

가속열화시험에 의한 부품 · 소재 사용수명 예측에 관한 연구*

권영일[†]

청주대학교 산업공학과

Service Life Prediction of Components or Materials Based on Accelerated Degradation Tests^{*}

Young Il Kwon[†]

Department of Industrial Engineering, Cheongju University

Purpose: Accelerated degradation tests can speed time to market and reduce the test time and costs associated with long term reliability tests to verify the required service life of a product or material. This paper proposes a service life prediction method for components or materials using an accelerated degradation tests based on the relationships between temperature and the rate of failure-causing chemical reaction.

Methods: The relationship between performance degradation and the rate of a failure-causing chemical reaction is assumed and least square estimation is used to estimate model parameters from the degradation model.

Results: Methods of obtaining acceleration factors and predicting service life using the degradation model are presented and a numerical example is provided.

Conclusion: Service life prediction of a component or material is possible at an early stage of the degradation test by using the proposed method.

Keywords: Accelerated Degradation Test, Chemical Kinetics, Arrhenius Equation, Service Life Prediction, Performance degradation, Acceleration factor

1. 서론

대부분의 내구성 제품이나 부품, 소재의 성능(performance)은 시간이 경과함에 따라 저하하게 되며, 성능이 더 이상 규정된 기준을 만족할 수 없는 수준으로 저하되면 수명이 다한 것으로 판정한다. 오늘날 부품.

소재에 대한 사용수명(service life)에 대한 요구는 한층 강화되는 반면 사용수명의 입증이나 평가를 위한 기간은 더욱 단축해야 하는 실정이다. 짧은 기간 내에 사용수명이나 신뢰성을 평가하기 위한 방법으로 가속수명시험(accelerated life test; ALT)이나 가속열화시험(accelerated degradation test; ADT)이 널리 사용되

* 이 논문은 2016-2018학년도에 청주대학교 산업과학연구소가 지원한 학술연구조성비(특별연구과제)에 의해 연구되었음.

† 교신저자 yikwon@cju.ac.kr

2017년 2월 27일 접수; 2017년 5월 11일 수정본 접수; 2017년 5월 15일 게재 확정.

고 있다. 특히 높은 신뢰도를 갖는 아이템의 사용수명을 제한된 기간 내에 평가하기 위해서는 고장이 관측되지 않더라도 관측된 열화데이터를 활용하여 사용수명을 평가할 수 있는 가속열화시험이 선호되고 있다. 열화시험에서는 대상 소재나 부품의 성능이 시간의 경과에 따라 저하되어 규정된 고장기준에 도달하면 고장(failure)으로 판정한다.

지금까지 가속열화시험에 의한 수명예측이나 신뢰성평가에 관한 연구가 여러 학자들에 의해 이루어져 왔다. Nelson[1, 2]은 파괴열화데이터(destructive degradation data)를 사용하여 성능열화와 고장시간의 분포를 추정하는 방법을 제시하였으며, Meeker and Escobar[3, 4], 그리고 Meeker *et al.*[5]은 고장물리 메커니즘에 의한 열화모형을 설명하고, 열화에 의한 신뢰도 모델과 고장시간에 의한 신뢰도 모델의 관계와 모델의 모수에 대한 근사적인 최우추정법(maximum likelihood estimation)을 제시하였다. Martin[6]과 Meeker *et al.*[7]은 옥외환경에 노출되는 소재에 대하여 열화 모델에 기초한 체계적인 신뢰도평가방법을 제시하였으며, Liao and Elsayed[8]는 열화시험에서 스트레스의 분산을 고려함으로써, 확정적 스트레스 하에서의 가속열화모형을 실제 필드에서의 신뢰도를 추정할 수 있는 가속열화모형으로 확장하였다. Chang *et al.*[9]은 성능열화데이터에 의한 공압실린더의 신뢰도 추정방법을 제시하였으며, Chang *et al.*[10]은 열화시험에 의한 공압실린더의 신뢰성 인정시험을 설계하고, 시료 수나 시험시간 등 시험의 효율성 측면에서 기계류 분야의 인정시험에 널리 사용되고 있는 무고장 시험(zero-failure acceptance test)방법과 비교하였다.

