대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 27 권 제 3 호
Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. 27, No. 3, 581 ~ 598. Aug 2017

알브레히트 뒤러의 정다각형 작도법 고찰

조 영 미*

독일 르네상스의 대표적인 예술가인 뒤러는 정다각형 작도법을 정리하였다. 이 논문에서는 뒤러의 정다각형 작도를 둘러싼 배경과 실제 내용을 살펴보았다. 이어 교육적인 활용 방안을 탐색하기 위해, 첫째, 유클리드 원론의 작도와 뒤러 작도의 차이를 도출하고, 둘째, 각 작도를 오늘날의 기호로 표현하고, 셋째, 기본 작도를 추출하였다. 마지막으로, 정다각형 작도로 만들 수 있는 형태 문양들을 살펴보았다. 이는 초등학교 고학년에서 융합교육, 영재교육, 활동주의교육에 관한 자료 개발에 기초가 될 수 있을 것이다.

Ⅰ. 서론

수학에서 작도(作圖)는 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 사용하여 도형을 그리는 것이다. 기원 전 300년 경 유클리드가 쓴 원론에서 정다각형의 작도를 다루고 있다. 정다각형의 작도법을 제시하고 그렇게 작도한 도형이 정다각형이 됨을 증명한다(이무현, 1997). 유클리드 이후로 오랫동안 정n각형의 작도 가능성과 작도 불가능성은 수학자들의 탐구 과제가 되어왔다.

수학자들만이 정다각형의 작도에 관심을 가졌던 것은 아니다. 건축가, 화가, 수공업자들은 아름다움을 구현하는 기초로 정다각형 작도법을 알고자 했고 자신의 작업에서 활용하였다. 그들은 정다각형의 작도 가능성을 수학적으로 증명하는 일보다는 실제로 정다각형을 작도하거나 그에 근사(近似)하도록 작도하는 방법에 더 관심을 가졌다.

뒤러(Albrecht Dürer, 1471~1528)는 독일 르네상스 회화의 완성자로 평가된다. 서구에서는 미켈란젤로나 레오나르도 다빈치와 동등한 대접을 받는다. 인체비례와 원근을 측량하는 도구들을 많이 사용하였고, 당대의 기하학과 수학도 잘 알고 있었다. 미술이론 서적도 많이 남겼다(심정곤, 2006).

뒤러는 정다각형의 작도에 깊은 관심을 갖고 정삼각형에서 정16각형까지의 작도법을 나름의 방식으로 정리하였다. 뒤러는 예술가로서 장인들이 쉽게 사용할 수 있는 정다각형 작도법에 관심을 두고 있었다. 그래서 그는 수학적으로 엄밀한 작도법뿐만 아니라 근사 작도법을 함께 정리하였다.

여기서 특히 주목할 부분은 ‘근사 작도’이다. 정다각형 작도를 다른 분야와 융합하는 것에 관심이 많은 사람들은 근사 작도법을 활발히 사용한다. 기하학을 건축에 접목시키는 건축가인 Allen, J.(2007)은 그의 책 『Drawing Geometry』에서 정삼각형에서 정13각형까지의 정다각형 작도법을 제시하였다. 이 책에서 정오각형, 정7각형, 정9구각형, 정11각형, 정13각형의 근사 작도법을 제시하고 부록에서 각 근사 작도가 엄격한

* 공주교육대학교, ymcho@gjue.ac.kr

정다각형에 얼마나 가까운지를 수치화하였다. 다음으로, Schneider, M(1995)는『자연, 예술, 과학의 수학적 원형』이라는 책에서 정삼각형에서 정10각형까지 작도법을 다루었다. 이는 건축가, 목수, 그래픽 디자이너, 측량 기사, 공학자가 사용하는 작도법이다. 이 책도 근사 작도를 적극 다루었다.

이 논문에서는 예술가 뒤러를 통해 정다각형의 작도법, 특히 근사 작도법을 이해하고 그것이 교육적으로 어떻게 활용 가능할지 그 기초 아이디어를 제공하는데 초점을 두었다.

이 논문의 연구방법은 문헌연구이다. 뒤러는 1525년에『Underweysung der Messung, mit dem Zirckel und richtscheyt』을 저술하였다. 이 책은 그가 죽은 후인 1538년에 다시 출간되었다. 이 책을 Strauss, Walter L가 1977년에『Albrecht Dürer-The painters manual』이라는 제목으로 번역하였다. 한편 Hughes, G. (2012)는『The Polygons of Albrecht Dürer -1525』이라는 논문에서 위의 원본과 번역본에 기초하여 뒤러의 정다각형 작도법을 소개하였다. 이 연구에서는 기본적으로 Hughes, G의 논문에 소개된 정다각형 작도법을 참조하였고, 필요한 부분에 있어서는 뒤러의 1538년 원본을 참조하였다.

먼저 유클리드 원론에 제시된 정다각형 작도법을 살펴보았다. 다음으로, 뒤러의 정다각형 작도법을 정삼각형부터 정16각형까지 살펴보았다. 이를 통해 오늘날 우리나라 학교수학의 작도 단원에 비추어 보았을 때 뒤러의 작도법에서 보완되어야 할 점들을 추출하고, 이를 오늘날의 기호로 다시 표현하였다. 또한 뒤러의 정다각형 작도법을 교수학습 자료로 활용한다고 할 때 그 기본 작도로는 어떤 것이 가능한지를 추출해 보았다. 마지막으로 정다각형의 작도를 활용하여 다양한 형태(form)을 만들어 보는 방안을 알아보았다.

II. 뒤러가 제시한 정다각형 작도의 상세 내용

1. 뒤러의『컴퍼스와 자를 사용한 측정방법』의 개관

이 논문에서는 뒤러의『컴퍼스와 자를 사용한 측정방법』(이하『측정방법』)에 주목하였다. 인생 후반에 들면서 뒤러는 젊은 예술가나 수공업자들에게 이론과 기술을 전달하고자 애썼다. 당시 르네상스의 꽃을 피운 나라는 이탈리아였다. 뒤러는 독일 예술가들이 실기나 상상력 면에서는 이탈리아와 대등하지만 이성적 지식에 있어서는 이탈리아 예술가들에 뒤지는 점을 안타깝게 여겼다. 젊은 시절 이탈리아에서 르네상스 정신을 배우면서 뒤러는 '기하학은 모든 회화의 기초'라는 것을 실감하였고, 노년기에 접어들면서 자신의 경험을 정리하여 젊은이들에게 전수하고자 했던 것이다(Hughes, G., 2012).

『측정방법』은 총 네 권으로 이루어져 있다. 그 중 두 번째 책에서 정다각형의 작도법이 나온다. 이 책에서 뒤러는 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 28, 56개의 변을 가진 정다각형 작도를 다루었다.

2. 뒤러의 정다각형 작도와 현대적 표현

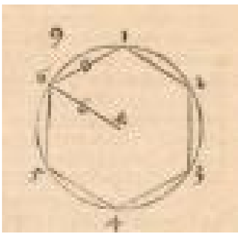
이 절에서는 이 정다각형 작도법이 제시된 순서와 방법을 살펴보았다. 뒤러는 그 시대의 기호로 각 정다각형의 작도 방법을 정리하였다. 그 내용에는 설명이 불충분한 부분이 있고 기호도 오늘날 학교수학의 관례와 다르다. 이 절에서는 먼저 그가 제시한 작도법을 살펴보고, 이어 그것을 오늘날 학교수학의 기호로 재구성하고, 더불어 부족하다고 여겨지는 부분에 대해서는 보충하였다.

