

# 덕트내 미세천공 박판의 흡음

## Sound absorption of micro-perforated thin plates in a duct

김현실,<sup>1†</sup> 김봉기,<sup>1</sup> 김상렬,<sup>1</sup> 서윤호,<sup>1</sup> 마평식<sup>1</sup>

(Hyun-Sil Kim,<sup>1†</sup> Bong-Ki Kim,<sup>1</sup> Sang-Ryul Kim,<sup>1</sup> Yun-Ho Seo,<sup>1</sup> and Pyung-Sik Ma<sup>1</sup>)

<sup>1</sup>한국기계연구원 음향소음팀

(Received August 7, 2017; accepted September 28, 2017)

**초 록:** 본 논문은 강체 덕트 내에 고정된 얇은 탄성 판의 흡음을 해석적으로 구하는 방법을 다루었다. 판의 개수는 1개 또는 2개이며 각각의 판은 미세천공(micro-perforation)을 포함할 수도 있다. 판의 진동과 덕트 내부 음장을 모드 함수의 무한 급수의 합으로 전개하였다. 평면파 가정하에서 저주파수 대역의 근사식을 판의 처음 몇 개의 모드만 고려하여 유도하였다. 미세천공이 없는 판의 흡음율은 공진주파수에서 피크를 보이는데 공진주파수는 판과 캐비티의 상호작용으로 인하여 캐비티 간격이 변하면 공진주파수도 변함을 알 수 있었다. 미세천공판의 경우 천공율이 흡음율에 가장 큰 영향을 미치는 요소임을 확인하였는데, 천공율이 몇 퍼센트에 이르면, 흡음율은 거의 판의 진동에 영향을 받지 않는다.

**핵심용어:** 흡음, 미세천공판, 덕트, 탄성판

**ABSTRACT:** In this paper, sound absorption of thin elastic plates installed in a rigid duct is discussed using an analytic method. The number of plates can be one or two, and each plate might have micro-perforation. Vibration of the plates and sound pressure fields inside the duct and air cavity are expressed in terms of an infinite series of modal functions. Under the plane wave assumption, a low frequency approximation is derived by including the first few plate modes. It is found that the sound absorption coefficient of the plates without micro-perforation shows sharp peaks at resonance frequencies, and due to the interaction between the plates and air cavity, the resonance frequencies move as the cavity depth changes. For the case of micro-perforated plates, it is found that the sound absorption is mainly affected by the perforation ratio. When the perforation ratio is order of few percent, the sound absorption is almost independent of plate vibration.

**Keywords:** Sound absorption, Micro perforated plate, Duct, Elastic plate

**PACS numbers:** 43.40.Dx, 43.55.Ev

### 1. 서 론

미세 천공판(Micro-Perforated Plate, MPP)은 통상 구멍의 직경이 1 mm 이하인 미세한 구멍이 다수 뚫린 판을 말하는데<sup>[1]</sup> 음파가 좁은 구멍을 통해 이동하면서 공기의 점탄성으로 인한 저항으로 음향파위가 손실되어 흡음효과가 발생한다. MPP는 유리섬유, 압면 등 기존의 다공성 흡음재를 대체할 수 있는 차

세대 친환경 흡음재로 널리 각광받고 있는데 Maa<sup>[2]</sup>가 MPP의 흡음을 예측할 수 있는 간편한 식을 제안한 이후로 MPP의 흡음특성을 연구하는 많은 연구가 발표되었다. Maa<sup>[2]</sup>는 판의 진동은 고려하지 않았는데 MPP의 두께가 얇으면 판의 진동이 흡음에 영향을 준다. Takahashi와 Tanaka<sup>[3]</sup>는 무한 판에 대해 판의 진동을 포함한 MPP의 흡음을 다루었는데 Helmholtz 식을 이용하여 반사파를 유도하였다. Lee와 Lee<sup>[4]</sup>, Lee et al.<sup>[5]</sup>는 박스 표면에 설치된 탄성 MPP의 흡음을 다루었는데 박스내의 음장 모드를 공간좌표에 대해 하 이퍼볼릭과 삼각함수의 함수로 곱으로 전개하여 판의 진동과 음장의 연성을 고려한 흡음율을 구하였

†Corresponding author: Hyun-Sil Kim (hskim@kimm.re.kr)  
Korea Institute of Machinery & Materials, 156 Gajeongbuk-ro,  
Yuseong-gu, Daejeon 34103, Republic of Korea  
(Tel: 82-42-868-7461, Fax: 82-42-868-7440)

“이 논문은 2017년도 공동 학술대회(한국소음진동공학회, 한국음향학회, 대한기계학회 동역학및제어부문)에서 발표하였던 논문임.”

다. Lee *et al.*<sup>[5]</sup>은 또한 평판의 속도를 면적에 대해 적분한 값을 사용하는 단순화된 흡음율 공식을 유도하였는데 첫 번째 모드에서의 흡음률은 엄밀해와 비교하여 거의 차이가 없음을 밝혔다. Bravo *et al.*<sup>[6]</sup>은 탄성 MPP와 박판이 중간에 공기층을 두고 배치된 판넬의 흡음과 차음을 해석하였다. Bravo *et al.*<sup>[7,8]</sup>은 원통형 단일 MPP<sup>[7]</sup> 및 다중 MPP<sup>[8]</sup>에서 탄성 효과를 고려한 흡음을 연구하였는데 References [6] ~ [8]은 판의 방사(radiation)에 의한 영향은 무시하였다. 또한 Bravo *et al.*<sup>[6,7]</sup>은 판과 음장의 첫 번째 모드간의 상호작용을 고려하여 판넬-캐비티 공진과 Helmholtz 공진 사이의 에너지변환에 대해 기술하였다.

