

파력발전기 부유체설계를 위한 SPH와 ISPH 유체모델링 기법 비교

전철웅*, 손정현*[#], 양민석*

*부경대학교 기계설계공학과

Comparison of Fluid Modeling Methods Based on SPH and ISPH for a Buoy Design for a Wave Energy Converter

Chul-Woong Jun*, Jeong-Hyun Sohn*[#], Min-Seok Yang*

*Mechanical Design Engineering, Pukyong Nat. Univ.

(Received 16 March 2017; received in revised form 24 April 2017; accepted 11 May 2017)

ABSTRACT

The buoy of the wave energy converter moves by direct contact with the fluid. In order to design a buoy by using the numerical method, it is necessary to analyze not only the contact with the fluid but also the exact behavior of the fluid. In this paper, differences between weakly compressible smoothed particle hydrodynamics (WCSPH) and incompressible smoothed particle hydrodynamics (ISPH) are compared and analyzed for two-dimensional dam breaking simulation. ABAQUS, which is a commercial analysis program, is used for WCSPH analysis. A laboratory code is developed for ISPH analysis. The surface shape, the velocity, and the pressure pattern of the fluid are compared. The results of the laboratory code show the similar tendencies with those of ABAQUS, and there is a little difference in the pressure result.

Key Words : SPH(입자완화유체동역학), ISPH(비압축성 입자완화유체동역학), Dam Breaking(댐붕괴), Wave Energy Converter(파력발전기)

1. 서 론

화석연료 사용에 따른 오염물질 방생, 기후변화 등의 문제로 인해 관련 규제가 강화되고 있고, 에너지 수요가 지속적으로 증가하고 있기 때문에, 안정적인 에너지원 확보가 필요하다. 최근에 신재생에너지로 관심을 받고 있는 파력에너지는 시간에 관계없이 안정적으로 에너지를 공급 받을 수 있다. 또한 바다가 지구 표면의 70%를 차지하고 있어 세계 에너지 수요의 2배에 달하는 잠재량을 가지고

있다. 본 연구에서는 부유식 파력발전시스템(float type wave energy converter)을 대상으로 하고 있으며, Fig. 1에서 묘사되었듯이 파의 운동에너지가 부유체에 직접적인 접촉에 의해 전달되어 전기에너지를 생산하는 방식이다. 그러므로 부유체의 형상에 따라서 파의 운동에너지 흡수율이 다를 수 있기 때문에 고효율의 부유식 파력발전기를 설계하기 위해서 부유체의 형상의 최적설계는 필요하다. 부유체 형상 설계를 위해서 실험 연구 및 해석 연구를 통한 데이터 수집 및 분석이 요구된다. 실험 연구는 시간 및 경제적인 비용이 많이 들고 원하는 파랑 조건에 대한 데이터를 얻기 어렵기 때문에 수치적 방법을 통한 데이터 수집 및 분석이 필요하다. 수

