

지반내 세립토 유동에 대한 수치해석적 연구

Numerical Study on Fine Migration in Geo-materials

신 호 성¹ Shin, Hosung

Abstract

Soil internal erosion is a phenomenon in which fines attached to the solid skeleton are detached by fluid flow, and this continuous fine migration weakens the hydro-mechanical characteristics of the ground structure. This paper proposed governing equations for fine migration in pore spaces and its related scheme for the numerical analysis. Phase diagram for fine particles includes three different states: detached fines in the liquid phase (c_e), attached fines in the solid phase (σ_a), and pore-clogged fines in the solid phase (σ_s). Numerical formulations for finite element method are developed based on the hydraulic governing equations of pore fluid and fine migration. This study proposed a method of estimating model parameters for fine detachment, attachment, and clogging from 1D erosion experiments. And it proposed an analytical formula for hydraulic permeability function considering fine clogging. Numerical analysis of the previous erosion test developed the numerical scheme and verified the adequacy of fine migration models.

요 지

지반의 내부침식은 유체 흐름에 의하여 입자골격에 부착된 세립토가 이탈하는 현상이며, 지속적인 세립토의 유동은 지반구조물의 수리-역학적 특성을 약화시킨다. 본 논문은 세립토의 유동에 관한 지배방정식을 정립하고 수치해석 기법을 제안하였다. 공극내의 세립토는 액상의 세립토(c_e), 조립토에 부착된 입자(σ_a) 그리고 조립토골격에 폐색된 세립토(σ_s)로 구분하여 상관계를 제시하였다. 이를 바탕으로 세립토의 유동과 공극수의 흐름에 대한 수리학적 지배방정식들과 유한요소 수식화를 제시하였다. 세립토의 이탈, 부착 그리고 공극막힘에 대한 구성 모델들을 제시하였으며, 실내 1차원 침식실험으로부터 모델변수를 도출하는 방법을 제안하였다. 그리고 세립토의 공극 막힘 현상에 의한 지반의 투수계수 변화에 대한 추정식을 제안하였다. 기존의 침식실험 결과에 대한 수치해석을 통하여 개발된 해석기법과 세립토 유동 모델의 적정성을 검증하였다.

Keywords : Fine migration, FEM, Internal erosion

1. 서 론

지반 침식(soil erosion)은 유체 흐름에 의하여 원지반의 구성요소 중 일부가 이탈하여 유체와 함께 이동하는

현상이다. 일반적으로 인지하기 어려울 정도로 느리고 지속적으로 진행되지만, 때로는 급격한 침식으로 재산과 인명피해를 초래하기도 한다. 지반 침식은 침식의 발생 위치에 따라 크게 3가지 형태로 구분할 수 있다. 하

1 정희원, 울산대학교 건설환경공학부 교수 (Member, Prof., Dept. of Civil & Environmental Engrg., Univ. of Ulsan, Tel: +82-52-259-1723, Fax: +82-52-259-2629, shingeo@ulsan.ac.kr)

* 본 논문에 대한 토의를 원하는 회원은 2019년 5월 31일까지 그 내용을 학회로 보내주시기 바랍니다. 저자의 검토 내용과 함께 논문집에 게재하여 드립니다.

상침식과 같이 유체 흐름에 의한 지표면의 토립자 이동을 표면 침식(surficial erosion), 토석류 흐름과 같이 흐르는 토립자와 하상과의 충돌과 마찰에 의한 침식을 경계면 침식(interfacial erosion), 그리고 지반내부의 유체흐름에 의한 토립자의 이동을 내부 침식(internal erosion)이라고 한다(Chen and Zhang, 2015; Iverson, 2012; Reddi et al., 2000). 특히, 공극 내부의 유체의 흐름에 의하여 불안정성 상태의 세립토가 이동하는 현상을 입상 재료(granular media)에서는 “internal erosion”이라 부르고, 다공질 재료(porous media)에서는 “fine migration”이라고 한다(Civan, 2016).

지반공학에서 내부침식(internal erosion)은 제방과 댐의 붕괴(Fell et al., 2003; Fujisawa et al., 2010; Uzuoka et al., 2012; Zhang et al., 2013), 깊은우물공법에 의한 지반침하(Cividini et al., 2009) 그리고 강우에 의한 사면안정(Lei et al., 2017; Zhang and Zhang, 2014) 등과 같은 분야에서 연구가 수행되었다. 그리고 초기 유발 원인에 따라 concentrated leak erosion, backward erosion, contact erosion, 그리고 suffusion으로 구분하였다(Zhang et al., 2016). 세립토의 유동에 의한 세립토 손실과 이에 따른 수리학적 특성 변화에 의한 positive feedback은 지반의 공동 확장이나 입자구조의 불안정에 의한 지반 붕괴를 유발하기도 한다(Seghir et al., 2014). 세립토의 유실에 의하여 조립질 입자구조의 체적 변화가 없는 상태를 suffusion이라고 하며, 체적 변화로 인하여 입자 구조가 붕괴 상태까지 이르는 경우를 suffosion이라고 한다(Moffat et al., 2011; Sibille et al., 2015). Hunter and Bowman(2017)는 평면 레이저 유도 형광법(plane laser-induced fluorescence)을 이용하여 외부하중을 조립질 입자구조가 지지하는 지반에서는 suffusion이 발생하고, 조립질과 세립질 입자구조로 지지하는 경우는 suffosion이 발생함을 보여주었다.

세립토 유동에 대한 이론적 연구는 다공질 분야에서 연구가 많이 진행되었다. 다공질재료에서 세립토의 이탈(detachment)과 공극막힘(clogging, strained) 현상은 formation damage(생산정 주위의 투수계수 감소에 의한 저류암의 손상), 오염물의 이동, 생산정에서 sand production 등의 주요한 원인이 된다(Civan, 2016; Papamichos and Vardoulakis, 2005; Wan and Wang, 2004). 다공질 표면의 세립토는 electrostatic, gravitational, drag, adhesion 그리고 lifting forces의 영향을 받는다고 가정하고, 다공질 표면에 부착할수 있는 최대 잔류 세립토 체적비(maximum

retention function) σ_{cr} 를 제시하였다(Bedrikovetsky et al., 2011). σ_{cr} 은 공극수의 높은 유속과 낮은 전해질 농도에서 작은 값을 갖는다(Coronado and Díaz-Viera, 2017).

