

우리나라 초등학교 수학교과서에서 제시된 분배법칙 지도내용 분석

김 미 환* · 이 수 은** · 김 수 미***

이 연구는 우리나라 초등학교 수학교과서 및 익힘책에 분배법칙이 어떻게 다루어지고 있는지 살펴보고, 차후 초등학교 수학과 교육과정 및 교과서 개발을 위한 시사점을 추출하고자 하였다. 이를 위해 분배법칙 지도가 철저한 중국과 일본 교과서를 살펴보고, 이를 토대로 우리나라 교과서 분석을 위한 다섯 가지 준거를 마련하였다. 분석결과 우리나라 교과서와 익힘책이 여러 가지 측면에서 분배법칙을 효율적으로 다루지 못하는 것으로 나타났다. 이러한 연구결과를 토대로 분배법칙을 초등 수학과 교육과정에 명문화하고, 초등 수학 교과서에서 명시적으로 다루는 방안을 제안하였다.

1. 서론

NCTM(2000)은 3-5학년 학생들이 교환법칙, 결합법칙, 분배법칙을 이해를 하고, 자연수 계산에서 이를 활용하여 계산할 수 있어야 한다고 제안하였다(p. 158). 특히 분배 법칙은 곱셈 개념의 관계적 이해를 돕는 강력한 개념(Kinzer & Stanford, 2014)으로 곱셈이 시작되는 초등학교 2학년부턴 다양한 계산 상황에서 암묵적으로 적용되고 있다. 분배법칙은 고등수학에서는 공리에 해당하지만, 초등수학에서는 암묵적인 방법을 사용해서라도 유의미하게 설명되어야 할 대상임이 틀림없다(강홍규, 심선영, 2010). 그러나 우리나라 초등학교 수학과 교육과정에는 분배법칙이 명문화되어 있지 않아(교육과학기술부, 2011; 교육부, 2015a) 지도에 어려움이 많다.

최근 연구에서는 분배법칙의 교육적 중요성에

비해 분배법칙에 대한 학생들의 이해도가 낮은 것이 문제로 지적되고 있으며, 이에 따라 분배법칙을 초등학교 교육과정에서부터 더욱 명시적으로 지도해야 한다는 주장이 제기되고 있다(Ding & Li, 2010, 2014; 강홍규, 심선영, 2010; 변희현 2011; 방정숙, 최지영, 2011). 최지영, 방정숙(2011)은 초등학교 2, 4, 6학년 학생 총 2087명을 대상으로 일반화된 산술능력으로서의 대수적 추론 능력을 조사하였는데, 교환, 결합, 분배법칙 가운데 분배법칙의 성공률이 가장 낮은 수치(3개 학년 평균 58.3%)를 기록하였다고 보고하였다. 이 연구결과에 의하면 학생들은 구체적인 수 상황에서 분배법칙을 구조적으로 이해하지 못했으며, 문제에 포함된 수치에만 주목하는 경향을 보였다. 물론 분배법칙에 대한 이해도는 학년이 상승함에 따라 개선되는 경향을 보였으나(2학년 41%, 4학년 56.3%, 6학년 75%), 학년이 상승하면서 개선되는 정도가 교환법칙과 결합법칙에 비

* 경인교육대학교 대학원, kongball@hanmail.net (제1 저자)

** 경인교육대학교 대학원, sooeun@office.ginue.ac.kr

*** 경인교육대학교, smkim@ginue.ac.kr (교신저자)

해 상당히 낮은 것으로 나타났다. 이것은 초등학교 생들에게 분배법칙을 지도할 때 암묵적인 방법으로는 충분하지 않다는 것을 의미한다.

우리나라는 초등학교 수준에서 교환, 결합, 분배법칙과 같은 대수법칙을 암묵적이고 구체적으로 지도하지만, 이와 같은 암묵적 방법으로는 어린 학습자들이 대수법칙의 원리를 스스로 깨우치고 활용하도록 하는 데 충분하지 못할 뿐만 아니라 중학교 과정에서 마주치게 될 일반화의 기초도 마련해 주지 못할 가능성이 높다(변희현, 2011; 최지영, 방정숙, 2011; 정연준, 조영미, 2012; 장혜원 2017). 반면, 중국이나 일본은 초등학교 교육과정에서 분배법칙 지도를 명문화하고 있으며, 수학교과서에서 분배법칙을 매우 명시적으로 그리고 적극적으로 다루고 있어서, 우리나라 실정과는 상당한 차이가 있다.

이 연구는 우리나라 초등학교 수학교과서에서 분배법칙이 어떻게 다루어지고 있는지를 정확하게 진단하고, 이를 토대로 차후 교과서 개발을 위한 시사점을 추출하는 것이 목적이다. 이를 위해 분배법칙의 의미를 탐색하고, 초등학교 수학 교육과정에서 분배법칙을 비교적 명확하게 다루고 있는 중국과 일본의 교과서를 살펴보기로 한다. 이러한 이론적 탐색을 바탕으로 마련된 교과서 분석 기준에 따라 우리나라 초등학교 수학교과서 및 익힘책을 진단하고, 차후 교과서 개발을 위한 교수학적 시사점을 이끌어 내고자 한다.

II. 분배법칙의 의미

1. 사전적 의미

분배법칙(distributive law, 分配法則)은 임의의 세 원소에 대하여 두 개의 연산을 분배한 값이 성립하는 법칙을 말한다. 분배법칙은 배분율(配

分律) 또는 배분법칙이라고도 한다. 이것의 사전적 정의는 다음과 같다(두산백과, 2017).

2개의 연산 \perp , \neg 가 정의되어 있는 대수계(代數系) S의 임의의 원소 a, b, c에 대하여 다음 등식이 성립할 때, 연산 \perp 는 연산 \neg 에 관하여 분배법칙이 성립한다. 또는 연산 \neg 에 관한 연산 \perp 의 분배법칙이 성립한다고 한다.

$$a \perp (b \neg c) = (a \perp b) \neg (a \perp c) \\ (b \neg c) \perp a = (b \perp a) \neg (c \perp a)$$

위의 첫째 등식을 좌분배법칙, 둘째 등식을 우분배법칙이라 하면, 좌분배법칙과 우분배법칙이 모두 만족되는 경우에 분배법칙이 성립한다고 한다. 위의 연산 \perp 이 가환(可換)일 때는 두 등식은 동치이다. 그리고 수나 식의 계산에서, \perp 를 \times , \neg 를 $+$ 라 하면, 다음 등식이 성립한다.

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c) : \text{좌분배 법칙} \\ (b + c) \times a = (b \times a) + (c \times a) : \text{우분배 법칙}$$

이 정의에 따르면 나눗셈은 덧셈에 대해 분배법칙이 성립하지 않는다. 위의 곱셈 분배법칙에 관한 식에서 나눗셈을 곱셈 자리에 넣어보면, 우분배 법칙은 만족하지만 좌분배 법칙은 만족하지 않기 때문이다.

$$a \div (b + c) \neq (a \div b) + (a \div c) : \text{좌분배 법칙} \times \\ (b + c) \div a = (b \div a) + (c \div a) : \text{우분배 법칙} \circ$$

반면 뺄셈을 덧셈 자리에 넣어보면 좌분배 법칙과 우분배 법칙을 모두 만족하므로 분배법칙이 성립한다고 말할 수 있다.

$$a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c) : \text{좌분배 법칙} \circ \\ (b - c) \times a = (b \times a) - (c \times a) : \text{우분배 법칙} \circ$$

분배법칙의 가장 큰 미덕은 계산의 효율성이다. 예를 들어 28×7 을 계산해야 할 경우, 표준알고리즘을 이용하면 받아올림이 있는 다소 복잡한 절차를 거쳐야 한다. 그러나 28을 $20+8$, $30-2$, $25+3$ 등과 같이 수를 나누고 분배법칙을 활용

하면 의외로 간단하게 곱을 구할 수 있게 된다. 따라서 분배법칙을 명시적으로 알고 있는 학생과 그렇지 않은 학생의 계산 능력에는 큰 차이가 있을 수밖에 없다.

$$28 \times 7 = (20 + 8) \times 7 = 20 \times 7 + 8 \times 7$$

$$28 \times 7 = (30 - 2) \times 7 = 30 \times 7 - 2 \times 7$$

2. 분배법칙의 양방향성

분배법칙은 승수나 피승수를 두 수로 분해하여 계산하거나, 그 반대로 두 승수나 두 피승수를 합해서 하나의 수로 계산하는 양방향의 관점으로 볼 수 있다. 예를 들어 8×7 을 계산할 때, 8×5 와 8×2 로 나눠 계산한 후 합하는 것뿐만 아니라(분해), $8 \times 5 + 8 \times 2$ 와 같은 문제를 해결할 때, 5와 2를 합해 8×7 로 계산하는 것도 분배법칙이다(합성).

