

탐색 레이다에서 누적확률에 기인한 탐지거리 계산에 관한 연구

Calculation of the Detection Range for a Given Cumulative Probability in Airborne Surveillance Radars

김 은 희 · 노 지 은*

Eun Hee Kim · Ji-Eun Roh*

요 약

항공기용 레이다의 성능을 나타내는 최대 탐지 거리는 누적 탐지 확률로 규정된다. 이는 지상클러터에 의해 단일 탐지 확률이 거리에 따라 오르내리기 때문에 단일 탐지 확률로 탐지거리를 규정하기 어렵기 때문이다. 따라서 단조 증가하는 누적 탐지 확률을 이용하여 규정한다. 본 논문에서는 일정한 주기를 가지는 탐색 레이다에서 탐색 빔의 위치와 표적의 거리를 고려한 평균 누적 탐지 확률 계산법을 제시하며, 몬테카를로 시뮬레이션의 결과와 비교하여 동일함을 보였다. 수치적 계산에 의해 검증된 몬테카를로 시뮬레이션 모델은 추후 다양한 시나리오에 대한 시스템의 성능을 평가하는 데에 사용될 수 있을 것이다.

Abstract

The performance measure of airborne radars is the range at which the cumulative probability of detection has some specified value, because the per-scan detection probability is an oscillatory function of the target range in airborne radars operating with the dynamic clutter environment. As a result, no one range, at which the per-scan detection probability has a given value, can give a meaningful description of the range performance. In this paper, we provide the equation to calculate the cumulative detection probability and show that the result of Monte Carlo simulation is same as the calculated value in a simple scenario. This verified Monte Carlo model will be used to evaluate the performance of airborne radars in various operating scenarios, at which the numerical calculation is difficult.

Key words: Airborne Radar, Detection Probability, Monte Carlo Simulation

I. 서 론

일반적으로 레이다의 성능은 일정한 탐지 확률을 보장하는 최대 탐지 거리로서 규정하지만, 탐색 레이다와 같이 일정한 공간영역을 주기적으로 탐색하는 레이다의 경우, 누적확률을 기준으로 최대 탐지 거리를 계산하기도

한다. 누적 탐지 확률이란 멀리서 다가오는 표적이 특정 거리에 이를 때까지 한번이라도 탐지될 확률을 의미한다. 이러한 누적 탐지 확률은 단일 탐지 확률 자체를 높이거나, 탐색 주기를 짧게 하여 탐지 횟수를 늘임으로써 높일 수 있다. 항공기용 레이다의 경우, 변화가 많은 표적과 클러터 환경으로 인해 단일 탐지 확률이 표적의 거리에 대

「이 연구는 국방과학연구소 지원의 위탁연구사업으로 수행되었음.」

세종대학교 국방시스템공학과 (Department of Defense Systems Engineering, Sejong University)

*국방과학연구소 (Agency for Defense Development)

· Manuscript received November, 27, 2017 ; Revised December, 28, 2017 ; Accepted January, 4, 2018. (ID No. 20171127-03S)

· Corresponding Author: Eun Hee Kim (e-mail: eunheekim@sejong.ac.kr)

하여 오르내림을 반복할 수 있으므로, 주어진 탐지 확률에 대한 거리는 성능 지수가 되기 어렵다. 그러므로 단조 증가하는 형태의 누적 탐지 확률을 기준으로 탐지거리를 정하도록 하고 있다^{[1]~[3]}. 또 다른 이유로, 항공기용 레이더는 크기, 무게 및 전력(Size, Weight and Power: SWaP)의 제약조건으로 인해 단일 탐지 확률을 높이는 것에 한계가 있으므로, 장거리의 다가오는 표적을 탐지하는 경우 주기적인 탐색에 의해 누적에 의한 탐지 확률을 올릴 필요가 있다.

과거의 기계식 레이더와는 달리 능동 전자식 조향(Active Electronically Scanning Antenna: AESA) 레이더는 높아진 효율과 손실의 감소 외에도 탐지와 추적의 동시 수행, 추적주기와 탐색주기의 독립적 선택, 빔별 파형 및 안테나 패턴 변경 등의 다기능적 측면을 통해 현저한 성능 개선을 이룰 수 있다^[4]. 이러한 기능들은 빠른 빔조향으로 인한 자유도의 증가를 드러내고 있으며, 레이더의 성능을 극대화하기 위해 자원의 자유도를 효과적으로 사용하고자 하는 자원관리(resource management) 분야는 능동 전자식 조향 레이더의 가장 중요한 연구 분야이다. 복잡해진 시스템에서 효과도를 검증하고 최적의 설계를 수행하기 위해서는 M&S(Modeling and Simulation) 기법을 이용하여야 한다. 즉, 다수의 수학적 모델뿐 아니라, 몬테카를로 기법을 이용한 확률적 검증도 요구된다.