다공질 재료에서 공극수의 흐름에 의한 세립토의 이탈-유동-재침전으로 정의되는 fine migration과 입상재료에서 suffusion 현상은 수리-역학적으로 매우하다. 따라서, 본 논문에서는 두 현상을 종합하여 지반내 공극수 흐름에 의한 세립토 유동(fine migration)이라고 명시하고, 이에 대하여 논의하고자 한다. 본 논문에서는 이러한 세립토의 유동현상을 continuum mixture theory를 기반으로 공극수의 흐름과 세립토의 유동에 대한 수리학적 지배방정식들을 제시하고자 한다. 그리고 기존의 1차원 세립토 침식 실험결과를 이용하여 세립토의 유동에 대한 수리학적 모델을 제시하고자 한다. 제시된 지배방정식에 대한 Galerkin 수식화를 유한요소 프로그램에 결합하고 세립토의 유출 현상에 대한 수치모의를 수행하고자 한다.

2. 세립토의 유동에 대한 연계 해석

2.1 유동 가능한 세립토를 포함한 지반의 상관계

지반은 일반적으로 흡입자로 형성되는 골격(solid skeleton)과 공기-유체로 채워진 공극 공간(pore space)으로 구성된 불포화 다공성 매질이다. 세립토의 유동 현상에서 흡입자는 유체 흐름에 의하여 유동 가능한 세립토와 유동 불가능한 조립토로 구분할 수 있다고 가정하였다. 지반의 수리-역학적 조건에 따라, 세립토는 조립토로 구성된 골격에서 이탈하여 유동하는 액상의 거동을 보이게 된다. 이탈한 세립토는 유체의 흐름조건에 따라 새로운 입자 골격에 침전하거나 공극을 막아 수리학적 특성을 크게 변화시키기도 한다. 이러한 세립토의 유동현상을 수식화하기 위하여 Fig. 1과 같은 지반의 3상 관계를 정의하였다.

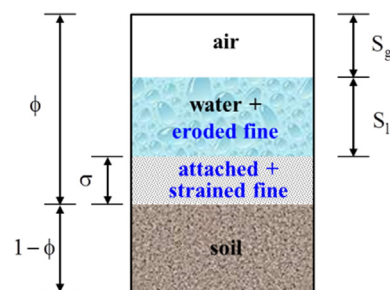


Fig. 1. Schematic illustration of volume fractions of fine particles

Fig. 1에서 유체와 함께 이동하는 세립토 체적 농도는 $c_e = V_{\text{fine(eroded)}}/V_{\text{fluid}}$ 으로, 입자골격에 고정된 세립토의 체적비는 $\sigma = V_{\text{fine(attached+strained)}}/V_T = \sigma_a + \sigma_s$ 으로 정의하였다. 공극내의 세립토는 유체와 함께 이동하는 세립토(c_e), 조립토에 부착되거나 침전된 입자(σ_a) 그리고 조립토의 골격에 폐색된 세립토(σ_s)로 구분하였다. 따라서 세립토의 유체-고체 간의 상변화 과정은 유체내의 세립토의 농도 c_e 와 고체 상태의 세립토의 체적비 σ 의 시간경과에 따른 질량보존의 원리를 이용하여 모사할수 있다. Fig. 1로부터 고체상태의 단위 질량은 $\rho_s = m_s/V_s = [(1-\phi)\rho_s^s]/(1-\phi)\rho_s^s$ 이며, 액체 상태에 대한 단위 질량은 $\rho_l = m_l/V_l = [(1-c_e)\rho_l^w + c_e\rho_s^f]$ 이다. 따라서, 전체 지반의 재료에 대한 단위질량은 $\rho_m = (1-\phi)\rho_s + \sigma \cdot \rho_s^f + (\phi-\sigma)S_1\rho_1 + (\phi-\sigma)S_g\rho_g$ 과 같이 산정할 수 있다.

2.2 세립토의 유동에 대한 지배방정식

세립토와 유체의 이동에 대한 지배방정식을 유도하기 위해 거시적 접근법에 의한 일반화된 편미분 방정식을 사용하였다(Bear, 1990).

$$\frac{\partial \rho^w}{\partial t} + \nabla \cdot \tilde{j}^w = 0 \quad (1)$$

여기서, ψ 는 다공질 재료의 종류(예, 조립토, 세립토, 물 등)을 나타내며, ρ^w 는 그 종류의 단위체적당 질량을 나타낸다. 그리고 \tilde{j}^w 는 해당 종류의 질량 흐름으로 이류 형태와 비이류형태를 포함한다.

조립토 흡입자에 대한 질량보존의 법칙은 고체상태로만 존재하며 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho_s^s(1-\phi)] + \nabla \cdot [\rho_s^s(1-\phi)\tilde{u}] = 0 \quad (2)$$

여기서, ρ_s^s 는 조립토의 단위 질량이며, ϕ 는 조립토의 공극률(porosity), 그리고 \tilde{u} 는 조립토의 속도이다.

유체는 액체와 기체상태로 존재할 수 있으므로, 두 가지 상태를 일반화된 질량보존의 법칙을 이용하여 지배방정식을 유도하였다.

$$\frac{\partial}{\partial t} ((\phi-\sigma)[S_1 \cdot (1-c_e)\rho_1^w + S_g\rho_g^w]) + \nabla \cdot \left((\phi-\sigma)[S_1 \cdot (1-c_e)\rho_1^w + S_g\rho_g^w]\tilde{u} + \rho_l^w q_1 + \rho_g^w q_g \right) = 0 \quad (3)$$

여기서 ρ_l^w 는 물의 단위 질량을 나타내며, S_1 는 공극(void)에서 액체(liquid)의 포화도를 나타내며, q_1 과 q_g 는 액체 상태와 기체 상태의 단위면적당 유량(flow rate)이다.