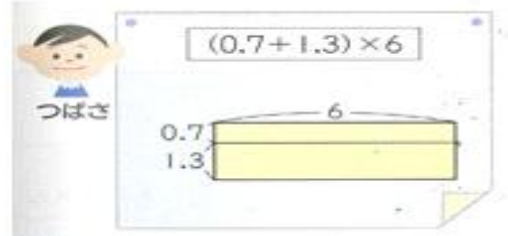
$a \times (b + c) \rightarrow (a \times b) + (a \times c)$	분해
$(b + c) \times a \rightarrow (b \times a) + (c \times a)$	
$(a \times b) + (a \times c) \rightarrow a \times (b + c)$	합성
$(b \times a) + (c \times a) \rightarrow (b + c) \times a$	

그러나 분배법칙이라는 용어에서도 알 수 있듯이, 분배법칙은 주로 분해의 관점에서 다루어지고 적용되고 있으며, 그 반대 방향인 합성의 관점에서는 잘 다루어지지 않고 있다.

3. 분배법칙이 적용되는 수의 범위

분배법칙이 적용되는 수의 범위는 범자연수 범위를 초월하여 유리수, 실수 범위로 확장 된다. 따라서 초등학교에서도 분수와 소수의 계산을 할 때 분배법칙을 활용하면 계산의 효율성을 꾀할 수 있다. 실례로 일본 초등학교 수학교과서에서는 [그림 II-1]과 같이 소수 범위에서도 분배법칙을 활용하고 있는데, 소수 곱셈의 복잡성을

생각해 보면 분배법칙의 활용은 학생들에게 수학의 매력을 느끼게 해 줄 여지가 있다.



[그림 II-1] 소수 범위의 분배법칙
(清水靜海·船越俊介 외, 2013c, 5-상, p. 57)

III. 외국의 사례

1. 중국의 초등 수학교과서

중국은 초등학교 교육과정에서 분배법칙을 가장 적극적으로 가르치는 나라 중 하나이다. 2011년 중국 초등학교 교육과정은 교환법칙, 결합법칙, 분배법칙을 명문화하고 있으며, 자연수뿐만 아니라 분수와 소수, 백분율 범위에서 이들 대수법칙을 반복적으로 지도하도록 되어있다(중국 교육부, 2017). 따라서 초등학교에서의 분배법칙 지도와 관련하여 가장 많은 시사점을 얻을 수 있는 나라이기도 하다. Ding & Li (2010)는 미국과 중국 초등학교 수학 교과서 비교 연구에서 분배법칙에 대한 중국교과서의 특징을 다음과 같이 제시하였다.

- 기본원리에 초점을 둔다.
- 인지적 연구에서 제안하는 지침을 따른다.
- 위계적이고 체계적인 학습을 통해 분배법칙 이해를 돕는다.
- 문제를 다양한 방법으로 해결하게 한 후, 편리한 방법을 탐색하도록 하는 발문이 제시된다.

- 자연수뿐만 아니라 소수, 분수, 백분율에서도 분배법칙을 다룬다.
- 분배법칙을 분해와 합성, 양방향에서 다룬다.
- 심화와 응용단계에서 반복변수(repeat variable)를 다루어 분배법칙의 이해와 대수 이해에 도움을 준다.

자국 교과서 분석 연구에서 이처럼 장점만을 추려내는 일은 국내 연구에서 좀처럼 보기 어려운 모습이지만, 실제로 중국 교과서를 분석해 보면, 이들의 주장이 틀리지 않음을 알 수 있다. 이 연구는 Ding & Li(2010)의 연구 결과를 바탕으로 중국 초등수학 교육과정 및 초등수학교과서를 살펴보았으며, 이를 바탕으로 중국 초등학교 수학교과서의 특징을 다음 몇 가지로 정리하였다.

첫째, 분배법칙 지도가 상당히 명시적이다. 중국 초등 수학교과서는 분배법칙을 2학년에서 시작하여 6학년까지 지속적으로 다루고 있다. 특히, 4학년에서는 대수법칙과 관련된 별도의 장)을 마련하여, 교환법칙, 결합법칙, 분배법칙을 자연수 기반으로 지도하고 있으며, ‘분배법칙’이라는 명칭도 그대로 사용하고 있다(Ding & Li, 2014, p. 109).

둘째, 분배법칙을 매우 다양한 관점으로 다루고 있다. 예를 들어 좌분배와 우분배, 분해와 합성, 문자를 이용한 일반화, 자연수, 분수, 소수, 백분율 등 다양한 수범위의 사용 등이 그 예이다. [그림 III-1]는 4학년 분배법칙 단원으로 $(4+2) \times 25$ 와 $25 \times (4+2)$ 를 이용해 우분배와 좌분배를 동시에 제시하고, 끝이어서 문자 a, b, c를 이용해 일반화를 시도하는 모습이다.

7 一共有多少名同学参加了这次植树活动?

我先计算…… 我先分别计算……

$$\begin{aligned} (4+2) \times 25 &= 6 \times 25 = 150 \\ 4 \times 25 + 2 \times 25 &= 100 + 50 = 150 \end{aligned}$$

所以, $(4+2) \times 25 = 4 \times 25 + 2 \times 25$.

想一想: $25 \times (4+2)$ ○ $25 \times 4 + 25 \times 2$.

两个数的和与一个数相乘, 可以先把它们与这个数分别相乘, 再相加.

这叫做乘法分配律. 用字母怎样表示?

$$(a+b) \times c = \underline{\quad} \times \underline{\quad} + \underline{\quad} \times \underline{\quad}$$

想一想: $a \times (b+c) = \underline{\quad} \times \underline{\quad} + \underline{\quad} \times \underline{\quad}$.

[그림 III-1] 우분배, 좌분배, 일반화 (人民教育出版社, 2013a, 4-하, p.26)

분배법칙은 일반적으로 분해 방향으로 제시되는 경우가 대부분이며, 중국 교과서 역시 대체로 분해 방향으로 분배법칙을 다루고 있지만 합성 방향도 제시되어 있다.

4. 下面哪些算式运用了乘法分配律?

$$\begin{aligned} 117 \times 3 + 117 \times 7 &= 117 \times (3+7) & 24 \times (5+12) &= 24 \times 17 \\ 4 \times a + a \times 5 &= (4+5) \times a & 36 \times (4 \times 6) &= 36 \times 6 \times 4 \end{aligned}$$

[그림 III-2] 분배법칙 합성 방향 (人民教育出版社, 2013a, 4-하, p.27)

셋째, 분배법칙을 이전 지식과 새로운 지식을 연결하는 도구로 사용하고 있다. 4학년 대수법칙 단원에서는 이전 학년에서 곱셈을 수행할 때 실은 분배법칙을 활용하였다는 점을 설명하는 부분이 있다. 또한 분배법칙을 포함한 대수법칙을 교과서에 제시할 때는 학년이나 수의 범위가 달라져도 유사한 틀을 지속적으로 활용하고 있다. 예를 들어, [그림 III-3]과 [그림 III-4]는 각각 5학년과 6학년에서 제시되는 분배법칙인데, 소수와 분수를 대상으로 하고 있는 점은 다르지만 교과서 제시 형식은 아주 유사하다. 이 교과서에서

1) 4학년(v.8) Ch7. The basic laws of arithmetic

분배법칙은 새로운 지식이 아니라 이전 학습 내용과 새로 학습해야 할 내용을 연결시켜 주는 도구인 셈이다.