본 연구는 덕트 내에 설치된 단일 또는 이중 박판의 저주파수 대역 흡음에 관한 것으로 박판은 미세 천공판이거나 또는 막혀 있는 경우를 모두 포함하도록 흡음율 공식을 유도하였는데 이러한 범용성이 본 연구가 기존 연구와 다른 가장 큰 차이점이다. 박판과 공기층 사이의 연성 거동을 나타내는 지배방정식을 풀어 흡음율을 구하였고, 유한요소법을 사용한 수치해석결과와 비교하여 정확성을 검증하였다.

## II. 단일 판의 흡음해석

Fig. 1과 같이 덕트 중간에 고정된 단일 판에 음파가 입사하는 경우를 고려한다. 판과 오른 쪽 블록 사이의 간격은  $q$ 이며 덕트 단면은 크기가  $L_1 \times L_2$ 인 직사각형이고,  $(x, y)$ 는 단면의 좌표,  $z$ 는 덕트 길이방향의 좌표로 정의한다.

왼쪽에서 평면파  $Ae^{i(\omega t - kz)}$ 가 입사할 때 덕트 내부에 발생하는 압력은 덕트가 강체라고 하면 표면  $x = (0, L_1)$ 과  $y = (0, L_2)$ 에서는 속도가 0이 되어야 하기 때문에  $(x, y)$ 에 대해서는 cosine 함수이다. 판과

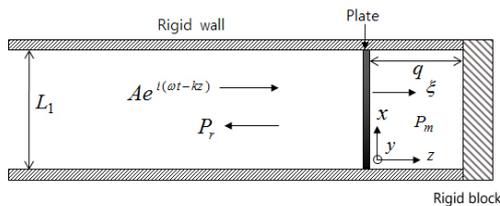


Fig. 1. Incidence of a plane wave onto a single plate in a rigid duct.

블록 사이의 캐비티에 발생하는 압력  $p_m$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$p_m = \sum_{r=0}^{N_r} \sum_{s=0}^{N_s} [b_{rs} e^{i(\omega t - k_z z)} + c_{rs} e^{i(\omega t + k_z z)}] \times \cos\left(\frac{\pi r x}{L_1}\right) \cos\left(\frac{\pi s y}{L_2}\right), \quad (1)$$

여기서  $\omega$ ,  $k$ 는 각속도, 파수(wavenumber),  $b_{rs}$ ,  $c_{rs}$ 는 미지수 계수이며  $k_z$ 는 다음 관계식을 만족한다.

$$\pi^2 \left( \frac{r^2}{L_1^2} + \frac{s^2}{L_2^2} \right) + k_z^2 = k^2. \quad (2)$$

평판의 왼쪽에서는 반사파가 다음과 같이 주어진다.

$$p_r = A e^{i(\omega t + k z)} + \sum_{r=0}^{N_r} \sum_{s=0}^{N_s} d_{rs} \cos\left(\frac{\pi r x}{L_1}\right) \cos\left(\frac{\pi s y}{L_2}\right) e^{i(\omega t + k_z z)}. \quad (3)$$

Eqs. (1)과 (3)에서 급수의 한계 값  $N_r$ ,  $N_s$ 는 Eq. (2)의  $k_z$ 가 허수가 되지 않는 범위로 정해진다.

Fig 2는 미세 천공판의 구멍을 확대한 것으로 판주위의 공기의 평균속도를  $\bar{v}$ , 판의 속도를  $v_p$ , 구멍 안에서의 평균 공기속도를  $v_f$ 라고 하면 다음 관계가 성립한다.<sup>[3]</sup>

$$\bar{v} = v_p(1 - \sigma) + v_f \sigma = v_p + (v_f - v_p)\sigma, \quad (4)$$

여기서  $\sigma$ 는 천공율(perforation ratio)로 구멍의 직경을  $\phi$ , 구멍 중심 간의 거리를  $l$ 이라고 하면  $\sigma = \pi \phi^2 / 4l^2$ 로 정의된다.

판의 진동과 임피던스와의 관계는 다음과 같이 주어진다.<sup>[3]</sup>

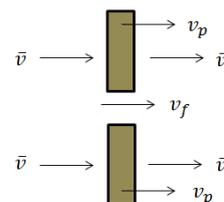


Fig. 2. Average velocity of an MPP.

$$Z_{resist}(v_f - v_p) + Z_{react}v_f = (p_i + p_r) - p_m, \quad (5)$$

여기서 구멍의 임피던스  $Z_0 = Z_{resist} + Z_{react}$ 는 판의 평균 임피던스를  $Z$ 라고 하면  $Z_0 = Z\sigma$ 로 주어진다. 구멍의 직경이 매우 작은 경우 임피던스  $Z_0$ 는 다음과 같이 주어진다.<sup>[2]</sup>

$$\begin{aligned} Z_0 &= Z_{resist} + Z_{react} \\ &= \frac{8\eta_0 h}{(\phi/2)^2} \left( \sqrt{1 + \frac{X^2}{32}} + \frac{\sqrt{2}\phi X}{32h} \right) \\ &\quad + i\rho_0\omega h \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{9 + X^2/2}} + \frac{8\phi}{3\pi h} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $X = (\phi/2)\sqrt{\rho\omega/\eta_0}$ . Eq. (6)에서  $h$ 는 판의 두께,  $\rho$ 는 공기의 밀도,  $\eta_0$ 는 공기의 점도(viscosity)로  $\eta_0 = 17.9 \mu\text{Pa} \cdot \text{s} = 1.8 \times 10^{-5} \text{Ns/m}^2$ 로 주어진다. 위의 식에서 주의해야 할 점은 시간에 대한 항을  $e^{i\omega t}$ 로 가정하면  $Z_0$ 의 허수부분은  $+i$ 가 되며  $e^{-i\omega t}$ 로 가정하면  $Z_0$ 의 허수부분은  $-i$ 가 되어야 한다.