마지막으로, 세립토는 조립토의 입자골격에 부착되어 있는 고체상태와 유체와 함께 이동하는 액체상태로 존재할수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\sigma\rho_s^f + (\phi-\sigma)S_1 \cdot c_e \cdot \rho_s^f) + \nabla \cdot \left([\sigma\rho_s^f + (\phi-\sigma)S_1 \cdot c_e \cdot \rho_s^f]\tilde{u} + c_e \cdot \rho_s^f \cdot q_1 + \tilde{j}^f \right) = 0 \quad (4)$$

여기서, ρ_s^f 는 세립토의 단위 중량이며, \tilde{j}^f 는 유체의 흐름에 의한 세립토의 수리동적 분산(hydrodynamic dispersion)을 나타내며 $\tilde{j}^f = -\rho_s^f \tilde{D} \cdot \nabla c_e$ 으로 표현할수 있다.

분산계수는 $\tilde{D} = d_T \left[q_1 \left(1 + (d_L - d_T) q_1 \otimes q_1 / |q_1| \right) \right]$ 으로 가정할 수 있다.

제시된 상호 의존적 지배방정식들에 Galerkin 수식화를 적용하고, 방정식들에 시간적분과 Newton의 반복과정을 도입하였다. 시간 적분된 지배방정식의 수식화에 공간 보간 함수를 도입하여 주변수들(유체압 P_1 , 세립토 체적 농도 c_e)에 대한 행렬 방정식을 얻을 수 있다. 조립토의 입자골격에 부착되어 있는 세립토의 체적비 σ_a 와 σ_s 는 이차적인 변수로 시간경과에 따라 변화하게 된다. 다공질 재료에서 다상 흐름의 연관된 현상을 해석하기 위하여 개발된 Geo-COUS(Geo-COUpled Simulator) 유한요소 프로그램과 결합하였다.

2.3 세립토의 유출 경계조건

공극수의 유출 경계조건에서 세립토 농도는 c_e 는 유한요소법의 Dirichlet나 Neumann 경계조건으로 결정할 수 없다. 유출 경계에서 세립토의 농도를 산정하기 위하여, Eq. (4)의 세립토에 대한 지배방정식을 아래와 같이 단순화하였다.

$$\frac{\partial \rho^w}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho^w \tilde{u} + q^T) = 0 \quad (5)$$

여기서, q^T 는 이류(advective) 질량 흐름이며, 유출 경계를 통한 세립토의 수리동적 분산 \tilde{j}^f 은 유출 경계에서 무시할수 있으므로 $q^T = \rho_s^f c_e q_1 + \tilde{j}^f \approx \rho_s^f c_e q_1$ 이 된다.

Galerkin 수식화를 적용하여 유출경계(Ω =경계면의 법선벡터)에서 공극수와 함께 유출되는 세립토의 농도를 산정할 수 있다.

$$\int_V \mathbf{w} \cdot \left[\frac{d\rho^w}{dt} + \rho^w \nabla \cdot \mathbf{u} \right] dV - \int_V \frac{d\mathbf{w}}{dx_i} \cdot \mathbf{q}_i^T dV + \int_{\Gamma} w \rho_s^f c_e(\mathbf{q}_i \cdot \mathbf{n}) d\Gamma = 0 \quad (6)$$

Eq. (6)의 3번째 항목은 유출 경계에서 세립토 농도를 결정하기 위한 수식화로 세립토가 경계부에서 누적되거나 소실되지 않으므로, 수치적으로 안정한 해석결과를 산정한다.

3. 세립토 유동의 구성모델

3.1 최대 부착 세립토

다공질 분야에서 수리학적 조건에 따른 지반의 입자 표면에 부착할 수 있는 세립토의 최대 양에 대한 이론적 연구를 진행하고 있다. 입상재료에서는 표면침식에 대한 한계전단응력을 이용하여 간접적으로 고려하고 있다.

다공질 재료 표면의 세립토에 작용하는 힘은 표면에 부착하고자 하는 electrostatic, adhesion & gravitational forces와 이탈시키는 drag & lifting forces로 구분할 수 있다. 힘들의 모멘트의 합이 세립토의 부착(attachment)과 이탈(detachment) 여부를 결정하게 된다(Bedrikovetsky et al., 2011; Civan, 2016). 높은 공극내의 유속은 drag & lifting forces를 증가시켜서 세립토가 입자 표면에 부착할 수 없게 하여, 세립토는 이탈하여 유체하여 이동하게 된다. 따라서 다공질 재료 표면에서 이탈되는 세립토의 양은 유속이 증가하면서 점차 많아지게 된다. 그리고 세립토를 입자 표면에 부착시키는 electrostatic force는 공극수의 전해질 농도에 따라 선형적으로 증가시키므로, 전해질 농도의 단계적 감소는 추가적인 세립토의 이탈을 유발하게 된다. 따라서, 다공질 재료의 표면에 부착되는 세립토의 양은 공극의 유속과 전해질 농도의 함수로 표현할 수 있다.

Bedrikovetsky 등(2011)는 세립토의 이탈(detachment)와 재부착(re-attachment) 과정을 모사하기 위하여 투수 실험 결과부터 세립토 최대 잔류함수(maximum retention

function) σ_{cr} 를 제시하였다. 세립토의 최대 부착 체적비 σ_{cr} 은 공극수의 흐름속도에 반비례하고 전해질 농도에 비례한다(Coronado and Díaz-Viera, 2017). 세립토는 부유상태 보다는 부착상태로 안정화되므로, 세립토의 부착량이 최대 부착량보다 작으면($\sigma_a < \sigma_{cr}$) 공극수내의 세립토가 침전하여 입자 표면에 재부착하게 된다. 반면에, 공극수의 유속이나 전해질의 농도 변화로 현재의 세립토 부착량이 한계 부착량보다 많아지면($\sigma_a > \sigma_{cr}$), 입자 표면에서 세립토가 이탈하여 공극수와 같이 이동하게 된다. 이론적인 σ_{cr} 는 원통형 모세관을 통과하는 단일 크기의 세립토에 대하여 Eq. (7)과 같이 제시되었다(Bedrikovetsky et al., 2011; You et al., 2014).

$$\sigma_{cr}(u) = \sigma_0 \left[1 - (u/u_m)^2 \right] \quad (7)$$

여기서, σ_0 는 공극수의 흐름이 없을 때 최대로 부착될 수 있는 세립토의 체적비이며, u_m 은 다공질재료 표면에 세립토가 부착할 수 있는 최대 유속이다. u_m 이상의 유속에서는 모든 세립토가 이탈하여 침식되게 된다.