본 연구에서는 온도를 스트레스로 적용하는 가속열화시험에서 반응속도론에 근거한 수학적 열화모형들을 도출하고 이 열화모델과 실제 열화시험데이터에 근거한 사용수명 예측 방법을 제시한다. 먼저 아레니우스 방정식과 반응속도론(chemical kinetics)을 적용하여 반응물질의 농도(concentration of reactants)의 변화와 반응율 상수(rate constant 또는 reaction rate coefficient)간의 관계를 파악하고, 일정한 스트레스 하에서 시간의 경과에 따른 반응물질의 농도 변화와 대상 아이템의 성능열화의 관계를 모형화 하였다. 다음 가속열화시험 데이터로부터 열화모형의 모수들의 최소제곱 추정량(least square estimators)을 구하는 방법을 제시하고, 추정된 열화모형을 이용한 활성화 에너

지와 가속계수(acceleration factor) 산출, 그리고 사용수명 예측방법을 제안하였다. 제안된 방법은 간단한 회귀분석만으로 필요한 결과들을 도출할 수 있으며 가속열화시험에서 고장이 발생하기까지 기다리지 않고 초기 열화데이터만으로도 조기에 사용수명을 평가할 수 있다.

2. 반응속도론과 성능열화모형

2.1 아레니우스 방정식

화학반응에 있어서 반응율(reaction rate)이란 단위 시간 동안 소비된 반응물질(reactant)의 양 또는 생성된 산물(product)의 양으로 정의된다. 반응이 일어나는 동안 반응율은 일정하지 않으며 반응물질의 농도 감소에 따라 감소하게 된다. 시간 t 에서 반응물질의 농도를 $[A(t)]$ 라 할 때 반응율은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\text{reaction rate} = k[A(t)] \quad (1)$$

온도를 올리면 반응율이 증가한다는 것은 잘 알려진 사실이다. 반응율과 온도의 정량적 관계는 다음의 아레니우스 방정식으로 결정된다.

$$k = Ae^{-\frac{E_a}{k_B T}} \quad (2)$$

E_a = activation energy

k_B = Boltzmann's constant ($8.617 \times 10^{-5} e \text{ VK}^{-1}$)

T = absolute temperature

A = frequency factor

위방정식에서 $E_a/k_B = B$ 라 두면

$$k = Ae^{-\frac{B}{T}} \quad (3)$$

로 표현되고, 양변에 로그를 취하면

$$\ln k = \ln A - B \frac{1}{T} \quad (4)$$

가 되어 $\ln k$ 와 $\frac{1}{T}$ 이 선형관계를 갖게 된다.

2.2 반응속도론과 열화모형

화학반응속도론(chemical kinetics)이란 화학반응의 속도와 그 메커니즘을 연구하는 화학의 한 분야이다. 반응속도나 상세한 경로는 아직 잘 이해되지 않은 부분이 많으며, 화학반응 속도론의 주목적은 반응속도가 어떤 물질의 농도에 어떻게 의존하는지를 밝혀내고 이로부터 반응 메커니즘을 이끌어 내는 것이다. 화학반응속도에 영향을 주는 주요 인자는 반응 물질의 농도와 온도이다.

2.2.1 영차반응

영차반응(zero order reaction)은 반응율이 반응물질의 농도에 영향을 받지 않는 일정한 반응으로서 반응 물질이 소진되면 반응도 종료된다. 영차반응법칙



에서 반응률(rate)은 다음의 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$-\frac{d[A(t)]}{dt} = k \quad (5)$$

여기서 k 는 반응율 상수(rate constant)라 불린다.

위 방정식을 풀면

$$[A(t)] = [A(0)] - kt \quad (6)$$

가 되어 시간 t 와 농도 $[A(t)]$ 는 선형관계를 따르게 된다. 즉 시간 t 동안 농도의 감소량은 시간 t 에 비례한다.

만약 대상 부품이나 소재의 주요 성능이 반응물질의 농도에 비례한다면 시간 t 와 그때의 성능 $P(t)$ 역시 선형관계를 갖게 된다.

2.2.2 일차반응

일차반응(first order reaction)은 반응율이 단일 반응 물질의 농도에 비례하는 반응으로서 시간에 따른 A 의 농도의 감소는 다음 방정식으로 표현된다.

$$-\frac{d[A(t)]}{dt} = k[A(t)] \quad (7)$$

위 방정식을 풀면

$$[A(t)] = [A(0)]e^{-kt} \quad (8)$$

가 되어 시간 t 와 농도 $[A(t)]$ 가 지수관계를 갖게 된다.