Eq. (4)로부터 다음 관계가 성립한다.

$$\bar{v} = \gamma v_p + \frac{\Delta p}{Z} = \gamma v_p + \frac{\sigma \Delta p}{Z_0}, \quad (7)$$

여기서  $\gamma = 1 - Z_{react}/Z = 1 - \sigma Z_{react}/Z_0$ .

경계조건은 판의 평균 속도를 이용하여 다음과 같이 주어진다.

$$-\frac{1}{i\omega\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \bar{v} \text{ at } z = 0, \quad (8)$$

$$-\frac{1}{i\omega\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \text{ at } z = q. \quad (9)$$

Eqs. (1), (3), (8), (9)로부터 미지수 사이에 다음과 같은 관계가 주어진다.

$$d_{rs} = -b_{rs} + c_{rs} \text{ at } z = 0, \quad (10)$$

$$-b_{rs} e^{-ik_z q} + c_{rs} e^{ik_z q} = 0 \text{ at } z = q. \quad (11)$$

판의 진동변위를  $\xi = \tilde{\xi} e^{i\omega t}$ 라고 하면 평판의 변위에 대한 지배방정식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} D\nabla^4 \tilde{\xi} - M\omega^2 \tilde{\xi} &= 2A \\ &+ \sum_{r=0s=0}^{N_r N_s} (d_{rs} - b_{rs} - c_{rs}) \cos\left(\frac{\pi r x}{L_1}\right) \cos\left(\frac{\pi s y}{L_2}\right), \end{aligned} \quad (12)$$

단,  $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$ ,  $M = \rho_p h$ . 여기서  $E, \nu, \rho_p$ 는 평판의 탄성계수, Poisson 비, 밀도이며  $M$ 은 판의 표면밀도를 나타낸다. Eq. (12)에서  $2A$ 는 블록 압력을 나타낸다. 판의 댄핑은 Eq. (12)에서 복소수 탄성계수  $E(1+i\eta)$ 를 사용하여 고려하였는데 손실계수  $\eta$ 는 0.01을 가정하였다.

판이 단순지지라면 판의 모드  $(m, n)$ 의 진동변위  $\Phi_{mn}$ 는 다음과 같이 모드  $m$ 과  $n$ 의 보의 진동변위의 곱으로 표현이 가능하다.

$$\Phi_{mn}(x, y) = \phi_m(x)\phi_n(y), \quad (13)$$

단,  $\phi_m(x) = \sin(m\pi x/L_1)$ ,  $\phi_n(y) = \sin(n\pi y/L_2)$ .

클램프 지지의 경우 판의 변위는 Eq. (13)과 같이  $x$ 와  $y$  방향의 보의 모드의 곱으로 표현이 불가능하며 일반적으로 다음과 같이 표현된다.<sup>[9]</sup>

$$\tilde{\xi} = \sum_{j=1}^{\infty} a_j \Phi_j(x, y), \quad (14)$$

여기서  $a_j$ 는 판의 진동변위 계수이다. 그러나 클램프 지지된 판도 근사적으로 Eq. (13)처럼 표현이 가능하며 이 경우  $\phi_m(x), \phi_n(y)$ 는 각각  $x$ 와  $y$  방향의 클램프 지지된 보의  $m$ 과  $n$ 번째 모드를 나타낸다. 처음 몇 개 모드에 대한 근사식은 References [9] ~ [10]에 나와있다.

Eq. (12)의 좌변 항은 다음과 같이 고유진동수와 고유모드의 형태로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} D\nabla^4 \tilde{\xi} - M\omega^2 \tilde{\xi} \\ = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} M a_{mn} (\omega_{mn}^2 - \omega^2) \phi_m(x) \phi_n(y). \end{aligned} \quad (15)$$

Eq. (15)를 이용하여 Eq. (12)의 양변에  $\phi_{m'n}$ 를 곱하고 단면에 대해 적분한 후 모드의 직교성을 이용하면 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} & MY_m^x Y_n^y (\omega_{mn}^2 - \omega^2) a_{mn} \\ &= 2A J_{0m}^x J_{0n}^y - 2 \sum_{r=0s=0}^{N_r N_s} b_{rs} J_{rm}^x J_{sn}^y, \end{aligned} \quad (16)$$

여기서

$$Y_m^x = \frac{1}{L_1} \int_0^{L_1} \phi_m^2(x) dx, \quad (17)$$

$$J_{rm}^x = \frac{1}{L_1} \int_0^{L_1} \cos\left(\frac{\pi r x}{L_1}\right) \phi_m(x) dx. \quad (18)$$

$Y_n^y, J_{sn}^y$ 도 같은 방법으로  $x$ 와  $L_1$  대신  $y$ 와  $L_2$ 에 대해 정의된다.