반면, 입상재료에서는 유체에 의한 표면 침식(surface erosion)에 대한 경험식을 바탕으로 한계전단응력을 이용하여 최대 부착 세립토를 결정하였다(Seghir et al., 2014).

$$\dot{\epsilon} = C_c (\tau_c - \tau_c) \quad (8)$$

여기서, $\dot{\epsilon}$ 는 표면면적당 최대 침식률을 나타내며, 비례상수 C_c 는 지반조건에 따른 침식계수이다. 한계 전단응력 τ_c 은 유체흐름에 의한 전단응력 $\tau(i \cdot \gamma_w \cdot R_p/2)$ 에 의하여 내부 침식이 발생하기 시작하는 유속을 나타낸다(Reddi et al., 2000).

Eq. (8)에서 한계전단응력 τ_c 은 유체 흐름에 저항하여 입자 표면에 잔류 가능한 최대 부착 세립토량과 관련이 있다. 다만, τ_c 은 유체의 흐름속도와 무관한 상수로 표면 침식에는 적합하지만, 공극내의 유속에 따라 한계 잔류 세립토의 양이 변화하는 내부침식에는 부적합하다. 이를 보완하기 위하여 실내 침투 실험에서 최대 잔류 세립토비를 동수경사(i)의 함수로 결정하기도 한다(Sterpi, 2003). 본 논문의 3.4절에서 입상재료를 이용한 실내 침식실험 결과를 분석하여 일반화된 침식 모델을 제시하였다(Eq. (13) 참조).

3.2 세립토의 이탈, 부착 그리고 공극막힘

다공질 재료에서 세립토의 이탈과 부착에 대한 이론적 배경은 세립토의 운동학에 대한 여과모델(filtration model)(Logan, 2001)이다. Bedrikovetsky 등(2011)은 기존 모델에 세립토 최대 잔류함수 σ_{cr} 을 도입하였으며, Coronado와 Díaz-Viera(2017)는 세립토의 농도 σ_a 가 σ_{cr} 에 근접할 때 연속 함수가 되도록 수정하였다. 본 논문에서는 공극수의 흐름 속도 $u=0$ 에서 부착의 변화량이 최대값이 되도록 세립토 이탈(detachment)과 부착(attachment)의 운동학적 모델식을 보완하였다(Eq. (9)).

$$\frac{\partial \sigma_a}{\partial t} = \begin{cases} -\lambda_d \cdot u \cdot (\sigma_a - \sigma_{cr}) & \sigma_a > \sigma_{cr} \text{ (detachment)} \\ \lambda_a \cdot c_e \cdot (1 - \sigma_a / \sigma_{cr}) & \sigma_a < \sigma_{cr} \text{ (attachment)} \end{cases} \quad (9)$$

여기서, λ_d 는 조립토 표면으로부터 세립토의 이탈계수 [$1/m$]이며, $(\lambda_d \cdot u)^{-1}$ 는 세립토가 이탈하여 $\sigma_a = \sigma_{cr}$ 에 도달하기 위한 지체 특정 시간을 나타낸다(Coronado and Díaz-Viera, 2017). λ_a 는 세립토의 조립토 표면에 대한 침전 계수 [$1/s$]이며, λ_a^{-1} 는 공극내의 이탈된 세립토가 조립토 표면에 완전히 침전하는데 소요되는 시간이다.

유속 u 가 증가하면 최대 세립토 부착량 σ_{cr} 이 감소하여 Eq. (9)로부터 세립토의 이탈량이 증가하게 된다. 공극수내의 세립토의 농도 c_e 는 세립토의 이탈과 부착에는 영향을 미치지 않으며, 부착 과정에서 세립토의 부착률에 영향을 미치게 된다. 또한, 세립토 부착량 σ_a 이 최대값인 σ_{cr} 에 도달하면 조립토 표면에 추가적인 부착은 멈추게 된다.

유동하는 세립토는 조립토의 큰 공극을 통과하지만, 작은 공극을 통과하지 못하고 막히게 된다. 세립토의 비가역적 공극막힘(clogging) 현상은 다음과 같은 선형의 운동방정식으로 표현할 수 있다(Yang et al., 2016). 실내 모형실험 결과에서 공극을 막은 세립토의 변화량은 공극수내의 세립토의 농도 c_e 와 유속에 비례하는 것으로 나타났다(Bennacer 2013; Cui, 2017).

$$\frac{\partial \sigma_s}{\partial t} = \lambda_s \cdot u \cdot c_e \quad (10)$$

여기서, λ_s 는 세립토에 의한 공극의 폐색계수 [$1/m$]를 나타낸다. 동일한 농도의 세립토를 이용한 일정유량 주입실험이나 순간 주입실험을 통하여, 실험결과와 이론

식에 대한 분석을 통하여 모델 변수 λ_s 를 산정할 수 있다(Cui, 2017).