본 논문에서는 항공기용 AESA 레이더의 성능최적화를 위해 M&S를 수행하는 요소 중 누적 탐지 확률 계산법을 제시하고, 몬테카를로 기법의 시뮬레이션 결과와 비교하였다.

II. 본 론

2.1 누적 탐지 확률의 계산

그림 1에서와 같이 원거리에서부터 일정한 속도로 다가오는 표적의 경우 거리 R 에서의 누적 탐지 확률 $P_c(R)$ 는 식 (1)과 같이 표현된다^[5].

$$P_c(R) = 1 - \prod_{m=0}^{l-1} [1 - P_d(R + m \Delta)] \quad (1)$$

여기서, $P_d(R)$ 은 거리 R 에서의 단일 탐지 확률, l 은 표

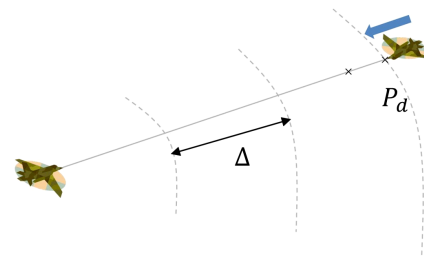


그림 1. 항공기용 레이더의 공간 탐색과 다가오는 표적
Fig. 1. Airborne scanning radar and a closing target.

적이 초기 탐지거리에서부터 R 까지 다가오는 동안의 탐색횟수이며, Δ 은 탐지주기 동안에 이동한 거리로서 레이더 방향으로 다가오는 표적의 속도(거리변화율)와 탐지주기의 곱인 $\Delta = TR$ 으로 나타낼 수 있다. 그림 2는 Swerling I 모델에 대한 단일 탐지 확률과 누적 탐지 확률의 예를 보여주며, 누적 탐지 확률에 의한 이득이 큰 것을 나타내고 있다.

식 (1)은 레이더의 탐지시점에 표적이 정의된 거리, 즉, $R + kTR$ 에 위치한 경우에 대한 식을 표현하고 있으나, 실제 표적은 R 과 $R + TR$ 사이 어디에도 존재할 수 있으므로, 이를 고려한 계산이 필요하다. 본 논문은 이를 계산하는 방법으로, 누적 탐지 확률의 거리별 밀도를 구하고, 이를 적분하여 최종 누적 탐지 확률을 계산하는 방식을 제시한다. 거리별 누적 탐지 확률의 밀도는 누적 탐지 확률의 차이로 부터 구하였으며, 이는 식 (2)와 같이 결과적으로 표적이 주어진 거리 r 까지 다가올 동안 한 번도 탐지되지 않다가, r 에서 처음 탐지되는 확률이 된다.

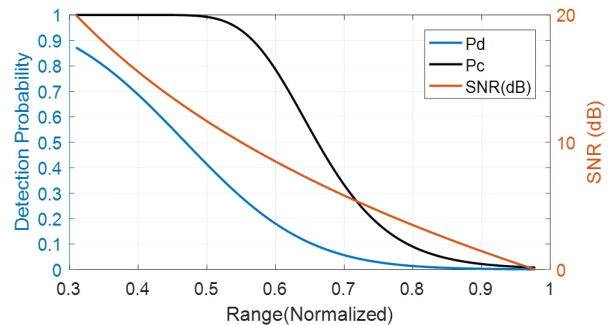


그림 2. 단일 탐지 확률과 누적 탐지 확률의 예
Fig. 2. Per-scan probability and cumulative probability.

$$\begin{aligned}
 p_c(r) &= \frac{[P_c(r) - P_c(r + \Delta)]}{\Delta} \\
 &= \frac{1}{\Delta} \left\{ - \prod_{m=0}^l [1 - P_d(r + m\Delta)] + \prod_{m=1}^l [1 - P_d(r + m\Delta)] \right\} \\
 &= \frac{1}{\Delta} \left\{ P_d(r) \times \prod_{m=1}^l [1 - P_d(r + m\Delta)] \right\} \quad (2)
 \end{aligned}$$

따라서 이를 먼 거리에서부터 R에 이르는 동안 적분하면 최종 누적 탐지 확률이 된다.

$$\begin{aligned}
 \overline{P_c(R)} &= \int_R^\infty p_c(r) dr \\
 &= \frac{1}{\Delta} \int_R^\infty P_d(r) \times \prod_{m=1}^l [1 - P_d(r + m\Delta)] dr \quad (3)
 \end{aligned}$$