Eqs. (8)과 (9)의 경계조건에 Eqs. (1)과 (3)을 대입하고 양변에  $\cos(\pi r' x/L_1) \cos(\pi s' y/L_2)$ 를 곱하고 판의 표면에 대해 적분하면 다음 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} & \left[ b_{rs} \left( \frac{k_z}{\rho\omega} + \frac{2\sigma_1}{Z_{01}} \right) - \frac{k_z}{\rho\omega} c_{rs} \right] I_r I_s \\ &= i\omega\gamma \sum_{m=1n=1}^{\infty} a_{mn} J_{rm}^x J_{sn}^y + \frac{2\sigma}{Z_0} A \delta_{r0} \delta_{s0}, \end{aligned} \quad (19)$$

여기서  $\delta_{r0}, \delta_{s0}$ 는  $r=s=0$ 일때만 1이고 이 외에는 제로이며  $I_r$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$I_r = \frac{1}{L_1} \int_0^{L_1} \cos^2\left(\frac{\pi r x}{L_1}\right) dx = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{when } r \geq 1, \\ 1 & \text{when } r = 0. \end{cases} \quad (20)$$

같은 방법으로  $I_s$ 도  $L_2$ 에 대해 정의된다.

### III. 저주파수대역 흡음율 근사식

Eq. (2)에서 평면파가 성립하는 주파수 상한은 단면의 크기에 의해 주어지는데 Fig. 3의 예제에서 고려하는  $L_1 = 0.28$  m의 경우  $k_z = 0$ 를 대입하면 평면

파 가정의 상한선은  $r=1, s=0$  또는  $r=0, s=1$ 인 경우로  $k = \pi/L_1$  또는  $f = 613$  Hz에 해당한다. 본 논문에서는 600 Hz 이하의 평면파 영역만 고려하며 이 경우 Eq. (2)에서  $r=s=0$ 만 해당한다. 따라서 Eqs. (1)과 (3)에서  $N_r = N_s = 0$ 이며 Eqs. (2)와 (20)에서  $k_z = k, l_0 = 1$ 이 된다. Eqs. (16)과 (19)는 다음과 같이 된다.

$$MY_m^x Y_n^y (\omega_{mn}^2 - \omega^2) a_{mn} = 2J_{0m}^x J_{0n}^y (A - b_{00}), \quad (21)$$

$$b_{00}(1+Q) - c_{00} = i\rho c \omega \gamma \sum_{m=1n=1}^{\infty} a_{mn} J_{0m}^x J_{0n}^y + QA, \quad (22)$$

여기서  $Q = 2\rho c \sigma / Z_0$ .

Eq. (21)에서  $a_{mn}$ 을 소거하여 Eq. (22)에 대입한 후 정리하면 다음과 같이 된다.

$$b_{00}(1+Q) - c_{00} = \gamma\beta(A - b_{00}) + QA, \quad (23)$$

여기서

$$\beta = \sum_m \sum_n \frac{2i\rho c \omega J_{0m}^2 J_{0n}^2}{MY_m^x Y_n^y (\omega_{mn}^2 - \omega^2)}. \quad (24)$$

Eqs. (11)과 (23)은  $b_{00}$ 와  $c_{00}$ 에 대한 연립방정식을 구성하며 이를 풀어 해를 구하면 흡음율은 다음과 같이 된다.

$$\alpha = 1 - \left| 1 + \frac{d_{00}}{A} \right|^2 = 1 - \left| \frac{e^{ikq} + (H-1)e^{-ikq}}{(H+1)e^{ikq} - e^{-ikq}} \right|^2, \quad (25)$$

여기서  $H = \gamma\beta + Q$ .

Eq. (25)는 구멍이 없는 탄성판이나 강체 MPP의 경우에 모두 적용이 가능한데 만일 구멍이 없는 탄성판이라면  $Q=0, \gamma=1$ 를 대입하면 되고, 반면에 강체 MPP라면  $\beta=0$ 를 대입하면 된다.

Maa<sup>[2]</sup>는 등가임피던스  $Z_{eq}$ 를 도입하여 강체 단일 MPP의 흡음율을 다음과 같이 유도하였다.

$$\alpha = 1 - \left| \frac{Z_{eq} - 1}{Z_{eq} + 1} \right|^2, \quad (26)$$

여기서  $Z_{eq} = Z_0 / \rho c \sigma - i \cot kq$ . 본 연구에서 유도한 Eq. (25)에  $\beta = 0$ 를 대입하고 정리하면 Eq. (26)과 동일함을 확인할 수 있다.

구멍이 없는 탄성 판에 대해 Eq. (23)에서 판의 처음 모드( $m = n = 1$ )만 고려한다면 다음과 같이 변수를 정의하고

$$\theta = 2i/\beta = \theta'(\zeta + i\eta), \quad (27)$$

여기서

$$\theta' = M_1 Y_1^x Y_1^y \omega_{11}^2 / \rho c \omega (J_{01}^x)^2 (J_{01}^y)^2, \quad (28)$$

$$\zeta = 1 - \omega^2 / \omega_{11}^2, \quad (29)$$

Eq. (25)의 흡음율은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\alpha = \frac{4\theta' \eta \sin^2 kq}{(\theta' \zeta \sin kq + \cos kq)^2 + (\theta' \eta + 1)^2 \sin^2 kq}. \quad (30)$$

Eq. (30)에서 댐핑이 커지면 흡음율은 증가함을 알 수 있다.  $kq \ll 1$ 인 경우를 가정하면 댐핑이 작은 경우  $|\theta' \zeta| \gg |1 + \theta' \eta|$ 이 성립하며 이 경우 흡음율은 다음과 같이 단순화 된다.

$$\alpha \approx \frac{4\theta' \eta k^2 q^2}{(1 + \theta' \zeta kq)^2}. \quad (31)$$

Eq. (31)의 분모가 제로가 되는 조건을 다시 쓰면 다음과 같이 된다.

$$1 + qB(1 - \omega^2 / \omega_{11}^2) = 0, \quad (32)$$

여기서  $B = M_1 Y_1^x Y_1^y \omega_{11}^2 / \rho c (J_{01}^x)^2 (J_{01}^y)^2$ .