3.3 실내 침식실험을 통한 모델 제안

1차원 침식실험을 통하여 3.1절의 세립토 최대 부착량 σ_{cr} 과 3.2절의 시간경과에 따른 부착 세립토의 변화 $d\sigma_a/dt$ 를 결정할 수 있다. Eq. (9)의 세립토의 이탈에 관한 지배방정식은 Eq. (11)과 같이 정리할 수 있으며, 이때 σ_{cr} 는 시간에 대한 함수가 아닌 유속에 관한 함수이다.

$$\frac{\partial \sigma_a}{\partial t} = -K_d \cdot (\sigma_a - \sigma_{cr}) \quad (11)$$

부착된 세립토의 체적비는 Eq. (11)에 대한 시간적분을 통하여 유도할 수 있다.

$$(\sigma_a - \sigma_{cr}) = (\sigma_0 - \sigma_{cr}) \cdot \exp(-K_d \cdot t) \quad (12)$$

시간 경과에 따른 침식량의 변화는 $(\sigma_0 - \sigma_a) = (\sigma_0 - \sigma_{cr}) \cdot [1 - \exp(-K_d \cdot t)]$ 과 같다.

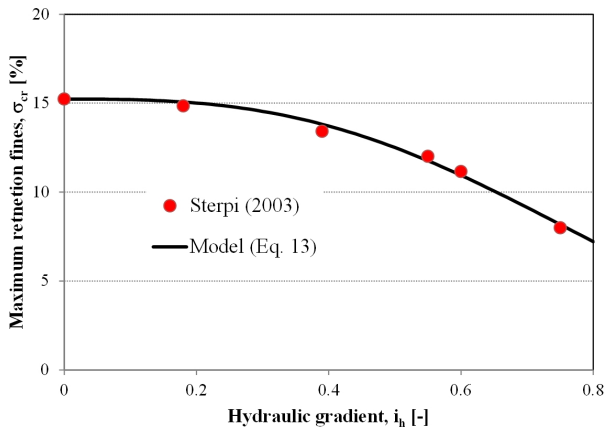
1차원 실내 침식실험에서 다양한 동수경사 i_h 에 대한 최종적인 잔류 세립토의 양으로부터 σ_{cr} 을 결정할 수 있다.

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_0} = (1 - c_{\infty}) \exp(-\bar{a} \cdot u^b) + c_{\infty} \quad (13)$$

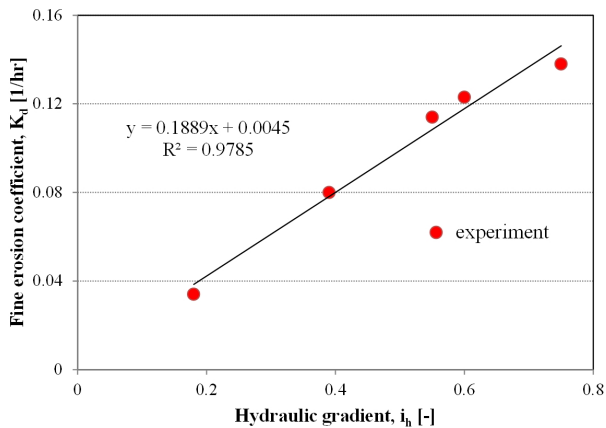
여기서, \bar{a} 와 b 는 실험결과로부터 산정되는 계수(u 의 단위= m/s)이며, c_{∞} 는 $u=\infty$ 에서의 세립토의 잔류 체적비이다. Sterpi(2003)의 자갈+세립토($\phi=0.338$, 초기 $\sigma_0=0.152$)에 대한 1차원 컬럼실험에서 $\bar{a}=2.99 \times 10^{11}$, $b=2.832$, $c_{\infty}=0$ 으로 산정되었다. Fig. 2(a)는 동수경사 i_h 와 최대 잔류 세립토 σ_{cr} 의 관계를 나타내고 있다($k=10^{-4}m/s$).

시간과 세립토 이탈량에 대한 선형회귀분석부터 동수경사 i_h 의 변화에 따른 K_d 를 산정하였다(Fig. 2(b)). Eq. (12)의 세립토 침식계수 $K_d = \lambda_d \cdot u$ ($u = k \cdot i_h$)로부터 세립토의 이탈계수 $\lambda_d = 0.591$ [$1/m$]를 산정하였다.

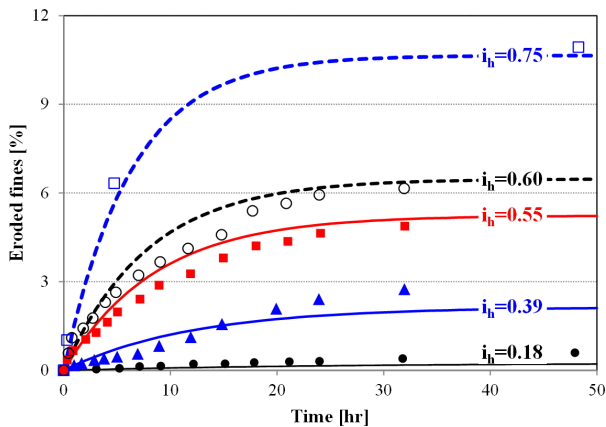
Sterpi(2003)의 1차원 모형실험으로부터 산정된 모델 변수(\bar{a} , b , c_{∞} , λ_d)를 이용하여 모델식과 실험결과를 비교하였다(Fig. 2(c)). 모형실험에서 유출 유량을 측정하지 않아 시료의 투수계수가 일정하다고 가정하였지만, 모델식이 실험결과와 매우 유사함을 알 수 있다.



(a)



(b)



(c)

Fig. 2. (a) Determination of maximum fine retention function from one dimensional seepage flow test (Sterpi, 2003). (b) Variation of fine erosion coefficient K_d with hydraulic gradient i_h . (c) Comparison between experimental results and a developed model of fine particle erosions with time

3.4 세립토에 의한 투수계수의 변화

공극수와 함께 이동하는 세립토(c_c)는 공극 구조에 대한 변화없이 유체의 수리학적 물성에만 영향을 미친다

고 가정하면, 투수계수의 변화에 대한 영향은 매우 미비할 것으로 사료된다. 그리고 입자 표면에 부착된 세립토(σ_a)는 약간의 간극비를 초래하지만, 이로 인한 투수계수의 변화는 크기 않을 것으로 판단된다. 하지만 작은 공극에 막힌 세립토(σ_s)는 좁은 공극을 막아 투수계수를 급격하게 감소시키게 된다(Zeinjahromi et al., 2012).