가. 정육각형, 정삼각형의 작도와 정7각형, 정 14각형의 근사 작도

뒤러는 맨 처음에 정육각형 작도법을 다루었다. 이는 보통 작도를 시작할 때 변의 수가 가장 작은 정삼각형부터 시작하는 것과는 다른 출발이다.

□ 뒤러가 제시한 정육각형 작도

먼저 정육각형을 작도하려고 한다. 왜냐하면 컴퍼스를 벌린 정도를 변화시키지 않고 정육각형을 만들 수 있기 때문이다. 컴퍼스를 잡고 가운데 점 a 에 한 다리를 놓는다. 나머지 한 쪽 다리를 이용하여 원하는 길이만큼 원을 그린다. 컴퍼스를 벌린 정도를 변화시키지 말고 컴퍼스를 움직여 원주에 일정한 간격으로 표시를 한다. 같은 식으로 원주를 따라 계속해 나간다. 그러면 6개의 점이 만들어지고 거기에 숫자를 1, 2, 3 등과 같이 붙인다. 점1과 2, 점2와 3, 점3과 4 등을 곧게 연결한다. 정육각형이 만들어졌다. 중심 a에서 원주까지의 선은 $\frac{1}{6}$이며 마찬가지로 각 숫자 사이의 선들도 $\frac{1}{6}$이다 (Hughes, G. , 2012).



[그림 II-1]

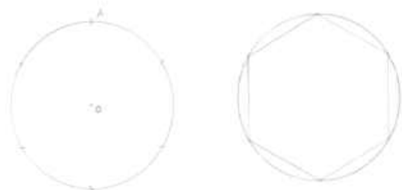
위의 인용문에는 뒤러가 정육각형 작도를 가장 앞서 다룬 이유가 제시되어 있다. 컴퍼스를 벌린 정도를 변화시키지 않고 정육각형을 그리기 위해서이다. 이러한 작도법을 영어로 rusty compass라고 한다. 이는 반지름이 똑같은 원만으로 정다각형을 작도하는 법이다.

rusty compass 작도법으로 유명한 수학자는 Abu'l wafa(940~998)이다. 알렉산드리아의 파푸스가 집필한 저서 『수학집성(mathematical collection)』에도 예시가 담겨 있다. 컴퍼스로 어떤 작업을 하는 사람들은 반지름이 고정된 컴퍼스를 쓰고자 했던 것이다(Sutton, A., 2007). 반지름이 고정되어 오차를 가능한 작게 하고 움직여야 하는 번거로움을 조금이라도 덜 수 있는 것이다. 뒤러 역시 그런 측면에서 정육각형 작도를 제일 먼저 다룬 것이다.

뒤러의 정육각형 작도법을 오늘날의 기호로 표현하면 다음과 같다.

■ 뒤러의 정육각형 작도의 현대적 표현

- 중심 O이고 반지름이 r인 원을 그린다.
- 반지름 r로 원주를 등분하면 점 6개가 생긴다.
- 이웃하는 점끼리 선분으로 연결하면 정육각형이 만들어진다.

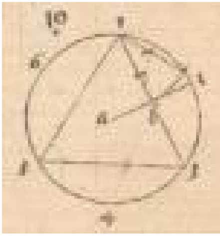


[그림 II-2]

정육각형을 이용하여 정삼각형을 작도하는 것은 다음과 같이 비교적 간단하다.

□ 뒤러가 제시한 정삼각형 작도

정육각형을 사용하여 원에 내접하는 정삼각형을 만들고자 한다. 이전에 그린 도형의 여섯 개 점을 사용하는데, 점1과 3, 점3과 5, 점 5와 1을 곧게 연결한다. 결과적으로 삼각형이 만들어졌으며, 이는 원주에 접하며 모든 측면과 위치에서 대칭적이다. 그림에서 확인할 수 있다 (Hughes, G. , 2012).

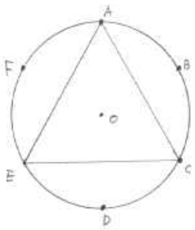


[그림 II-3]

뒤러의 정삼각형 작도법을 오늘날 방식으로 표현하면 다음과 같다.

■ **뒤러의 정삼각형 작도의 현대적 표현**

- 중심 O, 반지름 r인 원을 그린다.
- 이 원에 내접하는 정육각형 6개의 점 A, B, C, D, E, F를 정한다.
- 6개의 점 중에서 세 개인 점 A, C, E를 택해 선분으로 연결한다.
- 정삼각형이 만들어진다.

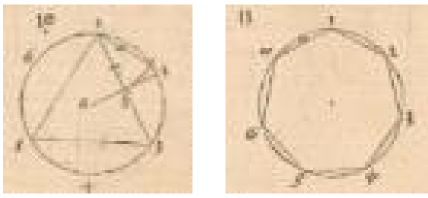


[그림 II-4]

뒤러는 이어서 정삼각형을 이용하여 정7각형을 근사적으로 작도하는 방법을 제시하였다.

□ **뒤러가 제시한 정7각형 근사 작도**

이전 도형인 삼각형을 이용하여 정7각형을 만드는 간단한 방법을 소개하려고 한다. 중심 a에서 점2까지 직선을 그으면 삼각형의 변1, 3이 반으로 잘라진다. 반으로 나누는 점을 b라고 한다. 1b의 길이로 원주를 따라 7번 맞추어 본다. 그러면 그림과 같은 도형이 된다(Hughes, G. , 2012).

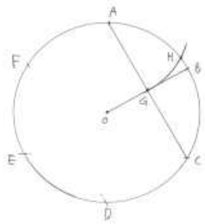


[그림 II-5]

정7각형의 근사 작도법을 오늘날의 기호로 표현하면 다음과 같다.

■ **뒤러의 정7각형 근사 작도의 현대적 표현**

- 중심O, 반지름 r인 원을 그린다.
- 반지름 r로 원주를 등분하여 6개의 점 A, B C, D, E, F를 정한다.
- 점 A, C, E를 이용하여 정삼각형을 만든다.
- 선분OB와 선분AC가 만나는 점G를 정한다.
- r=AG이고 중심=A인 호를 그려 원O와 만나는 점H를 정한다.
- 선분AH로 원O를 분할한다.
- 정7각형이 근사적으로 만들어진다.



[그림 II-6]

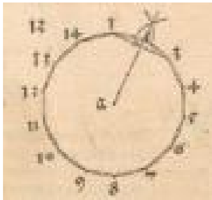
뒤러는 정7각형의 근사 작도를 기초로 하여 정14각형을 근사적으로 작도하는 방법을 제시하였다.

□ **뒤러가 제시한 정14각형 근사 작도**

다음으로 정7각형에서 정14각형을 어떻게 작도하는지를 보여주고자 한다. 원을 사용하여 한 변을 절반으로 나눈다. 이 길이[1]로 원주를 차례차례 나눈다. 그러면 14개의 점이 나온다. 이 14개의 점을 연결하면 그림과 같은 모양이 나온다. 28개의 변을 갖는 도형도 같은 방식으로 만들 수 있다. 2의 배수가 되는 것은 얼마든지

1) 여기서의 길이는 '선분의 절반'이 아니라 '호의 절반'으로 보아야 정확하다.

만들 수 있다(Hughes, G. , 2012).

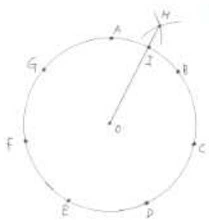


[그림 II-7]

뒤러의 정14각형에 대한 근사 작도법을 오늘날 기호로 표현하면 다음과 같다.