여기서도 주요 성능이 반응물질의 농도에 비례한다고 가정하면 시간 t 와 그때의 성능 $P(t)$ 역시 지수관계를 갖게 된다.

2.2.3 유사일차반응

다음과 같이 두 반응물질 A, B 가 반응하여 P 를 생성하는 반응이다.



A 의 초기 농도가 B 에 비해 충분히 높아 반응이 진행되는 동안 A 의 농도는 거의 변하지 않는 경우의 반응을 유사일차반응(pseudo first order reaction)이라 한다. 따라서 A 의 농도는 일정하다고 가정한다. 이때 시간에 따른 B 의 농도의 감소는 다음 방정식으로 표현된다.

$$-\frac{d[B(t)]}{dt} = k[A][B(t)] = k'[B(t)] \quad (9)$$

여기서 $k' = k[A]$ 를 말한다. 위 방정식을 풀면

$$[B(t)] = [B(0)]e^{-k't} \quad (10)$$

가 되며 이 경우도 역시 시간 t 와 농도 $[B(t)]$ 가 지수관계를 갖는다.

주요 성능이 반응물질의 농도에 비례한다고 가정하면 일차반응에서와 마찬가지로 시간 t 와 성능 $P(t)$ 는 지수관계를 갖게 된다.

2.2.4 이차반응

이차반응(second order reaction)이란 두 반응물질 A, B 가 반응하여 P 를 생성하는 반응이다.



여기서 반응률은 다음 방정식으로 표현된다.

$$-\frac{d[A(t)]}{dt} = k[A(t)][B(t)] \quad (11)$$

- 초기 두 반응물질의 농도가 동일한 경우 이 때 반응률은

$$-\frac{d[A(t)]}{dt} = k[A(t)]^2 \quad (12)$$

가 되고 이 방정식을 풀면

$$\frac{1}{[A(t)]} = kt + \frac{1}{[A(0)]} \quad (13)$$

또는

$$[A(t)] = \frac{1}{kt + \frac{1}{[A(0)]}} \quad (14)$$

이 되어 t 와 $[A(t)]$ 의 역수가 선형관계를 갖는다.

주요 성능이 반응물질의 농도에 비례한다고 가정하면 시간 t 와 성능의 역수 $1/P(t)$ 이 선형관계를 갖게 된다.

- 초기 두 반응물질의 농도가 다른 경우 아래의 반응물 방정식을 풀면

$$-\frac{d[A(t)]}{dt} = k[A(t)][B(t)] \quad (15)$$

$$\ln \frac{[B(t)][A(0)]}{[A(t)][B(0)]} = k([B(0)] - [A(0)])t = k't, \quad (16)$$

또는

$$\frac{[B(t)]}{[A(t)]} = \frac{[B(0)]}{[A(0)]} e^{k't} \quad (17)$$

가 된다. 여기서 $k' = ([B(0)] - [A(0)])k$ 이다.

만약 성능 $P(t)$ 가 두 반응물질의 농도의 비율에 비례한다면 시간 t 와 성능 $P(t)$ 는 지수관계를 갖게 된다.

2.3 성능열화모형

지금까지 대상 부품이나 소재의 주요성능을 저하시키는 (고장을 유발하는) 반응물질의 농도변화와 성능의 관계를 살펴보았다. 여기서 성능이란 고장을 판단하는 기준으로서 금속이나 복합소재의 인장강도나 경도, 고무제품의 신장률, 접착제의 접착강도, 도료의 색차 등을 예로 들 수 있다. 일반적으로 열화시험에서 시간 t 에서의 성능에 대해서는 시료의 산포를 반영하여 특정분포를 따른다고 가정한다.

한편 열화시험에 있어서 대상소재의 반응물질 농도변화를 직접 관측하기는 쉽지 않다. 그보다는 강도, 효율, 신장률 등 대상소재의 성능 $P(t)$ 가 관측되는

것이 일반적이다. 부품이나 소재의 열화에 따른 성분(반응물질의 농도)변화가 성능과 어떤 관계를 갖는지 화학적, 물리적으로 명확히 파악하기는 어렵지만, 반응속도론에 근거하여 앞에서 도출한 몇 가지 대표적 열화모형 중 하나를 따른다면, 이들 모형 중에서 가장 적합한 모형을 결정하는 것은 가능할 것이다. 이들 열화모형을 정리하면 다음과 같다.