Pang과 Sharma(1997)는 세립토의 이탈과 공극막힘을 고려할수 있는 수정된 Darcy의 투수계수 산정식을 제시하였다. 본 연구에서는 σ_a 와 σ_s 가 투수계수 k 와 쌍곡선(hyperbolic) 관계를 갖고 $\phi = \sigma$ 에서 완전 폐색되는 새로운 투수계수 산정식을 제시하였다.

$$k = \frac{k_0}{1 + (\beta_a \sigma_a + \beta_s \sigma_s) / (\phi - \sigma)} \quad (14)$$

여기서, k_0 는 시료내에 세립토가 없는 상태의 투수계수이며, β_s 는 공극막힘 세립토(σ_s)의 증가에 따른 투수계수 감소의 초기 기울기를 나타낸다. 세립토의 부착(σ_a)에 의한 투수계수 감소는 공극막힘(σ_s)에 의한 투수계수의 감소에 비하여 매우 작다고 가정할수 있다($\beta_a \ll \beta_s$, Khilar and Fogler, 1998; Tiab and Donaldson, 2016; Yang et al., 2016).

Kozeny-Carman 방정식 $k \propto e^3 / (1+e)$ 을 이용하여 β 를 산정할수도 있다.

$$\beta = \frac{\phi - \sigma}{\sigma} \left[\frac{\phi^3 (1 - \phi + \sigma)^2}{(\phi - \sigma)^3 (1 - \phi)^2} - 1 \right] \quad (15)$$

여기에서 β 는 부착된 세립토(σ_a)보다는 공극막힘(σ_s)에 의한 투수계수 감소를 나타낸다($\beta \approx \beta_s$). 매우 작은 σ 에서 Kozeny-Carman 방정식의 등가 투수계수에 해당하는 $\beta = (3 - \phi) / (1 - \phi)$ 이다.

세립토의 공극막힘에 의한 투수계수 변화에 대한 실험적 연구는 극히 제한적으로 진행되었다. Alem 등(2015)은 모래시료($D_{mean} = 410 \mu m$, $\phi = 0.37$)에 부유입자($D_{mean} = 10.5 \mu m$)를 주입하여 잔류 세립토에 따른 투수계수 변화를 산정하였다. Alem 등(2015)의 실험결과와 제안식을 비교하여 부착된 세립토 체적비와 투수계수의 변화로부터 $\beta_s = 33$ (Eq. (14))을 산정하였다(Fig. 3). 하지만, Kozeny-Carman식에 의한 산정식(Eq. (15))은 투수계수의 감소를 다소 작게 평가하였다. 이는 동일한 간극비와 부착 세립토 체적비라 할지라도, 시료 성형 단계의 세립토 분

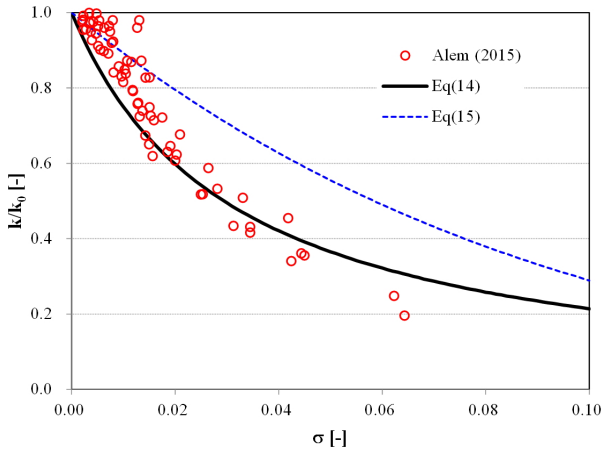


Fig. 3. Comparison of normalized hydraulic conductivity as a function of clogging fine particles ($\phi=0.37$)

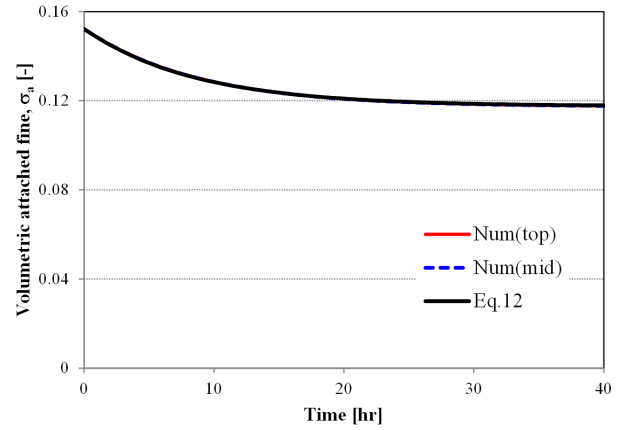
포보다는 세립토의 공극막힘에 의한 세립토 분포가 투수계수를 크게 감소시킨 것으로 판단된다.

Sterpi(2003)의 실험과 같이 실험과정에서 유량의 변화를 측정하지 않는 경우, 최대 세립토 부착 체적비 α_{cr} 와 세립토 이탈계수 λ_d 는 산정할수 있지만 α_a 와 σ_s 의 변화에 따른 투수계수의 변화를 산정할수 없다.