Corresponding Author: jhsohn@pknu.ac.kr

Tel: +82-51-629-6166, Fax: +82-51-629-6150

치해석적 방법으로 부유체의 형상 설계에 있어 파랑(wave)의 정확한 모델링 요구된다. 기존에는 파랑 모델링을 위해 Morison^[1]등이 제안한 반실험적 파랑 하중 모델을 사용되었다. Morison이 제안한 방정식은 실린더 형상의 구조물에 대해서 유도된 식이다 보니 복잡한 형상의 부유체에 적용하기 어렵고, 구조물의 질량중심에 힘이 적용되어 구조물의 자세를 제대로 반영하기 어려운 한계점을 가진다. 또한 격자법에 기반한 유체동역학 해석은 변형이 심하고 자유수면 문제에 적용하기 어렵기 때문에 본 연구에서는 입자법에 기반한 유체동역학 해석 기법인 입자완화유체동역학(SPH)을 이용하였다. 라그랑지안(Lagrangian) 기법에 기반한 SPH는 처음에 천체물리학에서 비축대칭 문제를 다루기 위해 1977년에 Lucy^[2]와 Gingold 그리고 Monaghan^[3]에 의해 발명되었다. SPH기법은 크게 두 가지 접근법으로 전통적인 SPH 솔버인 Weakly Compressible SPH(WCSPH)와 Incompressible SPH(ISPH)^[4]로 구별된다. WCSPH는 완전 명시적 방법으로 프로그래밍이 쉽다는 이점이 있지만, 기본적으로 수치적 음속과 연관되어 있어 매우 작은 시간간격을 요구하며, 작은 밀도에러가 수치적 불안정성을 야기할 수 있는 비물리적 압력 변동을 초래할 수 있다. ISPH 접근법은 기본적으로 유체의 비압축성을 고려하는 방법으로, 1995년에 Koshizuka^[5]는 입자법을 이용한 완전 라그랑지안 기법을 비압축 유체 흐름에 적용하였다. 2011년에 Kim^[6]은 2차원 댐붕괴 시뮬레이션을 예제로 WCSPH와 FLUENT 결과를 비교하였다. 본 연구에서는 ABAQUS의 WCSPH 솔버와 ISPH 결과를 비교하였다. 압력 변동 유무뿐만 아니라 시간대에 따른 최대 속도의 정량적인 결과 비교를 통해 개발 프로그램인 ISPH 솔버를 검증하였다. ISPH는 유체의 밀도 변동이 없으며, 압력과 점성력은 따로 계산된다. 압력은 다이버전스-제로(divergence zero) 속도장^[7]을 강제함으로써 압력-포아송 방정식(pressure-Poisson equation)에 의해서 계산된다.

본 논문에서는 ISPH기반의 유체 거동 해석 프로그램을 개발하였으며, 상용 해석 프로그램인 ABAQUS의 WCSPH 해석 솔버를 이용하여 댐붕괴 문제에 대해 각각 압력, 속도 그리고 시간에 대한 유체의 거동을 상호 비교하였다.

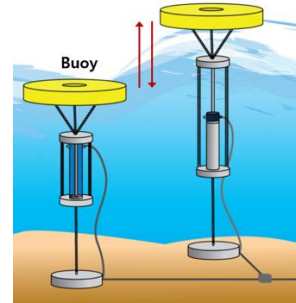


Fig. 1 Float type wave energy converter

2. 입자를 이용한 유체동역학 모델

입자를 이용한 유체동역학 모델은 입자간의 상대적 위치 관계를 통해서 커널함수(kernel function)에 의해서 계산된다. 커널함수에 의한 방정식은 입자의 함수 $A(\mathbf{r}_a)$ 과 디락분포(Dirac distribution) δ 의 합성항으로 표현될 수 있으며, 디락분포는 h 의 완화길이(smoothing length)를 가지는 커널함수(kernel function) W 에 의해 식 (1)과 같이 근사화 된다.

$$A(\mathbf{r}_a) = \int A(\mathbf{r}_b) W(\mathbf{r}_{ab}, h) d\mathbf{r}_b \quad (1)$$

식 (1)에서 \mathbf{r}_a , \mathbf{r}_b 는 각각의 입자 a , b 의 위치를 나타내며, $\mathbf{r}_{ab} = \mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b$ 이다. 위 근사식을 유체입자 a 에 대해서 이산화하면 식 (2)와 같이 표현된다.

$$A(\mathbf{r}_a) = \sum_b m_b \frac{A_b}{\rho_b} W(\mathbf{r}_{ab}, h) \quad (2)$$

위 식에서 b 는 Fig. 2에서 입자 a 에 대한 커널함수의 완화길이 h 내에 속하는 모든 입자들을 나타낸다. 본 연구에서는 큐빅-스플라인(cubic-spline) 커널함수를 사용되었고, 식 (3)과 같다.

