

## 초등 수학 4학년 교과서의 추측하기 과제 분석 : 사각형의 정의와 성질을 중심으로

박진형\*

본 연구에서는 2007 개정 수학과 교육과정과 2009 개정 수학과 교육과정에 따른 초등 수학 4학년 교과서의 사각형의 정의와 성질에 대한 내용에서 다루어지는 수학 과제들을 각각 분석하고 비교하였다. 구체적으로, 각 교과서에서 어떠한 과제를 활용하여 학생들의 추측하기 활동을 촉진하고자 시도하고 있으며, 이 과제들이 학생들로 하여금 추측을 제기하고 이에 대해 탐구하도록 하는 데 적절한지의 여부를 분석하였다. 연구 결과, 두 교과서에서 제공하고 있는 추측하기 과제의 유형이나 형태가 다소 상이하였으나, 공통적으로 학생들의 다이어그램적 추론을 충분히 촉진하지 못하고 있는 것으로 확인되었으며, 학생들이 제기한 추측에 대한 귀납적 검증 기회도 적절하게 제공하지 못하는 것으로 드러났다. 또한, 학생들로 하여금 주어진 도형들의 공통점에 대해서 주로 추측하도록 하고 있었으며, 도형들 사이의 차이에 대해서는 비교적 주목하지 않고 있는 것으로 드러났다.

### 1. 들어가는 글

선행 연구들에서는 초등학생들이 다양한 사각형의 정의와 그 성질을 파악하는 데 어려움을 겪고 있다는 점을 보고한 바 있다. 구체적으로, 노영아와 안병곤(2007)은 학생들이 사다리꼴, 평행사변형, 마름모, 직사각형, 정사각형 등의 정의와 이 사각형들의 성질을 올바르게 파악하지 못하고 있으며, 사각형들 사이의 관계 또한 분명하게 포착하지 못하고 있다는 점을 보고하였다. 이러한 여러 유형의 사각형의 정의와 성질들에 대한 탐구는 기본적으로 일반성을 다루는 것과 관련되며, 선행 연구자들은 우리 초등 수학 교과서에서 일반성을 다루는 방식이 학생들의 탐구를 촉진하기에 다소 적절하지 않은 부분이 있다는 점을 지적해왔다. 특히, 초등 수학 교과서에서는

일반적인 개념이나 성질, 원리 등을 다루는 부분에서 한 가지 예에 대하여 국소적으로 연역적으로 추론하여 정당화하고 이 결과를 전체 대상에 적용하는 방식을 취하는 경우가 많은데, 이는 학생들이 일반성을 다루는 것을 어렵게 하는 한 원인일 수 있다(서동엽, 2003).

2015 개정 수학과 교육과정에서는 학생들에게 관찰하는 경험을 제공하고, 귀납적으로 추론하여 학생들이 스스로 수학적 규칙을 추측하도록 할 것을 제안하고 있다(교육부, 2015a). 앞서 언급한 사다리꼴과 평행사변형, 마름모, 직사각형, 정사각형의 정의와 성질은 2007 개정 수학과 교육과정(이하 2007 개정)과 2009 개정 수학과 교육과정(이하 2009 개정)에 따른 수학 교과서에서 모두 4학년 2학기에 다루어지며, 이 교과서들은 수업에서 학생들로 하여금 각 사각형의 공통점이나 분류 기준, 성질 등을 추측해보도록 할 것

\* 명지대학교, demxas@mju.ac.kr

을 염두하고 설계되었다(교육과학기술부, 2010; 교육부, 2015b). 이처럼 초등 수학 교과서에서는 학생들이 사각형의 공통점과 성질 등을 추측해 보도록 하고 있음에도 불구하고, 여전히 학생들은 이를 올바르게 파악하지 못하고 있다는 점이 알려져 있다(노영아, 안병근, 2007; 김현정, 강완, 2008). 특히, 초등 수학 교과서에서는 학생들로 하여금 몇 가지 특수한 사례로부터 일반적인 성질을 추측하도록 하는 방식의 귀납을 시도하게 하고 있으나 이러한 과제 설계 방식에 대한 비판이 제기되고 있다(강문봉, 김정하, 2015). 즉, 단순히 주어진 몇 개의 사례로부터 공통점을 도출하는 방식의 귀납은 논리적으로 그리고 심리적으로도 타당하지 않다는 것이다(강문봉, 1995).

이상의 논의에 기반을 두고 도출한 본 연구의 연구 문제는 다음과 같다: 첫째, 초등학교 4학년 2학기 수학 교과서에서는 어떠한 과제를 활용하여 사각형의 정의와 성질에 대한 학생들의 추측하기 활동을 촉진하고자 시도하고 있는가? 둘째, 이 과제들은 학생들이 추측을 제기하고 이에 대해 탐구하도록 하는 데 적절한가? 본 연구에서는 특히 2007, 2009 개정 수학 교과서의 분석에 초점을 두고자 한다. 이는 2007 개정 수학과 교육과정에서부터 수학적 문제해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통의 함양을 명시적으로 드러내어 강조하기 시작하였으며, 수학적 추론과 관련해서는 개연적 추론 방식을 중심으로 추측하기의 중요성을 교육과정 문서와 교과서에서 특히 강조하였기 때문이다.

또한, 두 가지 이상의 교과서를 비교하며 분석하는 연구는 각각의 교과서를 명확하게 파악하는 데 도움이 됨과 동시에 추후 교과서 개발에 활용할 수 있는 생산적인 시사점을 제공할 수 있음이 알려져 있다(방정숙, 김승민, 2017). 이에 본 연구에서도 이러한 두 교과서의 분석과 비교를 연구의 목적이자 방법으로 취하고자 한다. 또

한, 다양한 교과서 분석 요인들 가운데 수학적 과제에 초점을 둔 것은, 수학 교과서에 포함된 수학적 과제가 학생들의 탐구를 촉진하는 데 핵심적인 요인 가운데 하나이며 이를 적절하게 설계하는 것이 학생들의 건전한 탐구를 지원하는데 도움이 된다는 점이 강조되고 있기 때문이다(Stein, Grover & Henningsen, 1996).

앞서 상술한 연구의 목적을 달성하기 위하여, 본 연구에서는 우선 2007, 2009 개정 초등학교 4학년 2학기 수학 교과서에서 사다리꼴, 평행사변형, 마름모, 직사각형, 정사각형의 정의와 성질을 다루는 단원의 과제들 가운데 어떤 과제에서 추측하기 활동이 다루어지고 있는지 확인한다. 이어서 이 과제들이 학생들로 하여금 추측을 제기하고 이에 대해 탐구하도록 하는 데 적절한지에 대해 분석한다. 마지막으로 두 교과서에서 활용된 추측하기 과제들을 비교한다.

## II. 이론적 배경

이 장의 목적은 크게 두 가지이다. 첫 번째 목적은 본 연구에서 분석하고자 하는 추측하기 활동과 추측하기 과제가 무엇인지 분명히 하기 위하여, 추측하기의 의미를 명료히 하는 것이다. 이를 달성하기 위하여 본 연구에서는 Peirce의 논의와 이를 수학교육에서 다룬 선행 연구들을 중심으로 가추와 다이어그램적 추론에 대한 논의들을 검토하여, 수학적 추측이 어떻게 생성되며 이에 대한 탐구는 어떻게 진전되는지를 확인한다. 문성재와 이경화(2017)가 지적한 바와 같이, 기호론적 논의는 기본적으로 학생들에게 제공되는 과제의 어떠한 요인들이 학생들의 어떠한 활동을 촉발할 수 있을 것인가에 대한 분석에 관심을 두고 있으며 이에 효과적으로 활용될 수 있음이 알려져 있다. 이에 본 연구에서도 수

학적 추측 생성의 메커니즘에 대한 Peirce의 기호론적 관점을 토대로 한 이론적 논의에 기초하여 추측하기 활동이 무엇인지에 대한 본 연구의 관점을 명료히 하고, 이어서 이를 우리 초등 수학 교과서의 과제를 분석하는 데 부분적으로 활용할 것이다.

이어서, 일반성의 탐구를 예 변이(variation)의 경험과 예 공간(example-space)의 확장을 통하여 해석하고자 시도한 선행 연구들을 검토한다. 앞서 서동엽(2003)이나 강문봉과 김정하(2015)가 지적한 바와 같이 우리의 초등 수학 교과서에서는 몇 개의 특수한 사례를 기반으로 일반성을 다루고 있다. 이러한 점에서 예의 변이나 예 공간의 확장에 의한 일반성의 탐구 가능성에 대해 논의한 Marton (2006)과 Watson & Mason (2005)의 논의는 우리의 초등 수학 교과서에서 학생들이 일반적인 성질을 추측하도록 하는 과제들을 분석하는 데 생산적인 안목을 제공할 수 있을 것으로 기대하였다.

### 1. 가추와 다이어그램적 추론

전통적으로, 새로운 지식을 생성해내는 추론 양식은 크게 연역과 귀납으로 논의되어 왔으며, 이 가운데 귀납은 여러 사례들에 대한 관찰로부터 새로운 아이디어를 생성하는 추론 양식으로 다루어져 왔다(Prawat, 1999). 그러나 이러한 전통적인 논의들과는 달리, 많은 사례로부터 공통 속성을 추출하는 방식의 귀납은 타당하지 않으며, 오히려 가설을 세우고 실험과 관찰을 통해 그 가설을 조사하면서 새로운 발견이 이루어진다는 주장이 제기되고 있다(강문봉, 1995).