■ 뒤러의 정14각형 근사 작도의 현대적 표현

- 중심O에 반지름 r인 원을 그린다.
- 이 원에 내접하는 정7각형을 근사적으로 그려 7개의 점A, B, C, D, E, F, G를 정한다.
- 점A와 B에서 각각 임의의 반지름 r'인 호를 그려 만나는 점 H를 정한다.(베시카 피시스)
- 선분OH가 원O와 만나는 점 I를 정한다.
- 선분AI를 단위로 하여 원O를 분할하면 정14각형이 근사적으로 만들어진다.



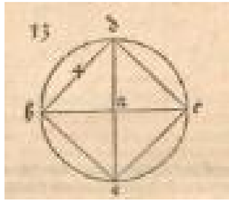
[그림 II-8]

나. 정사각형, 정8각형, 정16각형의 작도

뒤러는 정육각형, 정삼각형 등에 이어 정사각형 작도를 제시하였다.

□ 뒤러가 제시한 정사각형 작도

이제 컴퍼스로 정사각형을 작도해보자. 먼저 원을 그린다. 중심을 지나는 수평선을 그린다. 이 선이 원주와 만나는 점을 b, c라고 한다. 중심에서 수직선을 위아래로 그린다. 이 수직선은 앞의 수평선에 직각이다. 이 수직선이 원주와 만나는 점을 찍는다. 위의 점을 d, 아래의 점을 e라고 한다. b와 d, d와 c, c와 e, c와 b를 연결한다. 그림과 같이 원에 대해 정사각형 대칭이 나온다(Hughes, G. , 2012).

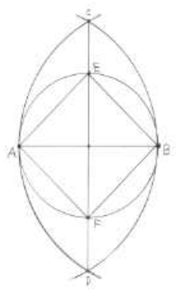


[그림 II-9]

뒤러가 제시한 방법에는 수평선(horisontal line)과 수직선(vertical line)이라는 말이 등장한다. 수평선은 중심을 가로 지르는 선을 그리면 되기 때문에 크게 어렵지 않다. 그에 대해 중심을 지나면서 앞서 그린 수평선에 직각이 되는 수직선을 그리는 방법은 어려울 수 있다. 뒤러의 위 방법에는 수직인 선분을 작도하는 법이 따로 제시되어 있지 않다. 뒤러가 제시한 방법에서 수직인 선분 작도를 보완하여 정사각형의 작도법을 오늘날의 표현으로 정리하면 다음과 같다.

■ 뒤러의 정사각형 작도의 현대적 표현

- 중심 O인 원을 그린다.
- 중심 O를 지나는 선분AB를 그린다.
- 점A와 점B에서 베시카 피시스를 그려 만나는 점을 C, D라고 한다.
- 선분CD를 그려 원O와 만나는 점E, F를 정한다.
- 점E, B, F, A를 차례차례 선분으로 연결한다.
- 정사각형 EBFA가 만들어진다.



[그림 II-10]

원에 내접하는 정사각형을 작도한 후에 네 개의 변 또는 네 개의 호를 각각 이등분하면 정팔각형을 만들 수 있고, 같은 방식으로 정16각형을 작도할 수 있다. 뒤러 역시 같은 아이디어를 사용하였다.

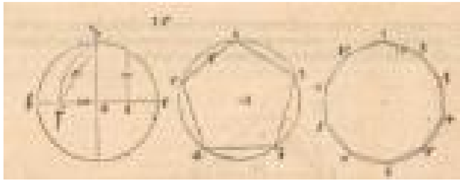
[그림 II-11]

다. 정오각형과 정10각형 작도

뒤러는 정오각형의 작도법으로 두 가지를 제시하고 있다. 하나는 엄밀한 작도이며, 다른 하나는 근사 작도이다. 정오각형 작도법을 이용하여 정10각형이 작도된다. 어떤 정사각형 작도법을 쓰느냐에 따라 정10각형 역시 엄밀한 작도와 근사 작도가 모두 가능하다.

□뒤러가 제시한 정오각형, 정10각형의 작도

원에 내접하는 정오각형을 만들어보자. 먼저 중심 a의 원을 그린다. 이 점을 지나는 수평선을 그린다. 이 선이 원주와 만나는 점에 b, c라고 표시한다. 중심 a를 지나는 수직선을 긋는다. 이 수직선이 원주와 만나는 점 중 위의 것에 d 라고 표시한다. 이제 직선 ed를 그린다. 컴퍼스의 한 다리는 점 e에 놓고 다른 다리는 d에 놓아 수평선 bc에 내려오도록 호를 그려 만나는 점을 f라고 한다. 그러고 나서 f와 d를 연결한다. 선fd가 정오각형의 한 변이 된다. 그리고 fa는 10각형의 한 변의 길이와 같다(Hughes, G. , 2012).[2]



[그림 II-12]

뒤러가 제시한 정오각형 작도법은 오늘날 널리 알려진 방법이다. 이 방법은 Caludius Ptolemy (80-198)에서 연유한 것으로 알려져 있다(Hughes, G., 2012). 그런데 위의 설명에서 점e 관한 설명이 불충분한 면이 있다. 그림으로 보면 e는 분명히 선분 ac의 중점이다. 그런데 그에 관한 진술이 없다. 또한 수직선을 긋는 방법에 대한 설명도 없다.

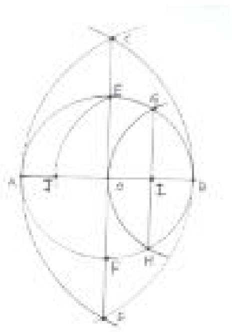
이런 점을 보완하여 정오각형, 정10각형 작도의 방법을 오늘날의 기호로 재구성하면 다음과 같다.

■뒤러의 정오각형, 정10각형 작도의 현대적 표현

- 중심O인 원을 그린다.
- 중심O를 지나는 선분AB를 그린다.
- 점A, 점B에서 베시카 피시스를 그려 만나는 점C, D를 정한다.
- 선분CD가 원O와 만나는 점을 점E, F라고 한다.
- 점O, 점B에서 베시카 피시스를 그려 만나는 점G, H를 정한다.
- 선분GH가 선분AB와 만나는 점을 I라고 한다.
- 중심 I, r=EI인 호를 그려 선분AB와 만나는 점을 J라고 한다.
- 선분 EJ의 길이로 원주를 등분하면 정오각형이 만들어진다.
- 선분 JO의 길이로 원주를 등분하면 정10각형이 만들어진다.[3]

2) 이 부분에 이어 뒤러는 정7각형의 근사 작도법을 하나 더 보여주고 있다. 그 내용은 다음과 같다. '그러고 나서 선 ac를 두 부분으로 나누고 원주까지 수직선을 세운다. 이 길이는 원의 $\frac{1}{7}$에 거의 가깝다.' 현재 정오각형과 정10각형을 다루고 있기 때문에 정7각형은 생략한다.

3) '선분 GI의 길이로 원주를 등분하면 정7각형이 근사적으로 만들어진다.'를 보충할 수 있다.

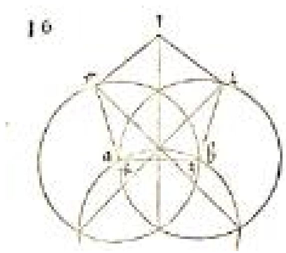


[그림 II-13]

한편 뒤러는 다음과 같이 정오각형에 대한 근사 작도 방법도 제시하였다.