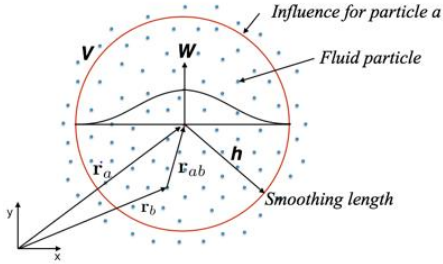


Fig. 2 Compact support domain of kernel function

$$W(r, h) = \alpha_D \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}q^2 + \frac{3}{4}q^3 & 0 < q \leq 1 \\ \frac{1}{4}(2-q)^3 & 1 < q \leq 2 \\ 0 & q > 2 \end{cases} \quad (3)$$

위 식에서 α_D 는 2D에서 $10/(7\pi h^2)$ 이고, 3D에서 $1/(\pi h^3)$ 이다. q 는 두 입자 사이의 무차원 변수로 r_{ab}/h 로 계산된다. Fig. 2는 커널함수에 의한 입자의 계산영역을 도시한 것이다.

2.1 Weakly Compressible SPH

WCSPH 솔버는 1%의 밀도 변동을 허용하여 비압축성 유체 흐름에 적용되어 왔으며, WCSPH의 연속방정식과 Navier-Stokes 방정식은 식 (4), (5)와 같다.

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nabla \cdot (\nu \nabla \mathbf{u}) + \mathbf{F}^e \quad (5)$$

식 (4), 식 (5)의 ρ , \mathbf{u} , p , ν , \mathbf{F}^e , 그리고 t 는 각각 유체의 밀도, 속도벡터, 압력, 동점성계수, 중력 등의 외력 그리고 시간을 의미한다. WCSPH에서 압력은 식(6)의 상태방정식에 의해서 결정되고, 유체의 흐름에 약간의 압축성이 고려된다.

$$p = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left(\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right) \quad (6)$$

위 식에서 ρ_0 는 유체의 기준 밀도 값을 나타낸다. c_0 는 유체의 물리적인 음속을 뜻하며, γ 은 폴리트로픽 지수로 일반적으로 7의 값을 가진다. 식 (6)에서 알 수 있듯이 WCSPH에서 압력은 약간의 밀도 에러에 대해서 큰 압력 변동이 생길 수 있다. WCSPH는 완전 명시적 방법인 시간적분법에 의해서 속도와 위치가 결정된다.

2.2 Incompressible SPH

완전 명시적 방법을 사용하는 WCSPH와 달리 ISPH는 반암시적 방법으로 크게 예측단계와 수정단계로 계산된다. 예측단계에서는 식 (5)에서 중력과 같은 외력과 점성력에 의해서 식 (7)과 같이 계산된다.

$$\frac{\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^n}{\Delta t} = \nabla \cdot (\nu \nabla \mathbf{u}^n) + \mathbf{F}^e \quad (7)$$

식 (7)에서 \mathbf{u}^* , \mathbf{u}^n 는 각각 보정속도와 n스텝에서의 속도이다. 입자근사화를 통해 보정속도 \mathbf{u}^* 의 미분식으로 정리하면 식 (8)과 같다.

$$\frac{d\mathbf{u}_a^*}{dt} \approx \sum_b m_b \delta \frac{\nu}{\rho} \frac{\mathbf{u}_{ab} \cdot \mathbf{r}_{ab}}{r_{ab}^2 + \eta^2} \nabla_a W_{ab} + \mathbf{F}^e \quad (8)$$

식 (8)에서 m_b 는 b 입자의 질량이며 $\eta = 0.1h$ 는 두 입자의 거리가 0이 되는 특이성을 방지하기 위한 것이다. 수정단계에서는 압력-포아송 방정식으로 계산된 압력을 이용하여 식 (9)로 속도를 계산한다.

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \nabla p^{n+1} \quad (9)$$

\mathbf{u}^n , \mathbf{u}^{n+1} 은 각각 n 스텝, n+1 스텝에서의 속도벡터이다. n+1 스텝에서의 압력은 식 (10)의 압력-포아송 방정식을 통해서 얻을 수 있다.