观察下面每组的两个算式，它们有什么关系？

$$0.7 \times 1.2 \bigcirc 1.2 \times 0.7$$

$$(0.8 \times 0.5) \times 0.4 \bigcirc 0.8 \times (0.5 \times 0.4)$$

$$(2.4 + 3.6) \times 0.5 \bigcirc 2.4 \times 0.5 + 3.6 \times 0.5$$

从上面的算式中，你发现了什么规律？



整数乘法的交换律、结合律和分配律，对于小数乘法也适用。
应用乘法的运算定律，可以使一些计算简便。

[그림 III-3] 소수 범위의 대수법칙
(人民教育出版社, 2013b, 5-상, p. 12)

观察每组的两个算式，看看它们有什么关系。

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \bigcirc \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}\right) \times \frac{3}{5} \bigcirc \frac{1}{4} \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}\right)$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{5} \bigcirc \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{5}$$

从这些算式中，你发现了什么规律？



整数乘法的交换律、结合律和分配律，对于分数乘法也适用。
应用乘法的运算定律，可以使一些计算简便。

[그림 III-4] 분수 범위의 대수법칙
(人民教育出版社, 2013c, 6-상, p. 9)

넷째, 분배법칙의 적용 범위가 자연수, 소수, 분수, 백분율까지 광범위하다. 자연수에서 도입된 분배법칙이 소수와 분수로 확대되는 사례는 다른 나라에서도 찾아 볼 수 있으나 백분율에 적용되는 사례는 찾아보기 힘들다. 반면 중국은 새로운 범주의 수가 나올 때 마다 반복적으로 분배법칙을 적용하는 모습을 보여줌으로써, 수의 범위를 뛰어넘는 대수법칙의 일반성을 제안하고 있다. [그림 III-5]는 백분율 계산에 분배법칙을 활용하는 보기이다.

$$100 \times (1 - 20\%) = 100 \times 0.8 = 80 \text{ (元)}$$

$$80 \times (1 + 20\%) = 80 \times 1.2 = 96 \text{ (元)}$$

$$96 \div 100 = 0.96 = 96\%$$

所以，5月的价格是3月的96%。

也可以直接假设此商品3月的价格是1。



$$1 \times (1 - 20\%) \times (1 + 20\%) = 0.96$$

$$(1 - 0.96) \div 1 = 0.04 = 4\%$$

[그림 III-5] 백분율 계산에 활용되는 분배법칙
(人民教育出版社, 2013c, 6-상, p. 91)

다섯째, 문자 변수를 이용하여 분배법칙을 일반화하는 시기가 초등학교 6학년으로 우리나라보다 빠르다. 중국교과서 6-상 심화, 응용단계에서는 a, □, x 등과 같은 문자를 사용하여, $4x - x$ 를 $(4 - 1)x$ 로 치환하는 식의 동류항 처리 방법을 다루고 있다. $4x - x = (4 - 1)x$ 과 같은 동류항 처리과정은 분배법칙의 합성과 관련되므로, 문자로 분배법칙을 다루는 셈이다. Ding & Li(2010)의 연구에서는 동류항 표현에 사용되는 변수를 ‘반복변수(repeat variable)’라 칭하는데, 우리나라에서는 중학교 교육과정에서 다루어지는 내용이다.

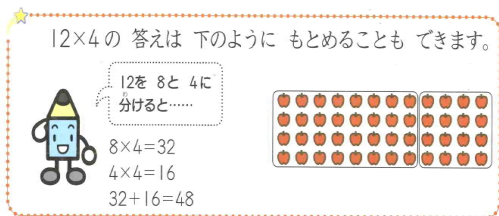
2. 일본 초등 수학교과서

변희현(2011)은 일본 초등 수학교과서 분석연구를 통해, 일본 교과서가 분배법칙을 명시적으로, 그리고 적극적으로 다루고 있음을 밝혔다. 또한 자연수, 분수, 소수 사이의 연결을 통해 학생들이 암묵적으로 이해하던 분배법칙을 일반적인 규칙으로 파악하게 함으로써 초보적인 일반화를 시도하고 있으며, 설명적이라 평하였다(p. 54). 그러나 이는 우리나라 교과서와 비교하였을 때 나온 결과로 중국 교과서와 비교하면 다소 약화된 관점으로 해석할 여지가 있다.

일본은 2015년에 일부 수정한 소학교학습지도요령에서 분배법칙을 명시적으로 다루지 않았으

나(文部科學省, 2015) 2017년 소학교학습지도요령에서는 분배법칙을 명시적으로 다루고 있다(文部科學省, 2017). 그러나 아직 새 교과서가 나오지 않았기 때문에 이 연구에서는 2013년도에 출판된 일본 수학교과서 및 이 교과서를 분석대상으로 삼은 국내 연구결과를 바탕으로 일본 수학교과서의 특징을 살펴보기로 한다. 일본 초등수학교과서의 특징은 다음과 같다.

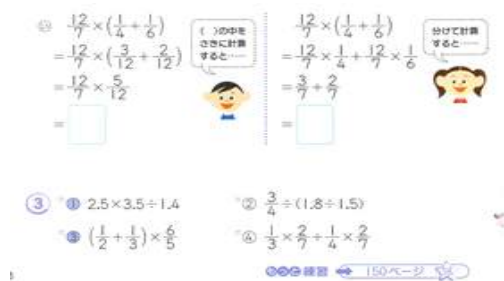
첫째, 분배법칙을 대체로 암묵적으로 다루지만, 학년이 상승할수록 명확해지는 경향이 있다. 2학년 곱셈 단원에서 암묵적으로 다루어진 분배법칙은 3학년과 4학년 곱셈단원으로 갈수록 명시적으로 다룬다. 두 자리 수 이상의 곱셈에서 승수 또는 피승수를 분해하는 방법으로 분배법칙을 적용하며, 세로셈 필산을 통해 더욱 명확하게 지도한다. 2008년 소학교학습지도요령에는 2학년 곱셈에서부터 교환법칙과 결합법칙을 취급하도록 되어있으나, 분배법칙은 언급되지 않았다. 그러나 2학년 곱셈단원에서는 12×4 는 4×12 와 같다는 교환법칙뿐만 아니라, 12×4 를 8×4 와 4×4 로 나누어 더해도 결과가 같다는 분배법칙을 [그림 III-6]과 같이 다루고 있다. 4학년 이후 교과서에서는 소수와 분수의 범위에서 분배법칙을 다룰 때, 중국과 달리 ‘분배법칙’이라는 용어는 사용하지 않지만, ○, □, △ 등과 같은 문자를 활용하여 일반화를 시도하는 식으로 더욱 명시적으로 다루고 있다([그림 III-8]).



[그림 III-6] 분배법칙

(清水靜海·船越俊介 외, 2013a, 2-하, p. 59)

둘째, 좌분배, 우분배, 분해, 합성 등 분배법칙의 다양한 모습을 담고 있다. [그림 III-7]을 보면, 한 지면에 $\frac{12}{7} \times (\frac{1}{4} + \frac{1}{6})$, $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) \times \frac{6}{5}$, $\frac{1}{3} \times \frac{2}{7} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{7}$ 와 같은 세 문제가 실려 있는데, 첫째와 둘째 문제는 좌분배와 우분배에 관한 것이며, 둘째와 셋째 문제는 분해와 합성에 관한 것으로 볼 수 있다. 분배법칙이란 좌분배와 우분배의 결과가 같은 것을 의미하므로, $\frac{12}{7} \times (\frac{1}{4} + \frac{1}{6})$ 를 제시했다면 마땅히 $(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}) \times \frac{12}{7}$ 와 같은 문제를 제시해서 그 결과를 비교하는 것이 분배법칙의 의미를 보다 깊게 이해시키는 방법일 것이다. 중국 교과서는 이러한 과정이 제시된 반면, 일본 교과서는 그 정도로 분배법칙을 다루고 있지는 않다. 그러나 좌분배와 우분배의 다양한 모습을 담고 있는 것은 사실이다.