□뒤러가 제시한 정오각형의 근사 작도

컴퍼스를 벌린 정도를 변화시키지 않고 정오각형을 작도하는 방법은 다음과 같다. 두 원을 서로 겹쳐 그리는데, 다른 쪽 원주에 중심이 서로 서로 놓이도록 한다. 중심 a와 b를 선분으로 연결한다. 이 선의 길이가 정오각형의 한 변의 길이가 된다. 두 원이 만나는 점 중 위의 것을 c, 아래의 것을 d라고 하고 선분 cd를 그린다. 컴퍼스를 벌린 정도를 그대로 유지한 채로 점d에 다리를 놓고 두 원과 중심 a, b를 지나도록 호를 그린다. 이 호와 만나는 원주의 점을 각각 e, f라고 한다. 수직선cd와 만나는 점을 g라고 한다. 선eg를 연장하여 원주와 만나도록 하고 그 점을 i라고 한다. 그러고 나서 i를 a와 연결하고, h를 b와 연결한다. 그러면 정오각형의 세 변이 만들어진다. 그러고 나서 점i와 점h에서 똑같은 길이로 선을 그어 위에서 만나도록 한다. 그러면 내가 여기 그려 놓은 정오각형이 얻어진다(Hughes, G. , 2012).

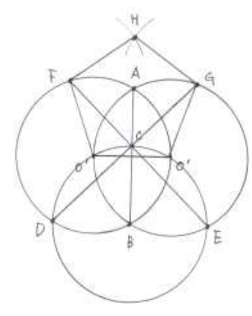


[그림 II-14]

이 작도법으로 만들어지는 다각형은 변의 길이는 같지만 각의 크기가 같지 않다. 뒤러는 컴퍼스의 벌린 정도를 바꾸지 않고 정오각형을 근사적으로 작도하는 방법을 제시하였다. 이는 rusty compass 방법이다. 정오각형은 예술가들이 자주 사용한다. 따라서 그 작도법이 단순할수록, 즉 컴퍼스 벌린 정도를 변화시키지 않고 작도하는 방법이 유용했다. 그래서 정오각형에 대한 근사 작도임에도 이 방법을 제시한 것으로 보인다. 이 작도법을 오늘날의 기호로 정리하면 다음과 같다.

■뒤러의 정오각형 근사 작도의 현대적 표현

- 중심O인 원, 중심O´인 원을 각각 그린다.(단 원O는 점O´을 지나고, 원O´은 점O를 지난다.)
- 점O와 점O´을 연결하여 선분OO´을 그린다. (이것이 정오각형의 한 변이 된다.)
- 원O와 원O´이 만나는 점을 A와 B라고 한다.
- 점B에서 같은 반지름으로 중심O, O´을 지나는 원B을 그린다.
- 원B가 원O와 만나는 점을 D, 원O´과 만나는 점을 E라고 한다.
- 선분EC를 연장하여 원O와 만나는 점을 F라고 한다.
- 선분DC를 연장하여 원O´과 만나는 점을 G라고 한다.
- 점F와 G에서 반지름 r=OO´인 호를 그려 만나는 점을 H라고 한다.
- 점H, G, O´, O, F를 연결하면 정오각형이 만들어진다.



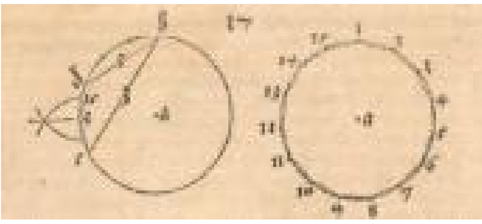
[그림 II-15]

라. 정15각형

뒤러가 제시한 정15각형 작도법은 정삼각형과 정오각형을 이용한다.

ㅁ뒤러가 제시한 정15각형의 작도

앞서 만든 정오각형에 정삼각형 작도를 적용하면 정15각형을 만들 수 있다. 먼저 중심 a인 원을 그린다. 그리고 삼각형의 한 변을 그려 위에는 b, 아래에는 c라고 기호를 붙인다. 정오각형의 한 변의 길이를 정해서 점 b에 위치시키고 다른 한 점은 원주에 놓이도록 한다. 그 점을 d가 된다. d와 c 사이의 남은 길이를 반으로 나누고 중점을 e라고 한다. 점e와 c를 연결하면 이 길이가 15각형의 한 변의 길이가 된다. 그림처럼 된다(Hughes, G. , 2012).

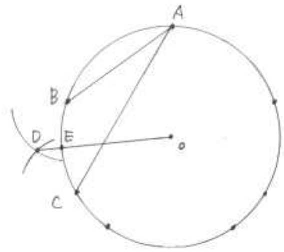


[그림 II-16]

이 작도법은 유클리드 원론 제 4권에 제시된 방법과 같다. 이 방법을 오늘날 기호로 정리하면 다음과 같다.

■ 뒤러의 정15각형 작도의 현대적 표현

- 원O를 그린다.
- 원O에 내접하는 정오각형을 그리고 꼭짓점 중 두 개에 A와 B라는 기호를 붙인다.
- 원O에 내접하는 정삼각형을 그리고 꼭짓점 중 하나에 C라는 기호를 붙인다.
- 점B와 점C 사이에 호를 이등분한다.
- (점B와 점C에서 베시카 피시스를 그려 만나는 점 D를 정하고, 선분DO가 원과 만나는 점을 E라고 한다.)
- 호의 길이 EC로 원주를 등분한다.
- 정15각형이 만들어진다.



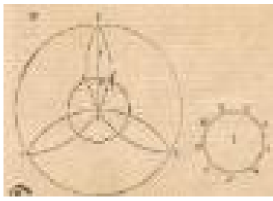
[그림 II-17]

마. 정9각형, 정11각형, 정13각형의 근사 작도

정9, 11, 13각형은 엄밀한 작도가 불가능하며 근사적으로 작도 가능할 뿐이다. 뒤러가 제시한 정9각형의 근사 작도법은 다음과 같았다.

ㅁ뒤러가 제시한 정9각형의 근사 작도

삼각형을 이용하여 9각형을 그릴 수 있다. 중심 a를 갖는 큰 원을 그린다. 컴퍼스 벌린 정도를 변화시키지 않고 물고기 부레 모양을 세 개 그린다. 원주의 맨 끝점을 b라고 한다. 다른 점은 c, d라고 한다. 위의 물고기 부레 안에 수직선 ba를 그리고 이 선을 세 부분으로 나눠 생기는 두 점을 1, 2라고 한다. 점 2는 a와 가장 가깝다. 그러고 나서 점 2를 통과하는 수평선을 그린다. 이 수평선은 앞서 그린 수직선 ba에 수직이다. 수평선이 부레와 만나는 점을 e와 f라고 한다. 중심을 a로 하고 컴퍼스의 다리를 e에 놓고 점 f를 지나도록 원을 그린다. 선분 ef는 구각형의 한 변이 될 것이며 이 작은 원 안에 내접하는 정구각형이 될 것이다. 그림에 나타나 있다(Hughes, G., 2012).



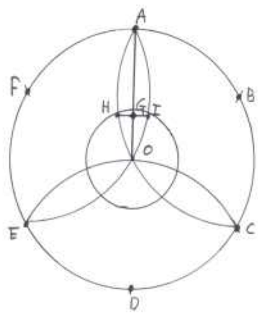
[그림 II-18]

이 방법은 정육각형의 여섯 개 점에서 출발하

고 있다. 간단하기는 하지만, 작도법 중간 중간에 메워야 할 부분이 두 군데 있다. 선분을 3등분하는 작도와 선분 위의 한 점을 지나고 그 선분에 수직인 직선 작도이다. 이런 점을 보완하여 뒤러의 정구각형 작도법을 오늘날의 기호로 정리하면 다음과 같다.