유사한 맥락에서 Peirce는 가추라는 용어를 도입하여 발견의 과정을 귀납과 연역으로부터 구분해내고자 시도하였으며, 이러한 Peirce의 관점에서 새로운 지식의 생성은 오직 가추를 통해서

만 가능하게 된다(이윤경, 조정수, 2015; Prawat, 1999). 구체적으로, 가추는 관찰된 결과 B로부터 설명적 가설 A를 생성해내는 추론 방식이며, 이는 ‘만일 A가 참이면 B가 당연히 성립한다’는 방식으로 이루어진다. 이처럼 귀납으로부터 가추를 구분해내는 Peirce의 입장을 채택하게 되면, 가추는 관찰한 사례들로부터 가설을 수립하는 과정인 반면, 귀납은 가추의 타당성을 다수의 사례에 기초하여 검증하는 과정이 된다(C.P. 7.218). 다시 말해서, 과학적 추론의 첫 번째 단계는 가추이며, 가추는 귀납적으로 다양한 사례를 통하여 검증하거나 연역적인 귀결을 살펴봄으로써 검증할 수 있다(Pedemonte & Reid, 2011). 즉, 학생들의 탐구는 가설을 수립하여 추측을 제기하며 이를 반박하거나 개선하면서 진전되는 것이 논리적으로 그리고 심리적으로 부합한다는 것이다(강문봉, 1995).

이러한 가추는 다이어그램적 추론에 의해 촉발될 수 있다는 점이 지적되어 왔다(C.P. 2.65). 우선, 다이어그램이란 주로 관계(relation)를 나타내는 표상이다(C.P. 4.418). 이러한 점에서 유클리드 기하에서 도형을 나타낸 그림들은 대부분 도형을 이루는 구성 요소들의 관계를 나타내고 있으므로 다이어그램으로 고려할 수 있다. 이러한 다이어그램에 대하여 이루어지는 다이어그램적 추론은 다이어그램의 구축, 다이어그램에 대한 실험, 실험 결과에 대한 관찰로 이루어진다(Hoffmann, 2004). 특히, Peirce는 다이어그램에 대한 실험은 기존에 다이어그램에 대해 적용할 수 있는 관습적인 수학적 규칙을 적용하면서 이루어지므로, 그 실험 결과로부터 도출된 사항들은 어느 정도의 개연성과 합리성을 갖는다고 볼 수 있으며(Hoffmann, 2004), 다이어그램에 대한 실험 결과를 관찰하면서 수학적 대상들에 대한 설명적 가설인 가추를 생성할 수 있다고 하였다(Park, Park, Park, Cho & Lee, 2013).

가추는 통상적으로 가추의 생성과 검증은 반복하며 점진적으로 개선된다(Peng & Reggia, 1990). 일반적으로 주어진 대상들이나 사례들을 설명하기 위한 잠정적인 가추들을 다양하게 제기하는 것에서 탐구를 시작할 수 있다(Lenhard, 2005). 그리고 이러한 가추들은 한편으로 이를 귀납적으로 다양한 사례에 적용해보면서 그 타당성을 검증할 수 있으며(C.P. 5.171), 다른 한편으로 연역적 추론을 통하여 검증 가능하다(Arzerallo & Sabena, 2008; C.P. 5.171). 이처럼 가추는 잠정적인 가추의 생성과 가추의 귀납적, 연역적 검증을 통해 개선된다(Peng & Reggia, 1990).

이상의 논의로부터 본 연구에서는 학생들에게 주어진 대상들에 대한 설명적 가설인 가추를 생성하도록 하는 과제들을 추측하기 과제로 고려하고자 한다. 그리고 가추에 대한 Peirce의 논의를 반영하여 본 연구에서는 다이어그램적 추론이 가추의 생성을 촉진할 수 있으며, 가추는 추가적으로 다양한 사례들을 검토하여 귀납적으로 검증되거나, 혹은 연역적으로 검증될 수 있다는 입장을 취한다.

## 2. 변이의 경험과 예 공간의 확장

수학 학습에서 변이(variation)의 경험이 중요하다는 점이 여러 연구자들에 의해 강조되어 왔다. 구체적으로, Marton (2006)은 수학적 예들 사이의 차이를 인식하는 과정에서 학습이 촉진될 수 있다는 점을 강조하였다. 즉, 학습자로 하여금 수학적 대상들이나 문제 상황들 사이의 차이를 인식하도록 함으로서, 한편으로 개별적인 대상이나 문제적 상황들을 연결하며, 다른 한편으로 추가적으로 탐구하게 되는 대상들이나 상황들을 바탕으로 기존에 학습한 바들을 수정하고 개선하여 확장할 수 있다는 것이다(Marton, 2006). 그

에 따르면, 학생들에게 제공하는 일련의 대상들이나 문제 상황들은 서로 고립된 것이 아니라 주요한 측면들을 공유한 것들이어야 하며, 학생들은 각기 다른 대상들과 상황들 사이의 핵심적인 차이를 명확히 함으로서, 각 대상과 상황과 관련하여 학습한 사항들의 차이를 분명히 하고, 각각의 학습한 내용들을 명료화할 수 있다. 이러한 점에서 Marton은 대상들이나 상황들의 차이를 의식할 수 있는 기회를 학생들에게 제공하기 위하여 변이(variation)의 경험을 제공할 것을 강조하였다.

이러한 변이의 경험과 차이의 의식은 수학적 예를 활용한 학습에서도 강조되어 왔다. Watson & Mason (2005)은 예 공간(example space)의 확장을 통한 일반성의 탐구 가능성을 논의하였다. 이들은 수학적인 예들은 고립된 것들이 아니며, 이러한 개별적인 예들을 어떠한 방식으로 범주화하고 조직화하는가에 따라 다양한 수학적 대상과 명제들을 생성할 수 있으므로 학생들이 각자 파악하고 있는 수학적 예들의 모임을 예 공간이라고 부를 것을 제안하였다. 그리고 다양한 수학적 예들을 생성하고, 예의 변이를 시도하는 과정에서 학생들은 한편으로 각자의 예 공간을 확장할 수 있으며, 다른 한편으로 이러한 예 변이에서 특정한 변인만을 고려할 것이 아니라 다양한 차원의 변인을 고려하면서 예 생성의 다양성을 피함으로써 동일한 예 공간 내에서도 다양한 방식의 조직화가 이루어질 수 있다는 점을 주장하였다. 서동엽(2003)이 지적한 바와 같이 우리의 초등 수학교과서에서는 단일한 예나 비교적 적은 수의 예를 바탕으로 학생들이 수학적 추측을 생성하고 일반성을 다루게 하는 경향이 있다. 이러한 점에서 Marton과 Watson & Mason의 논의는 우리의 초등 수학 교과서에서 학생들이 특수한 몇 개의 사례들로부터 일반적인 성질을 추측하고 다루도록 하는 과제들을 이해하고

분석하는 데 생산적인 안목을 제공할 수 있을 것으로 판단된다.

### III. 연구 방법

#### 1. 연구의 대상 및 범위

이 연구에서는 2007 개정 수학 4-2 교과서에서 4단원 1차시에서 4차시까지에 포함되어 있는 수학 과제들과, 2009 개정 수학 4-2 교과서에서 3단원 2차시에서 7차시까지에 포함되어 있는 수학 과제들을 분석하였다. 2007 개정 교과서에서는 이 범위에 총 15개의 과제가 포함되어 있으며, 2009 개정 교과서에서는 이 범위에 총 27개의 과제들이 포함되어 있었다.

#### 2. 분석 방법

본 연구에서는 2007, 2009 개정에 따라 각기 개발된 초등학교 수학 교과서의 4학년 2학기 범위에 포함된 여러 유형의 사각형의 정의와 성질에 대한 내용에서 다루어지는 수학 과제들을 분

석하여, 각 교과서에서 어떠한 방식으로 학생들의 추측하기 활동을 촉진하고자 시도하고 있는지를 분석하고 서로 비교하는 데 목적을 두었다. 이를 달성하기 위하여, 본 연구는 다음과 같은 방식으로 교과서의 과제들을 분석하였다.

우선, 2007 개정에 따라 개발된 4학년 2학기 수학 교과서에서는 여러 가지 사각형의 정의와 성질이 4단원에서 다루어지고 있으며, 1, 2, 3차시는 사다리꼴, 평행사변형, 마름모의 정의를 도입하고 각각의 성질을 탐구하는 차시이며, 4차시는 직사각형과 정사각형의 성질을 탐구하는 차시였다. 2007 개정에 교과서의 초등학교 4학년 2학기 4단원의 1차시에서 4차시까지의 내용은 총 15개의 과제로 이루어져 있었으며, 이 가운데 추측하기 과제는 크게 5가지 유형의 8개 과제로 확인되었다(<표 III-1>).

구체적으로, 연구자는 2007 개정에 교과서의 4학년 2학기 4단원 1차시에서 4차시까지의 과제들 가운데 학생들로 하여금 도형들의 공통점이나 차이점, 성질, 분류 조건, 포함 관계를 생각해 보게 하는 과제들을 추측하기 과제로 분류하였다. 이처럼 도형의 공통점이나 차이점, 성질, 분류 조건, 포함 관계를 생각해 보도록 하는 과제들

<표 III-2> 과제 유형(2007 개정 초등 수학 교과서)

과제 유형		1차시	2차시	3차시	4차시
추측하기	분류 기준 및 공통점 찾기	생각열기			
	차이점 찾기 및 이름 짓기		활동1		
	주어진 조건으로 분류하기 및 이름 짓기	활동1		활동1	
	성질 찾고 확인하기		활동2	활동2	
	포함관계 찾기				활동1, 활동2
도형 완성하기, 찾기		활동2	문제1	문제1	문제1
문장 만들기		확인하고 다지기	확인하고 다지기	확인하고 다지기	

은 학생들로 하여금 주어진 도형들에 대한 설명적 가설을 수립하는 가추를 생성하도록 할 수 있다는 점에서 추측하기 과제로 분류하였다.

