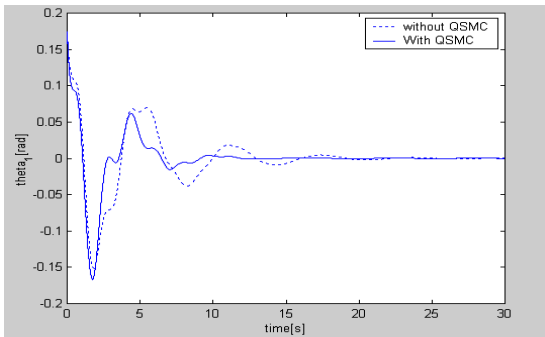


Fig. 2 Response of 1st pendulum

Table 1 Experimental parameters of simulation

c_1	c_2	c_3	Z_u	W_u	Φ_z	Φ_w
10	5	0.5	0.5	0.5	5	5

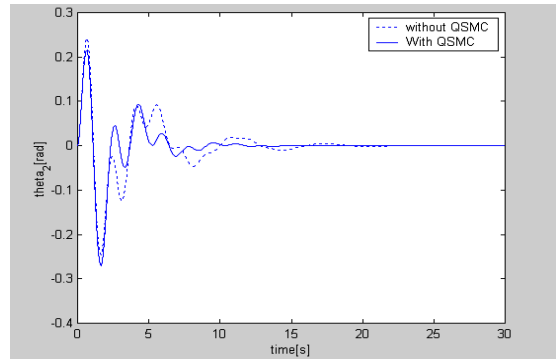


Fig. 3 Response of 2nd pendulum

Fig. 3은 축-2의 응답으로, 본 논문에서 제안한 제어기를 적용한 결과(실선)가 Lo 등^[2]의 제어기보다 오버슈트도 감소하였을 뿐만 아니라, 평형상태에 도달하는 시간이 상당히 짧아지는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 4는 수레의 위치를 도시한 것으로 제안된 제어기를 적용한 결과 수레는 원점의 좌우로 한번 스윙한 후에 10[초] 이내에 평형상태에 도달하는 것을 알 수 있다. 이러한 결과는 Lo 등^[2]의 제어기에 의한 결과는 축-2와 축-1이 슬라이딩 모드에 도달하는 시간이 길어진 결과, 수레가 5번 정도 원점을 스윙한 후 약 20[초]만에 평형상태에 도달하는 것에 비해 매우 우수한 결과이다.

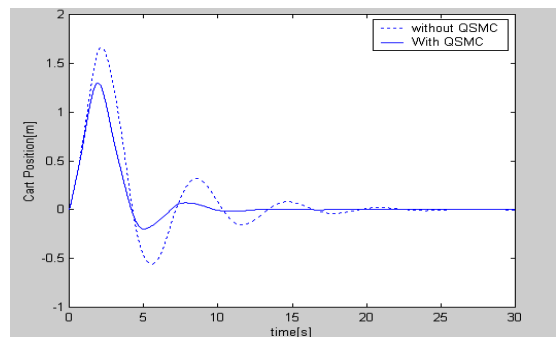


Fig. 4 The position of the cart

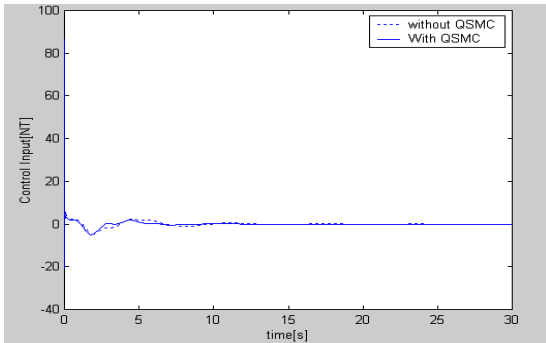


Fig. 5 The magnitude of control input

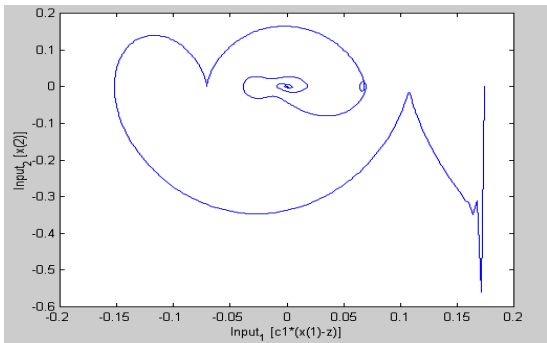


Fig. 6 Phase trajectory of sliding surface without QSMC

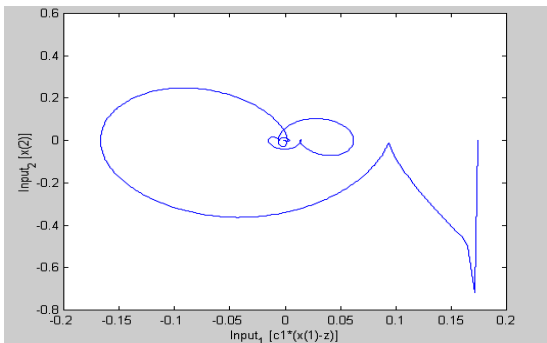


Fig. 7 Phase trajectory of sliding surface with SMC

Fig. 5는 제어입력의 크기를 도식한 것으로 Lo 등^[2]의 제어기에 의한 제어입력의 크기는 70[NT]이며, 본 논문에서 제안한 제어기를 적용한 경우에는 90[NT]으로 본 논문에서 제안한 제어기의 경우가 Lo 등^[2]의 제어기에 비해 초기에는 더 큰 제어입력을 요구하지만, 도달모드나 슬라이딩 모드

의 시간이 단축되어 시스템이 보다 더 빠르게 안정화됨을 알 수 있다.