2.3.1 선형(linear)모형

시간 t 에서의 $P(t)$ 와 kt 가 다음과 같이 선형관계를 갖는 경우이다. 이는 t 동안의 성능저하가 kt 에 비례함을 의미한다.

$$P(t) = P(0) - bkt \quad (18)$$

성능의 열화를 $D(t) = P(0) - P(t)$ 로 정의하면 다음과 같다.

$$D(t) = bkt \quad (19)$$

2.3.2 멱수(power law)모형

성능 $P(t)$ 의 감소가 $(kt)^n$ 에 비례하는 경우이다.

$$P(t) = P(0) - b(kt)^n \quad (20)$$

이 때

$$D(t) = b(kt)^n \quad (21)$$

이며, 이 모형에서 $n = 1$ 이면 선형열화모형에 해당된다.

멱수모형은 선형모형을 일반화한 것이며, 다루기가 복잡한 다른 비선형 열화모형의 초기열화를 나타내는 근사적인 모형으로 적합시켜 사용 할 수 도 있다. 멱수모형에서 양변에 로그를 취하면 다음의 선형모형으로 변환할 수 있다.

$$\ln D(t) = \ln b + n \ln(kt) \quad (22)$$

2.3.3 지수(exponential)모형

성능 $P(t)$ 와 kt 가 지수관계를 따르는 경우이다.

$$P(t) = P(0)e^{-bkt} \quad (23)$$

$$D(t) = P(0)(1 - e^{-bkt}) \quad (24)$$

가 된다. 지수모형의 성능의 로그값은 다음과 같이 kt 의 선형식으로 표현된다.

$$\ln P(t) = \ln P(0) - bkt \quad (25)$$

위 식을 다음과 같이 표현하면 초기성능과 시간 t 에서의 성능의 비율의 로그값이 kt 에 비례한다.

$$\ln \frac{P(0)}{P(t)} = bkt \quad (26)$$

2.3.4 역선형(inverse-linear) 모형

성능 $P(t)$ 의 역수의 변화와 kt 가 선형관계를 갖는 경우이다.

$$P(t) = \frac{1}{bkt + \frac{1}{P(0)}} \quad (27)$$

여기서 t 동안의 성능열화를 성능 $P(t)$ 의 역수의 변화로 정의하여

$$D_v(t) = \frac{1}{P(t)} - \frac{1}{P(0)} \quad (28)$$

라 두면

$$D_v(t) = bkt \quad (29)$$

가 된다.

위의 4가지 열화모형 모두 성능열화량 또는 그 로그값이 kt 의 선형관계식으로 표현 될 수 있음을 알 수 있다.

다음 그림은 위 4가지 열화모형의 열화패턴을 예시한 것이다.

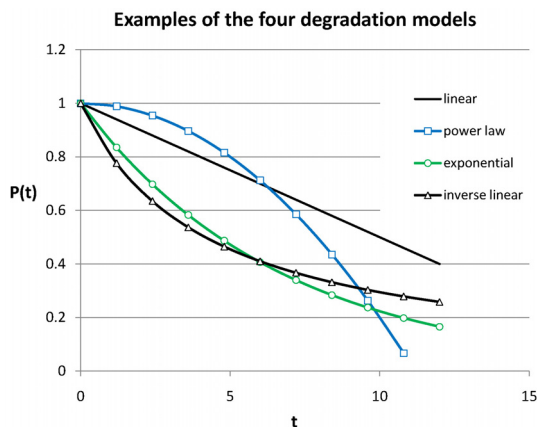


Fig. 1 Examples of the four degradation models

3. 수명식과 가속계수

여기서는 온도를 스트레스로 적용하는 가속열화시험에서, 성능열화가 앞에서 고려한 열화모형을 따를 때 아레니우스 방정식에 의한 수명식과 가속계수 산출방법을 제시한다.