[그림 III-7] 좌분배와 우분배

(清水靜海·船越俊介 외, 2013d, 6-상, p. 48)

또한, 일본 교과서는 분배법칙의 합성과 분해 양방향을 모두 다루고 있다. 예를 들면, 소수 곱셈 단원 전개 부분에서는 분해로 다루고, 복습 부분에서는 합성으로 다루는 식이다. 또한 피승수에 있는 9.7을 10-0.3으로 바꾸어 계산하는 식으로, 덧셈에 대한 곱셈의 분배법칙을 뺄셈에 대

한 분배법칙으로 확대 적용하는 사례가 제시되어 있다. 이것은 분배법칙의 확장으로서 뿐만 아니라 분배법칙이 계산을 편리함을 도울 수 있음을 보여주는 사례로서 가치가 있다.

$$(3.7 + 5.3) \times 6 = 3.7 \times 6 + 5.3 \times \square : \text{분해}$$

$$4.2 \times 9 + 5.8 \times 9 = (4.2 + 5.8) \times \square : \text{합성}$$

$$9.7 \times 8 = 10 \times 8 - \square \times 8 :$$

뺄셈에 대한 곱셈의 분배법칙

셋째, 분배법칙을 자연수, 소수, 분수에서 모두 다루고 있다([그림 III-7], [그림 III-8]). 그러나 중국과 달리 백분율에서는 분배법칙을 다루지 않는다.

넷째, 분배법칙을 포함한 대수법칙이 새로운 수 범위로 확대·적용될 때, 이전 지식과의 연결성을 강조한다. 예를 들어 소수의 곱셈을 지도할 때 자연수에서 적용되었던 대수법칙을 떠올리고, 그것을 활용하게 한다. [그림 III-8]을 보면 왼쪽에 소수 계산 문제가, 오른쪽에 □, ○, △를 이용한 대수법칙이 제시되어 있어, 이 둘이 연결되어 있음을 암시하고 있다. 그런데 □, ○, △를 이용한 대수법칙의 제시형식은 이미 4학년 자연수 계산 영역에서 다루어진 내용이므로(清水靜海·船越俊介 외, 2013b, 수학 4-상, p.53), 학생들은 자연스럽게 소수 계산과 자연수 계산을 연결하면서, 대수법칙의 일반화에 한 걸음 더 나아가게 된다.

㉗	$1.6+8.2$	$8.2+1.6$	きっかひ 整数のときは…… ㉘ $\square + \triangle = \triangle + \square$ ㉙ $(\square + \triangle) + \triangle = \square + (\triangle + \triangle)$ ㉚ $(\square \times \triangle) \times \triangle = \square \times (\triangle \times \triangle)$ ㉛ $(\square + \triangle) \times \triangle = \square \times \triangle + \triangle \times \triangle$ ㉜ $(\square - \triangle) \times \triangle = \square \times \triangle - \triangle \times \triangle$
㉘	$1.4+0.6+3.4$	$1.4+(0.6+3.4)$	
㉙	$1.9 \times 4 \times 2.5$	$1.9 \times (4 \times 2.5)$	
㉚	$(1.2+7.8) \times 4$	$1.2 \times 4 + 7.8 \times 4$	
㉛	$(10-0.1) \times 53$	$10 \times 53 - 0.1 \times 53$	

[그림 III-8] 소수범위로 대수법칙 확장
(清水靜海·船越俊介 외, 2013c, 5-상, p. 56)

IV. 우리나라 교과서 분석

1. 분석대상 및 분석 방법

우리나라 초등학교에서 분배법칙이 어떻게 지도되고 있는지 살펴보기 위해, 2009 개정 초등학교 수학교과서 및 익힘책 1학년 1학기부터 6학년 2학기 총 24권을 조사하였다. 조사결과, 4학년 2학기를 제외하고 2학년 2학기부터 5학년 2학기까지 교과서 6권(152개), 익힘책 6권(81개)에서 총 233개의 분배법칙 사례를 수집하였다(<표 IV-1>).

우리나라 초등학교 교과서는 각 차시별로 보통 3-4개의 활동으로 구성되어 있으며, 하나의 활동에 여러 개의 발문이 포함되어 있다. 이 연구에서는 활동에 포함된 발문 중 분배법칙과 관련된 것을 개별 사례로 설정하였다([그림 IV-1]). 사례 수집 및 사례 분석의 객관성을 확보하기 위해, 2명의 공동연구자가 수학교과서 및 수학 익힘책을 대상으로 개별적으로 진행하고, 의견이 일치하지 않는 부분에 대해서는 3명의 공동연구자가 논의를 거쳐 합의를 도출하는 방식을 택하였다.

전시되어 있는 비행기는 모두 몇 대인지 수 모형으로 알아보시오.
 ● 비행기는 모두 몇 대인지 곱셈식으로 써 보시오. **사례 X**

● 비행기의 수를 구하는 방법을 알아보시오.

나는 삼요형을 먼저 계산했어. 삼요형은 3×4 이므로 12개야.

나는 날개 요형을 먼저 계산했어. 날개 요형은 2×4 이므로 8개야.

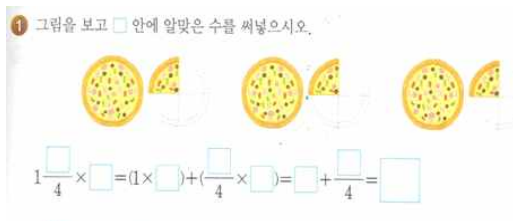
사례 O

[그림 IV-1] 분배법칙 사례의 보기
(교육부, 2014a, 수학 3-1, p. 131)

2. 분석 기준

이 연구에서는 우리나라 수학교과서 및 익힘책에 분배법칙이 제시된 방식이나 분량 등을 구체적으로 살펴보기 위해, 지도시기와 분량, 제시의 명확성, 표현의 양상, 분배법칙의 다양성, 내용의 연결성 등 5가지의 분석기준을 마련하였다.

먼저 지도시기와 분량(I) 기준은 분배법칙이 다루어지는 학년과 학기, 그리고 제시되는 정도를 살펴본다. 제시의 명확성(II) 기준은 분배법칙 관련 활동이 제시될 때, 교사나 학생들이 알아차리고 관련 활동을 할 것인지의 여부에 따라 명시적 제시와 암묵적 제시로 구분하였다. [그림 IV-2]는 $1\frac{1}{4} \times 3$ 을 1×3 과 $\frac{1}{4} \times 3$ 으로 나누어 계산하는 과정을 묻는 문제로 명백히 분배법칙과 관련되어 있으므로 명시적 제시에 해당한다. 반면 [그림 IV-3]은 8×8 을 구하도록 요구하지만, 분배법칙을 활용하지 않을 수도 있기 때문에 암묵적 제시에 해당한다.



[그림 IV-2] 명시적 제시의 보기
(교육부, 2015d, 수학익힘책 5-1, p. 105)



[그림 IV-3] 암묵적 제시의 보기
(교육부, 2013a, 수학 2-2, p. 57)

표현의 양상(III) 기준은 교과서에 분배법칙이 제시될 때 이용되는 표현 유형을 조사하기 위한 것이다. 교과서 표현 양식은 보통 식, 그림, 말, 표 등으로 구분할 수 있다. 분배법칙과 관련된 사례를 수집한 결과 말로 표현된 경우는 대부분 ‘~이야기해 보시오’와 ‘~비교해 보시오’로 구분할 수 있었다. 따라서 이 연구에서는 교과서 표현 양식을 크게 식(O), 그림(P), 비교(C), 이야기(T), 표(Ta) 등과 같이 5가지로 구분하였다. 또한 두 가지 양식이 중복된 경우는 그림/식(PO), 이야기/식(TO), 비교/식(CO), 그림/이야기(PT), 비교/이야기(CT) 등과 같이 5가지로 구분하였으며, 세 가지 양식이 중복된 경우는 그림/비교/이야기(PCT)로 구분하였다([그림 IV-4]).



[그림 IV-4] 그림/비교/이야기(PCT)로 분류된 사례
(교육부, 2013a, 수학 2-2, p. 49)

분배법칙의 다양성(IV) 기준은 좌분배, 우분배, 분해, 합성 등 분배법칙의 여러 가지 측면이 교과서에 고루 다루어지고 있는지를 살펴보기 위한 것이며, 내용의 연결성(V) 기준은 분배법칙이 자연수에서 소수, 분수로 확장되어 갈 때 새로운 지식이 이전 지식과 연결되도록 하는 장치가 교과서에 구현되어 있는지를 보기 위함이다. 이상의 내용을 정리하면 <표 IV-1>과 같다.