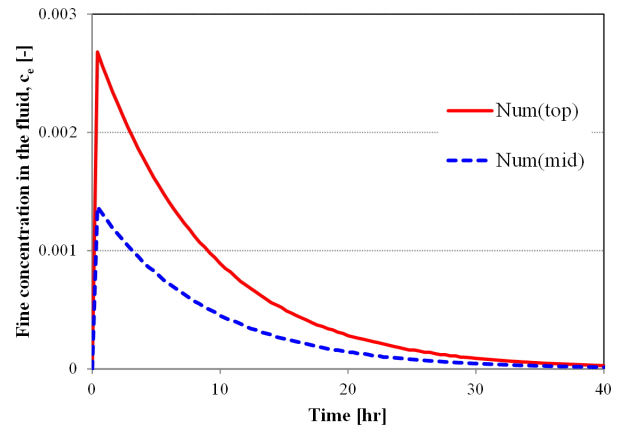
3.5 실내 침식실험에 대한 수치해석

Sterpi(2003)의 침식실험으로부터 산정된 모델 변수(3.3절)를 이용하여 수치해석을 수행하였다. 1차원 수치해석은 실내실험과 동일한 조건(샘플의 직경=7cm, 높이=14cm)에서 503개의 절점과 100개의 연속체 유한요소를 이용하여 모델링하였다. 시료상부의 수압은 0으로 일정하고, 시료 하부에 동수경사 i_h 에 해당하는 수압을 재하하였다. 세립토의 농도가 0인 공극수가 하부에서 지속적으로 유입되며, 공극수가 유출되는 시료 상부는 2.3절의 세립토의 유출경계 조건을 적용하였다.

Fig. 4는 시간경과에 따른 시료의 중앙과 유출부에서의 부착 세립토의 체적비 α_a (Fig. 4(a))와 공극내의 세립토의 농도 c_e (Fig. 4(b))의 변화를 나타내고 있다. 매우 짧은 시간내에 정지상태로부터 동수경사($i_h=0.55$)에 해당하는 간극수압을 시료에 재하하였다. 따라서 시료의 모든 지점에서 동일한 유속을 유지하면서 부착세립토의 체적비 α_a 는 균질하게 변화하게 된다. 수치해석에 의한 α_a 는 이론식(Eq. (12))과 거의 일치함을 알 수 있다. 또한, 시료의 전 구간에서 동일한 양의 세립토가 이탈되어 간극수와 함께 이동하게 된다. 따라서, Fig. 4(b)와 같이 시료하부에서 이탈된 세립토가 시료상부까지 도



(a)



(b)

Fig. 4. Numerical results for hydraulic gradient $i_h=0.55$. (a) Variation of attached fines σ_a at different locations with time. (b) Change of fine concentration c_e in the fluid with time

달할 때까지 세립토의 농도가 증가하고, 그 이후로는 세립토의 농도가 감소하게 된다(하부에 $c_e=0$ 인 공극수 유입). 시료 중앙부에서의 세립토 농도는 간극수의 이동에 의한 누적구간이 절반이므로 상부 유출부 농도의 1/2이 된다.

다양한 동수경사 i_h 에 대한 수치해석 결과들은 Fig. 4와 매우 유사하며, 부착된 세립토의 시간에 대한 변화는 이론식과 매우 일치하였다. 다만, 동수경사가 커질수록 이류(advection)에 의한 세립토 이동량이 증가하여 수치적 안정성을 확보하기 위하여 시간간격을 감소시켰다.

4. 결론

지반내 공극수 흐름에 의한 세립토의 내부 침식은 지반의 수리-역학적 성질을 약화시켜 다양한 지반침하나 붕괴의 원인이 된다. 다공질 분야에서 공극수의 흐름에 의한 fine migration 현상과 입상재료에서 suffusion 또는

suffusion 현상은 수리-역학적으로 매우 유사하다. 이를 바탕으로 지반내 세립토 유동(fine migration)에 관한 수치해석 기법을 제안하였다.

- (1) 공극내의 세립토는 유체와 함께 이동하는 세립토(c_c), 조립토에 부착되거나 침전된 입자(σ_a) 그리고 입자골격에 폐색된 세립토(σ_s)로 구분하였다. 세립토의 유동을 모사하기 위한 수리학적 지배방정식들을 제시하였으며, 제시된 지배방정식에 대한 Galerkin 수식화를 유한요소 프로그램에 결합하였다. 그리고 공극수의 유출부에서 세립토의 농도에 대한 경계조건을 개발하였다.
- (2) 다공질 및 입상재료에 대한 연구결과를 바탕으로 세립토의 이탈, 부착 그리고 공극막힘에 대한 새로운 구성 모델들을 제시하였다. 그리고 실내 1차원 침식실험 결과를 활용하여 모델변수를 산출하는 방법을 제안하였다.
- (3) 세립토의 공극 막힘에 의한 지반의 투수계수 변화에 대한 산정식을 제안하고, 실험결과를 Kozeny & Carman 식과 비교 분석하였다.
- (4) 1차원 침식실험에 대한 수치해석을 통하여 개발된 해석기법과 세립토 유동 모델의 적정성을 확인하였다.

지반내 공극수 흐름에 의한 토사 유실은 지하매설관 부근의 함몰, 노후저수지의 파이핑, 흙막이 가시설의 배면 침하 등 다양한 사회적 물리적 피해의 원인이 되고 있다. 따라서, 세립토의 유동에 의하여 장단기적 안정성에 문제를 유발할수 있는 지반에 대한 체계적인 침식 실험이 필요하며, 세립토의 손실에 의한 역학적 거동 특성을 모사하기 위한 실험적-수치해석적 연구를 필요한 것으로 사료된다.

감사의 글

본 연구는 한국연구재단 개인연구지원사업(KNRF-2018033543)의 연구비 지원으로 수행되었으며, 이에 깊은 감사를 드립니다.

참고문헌 (References)

1. Alem, A., Ahfir, N.D., Elkawafi, A., and Wang, H.Q. (2015), "Hydraulic Operating Conditions and Particle Concentration Effects

on Physical Clogging of a Porous Medium", *Transport in Porous Media*, 106(2), pp.303-321.

2. Bear, J. (1990), Introduction to modeling of transport phenomena in porous media, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, p.553.

3. Bedrikovetsky, P., Siqueira, F.D., Furtado, C., and de Souza, A.L.S. (2011), "Modified Particle Detachment Model for Colloidal Transport in Porous Media", *J. Transp. Porous Media*, 86, pp.353-383.

4. Bennacer, L., Ahfir, N.D., Bouanani, A., Alem, A., and Wang, H.Q. (2013), "Suspended Particles Transport and Deposition in Saturated Granular Porous Medium: Particle Size Effects", *Transport in Porous Media*, 100, pp.377-392.