1, 2, 3차시에서는 생각열기와 활동1이 추측하기 과제로 분류되었다. 구체적으로, 1차시의 생각 열기는 다양한 사각형들을 분류할 수 있는 기준을 추측하고, 일부 사각형들의 공통점을 추측하게 하고 있었으며, 1, 3차시의 활동1은 학생들이 주어진 조건을 활용하여 사각형을 분류하고, 이 과정에서 분류된 사각형의 이름을 지어보는 활동이 다루어졌다. 이름 짓기 활동의 경우 주어진 도형의 여러 성질들 가운데 학생들이 특정한 부분에 주목하여 해당 도형에 대한 설명을 덧붙이는 과정이므로(최수임, 김성준, 2012), 본 연구에서는 이름 짓기 역시 추측하기 활동으로 포함할 수 있을 것으로 판단하였다. 그리고 2, 3차시의 활동2는 학생들이 주어진 도형의 성질을 추측하고 확인하는 활동으로 이루어져 있었으며, 4차시의 활동1, 2는 각각 사각형들 사이의 포함 관계를 추측하고 설명하도록 하는 것이었다. 참고로 1차시의 활동2와 2, 3, 4차시의 문제1은 각

각 주어진 그림에서 특정한 사각형을 찾거나, 주어진 선분들을 활용하여 특정한 사각형을 완성하는 활동으로 이루어졌으며, 1, 2, 3차시의 확인하고 다지기는 모두 주어진 특정한 사각형 이름을 포함한 문장을 만드는 활동을 포함하고 있었다.

2009 개정에 따라 개발된 4학년 2학기 수학 교과서에서는 여러 가지 사각형의 정의와 성질이 3단원에서 다루어지고 있었다. 구체적으로, 2, 3, 5차시는 각각 사다리꼴, 평행사변형, 마름모의 정의를 도입하는 차시이며 4차시와 6차시는 각각 평행사변형과 마름모의 성질을 탐구하는 차시이다. 그리고 7차시는 직사각형과 정사각형의 성질을 탐구하는 차시이다. 1차시에서는 3단원의 내용 전반에 대한 스토리텔링을 다루고 있으며 구체적인 탐구 활동이 포함되지는 않았으므로 본 연구의 분석 범위에서는 제외하였다. 2009 개정 교과서의 초등학교 4학년 2학기 3단원의 2차시에서 7차시까지의 내용은 총 27개의 과제로 이루어져 있었으며, 이 가운데 추측하기 과제는 크게 2가지 유형의 10개 과제로 확인되었다(<표 III-2>).

<표 III-3> 과제 유형(2009 개정 초등 수학 교과서)

과제 유형		2차시	3차시	4차시	5차시	6차시	7차시
추측하기	공통점 찾기1	생각열기	생각열기		생각열기		
	공통점 찾기2			생각열기, 활동1		생각열기, 활동1	생각열기, 활동1, 활동2
분류하기		활동1	활동1		활동1		
도형 완성하기, 찾기		활동2, 3, 마무리	활동2, 3, 마무리		활동3, 4, 마무리		
추측 확인하기				활동2		활동2	활동1, 2
성질 활용				마무리		마무리	
진위 판단							마무리

구체적으로, 연구자는 이 범위에 포함된 27개의 과제들 가운데 학생들로 하여금 도형들의 공통점이나 성질을 예상하도록 하는 과제들을 추측하기 과제로 분류하였다. 이처럼 도형의 공통점이나 성질을 예상하도록 하는 과제들은 학생들로 하여금 주어진 도형들에 대한 설명적 가설을 수립하는 가치를 생성하도록 할 수 있기 때문이다.

2, 3, 5차시에서는 공통적으로 생각열기 과제에서 학생들로 하여금 교과서에 제시된 도형들의 공통점을 질문하고 있다. 지도서에 제시되어 있는 바와 같이 이러한 생각열기 과제는 학생들로 하여금 도형들에 대한 설명적 가설을 수립하게 한다는 점에서 연구자는 이 과제들을 추측하기 과제로 고려하였다. 또한, 4, 6, 7차시에서는 공통적으로 생각열기 과제에서 평행사변형, 마름모, 직사각형의 성질을 학생들이 추측하도록 하고 있으며, 4차시와 6차시의 활동1, 7차시의 활동1과 활동2에서는 각기 평행사변형과 마름모, 직사각형, 정사각형의 성질을 추측해보게 하고 있다. 이러한 과제들 역시 학생들이 주어진 도형들에 대한 가치를 생성하게 한다는 점에서 연구자는 이상의 과제들을 추측하기 과제로 분류하였다. 다만 7차시의 활동1과 활동2는 추측하기와 추측을 확인하는 활동을 모두 포함하는 과제였는데, 이는 4차시와 6차시의 활동1과 활동2를 통합한 형태의 과제였다. 이러한 점에서 7차시의 활동1과 활동2는 추측하기 과제와 추측 확인하기 과제 모두에 해당하는 것으로 분류하였다. 이상의 추측하기 과제들은 다시 두 가지 유형의 과제로 분류할 수 있었는데, 이에 대해서는 다음 장에서 좀 더 상세하게 다루고자 한다.

참고로 2, 3, 5차시의 활동1은 모두 분류하기 과제로 분석하였는데, 이 과제들은 학생들에게 6개의 도형을 제시하고 이들 가운데 주어진 기준에 부합하는 도형을 분류해내도록 하고 있다. 앞

서 2007 개정 교과서에 포함된 분류하기 과제의 경우에는 학생들이 직접 분류 기준을 상정하여 분류를 하는 활동을 담고 있었던 반면에, 2009 개정 교과서에서는 분류 기준을 교과서에 제시한 상태에서 이 조건을 만족하는 사각형을 고르는 방식으로 과제가 설계되어 있었다. 이로 인하여, 2009 개정 교과서의 분류하기 과제는 추측하기 과제에 포함하지 않았다. 도형 완성 및 찾기는 각각 두 도형의 일부를 제시하고 학생들이 이를 활용하여 두 개의 도형을 완성하도록 하는 과제, 그리고 주어진 4개의 도형을 가운데 제시된 조건을 만족하는 도형을 찾는 과제와 주어진 실생활 사진 속에서 특정한 도형을 찾는 과제를 말한다. 추측 확인하기 과제는 학생들이 앞서 추측하기 과제에서 예상한 도형의 성질이 타당한지 확인하도록 하는 과제이다. 그리고 성질 활용 과제는 완성된 도형의 일부 변의 길이나 각의 크기가 주어진 상태에서 나머지 다른 변의 길이나 각의 크기를 도형의 성질을 활용하여 구하는 과제이다. 진위 판단 과제는 7차시에만 포함되어 있는데, 이 과제에서는 제시된 명제의 진위를 학생들이 판단하도록 하며, 앞서 3학년 1학기에 학습하였던 직사각형과 정사각형의 정의 및 성질을 상기하도록 하는 데 초점을 두고 있다.

본 연구에서는 추측하기 과제들의 적절성에 대해 분석하는 데 초점을 두므로, 이어지는 절에서는 위 <표 III-1>과 <표 III-2>에 제시된 추측하기 과제들을 상세하게 분석하고자 한다. 그리고 2009 개정 교과서에서 다루어진 4차시와 6차시의 활동2, 7차시의 활동 1, 2는 앞서 제시된 과제에서 제기한 추측을 확인하는 과제이므로 추측하기 활동과 연결된 과제들로 고려하였으며, 이에 이 과제들도 함께 분석하였다.

이어서 연구자는 추측하기 과제들을 앞서 검토한 Peirce의 가치에 대한 논의와, 차이의 의식에 초점을 둔 변이의 경험과 예 공간의 확장에

대한 Marton과 Watson & Mason의 논의에 기반을 두고 분석하였다. 우선은, Peirce의 논의에 비추어 (1) 학생들에게 가추 생성을 위한 다이어그램적 추론의 기회를 제공하는지, (2) 생성된 가추에 대한 검증이나 개선 기회를 제공하는지에 초점을 두고 분석을 전개하였다. 이어서 (3) Marton과 Watson & Mason의 관점에서 학생들로 하여금 차이의 의식에 초점을 둔 변이의 경험과 예 공간 확장의 기회를 제공하는지에 초점을 두고 해당 과제들을 분석하였다.

이러한 분석 전반에서 연구자는 4학년 2학기 수학 교과서에 대한 지도서에 작성된 해당 과제들의 의도와 교수 방법에 대한 설명들을 참고하여 연구자 분석의 적절성을 검토하는 데 참고하였다. 또한, 앞서 분류한 추측하기 과제들뿐만 아니라 동일 차시에 제시된 과제들을 함께 검토하였다. 이는 추측하기 활동이 단일한 과제에 국한된 것이 아니라 차시 내에 연결된 앞, 뒤의 과제와 함께 이루어질 수 있으므로, 연결된 과제들에 대한 분석으로 해당 과제를 활용하여 이루어질 수 있는 학생들의 탐구의 풍성한 잠재력을 함께 고려하기 위함이었다.

## IV. 연구 결과

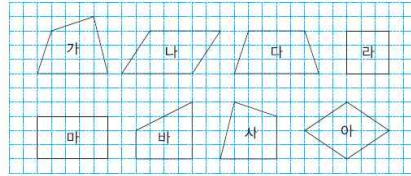
### 1. 2007 개정 교과서 분석

#### 가. 분류 기준을 추측하는 과제

1차시에 포함된 생각열기에는 다양한 사각형들이 제시되어 있으며, 학생들이 나름의 분류 기준을 설정하여 이 사각형들을 분류하고, 일부 사각형들의 공통점을 추측하도록 하고 있다.