■ 뒤러의 정9각형 근사 작도의 현대적 표현

- 중심O인 원을 그린다.
- 원주 위에 6등분하는 점A, B, C, D, E, F를 정한다.
- 점B, D, F에서 원O의 반지름으로 호를 그려 베시카 피시스 모양을 세 개 만든다.
- 선분AO를 그린다.
- 선분AO를 3등분한다. (*)
- 3등분한 세 점 중에서 점O에 가가까운 점을 G라고 한다.
- 점G에서 선분AO에 수직인 선분을 긋고(**) 이 선분이 베시카 피시스와 만나는 점H, I를 정한다.
- 선분HI의 길이로 작은 원을 등분할하면 9개의 점이 만들어진다.
- 작은 원에 대해 정9각형이 근사적으로 만들어진다.
- 큰 원O를 9등분하려면, 점O에서 작은 원의 각각의 점을 연결하고 이를 연장하여 원래의 큰 원과 만나는 점을 9개 정한다.



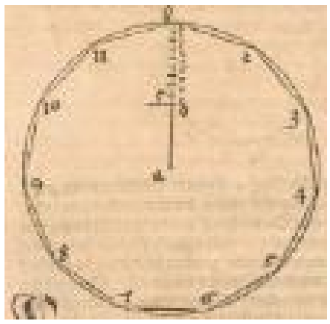
[그림 II-19]

위의 방법에서는 베시카 피시스를 하나만 이용했지만 세 개 모두 이용하여 정9각형의 아홉 개의 변 중에서 3개를 정하는 것이 가능하다. 이 점을 뒤러도 알고 있었으며 실제로 그런 방식으로 작업을 했다고 한다.

다음으로 정11각형과 정13각형의 근사작도법은 다음과 같았다.

ㅁ뒤러가 제시한 정11각형의 근사 작도

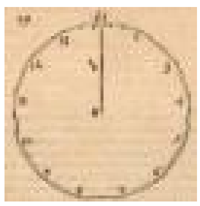
컴퍼스를 사용하여 정11각형을 작도한다. 원의 지름을 사등분한다. 그리고 그 사등분한 선분의 길이를 일정 길이만큼 연장하는데, 그 연장하는 길이는 사등분한 선분을 8등분한 것 중에서 한 등분만큼이다. 이는 증명을 위한 작도(demonstrative construction)가 아니라 단지 기술적(mechanical construction)인 것이다(Hughes, G. , 2012).



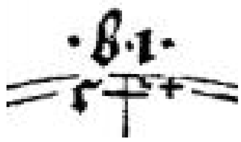
[그림 II-20]

ㅁ뒤러가 제시한 정13각형의 근사 작도

13각형을 그리려면 먼저 중심 a인 원을 그린다. 반지름 ab를 그리고 점 d에서 이등분한다. 원주를 따라 13개의 부분을 나타내기 위해 cd 길이를 사용할 것이다. 이는 증명을 위한 작도(demonstrative construction)가 아니라 단지 기술적(mechanical construction)인 것이다(Hughes, G. , 2012).



[그림 II-21]

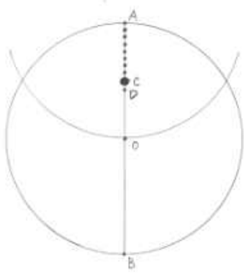


[그림 II-22] 정13각형 근사 작도의 일부 모습 확대

정13각형의 경우 뒤러의 설명에 애매한 부분이 있다. 설명에서 길이 cd를 사용하도록 했는데 이 cd는 bd보다 짧다. 여기서 bd는 ab의 절반에 해당할 것이다. 그런데 여기서 문제가 되는 것은 얼마나 짧은가라는 점이다. 여기에 대한 답은 [그림 II-22]의 확대된 기호를 어떻게 해석할 것인가에 달려 있는 것 같다. 이는 '2'와 '+' 기호로 보인다. 그런데 가장 자연스러운 독해는 24이다. 뒤러가 쓴 책을 보면 4가 종종 +로 보인다. 그래서 이를 이렇게 해석할 수 있다. bd에서 ab 의 $\frac{1}{24}$만큼을 빼라(Hughes, G., 2012).

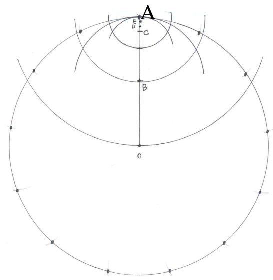
정11각형과 정13각형의 근사 작도법을 오늘날의 기호로 나타내면 다음과 같다.

■ **뒤러의 정11각형 근사 작도의 현대적 표현**
- 중심O인 원을 그린다.
- 중심O를 지나 선분AB를 그린다.
- 선분OA의 이등분점 C를 정한다.
- 선분AC를 8등분한다.
- 선분AC에 8등분한 것의 1등분 길이만큼을 연장하여 점D를 정한다.
- 선분AD를 기준으로 하여 원을 등분할 하면 11개의 점이 정해진다.
- 정11각형이 근사적으로 만들어진다.



[그림 II-23]

■ **뒤러의 정13각형 근사 작도의 현대적 표현**
- 중심O인 원을 그린다.
- 선분OA를 그린다.
- 선분OA의 이등분점 B를 정한다.
- 선분OA를 24등분한다.(선분AE가 OA의 $\frac{1}{24}$이다)
- 선분AB에서 선분AE만큼을 뺀 길이, 즉 선분EB를 기준으로 원O를 분할한다.
- 13개의 점이 정해진다.
- 정13각형이 근사적으로 만들어진다.



[그림 II-24]

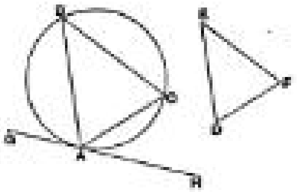
III. 뒤러의 정다각형 작도의 활용 방안

1. 유클리드 원론의 작도와 비교

유클리드의 원론은 모두 13권으로 이루어져 있다. 원론의 제1권에는 공리 5개와 더불어 공준 5개가 제시되어 있는데 이 공준 중에서 세 개는 작도와 관련 있다. 두 점이 주어졌을 때 그 두 점을 지나는 직선을 그을 수 있다, 임의의 선분을 직선으로 연장할 수 있다, 한 점을 중심으로 임의의 반지름으로 원을 그릴 수 있다 등이다. 원론에서 정다각형의 작도가 제시된 책은 제1권과 4권이다. 원론 제4권에서 다룬 정다각형의 작도법 중에서 원에 내접하는 정다각형은 변이 4, 5, 6, 15개인 경우이다.

정삼각형 작도법은 제1권에서 찾아 볼 수 있다. 그런데 이는 정삼각형 작도법이 아니라 원에 내접하는 삼각형의 작도법이다(이무현, 1997). 이 방법을 적용하여 정삼각형이라는 특수한 경우를 작도해 낼 수 있다.

제4권 법칙 2
어떤 삼각형과 원을 주었다고 하자. 그 삼각형과 각의 크기가 같은 삼각형(닮은꼴 삼각형)을 주어진 원에 내접하도록 만드시오.
<작도법>
원 ABC와 삼각형 DEF를 주었다고 하자. 삼각형 DEF와 각들의 크기가 같은 삼각형을 원 ABC에 내접하도록 만들어야 한다. 직선 GH가 점 A에서 원에 접하도록 그어라. 직선 AH의 한 점 A에서 각 DEF와 크기가 같도록 각 HAC를 만들어라. 직선 AG의 한 점 A에서 각 DFE와 크기가 같도록 각 GAB를 만들어라.

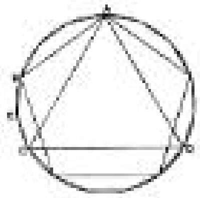


[그림 III-1] 유클리드 원론의 삼각형 작도

뒤러의 정삼각형 작도법은 정육각형 작도에서 세 점을 선택함으로써 이루어지는데 이 방법은 매우 간단하다. 이에 대해 유클리드의 방법은 접선을 긋는 등 상당히 복잡하다. 원론에서는 공리, 공준, 이전에 증명된 법칙을 사용하여 각 법칙에 등장하는 도형이 작도 가능함을 정당화하는 것을 핵심으로 하고 있다. 위의 [제4권 법칙 2]만 하더라도 [3권 법칙 16의 딸린 법칙]과 [1권 법칙 23]을 사용하였다. 정삼각형의 작도만 보더라도, 유클리드와 뒤러의 차이를 선명히 느낄 수 있다.