3.1 선형모형

선형모형에서 시간 t 동안의 성능저하는

$$D(t) = bkt = b't \quad (30)$$

의 관계로 나타낼 수 있다. 여기서 기울기 b' 는

$$b' = ce^{-\frac{B}{T}} \quad (31)$$

이고 c 는 미지의 상수이다. 양변에 로그를 취하면

$$\ln b' = \ln c - \frac{B}{T} \quad (32)$$

가 되어 기울기 b' 와 $\frac{1}{T}$ 이 선형관계를 갖게 된다. 가속열화시험 데이터로부터 각 온도별 b' 와 아레니우스 모형의 모수 B 를 추정할 수 있다. 성능의 저하 $D(t)$ 가 고장기준을 나타내는 d^* 에 도달하면 고장으로 판정할 때, 온도 T 에서 d^* 에 도달하는 시점인 고장시간 $L(T)$ 는 다음과 같이 아레니우스 관계식으로 표현된다.

$$L(T) = \frac{d^*}{c} e^{\frac{B}{T}} \quad (33)$$

이 식에서 미지의 상수 c 는 b' 와 B 의 추정값을 사용하여 식 (13)으로부터 구할 수 있다. 사용조건은 온도를 T_U , 가속조건은 온도를 T_A 라 하면 가속계수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} AF(T_A, T_U) &= \frac{L(T_U)}{L(T_A)} \\ &= \frac{b_A}{b_U} \\ &= e^{B\left(\frac{1}{T_U} - \frac{1}{T_A}\right)} \end{aligned} \quad (34)$$

여기서 b_A, b_U 는 각각 가속조건 및 사용조건에서의 기울기 b' 의 추정 값을 말한다.

$$D(t) = P(0)(1 - e^{-bkt}) \quad (40)$$

이다. 위 식은

$$\ln \frac{P(0)}{P(t)} = bkt = b't \quad (41)$$

로 나타낼 수 있다. 여기서 기울기 b' 는

$$b' = ce^{-\frac{B}{T}} \quad (42)$$

이고 c 는 미지의 상수이다. 양변에 로그를 취하면

$$\ln b' = \ln c - \frac{B}{T} \quad (43)$$

가 되어 기울기 b' 와 $\frac{1}{T}$ 이 선형관계를 갖게 된다.

성능의 저하 $D(t)$ 가 d^* 에 도달하면 고장으로 판정할 때 온도 T 에서의 고장시간 $L(T)$ 는 다음과 같이 아레니우스 관계식으로 표현된다.

$$L(T) = \frac{1}{c} \ln \left(\frac{P(0)}{P(0) - d^*} \right) e^{\frac{B}{T}} \quad (44)$$

사용조건을 온도를 T_U , 가속조건을 온도를 T_A 라 하면 가속계수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} AF(T_A, T_U) &= \frac{b_A}{b_U} \\ &= e^{B \left(\frac{1}{T_U} - \frac{1}{T_A} \right)} \end{aligned} \quad (45)$$

여기서 b_A, b_U 는 각각 가속조건 및 사용조건에서의 b' 의 추정 값을 말한다.

3.4 역 선형모형

역 선형모형에서 시간 t 동안의 성능의 역수의 변화를

$$D_v(t) = bkt = b't \quad (46)$$

의 관계로 나타낼 수 있다. 여기서 기울기 b' 는

$$b' = ce^{-\frac{B}{T}} \quad (47)$$

3.2 멱수모형

멱수모형에서 t 동안의 성능저하를

$$D(t) = b't^n \quad (35)$$

로 나타낼 수 있다. 여기서

$$b' = ce^{-\frac{nB}{T}} \quad (36)$$

이고, c 는 미지의 상수이다. 양변에 로그를 취하면

$$\ln b' = \ln c - \frac{nB}{T} \quad (37)$$

로서 $\ln b'$ 와 $\frac{1}{T}$ 이 선형관계를 갖게 된다. 가속열화시험 데이터로부터 각 온도별로 식 (36)의 b' 와 n 그리고 모수 B 를 추정할 수 있다. 성능의 저하가 d^* 에 도달하면 고장으로 판정할 때 온도 T 에서의 고장시간 $L(T)$ 는 다음과 같이 아레니우스 관계식으로 표현된다.

$$L(T) = \left(\frac{d^*}{c} \right)^{1/n} e^{\frac{B}{T}} \quad (38)$$

이 식에서 미지의 상수 c 는 b', n, B 의 추정값을 사용하여 식 (18)로부터 구할 수 있다. 사용조건을 온도를 T_U , 가속조건을 온도를 T_A 라 하면 가속계수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} AF(T_A, T_U) &= \left(\frac{b_A}{b_U} \right)^{1/n} \\ &= e^{B \left(\frac{1}{T_U} - \frac{1}{T_A} \right)} \end{aligned} \quad (39)$$

여기서 b_A, b_U 는 각각 가속조건 및 사용조건에서의 b' 의 추정 값을 말한다.