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho} \nabla p^{n+1} \right) = \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}_a^* \quad (10)$$

압력-포아송 방정식은 $AX=B$ 의 선형방정식으로 표현될 수 있으며, A 는 라플라시안 연산자 ∇^2 이고 B 항 식 (10)의 오른쪽 항으로 식 (11) ~ (13)과 같이 표현되며, $X(a) = p_a$ 이다.

$$A(a, b) = -\frac{2}{\rho^2} m_b \frac{r_{ab} \cdot \nabla_a W(r_{ab})}{r_{ab}^2 + \eta^2} \quad (11)$$

$$A(a, a) = -\sum_b A(a, b) \quad (12)$$

$$B(a) = \frac{1}{\Delta t} \sum_b \frac{m_b}{\rho} \mathbf{u}_{ab} \cdot \nabla_a W(r_{ab}) \quad (13)$$

압력-포아송 방정식은 Bi-CGSTAB^[4]를 이용하여 해를 구하였다. 속도는 압력-포아송 방정식으로 계산된 압력에 의해서 식 (14)과 같이 계산되며, 입자 근사화를 통한 SPH 수식은 식 (15)와 같다.

$$\mathbf{u}_i^{n+1} = \mathbf{u}_i^* - \frac{\Delta t}{\rho} \Delta p_i^{n+1} \quad (14)$$

$$\mathbf{u}_a^{n+1} \approx \mathbf{u}_a^* - \left(\sum_b m_b \left(\frac{p_a}{\rho_a} + \frac{p_b}{\rho_b} \right) \nabla_a W(r_{ab}) \right) \Delta t \quad (15)$$

최종적으로 입자들의 $n+1$ 스텝에서의 위치는 식 (16)를 통해 결정된다.

$$\mathbf{r}_i^{n+1} = \mathbf{r}_i^n + \Delta t \left(\frac{\mathbf{u}_i^{n+1} + \mathbf{u}_i^n}{2} \right) \quad (16)$$

3. 해석 결과 비교

3.1 댐 붕괴 모델링

WCSPH와 ISPH간의 해석결과 비교를 위해 댐 붕괴 문제를 모델링하고 해석을 수행하였다. 댐 붕괴 모델은 Fig. 3과 같이 구성되며, 각각

ABAQUS와 개발 프로그램을 이용하여 동일하게 모델링 하였다. 해석에 사용된 입자의 수는 Table 1과 같으며 ISPH 솔버는 더미입자법 경계조건 사용에 의해 경계 입자와 더미 입자가 추가로 생성된다. Table 2, 3에서는 WCSPH와 ISPH 해석에 사용된 주요 조건들을 나타낸다.

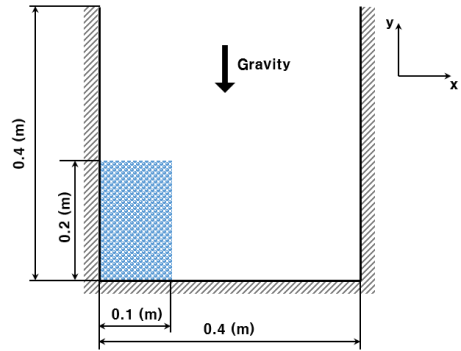


Fig. 3 2D dam breaking model

Table 1 Number of particles for 2D dam breaking

Type	WCSPH	ISPH
Fluid	3200	3200
Boundary	0	801
Dummy	0	1614

Table 2 Simulation conditions for WCSPH

Condition	Value
Init. particle distance(m)	0.0025
Speed of sound(m/s)	28
Friction of boundary	0.1
Dynamic viscosity($N \cdot s/m^2$)	0.001
Reference density(kg/m^3)	1000

Table 3 Simulation conditions for ISPH

Condition	Value
Init. particle distance(m)	0.0025
Smoothing length(m)	0.00325
Dynamic viscosity($N \cdot s/m^2$)	0.001
density(kg/m^3)	1000