뒤러와 유클리드의 작도법 중에 유사한 것은, 정사각형과 정15각형이다(이무현, 1997). 특히 정15각형은 정삼각형과 정오각형 작도를 활용하고 있다는 점에서 똑같다.

제4권 법칙 16
어떤 원을 주었을 때, 그 안에 변의 길이가 같고 각의 크기가 같은 십15각형을 내접시키시오.
<작도법>
원 ABCD를 주었다고 하자. 원 ABCD에 내접하는 정삼각형의 한 변 AC를 그려라. 원 ABCD에 내접하는 정오각형의 한 변 AB를 그려라. 호 BC를 이등분하는 점을 E로 나타내자. 직선 BE, EC를 그어라. 원 ABCD에 이들과 길이가 같은 직선들을 차례차례 그려 넣어라.



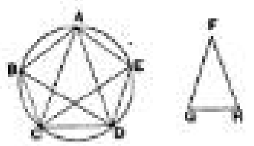
[그림 III-2] 유클리드 원론의 정15각형 작도

뒤러는 모두 16가지의 정다각형 작도법을 제시하면서 조금 더 쉽게 정다각형 작도법을 익힐 수 있도록 그 순서를 매겼다. 예컨대, 가장 먼저 정육각형 작도에서 시작한다. 이는 정육각형이 원의 반지름의 길이를 변화시키지 않고 그릴 수 있는 도형으로, 가장 간단하게 그릴 수 있기 때문이다. 이어 정육각형에서 정삼각형, 정7각형, 정14각형으로 나아간다. 이 계열은 조금 더 수월하게 정다각형을 작도하는 방법을 제시하려는 의도에서 나온 것이다.

이에 대해 원론의 작도 순서는 3 → 4 → 5 → 6 → 15 이다. 이 순서는 연역을 고리로 세워진 것이다. 작도법도 연역 가능성이 관건이기 때문에 연역적인 전개에 필요하다면 어렵고 난해한 작도법도 적극 사용하였다. 예를 들어, 원론의 정오각형 작도는 다음과 같다(이무현, 1997). 이 과정에는 [4권 법칙 10], [4권 법칙 2], [1권 법칙 9]가 쓰였다. 여기에 한 각이 두 밑각의 두 배가 되는 이등변삼각형(△FGH)가 등장한다. 오늘날 이를 황금삼각형이라고 한다. 황금삼각형을 사용한 이 방법은, 실제 작도를 하는 입장에서 볼 때, 뒤러의 정오각형의 작도에 비해 훨씬 복

잡하고 난해한 면이 있다.

제4권 법칙 11
어떤 원을 주었을 때, 그 안에 변의 길이가 같고 각의 크기가 같은 오각형을 내접시키시오.
<작도법>
원 ABCDE를 주었다고 하자. 이등변삼각형 FGH의 두 밑각 G, H가 각 F의 두 배가 되도록 그려라. 원 ABCDE의 안에 삼각형 FGH와 각들의 크기가 같은 삼각형(닮은꼴 삼각형) ACD를 내접하도록 그려라. 각 CAD는 각 F와 크기가 같고, 각 G, H는 각 ACD, CDA와 크기가 같도록 해라. 그러면 각 ACD, CDA는 각 CAD의 두 배이다. 각 ACD를 이등분하도록 직선 CE를 긋고, 각 CDA를 이등분하도록 직선 DB를 그어라. 직선 AB, BC, DE, EA를 그어라.



[그림 III-3] 유클리드 원론의 정오각형 작도

뒤러와 유클리드의 작도에 있어 무엇보다 큰 차이는 근사 작도법의 유무이다. 뒤러는 근사 작도법을 제시하였다. 엄밀한 작도가 가능한 정오각형에 대해서도 근사 작도법을 제시하였고, 정7각형, 정9각형, 정11각형, 정13각형에 대해 근사 작도법을 제시하였다. 근사적으로라도 정다각형을 어떻게 작도할 수 있을까에 초점을 둔 것이다. 이에 대해 원론에서는 눈금 없는 자와 컴퍼스로 엄밀하게 작도 가능한 정다각형에 한정하였기 때문에 근사 작도 가능한 도형을 원론에 담지 않았다.

유클리드는 공리, 공준, 이미 증명된 법칙을 사용하여 새로운 내용을 증명하는 공리적 체계를 세우는데 주력하였다. 작도 역시 공리적 체계의 한 수단으로 사용되었으며, 특히 도형이 존재함을 보증하는 수단이었다(유미영, 최영기, 2015).

화가인 뒤러는 다른 관점에서 정다각형 작도법에 주목하였다. 장인들이 필요할 때 정다각형의 작도를 수월하게 할 수 있기를 희망하며, 전해 내려오는 정다각형 작도법을 정리하고 거기에 자신의 방법을 추가하였다.

수학에서 작도라고 하면 으레 눈금 없는 자와 컴퍼스를 이용한 작도를 떠올리고 정다각형 작도는 엄밀하게 작도가 되는 경우로만 한정하는 경향이 있다. 이는 유클리드 원론의 공리적 체계에 따른 작도법을 중심으로 작도를 대해 왔기 때문이다. 그런데 뒤러와 같은 예술가가 사용한 작도법을 배움으로서 목적에 따라 다양한 작도법이 가능하다는 것을 깨칠 수 있다.

2. 기본 작도 추출

일반적으로 정n각형이 작도 가능하면, 이 정n각형의 각 변을 이등분한 정$2n$각형도 작도 가능해진다. 예를 들어, 정3각형으로부터 정6각형, 이어 정12각형이 유도된다.

뒤러는 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 28, 56개의 변을 가진 정다각형 등 16가지를 다루었다. 여기에 '정n각형을 작도할 수 있다면, 정$2n$각형을 작도할 수 있다'는 점을 적용해보자. 실질적으로 알아야 할 작도법은 3, 4, 5, 7, 9, 11, 13, 15개의 변을 가진 다각형으로 모두 8가지이다.

뒤러는 정삼각형에서 출발하여 정육각형, 정12각형으로 나아간 것이 아니라, 정육각형에서 출발하여 정삼각형으로 나아갔다. 앞서 밝힌 대로, 이는 컴퍼스의 반지름을 덜 변화시키면서 작도할 수 있는 계열을 찾고자 했기 때문이다. 따라서 뒤러의 정다각형 작도법에서 실질적으로 의미를 가지는 것은 4, 5, 6, 7, 9, 11, 13, 15개의 변을 갖는 8개 다각형이다. 여기에 3장에서 정리한 계열을 반영하면, 6 -> 7 -> 4 -> 5 -> 15 ->

9 -> 11 -> 13 순으로 제시하였다.

‘기본 작도’는 어떤 작도법을 본격적으로 배우기 전에 미리 숙달하면 좋은 작도를 말한다. 뒤러는 정삼각형에서 정13각형까지의 작도법을 제시하였고, 그것을 활용하여 더 많은 정다각형을 작도할 수 있다는 것을 보여주었다. 이 뒤러의 작도법을 마스터하고자 할 때, 그 기본 작도에 해당하는 것을 먼저 숙달하면 한결 목표를 쉽게 달성할 수 있을 것이다. 그런 의도로 뒤러의 정다각형 작도법을 분석하여 ‘기본 작도’를 추출해 보았다.