3.3 지수모형

지수모형에서는 시간 t 동안의 성능저하는

이고 c 는 미지의 상수이다. 양변에 로그를 취하면

$$\ln b' = \ln c - \frac{B}{T} \quad (48)$$

가 되어 기울기 b' 와 $\frac{1}{T}$ 이 선형관계를 갖게 된다. 성능의 역수의 변화 $D_v(t)$ 가 고장기준 d_v^* 에 도달하면 고장으로 판정할 때, 온도 T 에서 고장시간 $L(T)$ 는 다음과 같이 아레니우스 관계식으로 표현된다.

$$L(T) = \frac{d_v^*}{c} e^{\frac{B}{T}} \quad (49)$$

위 식으로부터 사용조건의 온도가 T_U , 가속조건의 온도가 T_A 일 때 가속계수는 다음과 같이 구해진다.

$$AF(T_A, T_U) = \frac{b_A}{b_U} = e^{B\left(\frac{1}{T_U} - \frac{1}{T_A}\right)} \quad (50)$$

여기서 b_A, b_U 는 각각 가속조건 및 사용조건에서의 기울기 b' 의 추정 값을 말한다.

4. 열화모형 모수추정과 사용수명 예측

4.1 열화모형 모수추정

여기서는 성능열화가 먹수모형을 따르는 경우에 대해 가속열화시험 데이터로부터 최소제곱 추정법 (least square estimation; LSE)을 사용하여 모수를 추정하는 방법을 제시한다. 실제 열화시험에서 시료간의 편차(deviation)를 반영하기 위해 시간 t 에서 관측된 시료 i 열화량을 $D_i(t)$ 라 할 때 다음의 모델을 가정한다.

$$\ln D_i(t) = \ln D(t) + \epsilon_i \quad (51)$$

ϵ_i 는 시료의 편차를 반영하는 오차변수로서 서로 독립이며 평균이 0, 분산이 σ^2 인 정규분포를 따른다고 가정한다. 이때 성능 $Y_i(t)$ 는 대수정규분포를 따르게 된다.

가속열화시험에서 온도 T_i ($i = 1 \sim l$)에서의 관측 시간 t_{ij} 의 로그값을 x_{ij} , 관측된 열화데이터의 로그값

을 y_{ij} 라 두고 먹수 열화모형을 적용하면

$$y_{ij} = a_0 - \frac{b_0}{T_i} + nx_{ij} + \epsilon_{ij} \quad (52)$$

와 같다. 이 식에서 $a_0 = \ln c$, $b_0 = nB$ 를 의미한다. 이때 오차 제곱합은 다음과 같이 표현된다.

$$SS = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{n_i} \left(y_{ij} - a_0 + \frac{b_0}{T_i} - nx_{ij} \right)^2 \quad (53)$$

오차 제곱합 SS 를 최소로 하는 n, a_0 와 b_0 의 최소 제곱추정치와 오차분산 σ^2 의 불편추정량(unbiased estimator)은 각각 다음과 같이 구해진다.

$$\hat{n} = \frac{\gamma s_{xy} - \alpha \beta}{\gamma s_{xx} - \alpha^2} \quad (54)$$

$$\hat{b}_0 = \frac{1}{\alpha} (s_{xx} \hat{n} - s_{xy}) \quad (55)$$

$$\hat{a}_0 = \bar{y} - \hat{n} \bar{x} + \tau \hat{B} \quad (56)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SSE}{N-3} \quad (57)$$

여기서

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}}{N}, \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}}{N},$$

$$s_{xx} = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}^2 - N \bar{x}^2,$$

$$s_{xy} = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij} y_{ij} - N \bar{x} \bar{y}$$

$$\alpha = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{n_i} \frac{x_{ij}}{T_i} - \bar{x} \sum_{i=1}^l \frac{n_i}{T_i},$$

$$\beta = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{n_i} \frac{y_{ij}}{T_i} - \bar{y} \sum_{i=1}^l \frac{n_i}{T_i},$$

$$\gamma = \sum_{i=1}^l \frac{n_i}{T_i^2} - \frac{\left(\sum_{i=1}^l n_i / T_i \right)^2}{N},$$

$$\tau = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^l \frac{n_i}{T_i},$$

$$N = \sum_{i=1}^l n_i$$

이코 SSE 는 잔차제곱합(residual sum of square)으로서 다음과 같다.