3.2 해석결과

본 연구에서 개발한 ISPH 솔버의 정확성을 검증하기 위하여 ABAQUS의 WCSPH 솔버를 이용한 결과와 비교하였으며, 댐붕괴 시뮬레이션을 수행하였다. 시간 0.19초와 0.28초에 대해서 유체 수면 형상, 속도 그리고 압력 패턴을 상호 비교하였다. Fig. 4와 5는 시간 0.19초일 때 유체의 속도와 압력 패턴은 각각 보여주며, Fig. 6과 7은 시간 0.28초일 때 결과를 보여준다. Table 4에 시간 0.19, 0.28, 0.65초일 때 유체 입자의 최대 속도를 나타내었으며, 0.28초에서 최대 0.23(m/s)의 속도 차이가 발생하였으며, ABAQUS 결과 대비 개발프로그램은 약 10퍼센트의 오차를 보였다. 전반적으로 각 시간에 따른 유체의 수면 형상과 유체의 속도 패턴은 유사한 결과를 보여주고 있다. Table 5는 시간에 따른 정량적인 압력 값을 나타내며, WCSPH의 경우 경계 주변의 유체의 압력이 매우 크게 계산되었다. 압력 패턴은 ISPH가 WCSPH에 비해 압력 노이즈가 상당히 감소된 패턴을 보여주고 있는 것을 확인 할 수 있다. 이러한 차이는 WCSPH가 1%의 밀도 변동을 허용하기 때문에 균일하지 못한 밀도 값에 대해서 상태방정식을 통한 압력 값 계산으로 인해 나타나는 결과로 분석된다. WCSPH의 압력 노이즈는 Lee^[4]의 난류 모델에 따른 유체 거동 비교에서도 같은 문제를 확인할 수 있다.

Table 4 Maximum velocity

Time(s)	Velocity(m/s)		Error(%)
	WCSPH	ISPH	
0.19	1.94	1.82	6.2
0.28	2.31	2.54	-10.0
0.65	1.88	1.8	4.2

Table 5 Maximum pressure

Time(s)	Pressure(Pa)	
	WCSPH	ISPH
0.19	7000 or more	1194
0.28	12000 or more	1840
0.65	7900 or more	1055

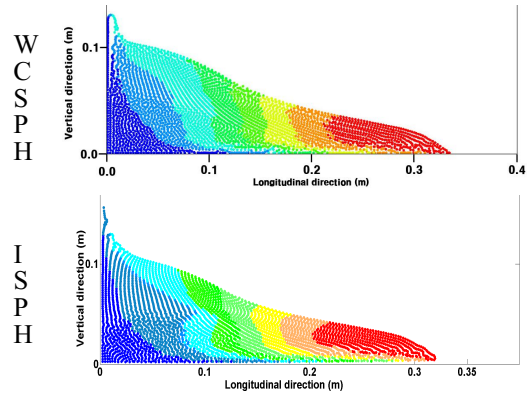


Fig. 4 Velocity of dam breaking at 0.19 (sec)

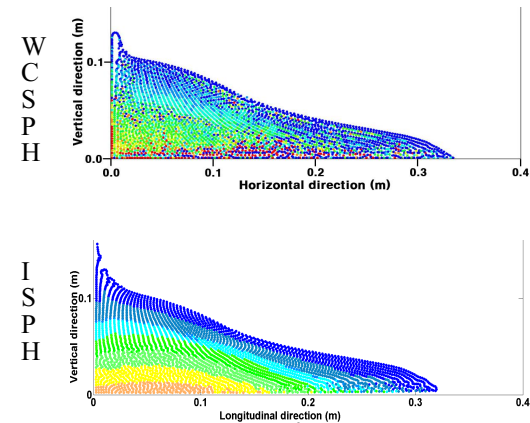


Fig. 5 Pressure of dam breaking at 0.19 (sec)

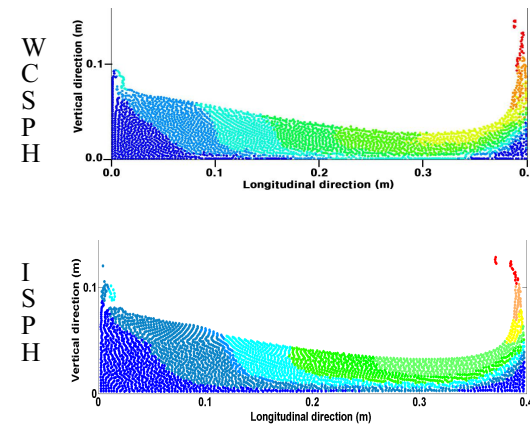


Fig. 6 Velocity of dam breaking at 0.28 (sec)