여러 가지 사각형의 모양을 살펴봅시다.



주어진 사각형을 모양에 따라 2가지로 나누고, 그 이유를 설명하시오.

사각형 나, 다, 라, 마, 바, 아의 공통점을 말해 보시오.

[그림 IV-1] 분류하기 과제(교육과학기술부, 2010, p. 50)

위 그림에서 확인할 수 있는 바와 같이, 생각열기에서는 학생들에게 8개의 사각형을 제시하였으며, 이 사각형은 모두 격자선과 함께 제시되었다. 이러한 격자선의 가장 주요한 기능 가운데 하나는 학생들이 아직 유형을 명료히 포착하기 어려운 다양한 사각형들의 변의 길이나 각의 크기를 분명하게 파악할 수 있도록 보조하는 데 있다. 격자선들로 인하여, 제시된 8개의 사각형 그림들에서는 각 사각형을 이루는 요소들인 변이나 각들 사이의 관계가 어떠한지가 명료하게 분석 가능하게 되었으며, 이에 위 생각열기에 제시된 도형의 그림들은 다이어그램으로 기능할 수 있다. 이러한 점에서 [그림 IV-1]의 생각열기는 학생들이 주어진 다이어그램에 대한 실험과 관찰을 통하여 분류 기준과 공통점에 대한 가추 생성을 시도할 수 있도록 지원하고 있는 것으로 볼 수 있다.

그러나 이어지는 질문에서는 사다리꼴에 해당하는 사각형들의 공통점을 질문하고 있어서, 선행하는 질문에 대해 교과서에서 기대하는 정답이 무엇인가를 간접적으로 드러내고 있는 면이 있다. 다시 말해서, 첫 번째 질문은 다소 열린 질문의 형태를 가지고 있지만, 두 번째 질문이 본 과제의 의도를 드러내고 있음으로 인하여 첫 번째 질문에 대한 학생들의 자유로운 탐구를 제



약하고 있는 면이 있다. 따라서 위와 같은 분류 기준의 추측이 좀 더 생산적으로 이루어지기 위해서는 첫 번째 질문의 개방적인 면을 좀 더 유지하기 위한 방식으로 과제를 구현할 필요가 있을 것으로 판단된다.

나. 차이점과 성질을 추측하는 과제

2차시에 포함된 활동1은 학생들로 하여금 제시된 도형의 차이점을 추측하고 이름을 지어보게 하고 있으며, 2, 3차시에 포함된 활동2는 학생들이 제시된 도형의 성질을 추측하고 확인하게 하는 과제이다. ([그림 IV-2], [그림 IV-3]).

**활동 1** 사각형 가와 나 의 모양을 살펴봅시다.

- 사각형 나에서 변  $g$ 과 평행한 변은 어느 변입니까?
- 사각형 나에서 변  $h$ 과 평행한 변은 어느 변입니까?
- 사각형 가와 사각형 나 의 차이점은 무엇입니까?
- 사각형  $g$ ,  $h$ 과 같이 마주 보는 두 쌍의 변이 서로 평행한 사각형의 이름을 무엇이라고 부르면 좋을지 자신의 의견을 말해 보시오.

[그림 IV-2] 차이점 추측 과제(교육과학기술부, 2010, p. 52)

**활동 2** 마름모의 성질을 알아봅시다.

- 마름모에서 마주 보는 각의 크기는 어떠하다고 생각합니까?
- 마름모에서 마주 보는 각의 크기를 재어 보시오.
- 마름모에서 마주 보는 각의 크기는 어떻습니까?
- 마름모에서 발견한 성질을 말해 보시오.

[그림 IV-3] 성질 추측 과제(교육과학기술부, 2010, p. 55)

[그림 IV-2]에서 확인되는 바와 같이, 2차시의 활동1에서는 두 사각형의 차이점을 추측하게 하고 있으며, 이어지는 질문에서는 학생들의 이름 짓기 활동을 촉진하고 있다. 앞서 1차시의 생각 열기에서는 학생들이 주어진 도형들 사이의 공통점을 추측하도록 한 반면에, 위 과제에서는 사다리꼴과 평행사변형의 차이점에 주목하도록 한 점이 가장 특징적인 부분이다. 이어지는 절에서 확인할 수 있겠지만, 본 연구에서 분석한 모든 추측하기 과제들 가운데 학생들이 도형들 사이의 차이에 주목하도록 한 과제는 위 과제가 유일하였다. 이와 더불어 위 과제에서도 여전히 도형의 그림을 격자선 위에 제공하여, 다이어그램에 대한 관찰과 실험에 기초한 가추 생성을 지원하고자 시도하고 있음이 확인된다.

또한, 활동1에서는 학생들이 주어진 도형의 이름 짓기를 시도하게 하고 있다. 그러나 최수임과 김성준(2012)이 지적한 바와 같이, 이름 짓기 활동에서 주요한 부분 가운데 하나는, 주어진 도형의 여러 성질이나 특성을 가운데 학생들이 가장 특징적인 부분을 포착하여 조직화하도록 하는데 있다. 이에 비추어 볼 때, [그림 IV-2]의 이름 짓기 활동은 이에 앞서 제시된 질문들에서 이미 학생들로 하여금 마주보는 변의 평행성에 주목하게 하고 있기 때문에, 비교적 학생들이 반응할 수 있는 폭은 넓지 않을 것으로 판단된다. 즉, 활동1에 제시된 이름 짓기 활동 그 자체는 학생들의 반응의 자유도가 높은 개방적인 활동이나, 이 활동에 대하여 교과서에서는 강력한 제약 조건을 제공하여 학생들이 제시된 특정 조건에만 주목하게 하고 있는 것으로 판단된다.

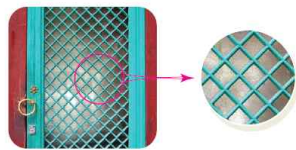
[그림 IV-3]은 3차시의 활동2이며, 이 과제에서는 학생들이 마름모의 성질을 추측하고, 마름모의 각의 크기를 직접 측정하게 하여 추측이 타당한지 확인하도록 하고 있다. 이 과제에서는 이전 과제들과는 달리 격자선이 제공되지 않는

있다. 그러나 앞서 검토한 과제들과는 달리 이 과제에서는 학생들이 이미 마름모의 정의를 파악한 상태에서 주어진 도형을 마름모로 다루게 되므로, 이 도형의 네 변의 길이가 같다는 점이 전제되어 있다. 따라서 굳이 격자선이 제공되지 않더라도 이 도형은 다이어그램의 지위를 갖는 것으로 볼 수 있다. 또한, 이 과제에서도 학생들이 마름모의 성질을 추측하게 하고는 있지만, 보조적인 질문들을 제공하여 학생들이 마름모의 각의 크기라는 요소에 초점을 둔 상태에서 수학적 추측을 제기하고 확인하도록 하고 있음이 확인된다. 또한, 일반적인 마름모의 성질을 단일한 마름모를 대상으로 한 관찰을 통하여 비교적 신속하게 일반화하고 있다.

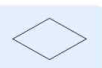
#### 다. 이름 짓기 과제

이름 짓기 과제는 앞서 확인한 2차시의 활동1과 더불어, 1차시와 3차시의 활동1에서도 다루어지고 있었다. 이러한 점에서 새로운 사각형의 유형을 도입하는 1, 2, 3차시의 활동1에서는 공통적으로 학생들로 하여금 새로운 유형의 사각형의 이름을 직접 지어보도록 하고 있는 것으로 볼 수 있다. 다음 [그림 IV-4]는 3차시의 활동1이다.

**활동 1** 우리나라 전통무늬에서 볼 수 있는 여러 가지 사각형을 알아봅시다.



- 찾을 수 있는 여러 가지 사각형의 특징을 말해 보시오.
- 사각형 중에서 네 변의 길이가 같은 사각형을 말해 보시오.
- 오른쪽 그림과 같이 네 변의 길이가 같은 사각형의 이름을 무엇이라고 부르면 좋을지 자신의 의견을 말해 보시오.



[그림 IV-4] 이름 짓기 과제(교육과학기술부, 2010, p. 54)

위 [그림 IV-4]에서 확인되는 바와 같이 이 과제에서는 학생들로 하여금 ‘네 변의 길이가 같은 사각형’의 이름을 지어보도록 하고 있다. 1, 2, 3차시의 활동1에서도 위의 과제와 동일하게, 새롭게 도입할 사각형의 정의에 해당하는 특성이 교과서에 기술되어 있으며, 학생들이 이를 만족하는 도형의 이름을 지어 보도록 하고 있다.

그러나 앞서 상술한 바와 같이 이름을 짓는 활동의 핵심적인 부분은 학생들이 탐구한 수학적 대상의 여러 가지 다양한 면면들 가운데 어떠한 특성이 가장 주요한 것인가를 곱씹어보고, 이들 사이의 관련성을 조직화하고 종합하는 데 있다. 그러나 우리 교과서의 이름 짓기 과제에서는 도형의 정의에 해당하는 성질이 교과서에 기술된 상태에서 이를 만족하는 도형의 이름을 지어 보게 하고 있다. 이러한 점에서 위 과제는 학생들이 명목상의 이름만을 떠올려보게 하고 있는 것으로 볼 수 있으며, 이름 짓기 활동 본연의 의의를 충분히 살리지는 못하고 있는 것으로 판단된다.