흡음율이 피크가 되는 Eq. (32)의 근  $\omega_p$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\omega_p}{\omega_{11}} = \sqrt{1 + \frac{1}{qB}}. \quad (33)$$

Eq. (33)에서 배후 공기층 간격  $q$ 가 작아지면 피크 주파수  $\omega_p$ 는 커짐을 알 수 있다.

Fig. 3에는 미세천공이 없는 단일 판의 흡음율을 Eq. (25)와 COMSOL<sup>[11]</sup>을 이용한 FEM(Finite Element Method) 해석결과를 비교하였는데 완벽하게 일치함을 보여준다. Fig. 4에는 Fig. 3에서 고려한 단일 판에서 공기층 간격의 변화에 따른 흡음율의 변화를 보였는데 Eq. (33)에서 보였듯이 배후 공기층 간격  $q$ 가 작아지면 피크 주파수  $\omega_p$ 는 커짐을 알 수 있다.

Figs. 5와 6에는 단일 탄성 MPP의 흡음율을 여러 천공율에 대해 비교하였는데 덕트는 정사각형 단면으로 한 변의 길이가 280 mm이며 판은 두께가 0.2 mm 인 강판( $E = 2.1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ ,  $\rho_p = 7800 \text{ kg/m}^3$ )으로 구멍의 직경은 0.2 mm이다. 천공율이 0.0%에서 0.1%

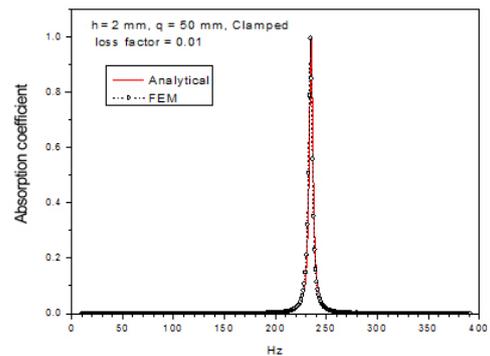


Fig. 3. Comparison of the absorption coefficient of a single plywood plate: analytical solution vs. FEM result. The cross section of the plate is square with  $L = 280 \text{ mm}$ , and thickness is 2 mm. The material properties are:  $\rho_p = 860 \text{ kg/m}^3$ ,  $E/(1 - \nu^2) = 4.6 \text{ Gpa}$ .

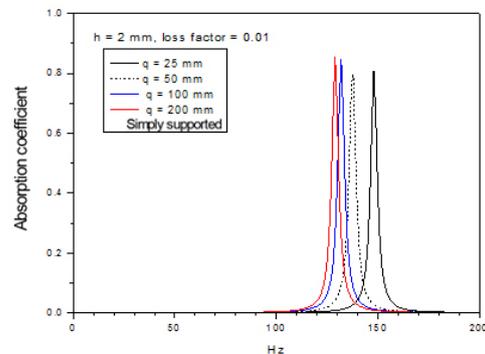


Fig. 4. Absorption coefficient of a single plywood plate for different cavity depth:  $q = 25 \text{ mm}$ , 50 mm, 100 mm, and 200 mm. The plate is the same as in Fig. 3.

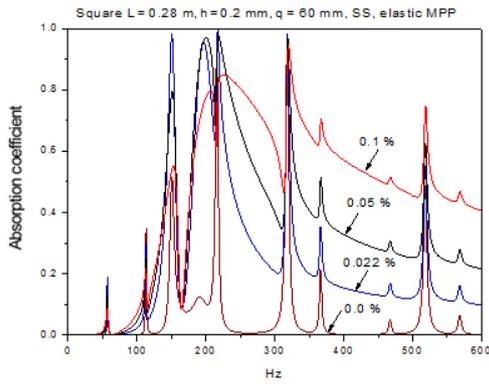


Fig. 5. Absorption coefficient of a single steel plate for different perforation ratio (0.0 % ~ 0.1 %). The cross section of the plate is square with  $L = 280$  mm, thickness is 0.2 mm, cavity depth is 60 mm, and boundary condition is simply supported. The material properties are:  $\rho_p = 7800$  kg/m<sup>3</sup>,  $E = 2.1 \times 10^{11}$  N/m<sup>2</sup>.

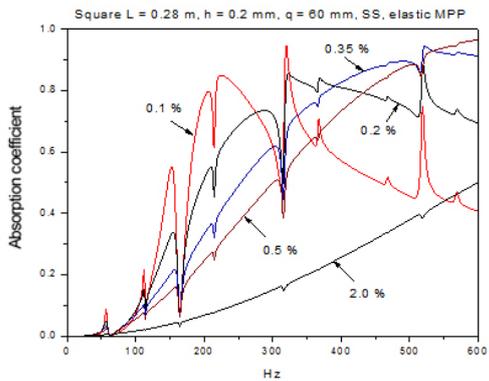


Fig. 6. Absorption coefficient of a single steel plate for different perforation ratio (0.1 % ~ 2.0 %). The plate is the same as in Fig. 5.