또한 식 (3)은 식 (4)와 같이 변형될 수 있으므로, 결과적으로는 R과 R + Δ 사이의 누적 탐지 확률의 평균값이 되는 것도 알 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \overline{P_c(R)} &= \frac{1}{\Delta} \int_R^\infty P_d(r) \times \prod_{m=1}^l [1 - P_d(r + m\Delta)] dr \\
 &= \frac{1}{\Delta} \int_R^\infty \left\{ - \prod_{m=0}^l [1 - P_d(r + m\Delta)] + \prod_{m=1}^l [1 - P_d(r + m\Delta)] \right\} dr \\
 &= \frac{1}{\Delta} \int_R^\infty \left\{ 1 - \prod_{m=0}^l [1 - P_d(r + m\Delta)] \right\} dr \\
 &\quad + \frac{1}{\Delta} \int_R^\infty \left\{ 1 - \prod_{m=1}^l [1 - P_d(r + m\Delta)] \right\} dr \quad (4)
 \end{aligned}$$

두 번째 적분항을 r' = r + Δ로 치환하면,

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{\Delta} \int_R^\infty \left\{ 1 - \prod_{m=0}^l [1 - P_d(r + m\Delta)] \right\} dr \\
 &\quad - \frac{1}{\Delta} \int_{R+\Delta}^\infty \left\{ 1 - \prod_{m=0}^l [1 - P_d(r' + m\Delta)] \right\} dr' \\
 &= \frac{1}{\Delta} \int_R^{R+\Delta} \left\{ 1 - \prod_{m=0}^l [1 - P_d(r + m\Delta)] \right\} dr \quad (5)
 \end{aligned}$$

이다. 이렇게 구해지는 최종 누적 탐지 확률에 대하여 탐지 거리를 최대화하기 위해 탐색 주기를 최적화시켰을 경우, 표적 반사 면적(Radar Cross Section: RCS)의 변동(fluctuation)이 없다면, 즉 Marcum 모델에 대하여는 단일 탐지 확률과 2 %내에서 비슷하며, 변동(fluctuation)이 있는 모델에서는 이득이 크다고 보고된바 있다⁶⁾.

마지막으로 누적 탐지 확률은 최초 탐지거리(Rmax)에 따라 값이 달라지므로 이를 고려하여야 한다. 식 (3)~ 식

(5)에서는 l 값이 달라지는 효과이다. 그림 3은 동일한 단일 탐지 확률에 대하여 초기 탐지 거리(Rmax)에 따른 누적 탐지 확률의 변화를 보여준다. 초기 탐지 거리는 시스템에서 정의될 수 있는 값이다. 특히 MPRF(Medium Pulse Repetition Frequency)파형을 사용할 경우, 분해(resolving)하기 위한 최대 탐지 거리는 정해져야 할 것이다.

2-2 시뮬레이션 결과

앞절의 식 (3)에 따라 계산된 결과를 몬테카를로 시뮬레이션을 통해 실시한 결과와 비교하였다.

시뮬레이션은 원거리에서 속도 500 m/s로 다가오는 반사면적 5 m²의 단일 표적에 대하여 초기 탐지거리를 100 NM부터 탐지하였을 경우, 누적 탐지 확률이 85 %되는 거리를 계산하였다. 탐색 방식은 그림 4와 같으며, 표적의 변동(fluctuation)모델은 Swerling I이 사용되었다. 또한

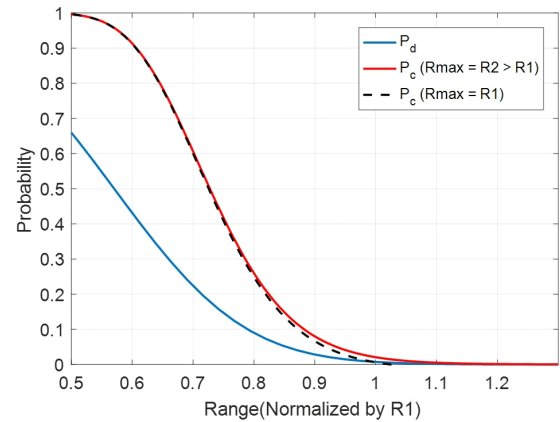


그림 3. 최초 탐지거리에 따른 누적확률의 변화
Fig. 3. Cumulative detection probability according to the initial detection range.

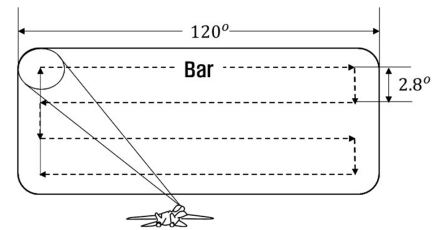


그림 4. 항공기용 레이더의 공간탐색
Fig. 4. Volume search of a airborne radar.