후 기

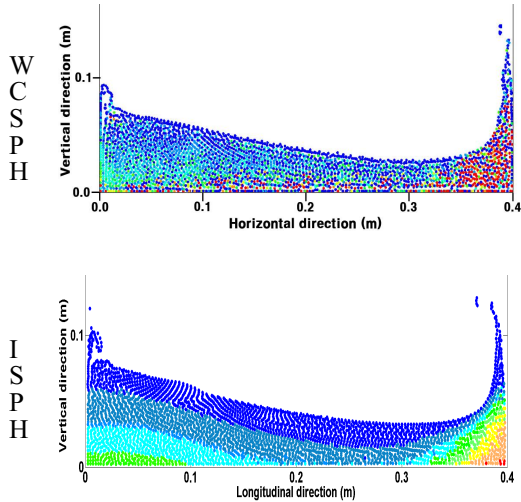


Fig. 7 Pressure of dam breaking at 0.28 (sec)

4. 결론

본 연구에서는 수치해석적 방법을 통해 파력발전기의 부유체 형상 설계 시 유체 모델링 방법으로 입자 기반의 유체 모델링 기법인 WCSPH와 ISPH를 상호 비교하였다. 비교를 위해 이차원 댐 붕괴 시뮬레이션을 수행하였으며, ABAQUS의 WCSPH 솔버와 자체 개발 프로그램을 비교하였다.

댐 붕괴 시뮬레이션을 통해 0.19초와 0.28초일 때 유체의 수면 형상과 속도 및 압력 패턴을 비교하였다. 유체의 수면 형상과 속도 패턴은 매우 유사한 결과를 나타내었으며, 압력 패턴은 ISPH가 WCSPH에 비해 압력 변동이 상당히 적은 것을 확인하였다. 시간 0.19초, 0.28초와 0.65초일 때의 유체의 최대속도를 각각 비교하였을 때, 0.28초일 때 최대 0.23(m/s) 속도 차이가 발생하였다. WCSPH와 ISPH의 전반적인 유체 거동은 유사하지만 정확한 유체 압력 계산이 요구될 경우는 ISPH가 더 적합하므로 향후 유체와 부유체와의 접촉 해석을 통한 파력발전기의 부유체 형상 설계 시 자체개발한 ISPH 솔버가 유용하게 사용될 수 있을 것으로 사료된다.

이 논문은 2017년 해양수산부 재원으로 한국해양과학기술진흥원의 지원을 받아 수행된 연구임 (부유식 파력발전시스템의 성능 개선을 위한 유체-다물체 연성해석 기술개발)

REFERENCES

1. Morison, J. R., O'Brien, M. P., Johnson, J. W. and Schaaf, S. A., "The Force Exerted by Surface Wave on Piles", Petroleum, Transactions, American Institute of Mining Engineers 189: 149-154, 1950.
2. Lucy, L. B., "Numerical approach to testing of fission hypothesis", Astron J., 82:1013-1024, 1977
3. Gingold, R. A., Monaghan, J. J. "Smoothed particle hydrodynamics theory and application to non-spherical stars." Mon. Not. R. Astron. Soc., Vol. 181, 375-89, 1977
4. Lee, E. S., "Truly incompressible approach for computing incompressible flow in SPH and comparisons with the traditional weakly compressible approach", School of Mechanical, Aerospace and Civil Engineering, doctorate thesis, 2007
5. Koshizuka, H., Tamako, and Oka, Y., "A particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation.", Journal of Computational Fluid Dynamics, 4: 29-46, 1995
6. Kim, C. H., Lee, Y. G., Jeong, K. L., "A Study on the Numerical Simulation Method of Two-dimensional Incompressible Fluid Flows using ISPH Method", Journal of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 48, No. 6, pp. 560-568, 2011
7. Cummins, S. J. and Rudman, M. "An SPH Projection Method", J. of Comp. Phys., 152: 584-607, 1999