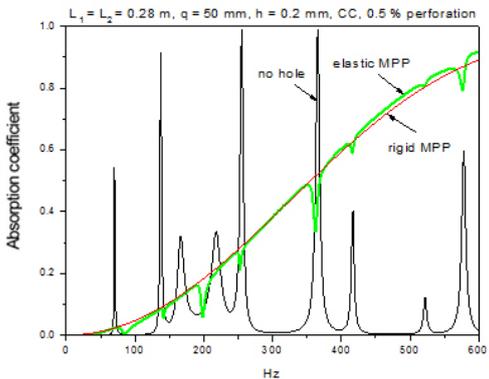


Fig. 7. Comparison of absorption coefficient of a single steel plate for three cases: 1) no hole, 2) rigid MPP, 3) elastic MPP. The boundary condition is clamped, cavity depth is 50 mm, and other conditions about the plate are the same as in Fig. 5.

까지는 Fig. 5에, 0.1%에서 2.0%까지는 Fig. 6에 나타냈는데 천공율이 낮으면 박판의 거동이 크게 나타나지만 천공율이 커지면서 박판보다는 MPP의 특성이 지배적임을 보여준다.

Fig. 7에는 Fig. 5에서 고려한 판에 대해 구멍이 없는 탄성 박판, 천공율이 0.5%인 강체 MPP와 탄성 MPP의 3가지 경우의 흡음율을 비교하였는데 구멍이 없으면 박판의 진동 특성이 크게 나타나는 반면, 0.5%의 천공율에서는 박판의 진동보다는 강체 MPP의 특성이 지배적임을 알 수 있다.

### IV. 이중 판의 흡음 해석

Fig. 8처럼 강체 덕트내에 이중 판이 설치된 경우를 고려하며 판 1과 2 사이의 간격은  $q$ , 판 2와 오른쪽 벽과의 간격은  $d$ , 두 판은 물성치와 경계조건은 같으며 두께와 천공율만 다른 것으로 가정하였다. 판 1과 2 사이의 압력  $p_m$ 과 반사파  $p_r$ 은 단일 판의 경우와 같이 Eqs. (1)과 (3)으로 주어지며 판 2와 오른쪽 블록사이의 압력  $p_t$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$p_t = \sum_{r=0}^{N_r} \sum_{s=0}^{N_s} [e_{rs} e^{i(\omega t - k_z z)} + g_{rs} e^{i(\omega t + k_z z)}] \times \cos\left(\frac{\pi r x}{L_1}\right) \cos\left(\frac{\pi s y}{L_2}\right). \quad (34)$$

경계조건은 판 1과 2의 평균 속도를 이용하여 Eq. (8) 외에 추가로 다음과 같이 주어진다.

$$-\frac{1}{i\omega\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \bar{v}_2 \quad \text{at } z = q, \quad (35)$$

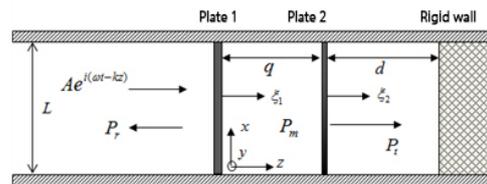


Fig. 8. Incidence of a plane wave onto the double plates in a rigid duct.

$$-\frac{1}{i\omega\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \text{ at } z = q + d, \quad (36)$$

II장과 마찬가지로  $r = s = 0$ 만 고려하며 미지수 사이에 다음과 같은 관계가 주어진다.

$$-b_{00}e^{-ikq} + c_{00}e^{ikq} = -e_{r00}e^{-ikq} + g_{00}e^{ikq} \text{ at } z = q, \quad (37)$$

$$-e_{00}e^{-ik(q+d)} + g_{00}e^{ik(q+d)} = 0 \text{ at } z = q + d. \quad (38)$$

Eq. (16)의 판 1의 지배방정식과 유사하게 판 2의 진동 변위는 다음 식을 만족한다.

$$M_2 Y_m^x Y_n^y (\Omega_{mn}^2 - \omega^2) T_{mn} = 2(c_{00} - g_{00}) e^{ikq} J_{0m}^x J_{0n}^y. \quad (39)$$

Eq. (23)과 유사하게 판 2에 대해서도 변수 사이에 다음 식이 얻어진다.

$$b_{00}e^{-ikq} - c_{00}(1 + Q_2)e^{ikq} + g_{00}Q_2e^{ikq} = \gamma_2\beta_2(c_{00} - g_{00})e^{ikq}, \quad (40)$$

여기서  $Q_2 = 2\rho c\sigma_2/Z_{02}$  이고

$$\beta_2 = \sum_m \sum_n \frac{2i\rho c\omega J_m^2 J_n^2}{M_2 Y_m Y_n (\Omega_{mn}^2 - \omega^2)}. \quad (41)$$

Eqs. (37), (38), (23), (40)은  $b_{00}, c_{00}, e_{00}, g_{00}$ 에 대한 연립방정식을 구성하며 이를 풀어 해를 구한 후 반사파는 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{p_r}{p_i} = 1 + \frac{(c_{00} - b_{00})}{A} = \frac{U_1}{U_2}, \quad (42)$$

여기서

$$U_1 = 1 - (1 + H_2)e^{2ikd} - (1 - H_1)(1 - H_2)e^{-2ikq} + (1 - H_1)e^{2ik(d-q)}, \quad (43)$$

$$U_2 = (1 + H_1)[1 - (1 + H_2)e^{2ikd}] - (1 - H_2)e^{-2ikq} + e^{2ik(d-q)}, \quad (44)$$

단,  $H_1 = \gamma_1\beta_1 + Q_1, H_2 = \gamma_2\beta_2 + Q_2$ .