시뮬레이션은 서로 다른 3가지의 탐색 주기(3.0초 4.26초, 6.76초)에 대하여 각각 실시되었으며, 오탐 시간 간격(false alarm time)에 따라 변경하여 구해 보았다. 오탐 시간은 탐지 셀의 수가 정해지는 경우, 다음과 같이 계산되며, 오탐 확률(false alarm probability)에 반비례한다⁷⁾.

$$t_{fa} = \frac{T}{mP_{fa}} \quad (6)$$

여기서 t_{fa} 는 오탐 시간 간격, T 는 탐색주기, m 은 탐색주기내의 모든 탐지 셀의 수이다. 코히어런트(coherent)한 거리-도플러 처리만을 가지는 드웰의 경우, m 은 거리 셀의 수, 도플러 셀의 수, 탐색 영역 내 빔 수의 곱으로 나타낼 수 있다. 오탐 시간은 오탐 확률에 비해 사용자측에서 직접적으로 느끼는 기준이 되므로 이를 사용하였다.

본 시뮬레이션은 안테나의 스캔능력 및 시나리오가 이상적인 경우에 대한 것이므로, 그림 5에서 보이는 바와 같이 수치적 계산결과와 몬테카를로 시뮬레이션 결과가 각각의 탐색 주기에 대하여 동일한 결과를 나타내었다. 그림 5의 R85는 누적 탐지 확률이 85 %가 되는 거리를 나타낸다. 200초 이상의 오탐 시간에 대하여는 수행시간 자체도 늘어나야 하며, 이로 인한 누적 데이터 량도 증가하여 저장시간을 포함한 수행시간이 지나치게 길어지므로 몬테카를로 시뮬레이션을 결과를 생략하였다.

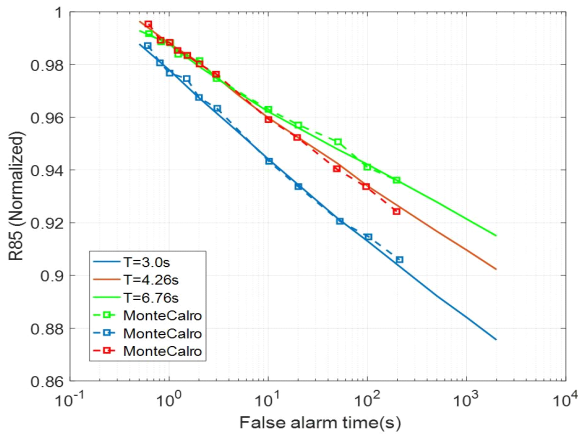


그림 5. 수치적 계산 결과와 몬테카를로 시뮬레이션 결과 비교(오탐 시간에 따른 탐지거리의 변화)

Fig. 5. Comparison of the results from the numerical calculation and Monte Carlo simulation .

III. 결 론

본 논문에서는 항공기용 레이더에서 누적 탐지 확률에 의한 탐지거리 계산의 필요성을 제시하고, 이에 대한 계산식을 제시하였다. 제시된 식은 평균값을 계산하는 기존의 방법과 수식적으로 일치하나, 직관적인 이해를 줄 수 있어서 몬테카를로 시뮬레이션 결과와 비교 분석하기에 적절하다. 계산된 결과는 이상적인 환경에서 몬테카를로 방식의 시뮬레이션과 동일한 결과를 보인다. 능동 위상배열 레이더에서 다양한 운용 시나리오에 대해 성능 검증을 하기 위해서는 몬테카를로 시뮬레이션이 필수적이며, 이를 구성하는 단위 모델들은 각각 수치적인 해석에 의해 증명된 모듈들의 합이어야 할 것이다. 본 논문으로부터 증명된 누적확률계산 모델은 이러한 목적으로 사용될 수 있을 것이다.

References

- [1] M. B. Ringel, D. H. Mooney, and W. H. Long, "F-16 pulse Doppler radar(AN/APG-66) performance," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-19, no. 1, pp. 147-158, Jan. 1983.
- [2] W. H. Long, K. A. Harriger, "Medium PRF for the AN/APG-66 radar," in *Proceedings of the IEEE*, Feb. 1985, vol. 73, no. 2, pp. 301-311.
- [3] 김태형, 김은희, 김선주, "항공기 위상 배열 레이더에서 시간 영역의 지상클러터 생성 모델," *한국전자과학 회논문지*, 24(7), pp. 730-736, 2013년 7월.
- [4] P. Georges, "Phased array antenna: Is it worth the cost on a fighter aircraft?," in *IEEE Conference on Aerospace and Electronics*, Dayton, 1990, vol. 1, pp. 312-316.
- [5] N. Levanon, *Radar Principles*, Wiley-Interscience, New York, p. 320, 1988.
- [6] J. D. Mallett, L. E. Brennan, "Cumulative probability of detection for targets approaching a uniformly scanning search radar," in *Proceedings of the IEEE*, Apr. 1963, vol. 51, no. 4, pp. 596-601.
- [7] K. B. David, *Radar System Analysis and Modeling*, Artech House, 2005, p. 566.