2. 분석결과

가. 지도시기와 분량

<표 IV-1> 분석 기준과 분석내용

분석 기준	분석 내용
I. 지도시기와 분량	분배법칙이 다루어지는 학년과 학기는 언제이며, 어느 정도로 제시되어 있는가?
II. 제시의 명확성	분배법칙이라는 것을 명확히 알 수 있도록 제시되어 있는가? · 명시적 제시(E) : 관련성이 명백해서, 분배법칙과 관련된 활동을 반드시 하도록 되어 있는가? · 암묵적 제시(I) : 관련성이 명백하지 않아, 교사나 학생이 분배법칙과 관련된 활동을 하지 않을 수도 있는가?
III. 표현의 양상	분배법칙을 제시할 때, 여러 가지 표현 양식 중 어느 것을 주로 채택하고 있는가? : 식(O), 그림(P), 비교(C), 이야기(T), 표(Ta), 그림/식(PO), 이야기/식(TO), 비교/식(CO), 그림/이야기(PT), 비교/이야기(CT), 그림/비교/이야기(PCT)
IV. 분배법칙의 다양성	좌분배, 우분배, 분해, 합성 등 분배법칙의 여러 가지 측면이 고루 제시되어 있는가?
V. 내용의 연결성	자연수, 분수, 소수 등으로 분배법칙의 적용범위가 확장되어 갈 때, 새로운 학습 내용과 이전 학습내용이 연결되도록 돕는 발문이나 내용이 제시되는가?

<표 IV-2> 학년학기별 분배법칙 관련 사례수

	2-2	3-1	3-2	4-1	5-1	5-2	합계
교과서	72	24	37	5	10	4	152(65%)
익힘책	26	15	28	2	7	3	81(35%)
합계	98	39	65	7	17	7	233(100%)

2009 개정 수학교과서 및 익힘책 1학년부터 6학년까지 총 24권을 분석한 결과, 분배법칙은 4학년 2학기를 빼고, 2학년 2학기부터 5학년 2학기까지 총 6개 학기에 걸쳐 다루어지고 있다. <표 IV-2>에 의하면, 분배법칙이 제시되는 정도는 학년에 따라 큰 차이가 있는데, 주로 2학년과 3학년에서 집중적으로 다루어지고 있고(86%), 4학년 이후부터는 그 비중이 급격히 줄어들며, 학년 상승에 따른 경향성은 발견되지 않았다. 분배법칙의 어려움이나 분수와 소수에서의 적용 가능성을 생각한다면, 분배법칙을 저학년에서 집중적으로 다루다가 오히려 고학년에서 다루지 않는 점은 개선의 여지가 있다. 이는 중국과 일본 교과서와도 비교되는 점이다.

교과서와 익힘책에서 분배법칙을 다루는 정도는 교과서가 65%(152개), 익힘책이 35%(81개)로

나타났으나, 고학년의 경우는 교과서와 익힘책의 비중이 거의 유사한 것으로 나타났다. 교과서와 익힘책의 비중을 논하는 것은 이 연구의 범위를 벗어나지만, 교과서에서 부실하게 다루면서 익힘책에서 강조하여 다루는 것은 바람직한 집필방향은 아닐 것이다.

나. 제시의 명확성

분배법칙 제시의 명확성을 분석한 결과는 <표 IV-3>과 같다. 우리나라 교과서와 익힘책은 대체로 분배법칙을 암묵적으로 다루는 것으로 나타났다. 전체 233개의 사례 중 203개(87%)가 암묵적 제시에 해당하며, 명시적 제시는 각 학기당 3~12개로 그 수치가 매우 제한적이다.

<표 IV-3> 제시의 명확성 : 암묵적 제시(I) vs 명시적 제시(E)

	2-2			3-1			3-2			4-1			5-1			5-2			합계
	교	익	소계	교	익	소계	교	익	소계	교	익	소계	교	익	소계	교	익	소계	
I	67	25	92	21	13	34	34	26	60	5	2	7	5	0	5	2	3	23	203(87%)
E	5	1	6	3	2	5	3	2	5	0	0	0	5	7	12	2	0	3	30(13%)
합계	72	26	98	24	15	39	37	28	65	5	2	7	10	7	17	4	3	26	233(100%)

명시적 제시의 비중을 교과서와 익힘책으로 나누어 살펴보면, 교과서는 11.8(18/152)%, 익힘책은 14.8(12/81)%로, 익힘책이 교과서 보다 좀 더 명시적이라고 할 수 있지만 큰 차이는 아니다.

중국과 일본 교과서는 학년이 상승함에 따라 문자 등을 사용하여 분배법칙을 상당히 명확하게 지도하는 편이며, 중국교과서의 경우 4학년부터 분배법칙이라는 용어를 사용한다. 반면 우리나라 교과서 및 익힘책은 학년 상승에 따른 변화가 보이지 않는다. 제시의 명확성 정도는 학년 상승 보다는 수학주제 혹은 단원집필자에 영향을 받은 것으로 보인다. 예를 들어 4학년 1학기는 곱셈과 나눗셈 단원으로 전체 사례에서 명시적 제시가 차지하는 비중이 0(0/7)%로 가장 낮은 반면, 5학년 1학기는 분수의 곱셈 단원은 명시적

제시가 차지하는 비중이 70.5(12/17)%로 가장 높았다. 그러나 이 두 학기 모두 사례수가 많지 않은 만큼 수치에 큰 의미를 두기는 어렵다.

다. 표현의 양상

분배법칙 표현 유형을 분석한 결과는 <표 IV-4>와 같다. 우리나라 수학교과서 및 익힘책은 식과 그림을 많이 이용하는 반면 비교는 거의 사용하지 않는 것으로 나타났다. 전체 233개의 사례 중 식(69), 그림/식(58), 그림(39), 그림/이야기(22) 순으로 많이 제시되어 있는 반면, 비교(1), 비교/식(2), 비교/이야기(2)는 상당히 제한적으로 제시되어 있다.

통계치를 통해 알 수 있는 세부적 사항은 다

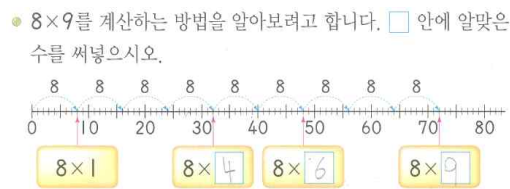
<표 IV-4> 분배법칙 표현 양식

표현유형	2-2		3-1		3-2		4-1		5-1		5-2		합계
	교	익	교	익	교	익	교	익	교	익	교	익	
식(O)	2	3	1	2	26	24	5	2	1	3	0	0	69
그림(P)	7	11	6	3	2	1	0	0	3	0	3	3	39
비교(C)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
이야기(T)	1	0	0	0	2	0	0	0	4	1	0	0	8
표(Ta)	11	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13
그림/식(PO)	31	9	2	9	2	3	0	0	0	2	0	0	58
이야기/식(TO)	0	0	8	0	5	0	0	0	0	0	0	0	13
비교/식(CO)	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	2
그림/이야기(PT)	15	1	4	1	0	0	0	0	0	1	0	0	22
비교/이야기(CT)	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
그림/비교/이야기(PCT)	5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6
	72	26	24	15	37	28	5	2	10	7	4	3	233
	98		39		65		7		17		7		

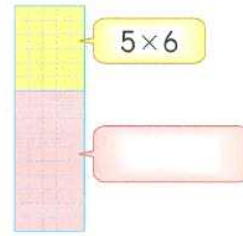
음과 같다.