흡음률은 다음과 같이 주어진다.

$$\alpha = 1 - \left| \frac{p_r}{p_i} \right|^2 = 1 - \left| \frac{U_1}{U_2} \right|^2. \quad (45)$$

Fig. 9에는 이중 탄성 MPP의 흡음율을 Eq. (45)와 FEM을 이용하여 계산한 결과와 비교하였는데 잘 일치함을 알 수 있다. 덕트 단면은  $0.26\text{ m} \times 0.21\text{ m}$ , 판 1과 2는 각각 두께가  $0.2\text{ mm}, 0.3\text{ mm}$ 인 강판이고 MPP의 경우 구멍의 직경은 두께와 같은  $0.2\text{ mm}, 0.3\text{ mm}$ 이고 천공율은 모두  $0.08\%$ , 공기층 간격은  $q = d = 30\text{ mm}$ 이다.

Fig. 10에는 Fig. 9에서 고려한 이중 탄성 MPP에 대해 판 1과 2가 모두 구멍이 없는 경우(Case I), 강체 MPP인 경우(Case II), 탄성 MPP의 경우(Case III)에 대해 흡음율을 비교하였는데 Case I의 경우 판의 공진 주파수에서 흡음율은 피크를 보이며, Case II의 경우는 피크 없이 평탄한 커브를 보인다. 반면, 탄성을 고려한 Case III의 경우에는 Case I에 비해 밴드 폭도 넓어지고 전반적인 흡음레벨로 상승함을 알 수 있다.

Fig. 11에는 Fig. 10에서 고려한 이중 탄성 MPP에서

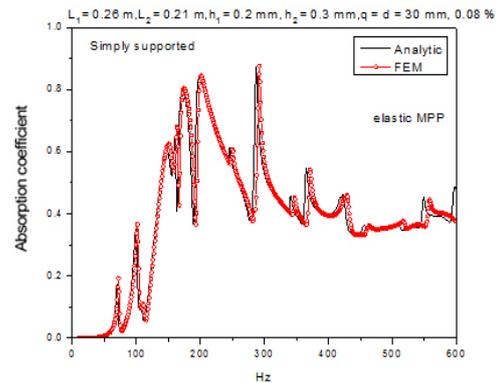


Fig. 9. Comparison of the absorption coefficient of double elastic MPPs: analytical solution vs. FEM result. The plates are steel and the boundary conditions are simply supported. The cross section of the duct is  $0.26\text{ m} \times 0.21\text{ m}$ , thickness of the plates are:  $h_1 = 0.2\text{ mm}, h_2 = 0.3\text{ mm}$ . Cavity depths are:  $q = d = 30\text{ mm}$ , and perforation ratio is  $0.08\%$  for both plates.

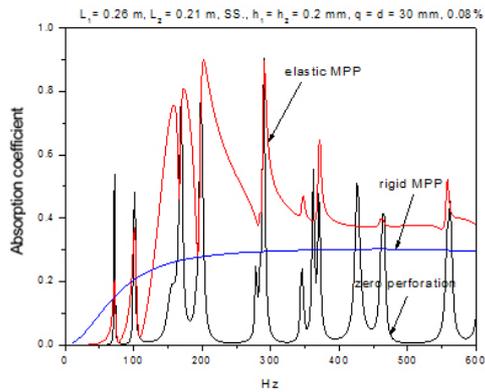


Fig. 10. Absorption coefficient of double elastic MPPs for three cases. Case I: no hole, Case II: rigid MPP, Case III: elastic MPP. The plates are the same as in Fig. 9 except that  $h_2 = 0.2$  mm.

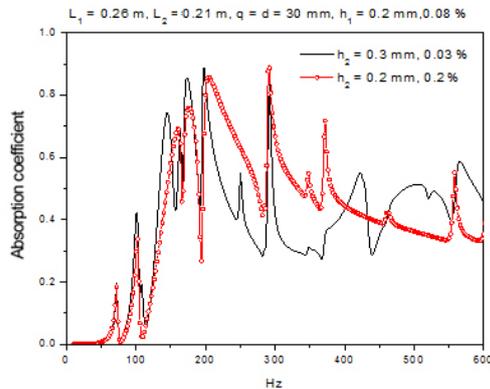


Fig. 11. Absorption coefficient of double elastic MPPs for different thickness and perforation ratio of the plate 2:  $h_2 = 0.3$  mm,  $\sigma_2 = 0.03$  % and  $h_2 = 0.2$  mm,  $\sigma_2 = 0.02$  %. The other conditions are the same as in Fig.10.

판 2의 두께와 천공율이 다른 2가지 경우에 대해 흡음율을 나타냈다. 탄성 MPP의 흡음율을 결정하는 요소는 판의 두께, 재질, 구멍 직경, 천공율, 배후 공기층의 두께 등 5개이며 이중 탄성 MPP의 흡음율은  $5 \times 2 = 10$ 개 요소에 영향을 받는다.