#### 라. 포함 관계 찾기 과제

포함 관계 찾기 과제는 4차시에서 다루어지고 있으며, 다음과 같이 이 단원에서 학습한 여러 유형의 사각형들 사이의 포함 관계를 추측하고 정당화해보게 하고 있다.

**활동 1** 직사각형의 여러 가지 성질을 알아봅시다.



- 변 a와 변 b는 평행한가?
- 직사각형을 사다리꼴이라고 말할 수 있습니까?
- 왜 그렇게 생각합니까?
- 변 a와 변 c는 평행한가?
- 직사각형을 평행사변형이라고 말할 수 있습니까?

- 왜 그렇게 생각합니까?
- 각 그림, 각 도형, 각 도면, 각 그림의 크기는 모두 같습니까?
- 직사각형의 성질을 말해 보시오.

[그림 IV-6] 포함 관계 추측  
과제(교육과학기술부, 2010, p. 56)

위 그림과 같이 4차시의 활동1에서는 직사각형과 사다리꼴, 평행사변형과의 포함 관계를 다루고 있었으며, 이어지는 활동2에서는 정사각형과 사다리꼴, 평행사변형, 직사각형, 마름모와의 포함 관계를 다루고 있었다. 그리고 이러한 추측하기 질문에 앞서 두 가지 유형의 사각형을 구분하는 데 핵심적으로 작동하는 성질을 확인하게 하여, 이를 바탕으로 두 가지 유형의 포함 관계를 추측하도록 힌트를 제공하고 있다.

반 힐레의 기하 학습 수준 이론에 비추어 볼 때, 개별 도형의 성질을 파악하는 활동이 2수준에 해당하는 데 반하여, 위와 같이 도형들이나 성질들 사이의 관계를 파악하는 활동은 3수준에 해당하므로 앞서 검토한 추측하기 과제들에 비하여 포함 관계를 추측하도록 하는 위 과제는 다소 수준이 높다고 볼 수 있다. 그리고 일반성을 다루는 것에서 나아가 일반적인 성질들 간의 관계를 다루고 있는 과제임에도 불구하고, 전형적인 단 하나의 예를 활용하여 일반성을 탐구하게 하고 있다는 점 또한 위 과제의 특징적인 면으로 볼 수 있다. 이러한 과제 구성 방식의 적절성에 대해서는 이후에 좀 더 상세하게 논의할 것이다.

마. 요약

지금까지 분석한 2007 개정 수학 교과서에서 사각형의 성질에 대한 추측하기 과제들의 특징을 요약하면 다음과 같다. 첫째, 전반적으로 크게 다섯 가지 유형의 추측하기 과제가 제시되어 있었으며, 각 과제에서는 모두 학생들에게 다이

어그램에 대한 관찰에 기초한 가추 생성 기회를 제공하고 있음이 확인되었다. 특히, 특정한 유형의 사각형을 처음 탐구하는 과제에서는 교과서에 이 사각형의 그림을 격자선과 함께 제시하여 학생들이 이 그림을 다이어그램으로 활용할 수 있도록 하고 있었다. 그리고 학생들에게 도형의 정의를 제시한 이후에는 과제에 격자선 대신에 도형의 정의를 제시하여 학생들이 이 정의를 활용하여 주어진 그림을 다이어그램으로 활용하도록 하고 있었다. 그러나 이러한 다이어그램 활용은 주로 제시된 다이어그램에 대한 관찰에 초점을 두고 있었으며, 학생들이 직접 다이어그램을 생성하고 이에 대해 실험해보도록 하는 활동은 찾아보기 어려웠다. 이는 수학적인 예를 활용하는 방식과도 관련되었는데, 제시된 과제들 가운데 분류하기 과제와 차이점 추측하기 과제를 제외한 나머지 과제들에서는 학생들이 주어진 단 하나의 예를 바탕으로 일반적인 추측을 생성하도록 하고 있었다. 그리고 차이점 추측하기 과제의 경우에도 사다리꼴과 평행사변형을 각각 나타내는 두 개의 예에 대해서 일반적인 두 도형의 성질을 비교하게 하고 있었다.

둘째, 분류 기준, 차이점, 성질, 포함 관계를 추측하는 과제와 이름 짓기 과제에서는 공통적으로 학생들로 하여금 다양한 추측을 생성할 수 있는 기회를 제공하는 발문을 포함하고 있었다. 그러나 교과서에서는 이러한 발문 전후에 학생들이 초점을 두어야 하는 사항을 비교적 명료하게 제시하고 있었다. 즉, 교과서의 과제에서 학생들이 생성하기를 기대하는 추측을 이미 명시적으로 제시하고 있는 것으로 드러났다.

셋째, 교과서에서 학생들이 주어진 도형이나 대상의 차이점을 추측하도록 하는 과제는 단 하나에 불과하였으며, 다른 과제들은 모두 특정 범주 도형들의 공통점을 추측하도록 하고 있었다. 평행사변형을 도입하는 과제에서는 학생들로 하


여금 평행사변형과 사다리꼴을 비교하고 그 차이점을 추측하도록 하고 있었으나, 이후에 마름모를 도입하거나 직사각형, 정사각형의 성질을 다루는 과제들에서는 이처럼 다른 유형의 사각형들과의 차이를 다루는 활동을 찾아보기 어려웠다. 오히려, 직사각형과 정사각형의 성질을 다루는 차시에서는 이러한 사각형들 사이의 포함관계를 다루고 있었으며, 포함관계를 다루는 과정 역시 순차적으로 가장 넓은 범주에서 가장 작은 범주의 순으로 사각형을 다루도록 하여 차이점보다는 공통점에 초점을 둔 활동이 주를 이루고 있었다.

넷째, 추측하기 과제들은 공통적으로 학생들로 하여금 추측을 생성하도록 하는 데 초점을 두고 있었으며, 각자 생성한 추측이 적절한가에 대해 귀납적으로 검증하는 활동은 찾아보기 어려웠다. 초등 수학 교과서에서 학생들에게 엄밀한 연역적인 정당화를 요구하기는 다소 어렵다는 점을 감안하였을 때, 학생들이 생성한 가추에 대한 귀납적 검증과 이러한 검증 과정에 비추어 자신들의 추측을 개선하는 활동은 필수적이라고 판단된다. 하지만 교과서에서는 학생들이 생성한 가추를 검증하고 개선하도록 하는 과제를 찾아보기 어려웠다.

## 2. 2009 개정 교과서 분석 결과

### 가. 공통점 찾기 유형1 과제

본 연구에서는 2, 3, 5차시의 생각열기를 모두 공통점 찾기 유형1의 과제로 범주화하였으며, 이 과제들에서는 다음과 같이 특정한 모양의 사각형들의 공통점을 질문하고 있다. 2차시에서는 사다리꼴, 3차시에서는 평행사변형, 5차시에서는 마름모가 다루어진다. 다음 그림은 2차시의 사다리꼴에 대한 생각열기 과제이다.

 마을 사각형들만의 공통점은 무엇인지 이야기해 봅시다.



[그림 IV-7] 공통점 찾기 유형1 과제(교육부, 2015c, p. 84)

위 그림에서 확인되는 바와 같이, 공통점 찾기 유형1의 과제들에서는 다이어그램이 다루어지지 않고 있었다. 다이어그램은 기본적으로 관계를 나타내는 표현이다. 따라서 도형에 대한 그림이 다이어그램의 지위를 얻을 수 있기 위해서는 도형을 이루는 요소들 사이의 관계가 확인될 수 있어야 한다. 그러나 [그림 IV-6]에 제시된 그림들에서는 해당 도형을 이루는 요소들인 변이나 각들 사이의 관계가 어떠한지를 확인하기 어렵다. 이러한 점에서 이 그림들은 다이어그램이라고 보기 어렵다. 특히, 각 도형의 정의를 아직 다루지 않은 상태에서 도형의 공통점을 추측하도록 하고 있는 공통점 찾기 유형1의 과제들은 학생들이 구체적으로 어떠한 도형들의 공통점을 추측해야 하는 것인지가 다소 모호한 것으로 확인된다. 즉, 학생들은 탐구의 대상이나 범위가 분명하지 않은 상태에서 비형식적인 표현으로 제시된 도형들의 공통점을 추측해야 한다. 이처럼 공통점 찾기 유형1의 경우 학생들이 어떤 도형에 대해 탐구하고 있는지도 불분명하므로 실상 학생들이 제기한 추측에 대해 검증 시도 자체가 어려운 면도 있다.

### 나. 공통점 찾기 유형 2 과제

본 연구에서는 4, 6, 7차시의 생각열기와 활동

1을 공통점 찾기 유형2의 과제로 범주화하였으며, 이 과제들도 앞서 확인한 공통점 찾기 유형1의 과제들과 유사한 형태로 구현되어 있다. 그러나 공통점 찾기 유형2의 과제들에는 학생들이 공통점을 찾게 될 도형의 정의가 과제에 포함되어 있다. 다음 그림은 4차시의 평행사변형의 성질에 대한 생각열기 과제이다.

**생각열기** 평행사변형 마름모 사각형들은 마주 보는 두 쌍의 변이 서로 평행합니다. 평행사변형들의 다른 공통점을 찾아 이야기해 봅시다.



[그림 IV-8] 공통점 찾기 유형2 과제(교육부, 2015c, p. 88)

4, 6차시의 활동 1과 7차시의 활동1, 2도 역시 평행사변형과 마름모, 직사각형과 정사각형의 성질을 예상하는 과제이다. 앞서 상술했던 바와 같이, 4, 6차시의 활동1은 추측하기만 포함된 반면, 7차시의 활동 1, 2는 예상한 성질을 확인하는 활동까지 포함되어 있다. 다음 그림은 각각 6차시와 7차시의 활동1이다.