첫째, 우리나라 교과서와 익힘책에서 분배법칙을 지도하기 위해 가장 많이 사용하는 표현 양식은 식이다. 식과 관련된 분류기준은 O(69), PO(58), TO(13), CO(2)인데, 이들의 수치를 합하면 142개로 전체에서 약 60.9%에 해당한다. 식을 제시할 때 병행하여 사용되는 표현으로는 그림이 가장 많으며, 그 다음은 이야기, 비교 순이다. 분배법칙은 곱셈과 덧셈에 관한 법칙이므로 식에 의존하는 것은 매우 자연스러운 현상이다. 또한 식의 내용을 이해시키기 위해 그림을 아울러 제시하는 것은 교육적으로 의미 있는 방법이다. 그러나 문제는 식의 좌변과 우변을 비교해 보도록 한다든지, 식과 그림을 비교해 보게 하는 등 비교를 자극하는 발문이 없다는 것이다. 식을 활용한 142개의 사례 중 비교에 해당하는 것(CO)은 2개에 불과하다.

둘째, 분배법칙을 제시하는데 식 다음으로 많이 사용되는 표현 양식은 그림이다. 그림과 관련된 분류 기준은 P(39), PO(58), PT(22), PCT(6)인데, 이들의 수치를 합하면 125개로 전체에서 약 53.6%에 해당한다. 따라서 분배법칙에 해당하는 그림은 그것이 비록 암묵적인 형태이긴 하지만, 2, 3학년 교과서와 익힘책에 풍부하게 포함되어 있다고 볼 수 있다. 그림은 수직선, 모눈종이, 수모형 등이 사용된다. 수직선은 한 자리 수의 곱에서의 분배법칙을 설명할 때 사용되며([그림 IV-5]), 모눈종이([그림 IV-6])와 수모형([그림 IV-1])은 여러 자리 수의 곱셈에서의 분배법칙을 설명할 때 사용된다.



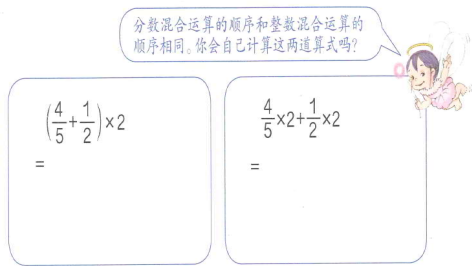
[그림 IV-5] 8×9 수직선 모델
(교육부, 2013a, 수학 2-2, p. 57)



[그림 IV-6] 5×16 그림 모델
(교육부, 2014b, 수학3-2, p. 21)

그림과 병행하여 사용되는 표현으로는 식이 가장 많으며, 그 다음은 이야기, 비교/이야기 순이다. 즉 그림에서도 비교를 사용한 경우는 6개로 많지 않았으나, 식의 경우에 비하면 높은 수치이다.

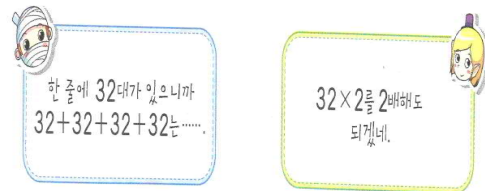
셋째, 분배법칙을 제시하는 데 가장 적게 사용된 표현은 비교이며, 다음은 표, 이야기 순이다. 비교와 관련된 분류기준은 C(1), CO(2), CT(2), PCT(6)인데, 이들 수치를 합하면 전체에서 약 4.7%에 해당한다. 다음은 표로 Ta(13)가 차지하는 비중은 약 5.6%로 낮다. 반면 이야기는 T(8), TO(13), PT(22), CT(2), PCT(6)를 합했을 때, 약 21.9%가 나와 비교나 표에 비해 높은 수치를 기록하였다. 표현 방법이 다양하므로 한 두 개의 표현 양식이 잘 사용되지 않는 것은 문제가 아닐 수 있다. 그러나 분배법칙은 계산의 순서에 관한 것으로 이를 제대로 이해하기 위해서는 여러 가지 방법으로 계산해 보고, 계산 결과를 비교해 보는 활동이 반드시 필요하다. 분배법칙에서 비교의 중요성은 Ding & Li(2010)의 연구에서 이미 제기된 바 있다. 그들의 연구 결과에 의하면 중국 교과서는 [그림 IV-7]과 같이 두 가지 방법으로 계산하게 하고, 이를 비교하게 하는 발문이 많은 반면, 미국 교과서는 비교와 관련된 발문이나 활동이 많지 않다.



[그림 IV-7] 중국교과서의 분배법칙의 비교 맥락 계산 (CO) (人民教育出版社, 2013c, 6-상, p. 9)

우리나라 교과서와 익힘책에 제시된 비교는 사례수만 적은 것이 아니고, 제시된 방식도 암묵적이어서 학생들이 분배법칙을 알아차리기 힘들게 되어 있다. [그림 IV-1], [그림 IV-4], [그림 IV-8]은 이 연구에서 비교로 분류한 사례들이지만, 세 가지 모두 말풍선 기법을 이용해 두 가지 계산 방법만 소개하고 있을 뿐 계산 결과를 비교하라는 지시가 없다. 예를 들어 3×4 를 구하려면, 3을 네 번 더하거나 3×2 를 두 번 해서 더하면 된다는 식이 우리 교과서의 방식이다. 따라서 학생들은 그림에 제시된 보기들이 비록 분배법칙을 암시하고 있다 해도 분배법칙 그 자체 보다는 여러 가지 곱셈 계산법 정도로 인식하고 넘어갈 가능성이 높다. 그러나 중국 교과서는 3을 네 번 더한 결과와 3×2 를 두 번 해서 더한 결과를 비교해 보도록 지시하는 발문이 많다. 결국 우리나라 교과서와 익힘책도 Ding & Li(2010)의 비판에서 자유로울 수 없을 듯하다.

어떤 방법으로 알아보았는지 이야기해 보시오.



[그림 IV-8] 비교/이야기로 분류된 사례 (교육부, 2014a, 수학 3-1, p. 130)

넷째, 표현 양식을 다양하게 활용하는 정도는 학년 상승에 따라 대체로 감소하는 경향을 보였으나, 고학년의 사례수가 매우 적기 때문에 경향성을 논한다는 것은 적절하지 못할 수 있다. 이 연구에서는 총 11가지의 표현 양식을 설정하였는데, 학년학기별로 사용된 표현 양식의 개수는 2-2(7), 3-1(7), 3-2(5), 4-1(1), 5-1(6), 5-2(2)이다. 이러한 결과를 종합해 보면 우리나라 교과서는 1학년부터 6학년까지의 교육과정 중 2학년 2학기 곱셈구구 단원에서 분배법칙을 가장 적극적으로, 그리고 가장 다양한 방식으로 다루고 있는 것이다. 이러한 주장은 최지영, 방정숙(2011)의 연구 결과와도 맥을 같이한다.

라. 분배법칙의 다양성

분배법칙을 다양하게 경험하는 것은 곱셈 알고리즘 이해를 촉진하는 매력적인 방법이다. 분배법칙을 다룰 때 좌분배와 우분배, 합성과 분해

<표 IV-5> 분배법칙의 다양성

분석기준		좌분배	우분배	분해	합성	합계
사 례 수	3-1	0	3	3	0	6
	5-1	3	5	8	2	18
	합계	3	8	11	2	24

의 과정을 고루 다룬다면 분배법칙 자체를 이해하는 것뿐만 아니라 이후 대수를 이해하는데 큰 도움이 된다(Ding & Li, 2010, p. 148). 분배법칙을 이처럼 정교하게 분석하기 위해서는 분배법칙이 식을 통해 비교적 명확하게 제시되어 있어야 한다. 따라서 이 연구에서는 그런 요건을 충족하는 3학년 곱셈 단원과 5학년 분수 곱셈 단원의 사례들을 분석하였다. 분석결과는 <표 IV-5>와 같다.

우리나라 교과서와 익힘책을 분석한 결과는 다음과 같다.

첫째, 좌분배보다 우분배를 좀 더 비중 있게 다루며, 좌분배는 특정 학년에서만 다루고 있다. 예를 들어 3학년 1학기에는 (두 자리 수)×(한 자리 수)를 학습하게 되어 있는데, 곱셈 알고리즘이 피승수인 두 자리 수를 십의 자리와 일의 자리로 분해하도록 되어 있기 때문에 좌분배가 전혀 다루어지지 않는다. 반면 5학년 1학기에는 (대분수)×(자연수)는 우분배로, (자연수)×(대분수)는 좌분배로 지도되고 있다. 이것은 대분수를 자연수와 진분수로 분해해서 곱하는 알고리즘에 기인한 것이다.