Fig. 6은 기존의 퍼지 슬라이딩 모드를 적용한 경우의 슬라이딩 라인 s_1 의 위상궤적이며, Fig. 7은 본 논문에서 제안한 의사-슬라이딩 모드 제어기에 의한 슬라이딩 라인 s_1 의 위상궤적을 도식한 것이다. Fig. 6과 Fig. 7을 비교하면, 본 논문에서 제안한 제어기에 의한 위상궤적이 슬라이딩 라인에 도달하는 시간이 Lo 등^[2]의 제어기를 사용했을 때보다 매우 크게 단축하는 것을 알 수 있으며, 이 결과는 Fig. 4에서 수레가 평형상태에 빠르게 도달하는 것으로 입증된다.

4. 결론

본 논문에서는 수레-2축역진자 시스템에 SIIM 퍼지 의사-슬라이딩 모드 제어기를 설계하였다.

제안된 방법은 전체 시스템을 3개의 2차 부시스템으로 분리하여 해석하므로 이해하기 쉽고 사용하기도 간편하다. 또한 전체 시스템의 안정도 해석은 슬라이딩 모드의 존재 조건을 도입하여 간단하게 증명된다. 제안된 제어기는 2축의 역진자를 수직으로 유지할 수 있을 뿐만 아니라 수레를 원점으로 제어할 수 있으며 Lo 등^[2]의 결과에 비해 도달모드나 슬라이딩 모드의 시간이 단축되어 시스템이 보다 더 빠르게 안정화되는 것을 모의실험을 통해 확인하였다.

후 기

“이 연구는 금오공과대학교 학술연구비에 의하여 지원된 논문임.”

REFERENCES

1. Furuta K., Okutani T. and Some H., "Computer Control of Double Inverted Pendulum", Computer and Elect. Eng., Vol. 5, pp. 67-84, 1978.
2. Lo, J. C. and Kuo, Y. H., "Decoupled Fuzzy

- Sliding-Mode Control", IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 6, No. 3, pp. 426-435, 1998.
3. Lin, C. M. and Mon, Y. J., "Decoupling Control by Hierarchical Fuzzy Sliding-Mode Controller", IEEE Trans. on Control Systems Tech., Vol. 13, No. 4, pp. 593-598, 2005.
 4. Quia, D., Yi, J., and Zhao, D., "Hierarchical Sliding Mode Control to Swing up a Pendubot," Proc. of the 2007 ACC, July 11-13, 2007.
 5. Moysis, L., "Balancing a Double Inverted Pendulum using Optimal Control and Laguerre Functions," Technical Report, Aristotle Univ. of Thessaloniki, Greece, 2016.
 6. Lim, J. U., Lee, S. J., and Chai, C. H., "Trajectory Tracking Control for Two Wheeled Mobile Robot using Fuzzy Sliding Mode Control based Hyperbolic Function," Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 13, No. 3, pp. 28-34, 2014.
 7. Itkis U., Control Systems of Variable Structure, New York, Wiley, 1976.
 8. Chai, C. H., "Performance Improvement of an Extended Kalman Filter Using Simplified Indirect Method Fuzzy Logic," Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 15, No. 2, pp. 131-138, 2016.

부 록

$$f_1 = \frac{A_{21}}{l_1 m_{p1}} \sin(x_3 - x_1) + \frac{1}{l_1} g \sin x_1 - \frac{A_{11}}{l_1 m_c} \cos x_1 \sin x_1$$

$$b_1 = \frac{A_{22}}{l_1 m_1} \sin(x_3 - x_1) - \frac{\cos x_1}{l_1 m_c} - \frac{A_{12}}{l_1 m_c} \cos x_1 \sin x_1$$

$$f_2 = \frac{A_{11}}{l_2 m_{p1}} \sin(x_3 - x_1)$$

$$b_2 = \frac{A_{12}}{l_2 m_{p1}} \sin(x_3 - x_1), f_3 = \frac{A_{11}}{m_c} \sin x_1$$

$$b_3 = \frac{1}{m_c} + \frac{A_{12}}{m_c} \sin x_1, a_{11} = \frac{1}{m_{p1}} + \frac{\sin^2 x_1}{m_c}$$

$$a_{12} = -\frac{\cos(x_3 - x_1)}{m_{p1}}$$

$$a_{22} = \frac{1}{m_{p1}} + \frac{1}{m_{p2}}, \Delta = a_{11} a_{22} - a_{12}^2$$

$$A_{11} = \frac{a_{22}(l_1 x_2^2 - g \cos x_1) - a_{12} l_2 x_4^2}{\Delta}$$

$$A_{12} = -\frac{a_{22} \sin x_1}{\Delta m_c}, A_{22} = \frac{a_{12} \sin x_1}{\Delta m_c}$$

$$A_{21} = \frac{-a_{12}(l_1 x_2^2 - g \cos x_1) + a_{11} l_2 x_4^2}{\Delta}$$

where,

$l_1 = l_2 = 1[m]$: length of pole 1 & 2.

m_c : mass of the cart

$m_{p1} = m_{p2} = 1[kg]$: mass of pole 1 & 2.

$g = 9.8[m/sec^2]$: acceleration of gravity.