## V. 결 론

덕트 안에 설치된 박판의 흡음율은 공진주파수에서 피크를 보이는데 배후 공기층의 간격이 작아질수록 공진주파수는 작아진다. 탄성 MPP의 경우 흡음율을 결정하는 요소는 판의 두께, 재질, 구멍 직경, 천

공율, 배후 공기층의 두께 등 5개이며 이중 가장 영향을 많이 끼치는 요소는 천공율이며, 천공율이 매우 작으면 박판의 흡음 특성이 지배적이거나 천공율이 어느 한계이상 되면 박판의 탄성거동은 매우 작게 나타나고 강체 MPP의 흡음 특성이 지배적이 된다. 이중 탄성 MPP의 흡음율은 10개 요소에 영향을 받으므로 주파수 대역이 정해지면 최적설계를 통해 흡음율을 설계하는 것이 필요할 것으로 보인다.

본 연구에서 제시한 덕트 내 단일 또는 이중 판의 흡음 공식은 HVAC (Heating, Ventilation, Air Conditioning) 덕트 소음, 바닥충격음, 선박의 프로펠러 소음 등 저주파수 대역 흡음이 중요한 여러 분야에 활용될 수 있을 것으로 기대한다.

## 감사의 글

본 논문은 한국기계연구원의 연구과제인 “저주파 흡/차음용 극한 물성 시스템 융합기술 개발”과 주요 사업과제 “풍력발전시스템의 고장진단 및 예지보전 기술 개발”의 연구 결과 중 일부이다.

## References

1. K. Sakagami, T. Nakamori, M. Morimoto, and M. Yairi, “Double-leaf microperforated panel space absorbers: a revised theory,” *Appl. Acoust.* **70**, 703-709 (2009).
2. D. Y. Maa, “Microperforated-panel wideband absorbers,” *Noise Cont. Eng. J.* **29**, 77-84 (1987).
3. D. Takahashi and M. Tanaka, “Flexural vibration of perforated plates and porous elastic materials under acoustic loading,” *J. Acoust. Soc. Am.* **112**, 1456-1464 (2002).
4. Y. M. Lee and E. W. M. Lee, “Widening the sound absorption bandwidths of flexible micro-perforated curved absorbers using structural and acoustic resonances,” *Int. J. Mech. Sci.* **49**, 925-934 (2007).
5. Y. M. Lee, E. W. M. Lee, and C. F. Ng, “Sound absorption of a finite flexible micro-perforated panel backed by an air cavity,” *J. Sound Vib.* **287**, 227-243 (2005).
6. T. Bravo, C. Maury, and C. Pinhède, “Sound absorption and transmission through flexible micro-perforated panels backed by an air layer and a thin plate,” *J. Acoust. Soc. Am.* **131**, 3853-3863 (2012).

7. T. Bravo, C. Maury, and C. Pinhède, "Vibroacoustic properties of thin micro-perforated panel absorbers," *J. Acoust. Soc. Am.* **132**, 789-798 (2012).
8. T. Bravo, C. Maury, and C. Pinhède, "Enhancing sound absorption and transmission through flexible multi-layer micro-perforated structures," *J. Acoust. Soc. Am.* **134**, 3663-3673 (2013).
9. A. W. Leissa, *Vibration of Plates* (Acoustical Society of America, New York, 1993), Chap. 4.
10. H. S. Kim, B. K. Kim, S. R. Kim, Y. H. Seo, and P. S. Ma, "A study on the sound transmission through double plates installed inside an impedance tube" (in Korean), *J. Acoust. Soc. Kr.* **35**, 253-260 (2016).
11. COMSOL, *COMSOL Multiphysics reference manual*, version 4.4, 2013.

**저자 약력**

▶ 김 현 실 (Hyun-Sil Kim)



1980년: 서울대학교 기계공학과 학사  
 1982년: KAIST 기계공학과 석사  
 1989년: Georgia Tech 기계공학과 박사  
 1991년~현재: 한국기계연구원 책임연구원

▶ 김 봉 기 (Bong-Ki Kim)



1990년 2월: KAIST 기계공학과 학사  
 1992년 2월: KAIST 기계공학과 석사  
 1997년 2월: KAIST 기계공학과 박사  
 1997년 3월 ~ 2000년 2월: 삼성자동차  
 2000년 3월 ~ 현재: 한국기계연구원 책임연구원

▶ 김 상 렬 (Sang-Ryul Kim)



1993년 2월: 부산대학교 기계공학과 학사  
 1995년 2월: KAIST 기계공학과 석사  
 2006년 2월: KAIST 기계공학과 박사  
 1995년 3월 ~ 현재: 한국기계연구원 책임연구원

▶ 서 윤 호 (Yun-Ho Seo)



2003년 2월: 연세대학교 기계공학과 학사  
 2009년 2월: KAIST 기계공학과 박사  
 2012년 6월: 현대중공업  
 2012년 7월 ~ 현재: 한국기계연구원 선임연구원  
 <관심분야> 소음/진동제어, 상태감시 및 고장진단, 신호처리 및 분석

▶ 마 평 식 (Pyung-Sik Ma)



2008년 2월: 서울대학교 기계항공공학부 학사  
 2010년 2월: 서울대학교 기계항공공학부 석사  
 2014년 2월: 서울대학교 기계항공공학부 박사  
 2014년 3월 ~ 2015년 3월: 삼성전자 종합기술원  
 2015년 4월 ~ 현재: 한국기계연구원 선임연구원