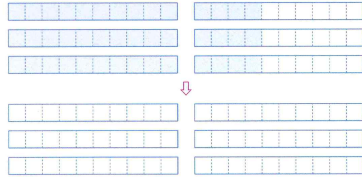
둘째, 교과서와 익힘책은 합성보다는 분해의 관점으로 분배법칙을 제시하고 있다. 이는 교과서에 제시된 곱셈 알고리즘이 주로 여러 자리 수를 자리값에 따라 분해하거나 대분수를 자연수와 분수로 분해하여 결과를 구하도록 되어 있기 때문이다. 합성이 제시된 경우라 해도 $(1 \times 3) + (\frac{1}{5} \times 3) = \square$ (5-1, 181쪽)와 같이 계산 과정이 생략된 채 최종 계산 결과만 요구하기 때문에 학생들이 분배법칙의 원리를 이해하거나 활용하기 어려울 것으로 판단된다.

마. 내용의 연결성

방정숙, 최지영 (2011)은 연산 법칙과 관련된 활동이 교과서에 여러 학년에 걸쳐 지속적으로 제시되어야 함에도 불구하고, 우리나라 교과서는 특정학년에서 일시적으로 제시되는 점을 문제로 지적하였다. 분배법칙과 관련된 이 연구의 분석 결과도 이와 유사하다. 우리나라 교과서와 익힘책에서 분배법칙은 2-3학년 시기에 암묵적이지만 적극적으로 다루어지다가 4학년 시기에서 단절된다. 5학년에서 다시 나오지만 그 양은 매우 적으며, 6학년에서 다시 단절된다. 반면 일본이나 중국 교과서는 2학년에서 구체적인 상황 맥락으로 분배법칙이 다루어지다가 4학년에서는 분배법칙을 본격적으로 다루고 이후 학년에서도 분배법칙이 분수와 소수 단원에서 꾸준히 활용되도록 구성되어 있다.

자연수에서 도입된 분배법칙이 분수와 소수를 대상으로 그 범위가 확장되는 경우, 중국이나 일본 교과서는 이전 학습 내용을 상기시키는 발문이나 활동을 제시함으로써 새로운 학습 내용을 이전학습 내용과 연결 지으려는 시도를 많이 한다([그림 III-3], [그림 III-4], [그림 III-8]). 반면 우리나라 교과서는 분수와 소수의 곱셈에서 분배법칙이 활용될 때, 교육과정 상 분배법칙이 명문화된 법칙이 아니므로 이를 상기시킬 방법이 없다. 따라서 자연수, 분수, 소수에서 공통적으로 적용되는 원리를 일반화하지 못하고, 개별적인 주제로 지도할 수밖에 없는 점이 안타깝다. 예를 들어 1.4×3 과 같은 소수의 곱셈은 1.4를 $1+0.4$ 로 고치고 자연수나 분수에서 사용했던 분배법칙을 적용하면 쉽게 해결된다. 그러나 분배법칙을 언급할 수 없기 때문에 [그림 IV-9]와 같이 그림모형을 이용하여 분배법칙을 암시하는 방식을 택하고 있다. 그림을 보면 소수 곱셈은 자연수 곱셈과 매우 유사하다. 그러나 그림을 제시하는 것만으로 어린 학습자들에게 유추를 기대하는 것은 곤란하다.

- 활동 1** 1.4×3 을 여러 가지 방법으로 알아보시오.
- 1.4×3 의 결과를 예상해 보시오.
 - 1.4×3 을 덧셈식으로 고쳐서 알아보시오.
 - 1.4×3 을 그림을 이용하여 알아보시오.



- 문제를 해결하기 위하여 만든 식과 그림을 비교해 보시오.
- 힌트가 3일 동안 마신 물은 몇 L입니까?

[그림 IV-9] 소수의 곱셈
(교육부, 2015c, 5-2, p. 18)

V. 결론 및 제언

이 연구는 분배법칙이 초등수준에서 체계적으로 지도되고 있는 중국과 일본 사례를 조사하고, 이것에 기반을 두고 우리나라 초등학교 수학교과서와 익힘책을 세밀하게 살펴보았다. 우리나라는 4학년 2학기를 제외하고, 2학년 2학기부터 5학년 2학기까지 총 6개 학기에 걸쳐 분배법칙 관련 내용을 지도하는 것으로 나타났다. 따라서 이 연구에서는 6개 학기의 수학교과서 및 익힘책 총 12권에서 분배법칙과 관련된 233개의 사례를 선별하여 지도시기와 분량, 제시의 명확성, 표현의 양상, 분배법칙의 다양성, 내용의 연결성 등 5가지 분석관점으로 사례를 분석하였다. 분석 결과를 정리하면 다음과 같다.

첫째, 우리나라는 분배법칙을 저학년에서 집중적으로 다루다가, 고학년에서는 소홀히 취급하는 경향을 보인다. 이것은 분배법칙을 자연수 범위에서 집중적으로 다루고 분수와 소수 범위에서 다루지 않는 경향과 유관하다. 즉 우리나라 교과서와 익힘책은 자연수 곱셈 단원에서 분배법칙을 집중적으로 다루다가, 고학년이 되어 분수와

소수의 곱셈으로 수 범위가 확장되면 분배법칙을 다루지 않는 경향을 보인다. 반면, 중국과 일본 교과서는 학년이 상승하고 수 범위가 확장되어도 저학년에서 익힌 분배법칙을 동일한 포맷으로 계속 적용하도록 요구하는 경향을 보였다. 뿐만 아니라 5, 6학년에서는 문자를 이용한 분배법칙의 일반화를 제공한다. 반면 우리나라는 6학년에 분배법칙 사례를 한 건도 찾을 수 없다.

둘째, 우리나라는 분배법칙을 대체로 암묵적인 방식으로 지도하고 있다. 전체 사례에서 87%가 암묵적 제시로 분류되는데, 이것은 교육과정에 분배법칙이 명문화되어 있지 않은 영향이 클 것이다. 그러나 이 연구에서 조사한 일본 교과서도 교육과정에 분배법칙이 명문화되기 전 발행된 것이기 때문에, 교과서 개발자의 의도와 어느 정도 관련이 있어 보인다.

셋째, 우리나라는 분배법칙을 주로 식이나 그림을 통해 제시하지만, 상이한 방식으로 계산한 결과를 비교해 보도록 요구하는 비교활동이 매우 빈약한 것으로 나타났다. 교환법칙, 결합법칙, 분배법칙은 계산 순서와 관련된 것이므로, 이들 원리를 이해하기 위해서는 여러 가지 방법으로 계산하고 나서 그 결과를 비교해 보는 일은 매우 중요하다. 우리 교과서에 ‘이야기해 보시오’와 같은 포괄적 발문이 많은데, 분배법칙 지도를 위해서는 ‘비교해 보시오’와 같은 구체적 발문 비중을 높이는 것을 재고해야 한다.

넷째, 우리나라 교과서에는 좌분배, 우분배, 분해, 합성 등 분배법칙의 다양한 모습이 담겨 있지만, 이들이 제시되는 빈도에는 상당한 차이가 있다. 좌분배보다는 우분배가 많으며, 합성보다는 분해 방향으로 분배법칙이 제시되는 경향이 있다.

이상의 내용을 정리해 보면, 우리나라 초등학교 교육과정에서 분배법칙이 효과적으로 지도되지 못하고 있음을 알 수 있다. 이러한 연구 결과

를 바탕으로 차후 교육과정 및 교과서 개발을 위해 다음 몇 가지 사항을 제안하고자 한다.

첫째, 분배법칙을 초등학교 교육과정에서부터 명문화하는 방안을 재고할 필요가 있다. 3장에서 밝혔듯이, 중국과 일본은 초등학교 교육과정에 분배법칙이 명문화가 되어 있으며, 초등학교 수학교과서에 매우 명확하고 비중 높게 분배법칙을 다루고 있다. 중국의 경우에는 초등학교 4학년 교과서에 ‘분배법칙’이라는 수학용어를 사용하기까지 한다. 비단 외국의 사례를 참조하지 않더라도, 최근 많은 국내연구자들이 우리나라의 분배법칙 지도에 대한 우려를 표명하고 있는 것이 현실이다(강홍규, 심선영, 2010; 변희현 2011; 최지영, 방정숙, 2011).