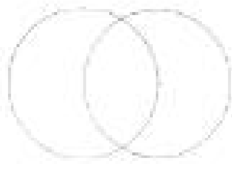
가. 뒤러의 정다각형 작도를 위한 기본 작도

먼저 <표 III-1>은 자와 컴퍼스로 정확하게 그릴 수 있는 정다각형만을 담은 것이다. 이를 보면, 기본 작도법은 ‘반지름으로 원주 분할’과 ‘베시카 피시스 작도’이다. 이 두 작도만 할 줄 알면 <표 III-1]의 정다각형 작도를 할 수 있는 것이다.

<표 III-1> 뒤러의 정다각형 작도를 위한 기본 작도

기본작도 / 정다각형	반지름으로 원주 분할	베시카 피시스 작도
6	○	
3	○	
4		○
8		○
16		○
5		○
10		○
15		○

베시카 피시스는 일정한 반지름으로 서로의 원의 중심을 지나도록 원을 그려 두 원이 교차하도록 하여 만드는 것이다. 이 베시카 피시스는 뒤러의 정다각형 작도 곳곳에서 쓰였다([그림 III-4]).



[그림 III-4] 베시카 피시스 작도

나. 뒤러의 정다각형 근사 작도를 위한 기본 작도

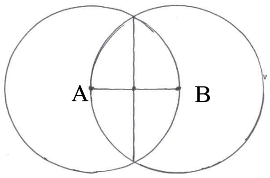
<표 III-2>는 근사적으로 그릴 수 있는 정다각형만을 모은 것이다. 근사 작도 중에서 5, 7, 14각형은 비교적 수월하게 작도할 수 있다. 그에 대해 9, 11, 13각형은 더 많은 기본 작도를 필요로 한다. 특히 13각형 작도가 어렵다.

<표 III-2> 뒤러의 정다각형 근사 작도를 위한 기본 작도법

기본작도 / 정다각형	반지름으로 원주 분할	베시카 피시스 작도	선분에 수직이등분인 선분 작도
5		○	
7	○		
14	○	○	
9	○	○	○
11		○	
13		○	
기본작도 / 정다각형	**8등분 작도**	**3등분 작도**	**24등분 작도**
9		○	
11	○		
13	○	○	○

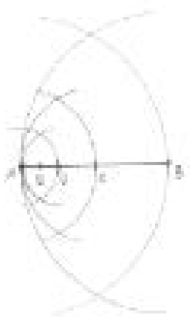
먼저, 어떤 선분에 대해 수직이등분인 선분을 작도하는 것이다. 먼저 선분AB를 그린다. 점A와 B에서 각각 반지름AB인 원을 그린다. 두 원이 만나는 교점을 연결하여 선분을 그리면, 이 선분

이 수직이등분하는 선분이 된다([그림 III-5]).



[그림 III-5] 선분에 대한 수직이등분선 작도

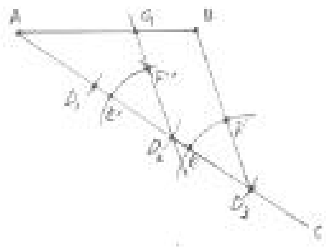
둘째, 어떤 선분을 8등분하는 작도이다. 선분 AB를 8등분한다고 하자. 먼저 선분AB를 베시카 피시스를 통해 이등분하는 점C를 정한다. 같은 방식으로 선분AC의 이등분점인 점D를 정한다. 선분AD의 이등분점 E도 마찬가지로 정한다([그림 III-6]).



[그림 III-6] 선분AB의 8등분 작도

셋째, 주어진 선분을 3등분하는 작도이다. 이 작도를 상세하게 설명하면 다음과 같다.

- 선분 AB를 3등분하려고 한다.
- 점A에서 출발하여 직선AC를 그리고, 적당한 간격으로 1배, 2배, 3배를 나타내는 점(D_1, D_2, D_3)을 표시한다.
- 점B와 점D_3를 연결하여 선분을 그린다.
- 점D_3에서 임의의 반지름 r으로 호를 그려 점 E와 점F를 정한다.
- 점D_2에서 r로 호를 그려 E'을 정한다.
- 선분EF의 길이로 점E'에서 호를 그려 만나는 점F'을 정한다.
- 선분D_2F'의 연장선을 그려 G를 정한다.
- 점G는 3등분점 중에 하나가 된다. 마찬가지로 나머지 3등분점 중에 하나를 정한다.

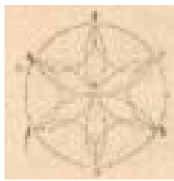


[그림 III-7]

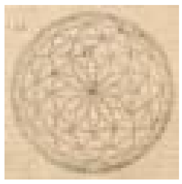
넷째, 어떤 선분을 24등분하는 작도이다. 선분 AB를 8등분 한 다음에, 각 1등분을 3등분하면, 24등분할 수 있는 기본 단위가 만들어진다. 여기서 '8등분'하는 방법과 '1등분을 3등분하는' 방법은 앞서 제시한 것 대로 하면 된다.

3. 정다각형 작도로 형태 만들기

앞서 3장에서 정리한 정다각형의 작도법에 이어 뒤러의 『측정방법』에는 다음과 같은 형태가 담긴 도안이 있다(Dürer, A., 1538). 이 형태는 정다각형의 작도를 활용한 것으로 보이는데 그 책에 상세한 절차는 나와 있지 않다.

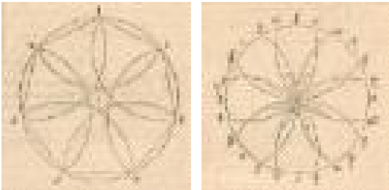


F1



F2

F3

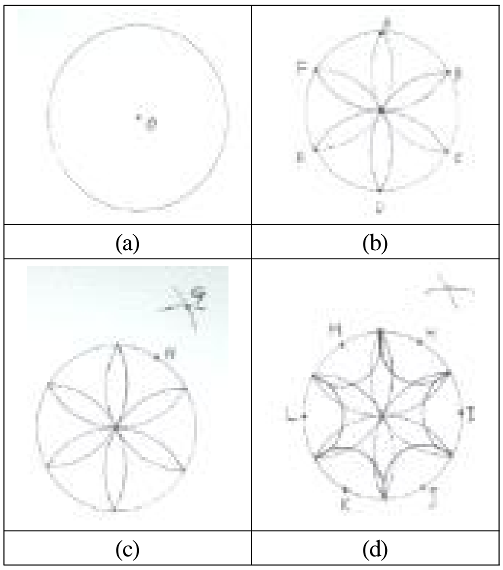


F4 F5

[그림 III-8]

비교적 간단한 형태는 [F3]와 [F4]이다. [F3]은 정오각형을 그린 후에 각 꼭짓점에서 이웃하는 꼭짓점과의 거리를 반지름으로 하여 호를 그리면 나온다. 똑같은 방식으로, [F4]는 정7각형을 그린 후에 각 꼭짓점에서 이웃하는 꼭짓점과의 거리를 반지름으로 하여 호를 그리면 나온다. Allen, J.(2007)는 정오각형에서 나온 꽃을 생명의 꽃(flower of life), 정7각형에서 나온 꽃을 지성의 꽃(flower of intelligence)으로 이름 붙였다.

이하에서는 나머지 형태에 대해 정다각형 작도를 이용하여 어떻게 만들어 낼 수 있는지 그 절차를 추론해 보았다. 첫 번째로 살펴볼 형태는 [F1]으로 정육각형 또는 정12각형을 활용한 것이다. 이 작도법을 추론해보면 다음과 같다.