**활동1** 마름모의 여러 가지 성질을 예상해 보세요.



- 마름모는 어떤 성질을 가지고 있을지 예상해 보세요.

예 마주 보는 두 쌍의 변이 서로 평행할 것입니다.  
 마주 보는 두 각의 크기가 같을 것입니다.  
 마주 보는 꼭짓점끼리 이은 선분이 서로 수직일 것입니다.

- 내 예상과 친구의 예상을 비교해 보세요.

[그림 IV-9] 공통점 찾기 유형2 과제(교육부, 2015c, p. 92)

**활동1** 직사각형의 성질을 알아보세요.



- 직사각형은 어떤 성질을 가지고 있을지 예상하고 확인해 보세요.

	예상한 성질	확인 방법	확인 결과
예	마주 보는 두 쌍의 변이 서로 평행합니다.	한 직선에 수직인 두 직선은 평행하기 때문입니다.	그렇습니다.
	마주 보는 두 변의 길이가 같습니다.	자로 재어 봅니다.	그렇습니다.
	마주 보는 두 각의 크기가 같습니다.	직사각형은 네 각이 모두 직각이기 때문입니다.	그렇습니다.

- 내 생각과 친구의 생각을 비교해 보세요.
- 직사각형의 여러 가지 성질을 이야기해 보세요.

[그림 IV-10] 공통점 찾기 유형2 과제(교육부, 2015c, p. 94)

이처럼 공통점 찾기 유형2 과제들에는 해당 도형의 정의나 이름이 함께 제시되어 있다. 이러한 면에서 공통점 찾기 유형2에서 다루어진 도형들은 해당 도형의 요소들 사이의 관계가 드러난 상태이므로 다이어그램으로 볼 수 있다.

하지만 [그림 IV-7], [그림 IV-8], [그림 IV-9]에서 확인되는 바와 같이 공통점 찾기 유형2에 속하는 과제들에서는 다소 제한적인 유형의 다이어그램들만을 제공하고 있는 것으로 확인된다. 또한, 학생들로 하여금 직접 다이어그램을 생성해보도록 하고 있지는 않으며, 교과서에 제공된 다이어그램들을 관찰하도록 하는 데 초점을 두고 있다. 지도서에서도 학생들이 주어진 그림을 바탕으로 그림들 사이의 공통점을 추측하게 하는 것만을 강조하고 있었으며, 직접 다이어그램을 생성할 기회를 제공하도록 하는 내용은 포함되지 않았다.

4차시와 6차시의 활동1의 경우에는 해당 과제에서 평행사변형이나 마름모의 공통점만을 추측하도록 하고 있으나, 7차시의 활동1, 2는 공통점 추측과 함께 추측된 성질을 확인하도록 하고 있다. 앞서 상술했던 바와 같이, 4차시와 6차시의 경우에도 추측 과제 이후에 이를 검증하는 과제가 곧바로 이어지고 있다. 그리고 이러한 추측 확인

과제들은 7차시의 활동1, 2와 동일한 형식으로 이루어져 있다. 이러한 점에서 4, 6차시에 다루어지는 활동1과 7차시의 활동1, 2는 실상 질적인 차이가 있다고 보기는 어려우며, 7차시에서는 단순히 분량상의 이유로 이전 차시의 추측하기 과제와 확인 과제를 통합한 것으로 볼 수 있다.

이처럼 7차시의 과제들을 제외하고, 공통점 찾기 유형2 과제들은 기본적으로 추측에 대한 검증을 포함하고 있지는 않다. 그러나 이어지는 추측 확인 과제에서 학생들이 예상한 도형의 성질들을 확인하도록 하고 있으므로, 이 과제들이 가추 검증이나 개선 기회를 제공하고 있는가의 여부는 이어지는 추측 확인 과제를 통하여 확인할 필요가 있다. 위 [그림 IV-9]에 제시된 것과 같이 추측을 확인하는 과제는 주어진 3개의 예에 대해 다양한 방법을 활용하여 추측된 성질을 확인하도록 하고 있다. 이처럼 추측 확인 과제들은 연역적 검증을 시도하고 있지는 않다. 연역 추론은 일반적으로 받아들여지는 참인 사실에 근거하여 주어진 사실로부터 결론을 추리하는 것이나(서동엽, 2003, p. 161), 위 활동에서 이러한 연역적 추론을 기대하기는 어렵다. 지도서에서는 위 [그림 IV-9]에 제시된 과제가 구체적인 조작 활동을 통해 모든 평행사변형(마름모, 직사각형, 정사각형)이 가지고 있는 성질을 귀납적으로 일반화하게 하는 과제라고 소개되어 있다(교육부, 2015b, p. 209). 그러나 위 과제들과 같이 제시된 세 개의 평행사변형이나 마름모, 직사각형, 정사각형에 대해 학생들이 예상한 성질을 확인하는 것을 귀납적 일반화라고 보기에는 다소 무리가 있다.

기본적으로 가추의 생성과 그 귀납적 검증은 국소적인 사례들로부터 도출된 가추를 추가적인 사례들에 대해 검증하면서 진전된다(Radford, 2010). 그러나 위 과제들에서 확인되는 바와 같이, 우리 수학 교과서에 제시된 추측 과제들과

추측 확인 과제들은 추측 과제들에서 몇 개의 예에 대해 가추를 생성하고, 이어서 앞서 가추를 생성하는 데 활용된 예들에 대하여 가추가 성립하는지를 검토하는 방식으로 이루어져 있다. 이러한 방식의 탐구 전개가 가능한 것은 과제에 제시된 예 가운데 모든 평행사변형이나 마름모 등을 대표할 수 있는 일반성을 갖는 예가 이미 포함되어 있다는 점에 있다. 즉, 추측하기 과제들은 이 과제들에 제시된 도형의 예들 중에 이미 모든 평행사변형이나 마름모 등을 대표하는 예를 포함하고 있기 때문에, 이에 대해 가추를 제기하고 확인하는 것만으로 해당 도형의 일반적인 성질을 모두 확인할 수 있는 형식을 갖추고 있는 것이다. 그러나 이러한 환유의 문제는 여전히 학생들에게 도전적이며 모호하게 남을 수 있으며(Presmeg, 2005), 일반성을 의식하는 활동이 부재한 상태로 일반성을 다루는 것은 그 자체로 문제적이고 학생들에게 어려움을 야기할 뿐만 아니라(서동엽, 2003), 학생들의 학습이 실제로 적절하게 진전되는지는 확인할 수 없지만 마치 아름답게 가추를 제기하고 일반성을 올바르게 다룬 것처럼 보이게 하는 주르맹 효과를 야기할 가능성이 높다.

#### 다. 요약

지금까지 확인한 2009 개정 수학 교과서에서 사각형의 성질에 대한 추측하기 과제들의 특징을 요약하면 다음과 같다. 첫째, 추측하기 과제들은 다이어그램을 생성하고 이에 대해 실험하며 실험 결과를 관측하는 다이어그램적 추론의 기회를 충분히 제공하지 못하고 있는 것으로 확인되었다. 특히, 공통점 추측하기 유형1 과제들은 학생들에게 도형에 대한 정의나 다이어그램을 제공하지 않은 상태에서 학생들로 하여금 도형의 성질을 추측하게 하고 있었다. 이러한 과제

들에는 앞서 2007 개정 수학 교과서에서 살펴본 바와 같이 교과서에 격자선이나 격자점을 함께 제시하여 학생들에게 다이어그램적 추론의 장을 마련해줄 수 있다. 그러나 2009 개정 수학 교과서에서는 추측하기 과제에서 다이어그램을 적극적으로 활용하지 않고 있었으며, 오히려 도형 완성하기 과제나 도형 찾기 과제에서 격자점을 제공하고 있었다. 학생들이 제시된 도형의 정의를 올바르게 파악하고 이를 바탕으로 해당 도형을 적절하게 완성하는 경험을 제공하는 과정에서도 다이어그램이 활용될 수 있겠으나, 다이어그램적 추론은 가추를 제기하는 데 핵심적으로 기여하는 탐구 방법이므로(Otte, 2006), 추측하기 과제에서도 좀 더 적극적으로 다이어그램을 활용할 필요성이 제기된다.

둘째, 사각형의 성질에 대한 추측하기 과제들은 공통적으로 각 사각형에 대해 충분한 예를 제공하지 못하고 있었으며, 학생들로 하여금 다양한 예나 다이어그램을 생성하도록 하지도 않고 있었다. 또한, 이 과제들은 학생들이 생성한 가추에 대한 귀납적 검증 기회를 충분히 제공하지 못하는 것으로 드러났다. 근본적으로 기하는 특수한 사례들로 일반성을 다룰 수밖에 없는 면이 있다(Otte, 2006). 따라서 일반성에 대한 학생들의 탐구를 지원하기 위해서는, 학생들이 다양한 예와 다이어그램을 생성하는 기회를 제공할 필요가 있다. 또한, 학생들이 이러한 예와 다이어그램들을 활용하여 각자의 예 공간을 확장하며, 구조화하도록 할 필요가 있을 것으로 판단된다.

셋째, 앞서 2007 개정 수학 교과서 분석 결과와 유사하게 2009 개정 수학 교과서의 사각형 탐구 과제들에서도 학생들로 하여금 주로 공통점에 대한 추측에 초점을 둔 과제들이 주를 이루고 있었다. 2009 개정 교과서의 사각형 탐구 과제들에서는 도형들 사이의 차이점을 추측하도록 하는 과제들을 찾아보기 어려웠으며, 모두 공

통점을 추측하도록 하는 과제들로만 이루어져 있었다.