둘째, 분배법칙을 더욱 명시적인 형태로 지도하기 위한 방안이 강구되어야 한다. 분배법칙을 교육과정에 명문화하든 그렇지 않든 교과서에 담는 것은 불가피하다. 문제는 분배법칙을 지금과 같이 암묵적인 방법으로 제시하는 것은 너무나 비효율적이라는 점이다. 따라서 이것을 어느 정도로 분명하게 다룰 것인가의 문제는 반드시 재고되어야 한다. 현실적으로 가장 손쉬운 방법은 계산 결과 비교를 조장하는 발문을 활용하는 것이다. 우리 교과서는 분배법칙과 관련된 내용이 제시될 때 주로 식이나 그림 표현을 이용하고, ‘~에 대해 이야기해 보시오.’와 같은 포괄적 발문을 활용하는 경향이 있다. 이것만으로는 교사와 학생이 분배법칙을 알아차리기 어려우므로 식과 그림이 제시될 때 계산결과를 비교해 보도록 요구하는 발문을 함께 제시하는 식으로 비교 발문의 비중을 높일 필요가 있다.

셋째, 분배법칙의 적용을 자연수 범위에 국한시키지 말고, 분수와 소수, 가능하면 백분율을 대상으로 확대 적용하는 방안이 강구되어야 한다. 우리나라는 중학교 교육과정에서 문자를 이용한 분배법칙의 일반화가 소개된다. 따라서 초

등학교 고학년에서 관련활동을 충분히 경험하는 것은 중요하다. 이러한 이유 외에도 분배법칙은 복잡한 분수와 소수 계산을 마법처럼 간편하게 만들어주기도 하기 때문에 학생들에게 수학의 유용성과 아름다움을 느끼게 만들 수 있다. 가령 9.7×3 은 다소 복잡한 계산이지만, 9.7을 $10 - 0.3$ 으로 고치고 분배법칙을 적용하면 비교적 쉽게 소수 곱셈을 해결할 수 있다. 이것은 분배법칙이 덧셈에서 뺄셈으로 확장되는 경험과도 관련되므로, 차후 분배법칙의 일반화에도 상당한 도움이 될 것이다.

넷째, 교과서 문항 개발 시 분배법칙의 다양한 모습을 담을 수 있는 방안이 강구되어야 한다. 현재 교과서에는 좌분배보다는 우분배가 많으며, 합성보다는 분해 방향으로 문제가 제시되는 경향이 강하다. 교과서 개발 과정에서 문항 개발 지침이 마련되어 있지 않으면, 집필자가 무의식적으로 자신에게 친숙한 형태의 문항을 만들 가능성이 높기 때문에 이러한 점은 차후 교과서 개발에서 유념할 필요가 있다.

참고문헌

- 강홍규, 심선영 (2010). 알고리즘의 다양성을 활용한 두 자리 수 곱셈의 지도 방안과 그에 따른 초등학교 3학년 학생의 곱셈 알고리즘 이해 과정 분석. **한국초등수학교육학회지**, 14(2), 287-314.
- 교육과학기술부 (2011). **수학과교육과정**, 교육과학기술부 고시 제2011-361호 [별책 8], 서울: 교육과학기술부.
- 교육부 (2013a). **수학 2-2**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2013b). **수학 익힘책 2-2**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2014a). **수학 3-1**. 서울: (주)천재교육.

- 교육부 (2014b). **수학 3-2**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2014c). **수학 4-1**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2014d). **수학 익힘책 3-1**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2014e). **수학 익힘책 3-2**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2014f). **수학 익힘책 4-1**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2015a). **수학과교육과정**, 교육부 고시 제 2015-74 [별책 8], 서울: 교육부.
- 교육부 (2015b). **수학 5-1**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2015c). **수학 5-2**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2015d). **수학 익힘책 5-1**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부 (2015e). **수학 익힘책 5-2**. 서울: (주)천재교육.
- 방정숙, 최지영(2011). 범자연수와 연산에 관한 수학 교과서 분석 -일반화 된 산술로서의 대수 관점을 중심으로-. **수학교육**, 50(1), 41-59.
- 변희현(2011). 한국과 일본의 초등교과서에서 다루는 분배법칙 개념에 관한 비교 분석. **한국초등수학교육학회지**, 15(1), 39-56.
- 장혜원(2017). 범자연수와 연산에 관한 수학 교과서 분석 -일반화 된 산술로서의 대수 관점을 중심으로-. **한국초등수학교육학회지**, 21(1), 1-22.
- 정연준, 조영미 (2012). 자연수 곱셈 계산 지도에 관한 초등학교 수학교과서 비교 분석 연구. **수학교육학연구**, 22(2), 293-309.
- 최지영, 방정숙(2011). 초등학생들의 범자연수 연산의 성질에 대한 이해 분석. **수학교육학연구**, 21(3), 239-259.
- Ding, M., & Li, X. (2010). A Comparative Analysis of the Distributive Property in U. S. and Chinese Elementary Mathematics Textbooks. *Cognition and instruction*, 28(2), 146-180.
- Ding, M., & Li, X. (2014). Transition from concrete to abstract representations: the distributive property in a Chinese textbook series. *Educational Studies in Mathematics*, 87, 103-121.
- Kinzer, C. J., & Stanford, J. (2014). The distributive Property: The core of Multiplication. *Teaching children mathematics*, 20(5), 303-309.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Authours.
- 류희찬, 조완영, 이경화, 나귀수, 김남균, 방정숙 역 (2007). **학교수학을 위한 원리와 기준**. 서울: 경문사.
- 文部科學省(2008), **小學校學習指導要領**, 東京: 文部科學省
- 文部科學省(2015). **小學校學習指導要領**, 東京: 文部科學省
- 文部科學省(2017). **小學校學習指導要領**, 東京: 文部科學省
- 清水靜海・船越俊介 외 (2013a). **わくわく算數 2下**, 東京: 啓林館
- 清水靜海・船越俊介 외 (2013b). **わくわく算數 4上**, 東京: 啓林館
- 清水靜海・船越俊介 외 (2013c). **わくわく算數 5上**, 東京: 啓林館
- 清水靜海・船越俊介 외 (2013d). **わくわく算數 6上**, 東京: 啓林館
- 人民教育出版社 (2013a) **義務教育教科書 數學 4年級 下冊**, 北京: 人民教育出版社
- 人民教育出版社 (2013b) **義務教育教科書 數學 5年級 上冊**, 北京: 人民教育出版社
- 人民教育出版社 (2013c) **義務教育教科書 數學 6年級 上冊**, 北京: 人民教育出版社
- 중국 교육부(2017.07.01.) <http://www.moe.gov.cn>
- 두산백과(2017.07.01) <http://www.doopedia.co.kr>

The Analysis of Korean Elementary Mathematics Textbooks and Workbooks with Respect to Distributive Principles

Kim, Mi Hwan (Graduate School, Gyeongin National University of Education)

Lee, Soo Eun (Graduate School, Gyeongin National University of Education)

Kim, Soo Mi (Gyeongin National University of Education)

This study examined how the distributive principles(DP) works in our elementary school textbooks and work books to figure out the implications for developing the elementary mathematics curriculum and textbooks. For this purpose, Chinese and Japanese elementary textbooks were reviewed and five criteria for the analysis of Korean textbooks and workbooks were prepared by the review. The analysis showed that Korean textbooks and work books are inefficient to handle DP in many ways. Based on these findings, this study suggested that the DP should be codified into the curriculum and explicitly dealt with in elementary math textbooks.

* Key Words : 분배법칙(distributive principle), 초등학교(elementary school), 수학교과서(mathematics textbooks), 일본 수학교과서(Japanese mathematics textbooks), 중국 수학교과서 (Chinese mathematics textbooks)

논문접수 : 2017. 7. 8

논문수정 : 2017. 7. 31

심사완료 : 2017. 8. 2