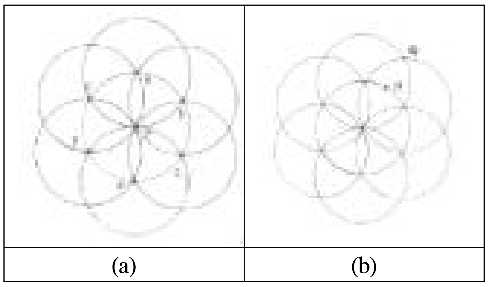
(a) (b) (c) (d)

[그림 III-9]

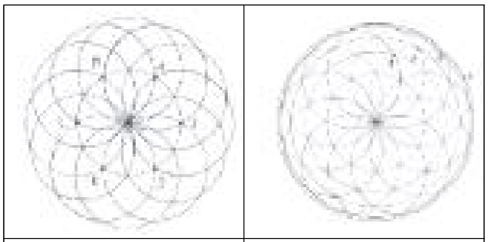
(a) 원O를 그린다.
(b) 정육각형을 작도하면서 반지름을 이용하여 호를 그린다. 정육각형의 각 점을 A, B, C, D, E, F로 놓는다.
(c) 점A와 B의 원주 상의 중점을 정하기 위해 베시카 피시스를 이용하여 점G를 정하고 이어 점H를 정한다.
(d) 점H에서 출발하여 새로운 정육각형의 여섯 개의 점을 찾고 이를 각각 H, I, J, K, L, M으로 놓는다. H, I, J, K, L, M에서 반지름 AH로 호를 그린다.

[F2] 형태 역시 정육각형에서 출발할 수 있다.

(a) 원O를 그리고, 정육각형을 작도한다. 각 꼭짓점에서 같은 반지름으로 원을 그린다.
(b) 각 꼭짓점에서 그린 두 원의 베시카 피시스를 이용하여 점G를 정한다.
점G와 중심을 연결하여 점A와 점B의 중점인 점H를 정한다.
(c) 점H를 한 꼭짓점으로 하는 정육각형을 작도한다. 이 정육각형의 각 꼭짓점에서도 같은 반지름으로 원을 그린다.
(d) 중심O에서 점P까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다. /중심O에서 점Q까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다. /중심O에서 점R까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다. /중심O에서 점S까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.



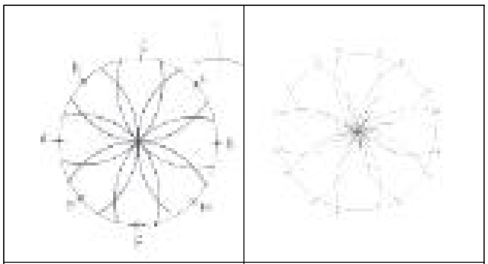
(a) (b)



(c) (d)

[그림 III-10]

마지막으로 [F5]는 정사각형 또는 정8각형을 이용한 것이다.



(a) (b)

[그림 III-11]

(a) 정사각형 작도에서 출발하여 정8각형을 작도한다. 8개의 꼭짓점에 알파벳을 붙인다. 각 꼭짓점에서 원의 반지름을 이용하여 호를 그린다.
(b) (a)에서 그린 호가 원과 만나는 점에 숫자를 1부터 16까지 붙인다. /홀수 번호에서 원의 반지름으로 호를 그려 위와 같은 모양이 되게 한다. /짝수 번호에서 원의 반지름으로 호를 그려 위와 같은 모양이 되게 한다.

지금까지 뒤러가 제시한 여러 형태가 어떻게 만들어 질 수 있는지를 알아보았다. 이는 정다각형 작도법을 근간으로 하면서 일정한 규칙을 반복적으로 사용하여 아름답고 균형 잡힌 형태를 만드는 방법을 알려준다. 이러한 뒤러의 아이디어는 정삼각형에서 시작하여 모든 정n각형에 적용해 볼 수 있다.

Ⅳ. 요약 및 제언

독일 르네상스 시대 예술가인 뒤러는 정다각형 작도에 관심을 가졌다. 그는 『측정방법』이라는 책에서 정삼각형에서 정16각형에 이르기까지 정다각형의 작도법을 나름의 체계를 세워 정리하였다. 15세기는 여전히 정n각형의 작도법에 대해 작도가능성과 불가능성에 대한 논의가 완성되지 않은 시기였다. 뒤러는 수학적으로 엄밀한 작도가 가능한 정다각형뿐만 아니라, 그렇지 않은 정다각형에 대해서도 근사적인 방법으로 정리하였다.

이 논문에서는 일차적으로 15세기 뒤러의 정다각형 작도법을 오늘날 학교수학의 언어로 재구성하는데 목적을 두었다. 그리고 정다각형 작도법을 아이들에게 가르치고자 할 때 수월하게 접근할 수 있도록 그 기본 작도를 추출하였다. 마지막으로, 정다각형 작도의 활용 방안에 관한 아이디어로 뒤러의 형태 그림을 참조하였다.

흔히 정다각형의 작도라고 하면 수학에서는 작도 가능성과 불가능성에 초점을 둔다. 이는 유클리드 원론에 기인한 방식이다. 그런데 수학자는 아니지만 수학에 호감을 가지고 자신의 업에 활용하고자 했던 사람들은 정다각형의 작도를 다른 눈으로 바라보았다.

수학을 아이들에게 가르칠 때, 유클리드 원론에서 바라본 엄밀한 작도에 관한 시선도 중요하지만, 뒤러와 같은 예술가들이 작도를 다르게 대한 시선도 교육적으로 충분히 유의미할 수 있다. 특히 요즘과 같이 통합, 융합, 연결 등이 강조되는 시대에서는 더욱 그러하다. 이 연구가 초등학교 고학년에서 활동주의 교육, 영재교육, 융합교육에 관한 교육 자료를 개발하고자 할 때 기초문헌이 되길 기대해 본다.

참고문헌

심정곤 (2006). 르네상스를 완성한 거장, 알브레히트 뒤러를 읽다. **오마이뉴스**. 10월2일자.

유미영, 최영기 (2015). 『유클리드 원론』 I 권 정리 22의 Diorism을 통해서 본 존재성. **수학교육학연구, 25**(3), 367-379.

이무현 (1997), **기하학원론 : 평면기하**. 서울 : 교우사.

Allen, J. (2007). *Drawing Geometry* : A Primer of Basic Forms for Artists, Designers and Architects. Floris Books.

Dürer, A., (1538). *Underweysung der Messung, mit dem Zirckel und richtscheyt*. http://www.e-rara.ch/doi/10.3931/e-rara-8271.

Hughes, G. (2012). The Polygons of Albrecht Dürer -1525. https://arxiv.org/pdf/1205.0080

Stewart, I.(2007). *Why Beauty is Truth*. 안재권, 안기연(역). 아름다움은 왜 진리인가(2010). 승산.

Strauss, W. L. (1977). *Albrecht Dürer -The Painters Manual*, Abaris Books, New York.

Sutton, A. (2007). *Ruler and Compass*. Woodenbooks.

A Study on Constructions of the Polygons by Albrecht Dürer for Mathematics Education

Cho, Youngmi (Gongju National University of Education)

The early Renaissance artist Albrecht Dürer is an amateur mathematician. He published a book on geometry. In the second part of that book, Dürer gave compass and straight edge constructions for the regular polygons from the triangle to the 16-gon. For mathematics education, I extracted base constructions of polygon constructions. And I also showed how to use Dürer's idea in constructing divergent forms with compass and ruler. The contents of this paper can be expected to be the baseline data for mathematics education.

* Key Words : regular polygon(정다각형), construction(작도), Albrecht Dürer(알브레히트 뒤러), approximate construction(근사작도)

논문접수 : 2017. 7. 14
논문수정 : 2017. 8. 13
심사완료 : 2017. 8. 16