## V. 논의 및 결론

본 연구에서는 다음과 같은 연구 문제를 설정하여 초등 수학 교과서의 추측하기 과제를 확인하고 분석하였다: 첫째, 초등학교 4학년 2학기 수학 교과서에서는 어떠한 과제를 활용하여 사각형의 정의와 성질에 대한 학생들의 추측하기 활동을 촉진하고자 시도하고 있는가? 둘째, 이 과제들은 학생들로 하여금 추측을 제기하고 이에 대해 탐구하도록 하는 데 적절한가? 우선, 첫 번째 연구 문제와 관련하여 2007 개정 교과서에서는 분류 기준 및 공통점 찾기, 차이점 찾기 및 이름 짓기, 주어진 조건으로 분류하기 및 이름 짓기, 성질 찾고 확인하기, 포함관계 찾기의 다섯 가지 유형의 과제를 활용하여 학생들의 추측하기 활동을 촉진하고자 시도하고 있음이 확인되었다. 또한, 2009 개정 교과서에서는 다이어그램이 제공되지 않는 공통점 찾기 유형1 과제와 다이어그램이 제공되는 공통점 찾기 유형2 과제에서 추측하기 활동이 다루어지는 것으로 드러났다. 두 번째 연구 문제와 관련해서는 두 교과서에서 공통적으로 다이어그램적 추론과 가추의 귀납적 검증 기회를 학생들에게 충분히 제공하지 못하고 있는 것으로 드러났으며, 주로 수학적 대상들 사이의 차이점보다는 공통점에 대해 추측하도록 하고 있음이 확인되었다.

이상의 결과들로부터 다음과 같은 논점들을 도출할 수 있었다. 첫째, 두 교과서에 제시된 추측하기 과제들을 비교해보면, 2007 개정 수학 교과서가 좀 더 다각적인 방식으로 추측하기 활동을 다루고 있는 것으로 확인되었다. 과제 유형의 다양함이 건전한 수학적 탐구의 촉진 가능성 증

진을 담보하는 것은 아니나, 분류 기준의 추측, 이름 짓기 활동, 차이점 추측 등은 학생들의 기하 탐구 촉진 방안을 논의한 선행 연구들에서 공통적으로 강조해온 활동들이다(김현정, 강완, 2008; 최수임, 김성준, 2012; Marton, 2006). 이러한 활동들이 얼마나 성공적으로 구현되었는가의 여부와는 별도로, 2009 개정 교과서에서 앞서 개발된 교과서에서 다루어졌던 다양한 추측하기 활동들을 대부분 제외시킨 부분은 다소 아쉬운 점으로 판단된다. 다만, 포함관계를 추측하도록 하는 과제의 경우에는 앞서 상술했 바와 같이 반 힐레의 기하 학습 수준 이론에 비추어 다른 추측하기 과제와 다소 다른 수준의 과제로 판단되므로, 이처럼 상이한 수준의 활동을 한 단원에서 학생들에게 함께 제공하는 것이 적절한가에 대해 좀 더 추가적인 연구가 필요할 것으로 생각된다.

둘째, 2007 개정 교과서와 2009 개정 교과서에서는 모두 다이어그램적 추론을 적극적으로 촉진하고 있지는 않는 것으로 확인되었다. 다만 2007 개정 교과서에서는 사각형의 그림을 격자 선과 함께 제시하여 학생들이 이 그림을 다이어그램으로 활용할 수 있도록 하였다. 하지만 이 교과서에서도 학생들에게 다이어그램을 생성하거나 각자 생성한 다이어그램에 대해 실험해보는 활동보다는 교과서에 제시된 다이어그램을 관찰하는 활동에 주로 초점을 두고 있었다.

2009 개정 교과서에서는 특히 공통점 추측 유형1 과제들에서 학생들이 가추를 생성하기 위하여 실험하거나 관찰할 다이어그램이 제공되지 않은 것으로 확인되었다. 특히, 이 과제들에서는 학생들이 어떠한 도형을 대상으로 공통점을 추측해야 할 것인지가 명료하게 제시되지 않았으며, 이로 인하여 학생들이 직접 다이어그램을 추가적으로 생성할 기회도 제공하지 못하는 것으로 확인되었다. 또한, 공통점 추측 유형2 과제들

은 학생들에게 다이어그램을 제공하고는 있으나, 이는 학생들이 이미 해당 도형의 정의를 학습하였기 때문에 교과서에 포함된 그림들이 다이어그램의 지위를 가진 것으로 분석된 것이었으며, 이 과제들에서 다이어그램의 생성이나 이에 대한 실험을 강조한다고 보기는 어려웠다.

Presmeg (2005)이 지적한 것처럼 단일한 예 혹은 몇 개의 예를 기반으로 일반성을 다루는 방식의 추론 방식인 환유는 기하에서 피하기 어렵다. 이러한 점에서 일반성을 다루는 학생들의 탐구를 지원하기 위해서는 학생들로 하여금 다양한 다이어그램이나(Otte, 2006, Hoffmann, 2004), 예를 생성하도록 하는 것이(Watson & Mason, 2005) 적절하다는 주장이 제기되어 왔다. 한 알의 모래에서 우주를 보는 것이 가능하려면, 이미 수학적 대상의 범위와 폭을 다양한 예나 다이어그램을 통해 경험해야 하기 때문이다(Watson & Mason, 2005). 이러한 점에서 초등 수학 교과서에서 사각형의 정의와 성질을 다루는 맥락에서 좀 더 적극적으로 다이어그램적 추론의 기회를 제공할 필요가 있는 것으로 판단된다.

셋째, 2007 개정 교과서에서는 단일한 예를 주고 이 예의 성질을 곧바로 일반적인 도형의 성질로 확장하는 방식으로 과제를 제시하고 있었으나, 2009 개정 교과서에서는 이에 비해 좀 더 많은 수의 예를 제시하는 방식으로 교과서의 과제가 설계되어 있었다. 그러나 여전히 2009 개정 교과서의 과제들에도 일반성을 나타내는 전형적인 3개 내외의 예만이 제시되어 있었고 추가적인 예를 고려하도록 하는 활동이 부족하였다. 이로 인하여, 학생들이 다양한 수학적 예를 생성해 보고, 특정한 사각형의 전형적인 예에서 극단적인 예에 이르기까지 개념의 범위와 폭을 폭넓게 경험하도록 하는 기회는 부족한 것으로 확인되었다. 평행사변형이나 마름모, 직사각형, 정사각형 등과 같은 일반적인 사각형 유형에 대해 작



동하는 성질에 대해 학생들이 건전하게 탐구하도록 하기 위해서는 Watson & Mason (2005)이나 Marton (2006)이 지적한 바와 같이 전형적인 예에서 극단적인 예에 이르기까지 폭 넓은 범위의 대상들에 대해 학생들이 추측을 제기하고, 자신의 추측이 성립하는지를 검토하도록 함으로써 학생들이 각자 추측한 성질이 타당한지 검증하고 개선하도록 할 필요가 있다.

넷째, 2007 개정 교과서에서는 학생들의 추측 생성을 지원하기 위하여 학생들이 특히 주목해야 할 부분을 명시적으로 교과서에서 제시하고 있었던 반면에, 2009 개정 교과서에서는 이러한 힌트 없이 곧바로 학생들로 하여금 주어진 도형의 성질을 추측하게 하고 있었다. 수학적 추측을 생성한다는 것은 일반성을 다루는 것이므로 학생들에게는 도전적인 과정임이 알려져 있다. 이러한 점에서 학생들이 추측을 생성하는 국면에서 어디에 주목하는 것이 좀 더 수학적으로 의미가 있는지를 과제에 제시하는 것은 학생들의 탐구를 보조한다는 점에서는 긍정적인 수 있다. 하지만 다른 한편으로 이러한 보조적인 질문들은 학생들의 다채로운 탐구 가능성을 제한한다는 점에서 아쉬운 점을 갖는다. 따라서 2007 개정 교과서나 2009 개정 교과서와 같이 일률적으로 힌트를 제공하거나, 일률적으로 힌트를 배제하는 방식으로 일관된 과제 설계를 시도하기 보다는, 저자의 전문성과 학생들의 탐구 진전 방식에 대한 연구 성과물들에 기초하여 어떤 과제에서는 학생들의 탐구의 초점을 좀 더 명시적으로 제시할 필요가 있고, 어떤 과제에서는 학생들의 창의적이고 발산적인 추측하기를 촉진할 필요가 있는지에 대해 판단하여 과제를 설계할 필요가 있다.

다섯째, 두 교과서에서는 공통적으로 학생들이 제기한 가추가 적절하지 않은 경우에 이를 개선하도록 하는 기회를 제공하지는 못하고 있는 것

으로 확인된다. 앞서 이론적으로 검토한 바와 같이, 초기에 상정된 잠정적인 가추는 귀납적 혹은 연역적으로 검증되면서 점진적으로 개선될 필요가 있다. 위와 같이 제시된 과제들에서 학생들이 추측하도록 기대하는 성질들이 다소 간단한 면이 있으나, 단 한 번의 추측을 제기하고 이를 확인하는 것으로 탐구를 마무리하는 것은 한편으로 학생들에게 적절한 수학적 탐구 경험을 제공한다고 보기 어려우며, 다른 한편으로 수학적 탐구가 순환적이고 반복적인 개선 과정이 아닌 단선적인 경로로 이루어진다는 인식을 줄 소지가 있을 것으로 염려된다. 특히, [그림 IV-9]에서 확인한 바와 같이 일부 과제에서는 학생들로 하여금 여러 가지 방법으로 추측을 확인하도록 하고 있으나, 이러한 방법적 다양성을 추구하는 것은 수학적으로 큰 의미를 찾기 어려울 것으로 보인다.