5. Chen, H.X. and Zhang, L.M. (2015), "EDDA 1.0: Integrated Simulation of Debris Flow Erosion, Deposition and Property Changes", *Geosci. Model Dev.*, 8, pp.829-844.

6. Civan, F. (2016), Reservoir Formation Damage, third ed. Gulf Professional Publishing, Burlington, MA, USA. p.1042.

7. Cividini, A., Bonomi, S., Vignati, G.C., and Gioda, G. (2009), "Seepage-induced Erosion in Granular Soil and Consequent Settlements", *International Journal of Geomechanics*, 9(4), pp.187-194.

8. Coronado, M. and Díaz-Viera, M.A. (2017), "Modeling Fines Migration and Permeability Loss Caused by Low Salinity in Porous Media", *J. Petrol. Sci. Eng.*, 150, pp.355-365.

9. Cui, X., Liu, Q., and Zhang, C. (2017), "Physical Factors Affecting the Transport and Deposition of Particles in Saturated Porous Media", *Water Science and Technology: Water Supply*, 17(6), pp.1616-1625.

10. Fell, R., Wan, C. F., Cyganiewicz, J., and Foster, M. (2003), "Time for Development of Internal Erosion and Piping in Embankment Dams", *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, 129(4), pp.307-314.

11. Fujisawa, K., Murakami, A., and Nishimura, S. (2010), "Numerical Analysis of the Erosion and the Transport of Fine Particles within Soils Leading to the Piping Phenomenon", *Soils and Foundations*, 50(4), pp.471-482.

12. Hunter, R.P. and Bowman, E.T. (2017), "Visualisation of Seepage-induced Suffusion and Suffosion within Internally Erodible Granular Media", *Géotechnique*, 68(10), pp.918-930.

13. Iverson, R.M. (2012), "Elementary Theory of Bed-sediment Entrainment by Debris Flows and Avalanches", *J. Geophys. Res.*, 117, F03006.

14. Kartic, K.C. and Fogler, H.S. (1998), Migrations of Fines in Porous Media, Springer Science & Business Media, p.173.

15. Lei, X., Yang, Z., He, S., Liu, E., Wong, H., and Li, X. (2017), "Numerical Investigation of Rainfall-induced Fines Migration and its Influences on Slope Stability", *Acta Geotech*, 12(6), pp.1431-1446.

16. Logan, D.J. (2001), Transport Modeling in Hydrogeochemical Systems, Springer, New York, p.226.

17. Moffat, R. and Fannin, R.J. (2011), "A Hydromechanical Relation Governing Internal Stability of Cohesionless Soil", *Can. Geotech. J.*, 48(3), pp.413-424.

18. Pang, S. and Sharma, M.M. (1997), "A Model for Predicting Injectivity Decline in Water-injection Wells", SPE paper 28489, 12(3), pp.194-201.

19. Papamichos, E. and Vardoulakis, I. (2005), "Sand Erosion with a Porosity Diffusion Law", *Computers and Geotechnics*, 32(1), pp. 47-58.

20. Seghir, A., Benamar, A., and Huaqing, W. (2014), "Effects of Fine Particles on the Suffusion of Cohesionless Soils", *Transp. Porous Media*, 103(2), pp.233-247.

21. Sibille, L., Marot, D., and Sail, Y. (2015), "A Description of Internal Erosion by Suffusion and Induced Settlements on Cohesionless Granular Matter", *Acta Geotech*, 10, pp.735-748.
22. Sterpi, D. (2003), "Effects of the Erosion and Transport of Fine Particles due to Seepage Flow", *International Journal of Geomechanics*, 3(1), pp.111-122.
23. Tiab, D. and Donaldson, E.C. (2016), *Petrophysics: Theory and Practice of Measuring Reservoir Rock and Fluid Transport Properties*, 4th Edition, Gulf Professional Publishing, p.918.
24. Uzuoka, R., Ichiyama, T., Mori, T., and Kazama, M. (2012), "Hydro-mechanical Analysis of Internal Erosion with Mass Exchange between Solid and Water", *Sixth International Conference on Scour and Erosion*, Paris, pp.655-662.
25. Wan, R.G. and Wang, J. (2004), "Analysis of Sand Production in Unconsolidated Oil Sand Using a Coupled Erosional Stress-deformation Model", *J. Can. Pet. Technol.*, 43(2), pp.47-53.
26. Yang, Y., Siqueira, F.D., Vaz, A.S., You, Z., and Bedrikovetsky, P. (2016), "Slow Migration of Detached Fine Particles Over Rock Surface in Porous Media", *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 34, pp.1159-1173.
27. You, Z., Bedrikovetsky, P., Badalyan, A., Hand, M., and Matthews, C. (2014), "Formation Damage and Fines Migration in Geothermal Reservoirs (modelling and field case study)", *Thirty-Ninth Workshop on Geothermal Reservoir Engineering* Stanford University, Stanford, California, pp.24-26.
28. Zeinijahromi, A.V. and Bedrikovetsky, P. (2012), "Well Impairment by Fines Production in Gas Fields", *J. Pet. Sci. Eng.*, 88-89, pp. 125-135.
29. Zhang, L. and Zhang, L.L. (2014), "Influence of Particle Transport on Slope Stability under Rainfall Infiltration", *In Geotechnical Safety and Risk IV*, pp.323-328.
30. Zhang, X.S., Wong, H., Leo, C.J., Bui, T.A., Wang, J.X., Sun, W.H., and Huang, Z.Q. (2013), "A Thermodynamics-based Model on the Internal Erosion of Earth Structures", *Geotechnical and Geological Engineering*, 31(2), pp.479-492.
31. Zhang, L., Peng, M., Chang, D., and Xu, Y. (2016), *Dam Failure Mechanisms and Risk Assessment*, John Wiley & Sons Singapore Pte. Ltd., p.476.

Received : October 3rd, 2018

Accepted : October 24th, 2018