선행 연구자들이 강조한 바와 같이 잠정적인 가추는 귀납적 혹은 연역적 검증을 통하여 수정되고 개선될 필요가 있다(Peng & Reggia, 1990). 특히, 초등학생들에게 단일한 예에 대한 연역적 추론에만 의지하여 일반성을 다루도록 하는 데에는 다소간의 어려움이 예상된다는 점이 논의되고 있다(서동엽, 2003). 이러한 점에서, 초등학생들로 하여금 가추를 생성하도록 한 이후에는 이에 대한 귀납적 검증의 기회를 제공하는 것이 한편으로 가추의 검증과 개선을 경험하게 하며, 다른 한편으로 일반성을 적절하게 다루는 데에도 도움이 될 것으로 판단된다.

여섯째, 지금까지 검토한 두 교과서의 과제들 가운데 단 하나의 과제를 제외하고는 모두 학생들로 하여금 특정 유형의 사각형의 공통적인 성질을 도출하게 하고 있는 것으로 확인되며, 학생들이 학습한 사각형들 사이의 차이점을 찾는 과제는 찾아보기 어려운 것으로 드러났다. 또한, 지금까지 분석의 초점이 되지 않은 다른 과제들에서도 차이점을 탐색하는 과제는 확인되지 않

았다. 다만 여러 유형의 사각형들을 제시하고 특정한 유형의 사각형을 탐색하도록 하는 과제는 있었으나 이 역시 단순히 조건을 만족하는 사각형을 찾는 것에 주목할 뿐이었으며, 그 이외의 다른 사각형과의 차이를 탐색한 경우는 없었다.

우리의 교재에서는 사전에 이미 범주화 된 상태로 특정한 유형의 사각형들을 제시하고 그 공통점을 찾도록 하고 있으며, 이어서 이 유형의 사각형을 정의한 후, 정의를 만족하는 사각형을 한 가지나 두 가지의 비례(non-example)을 포함하는 예들 가운데서 찾도록 하는 활동으로 이루어져 있었다. 그리고 몇 개의 전형적인 예에 대하여 추가적인 성질을 추측하고 확인하는 것으로 마무리되는 구조이다. Marton (2006)이 강조한 바와 같이, 새로운 개념이나 대상을 학습하는 장면에서는 대상들 사이의 공통점뿐만 아니라, 이들 사이의 차이를 의식하는 것이 더욱 중요하다는 점이 알려져 있다. 사각형들 사이의 포함관계를 다루는 것인가에 대해서는 논란의 여지가 있으나, 각 사각형에 대한 학습이 명료하게 이루어지려면 앞서 배운 사각형과 새롭게 배운 사각형 사이의 차이를 의식하게 할 필요성이 제기된다.

일곱째, 본 연구는 사각형의 정의와 성질에 대하여 추측을 제기하고 탐구하는 초등학교 4학년 2학기 내용에 국한하여 교과서 분석을 전개하였으나, 다이어그램적 추론에 의한 가추의 생성, 그리고 가추의 귀납적, 연역적 검증을 통한 가추의 개선은 이 단원뿐만 아니라 전반적인 수학적 탐구에서 생산적으로 기여함이 알려져 있다(Otte, 2006). 본 연구에서 주로 다루어진 것과 같이 기하적인 맥락에서는 도형 내의 요소들 사이의 관계를 나타낸 것이 다이어그램으로 고려되지만, 대수적인 맥락에서는 일반적으로 변수들 사이의 관계를 나타낸 대수적인 식도 다이어그램으로 고려할 수 있다(Otte, 2006). 이러한 점에서, 본 연구에서 전개된 추측하기 과제에 대한 분석은

다른 영역의 추측하기 과제에 대한 분석에도 수정된 방식으로 활용될 수 있을 것으로 기대되며, 다양한 학령의 수학 교과서에서 학생들의 추측하기 과제가 적절하게 설계되었는가에 대한 추가적인 분석이 필요할 것으로 판단된다.

학생들의 능동적인 구성 능력에 대해 의심하는 것은 아니나, 수학 과제가 설계된 방식이 학생들의 탐구와 교사의 교수 학습에 주요한 영향을 준다는 점이 강조되고 있다(문성재, 이경화, 2017). 이러한 점에서, 앞서 개발된 수학 과제들에 대한 적절성 분석을 통해 여러 유형의 수학 과제들을 개선할 수 있는 좀 더 다양한 접근 방안이 도출되기를 기대한다.

## 참고문헌

- 강문봉(1995). 귀납적인 교수 방법의 재고. **수학 교육학연구**, 5(1), 65-72.
- 강문봉, 김정하(2015). 평면도형의 넓이 지도 방법에 대한 고찰 - 귀납적 방법 대 문제해결식 방법. **수학교육학연구**, 25(3), 461-472.
- 교육과학기술부(2010). **초등학교 수학 4-2**. 서울: 두산동아.
- 교육부 (2015a). **2015개정 수학과교육과정**. 교육부 고시 제 2015-74호 [별책 8].
- 교육부 (2015b). **초등학교 교사용 지도서 수학 4-2**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2015c). **초등학교 수학 4-2**. 서울: 천재교육.
- 김현정, 강완(2008). 초등학교 수학 교과서에 나타난 사각형 지도 방법에 대한 분석. **초등수학교육**, 11(2), 141-159.
- 노영아, 안병곤(2007). 도형 영역의 오류 유형과 원인 분석에 관한 연구 - 초등학교 4학년을 중심으로. **한국초등수학교육학회지**, 11(2), 199-216.

- 문성재, 이경화(2017). 수학 교수-학습에서 기호와 주의를 역할. **학교수학**, 19(1), 189-208.
- 방정숙, 김승민(2017). 수학 교과서 연구 동향 분석: 최근 5년 동안 게재된 국내 학술지 논문을 중심으로. **학교수학**, 19(2), 249-265.
- 서동엽(2003). 초등 수학 교재에서 활용되는 추론 분석. **수학교육학연구**, 13(2), 159-178.
- 이운경, 조정수(2015). '큰 수의 법칙' 탐구 활동에서 나타난 가추법의 유형 분석. **수학교육학연구**, 25(3), 323-345.
- 최수임, 김성준(2012). 정의하기와 이름짓기를 통한 도형의 이해 고찰. **한국학교수학회논문집**, 15(4), 719-745.
- Arzarello, F. & Sabena, C. (2008) Semiotic and theoretic control in argumentation and proof activities. *Educational Studies in Mathematics*, 70, 97-109.
- Hoffmann, M. H. G. (2004). How to get it. Diagrammatic reasoning as a tool of knowledge development and its pragmatic dimension. *Foundation of Science*, 9, 285-305.
- Lenhard, J. (2005). Deduction, perception and modeling: The two Peirces on the essence of mathematics. In M. H. G. Hoffmann, J. Lenhard & F. Seeger (Eds.) *Activity and sign - Grounding mathematics education* (pp. 313-324). New York: Springer.
- Marton, F. (2006). Sameness and difference in transfer. *The Journal of the Learning Sciences*, 15(4), 499-535.
- Otte, M. (2006). Mathematical epistemology from a Peircean semiotic point of view. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 11-38.
- Park, J., Park, M.-S., Park, M., Cho, J. & Lee, K.-H. (2013). Mathematical modelling as a facilitator to conceptualization of the derivative and the integral in a spreadsheet environment. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 32, 123-139.
- Pedemonte, B. & Reid, D. (2011). The role of abduction in proving processes. *Educational Studies in Mathematics*, 76, 281-303.
- Peirce, C. S. (C.P.) (1931-1935, 1958) *Collected papers of Charles Sanders Peirce*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Peirce, C. S. (NEM) (1976). *The new elements of mathematics by Charles S. Peirce* (Vol. I - IV). Hague: Mouton.
- Peng, Y. & Reggia, J. A. (1990). *Abductive inference models for diagnostic problem-solving*. New York: Springer.
- Prawat, R. S. (1999). Dewey, Peirce, and the learning paradox. *American Educational Research Journal*, 36(1), 47-76.
- Presmeg, N. (2005). Metaphor and metonymy in processes of semiosis in mathematics education. In M. H. G. Hoffmann, J. Lenhard & F. Seeger (Eds.) *Activity and sign - Grounding Mathematics Education* (pp. 105-116). New York: Springer.
- Radford, L. (2010). Layers of generality and types of generalization in pattern activities. *PNA-Pensamiento Numérico Avanzado*, 4(2), 37-62.
- Stein, M. K., Grover, B. W. & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33(2), 455-488.
- Watson, A. & Mason, J. (2005). **색다른 학교수학**. (이경화 역). 서울: 경문사.

# An Analysis on Conjecturing Tasks in Elementary School Mathematics Textbook: Focusing on Definitions and Properties of Quadrilaterals

Park, JinHyeong (Myongji University)

This study analyzes on conjecturing tasks in elementary mathematics textbook. We adopted Peircean semiotic perspective and variation theory to analyze conjecturing tasks in elementary mathematics textbook. We specifically analyzed mathematical tasks designed to support students' inquiries into definitions and properties of quadrilaterals. As a result, we found that

conjecturing tasks in textbooks do not focus on supporting students' diagrammatic reasoning and inductive verification on provisional abductions. These tasks were mainly designed to support students' conjecturing on commonalities of mathematical objects rather than differences between objects.

\* Key Words : mathematics textbook (수학 교과서), mathematical tasks (수학 과제)

논문접수 : 2017. 7. 10

논문수정 : 2017. 7. 31

심사완료 : 2017. 8. 3