$$SSE = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{n_i} \left(y_{ij} - \hat{a}_0 + \frac{\hat{b}_0}{T_i} - \hat{n}x_{ij} \right)^2 \quad (58)$$

n , a_0 와 b_0 의 추정치로부터 식 (36)의 모수 c 와 B 는 각각 다음과 같이 추정된다.

$$\hat{c} = e^{\hat{a}_0}, \quad \hat{B} = \hat{b}_0 / \hat{n} \quad (59)$$

또한 $E_a/k_B = B$ 의 관계로부터 활성화 에너지는 다음과 같이 추정되고

$$E_a = k_B \times \hat{B} \quad (60)$$

사용조건 온도 T_U , 가속조건 온도 T_A 간의 가속계수는 식 (39)로부터 구해진다.

4.2 사용수명 예측

시간 t 에서의 성능저하 $D_i(t)$ 가 d^* 에 도달하면 고장으로 판정할 때, 멱수열화모형에서 온도 T 에서의 고장시간의 분포함수 $F(t)$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} F(t) &= \Pr[D_i(t) > d^*] \\ &= \Pr[\epsilon_i > \ln \frac{d^*}{b' t^n}] \\ &= 1 - \Phi\left[\frac{1}{\sigma} \ln \frac{d^*}{b' t^n}\right] \end{aligned} \quad (61)$$

여기서 $\Phi(\cdot)$ 는 표준정규분포의 누적분포함수를, $b' = ce^{-\frac{nB}{T}}$ 를 말한다.

5. 적용사례

다음 <Fig. 2>는 한 고분자 소재에 대한 가속열화시험 결과를 나타낸 것이다. 주요성능은 신장률이며 섭씨 55도, 70도 및 85도의 온도에서 시간 t 에 따른 신장률의 열화를 측정하였으며, t 시간이 경과한 시점에서 신장률의 열화량 $D(t)$ 는 다음과 같이 신장률 $P(t)$ 의 초기치 대비 저하율로 나타내었다.

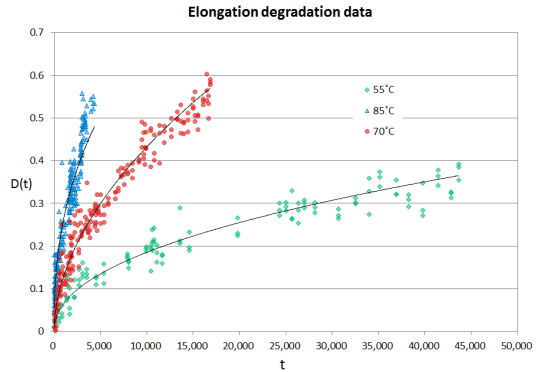


Fig. 2 Elongation degradation data for three temperature levels

$$D(t) = \frac{P(0) - P(t)}{P(0)} \quad (62)$$

앞에서 제시한 4가지 열화모형에 대한 결정계수(coefficient of determination)에 근거하여 적합도를 평가한 결과 결정계수 값이 가장 큰 멱수열화모형이 가장 적합한 것으로 판단되었다.

멱수모형에서 최소제곱추정법(LSE)에 의한 모형의 모수들의 추정 값들이 다음과 같이 구해졌다.

$$SSE = 18.53, \quad \hat{n} = 0.3824, \quad \hat{B} = 11,454.86$$

위 결과로부터 오차분산 추정치와 활성화 에너지는 각각 다음과 같이 구해진다.

$$\hat{\sigma}^2 = 0.0390, \quad E_a = k_B \times \hat{B} = 0.9871$$

이 소재의 사용온도는 23도씨이며 고장기준은 초기신장률의 80%에 도달하는 시점으로서 열화량 기준으로 $d^* = 0.2$ 이상이면 고장으로 판정한다. 이 결과로부터 각 사용온도 조건 별 가속계수는 다음 <Table 1>과 같이 구해진다.

Table 1 Acceleration factors for selected temperatures

Celsius temp. (°C)	Absolute temp. (K)	AF
23	296.15	1.0
55	328.15	43.5
70	343.15	199.9
85	358.15	809.0
100	373.15	2,926.4

Table 2 100 p th percentile of the service life-time distribution for selected temperatures

p	100 p th percentile of the service life-time distribution (year)		
	23 °C	30 °C	40 °C
0.001	9.23	3.78	1.13
0.01	13.69	5.60	1.68
0.02	15.76	6.45	1.93
0.03	17.23	7.05	2.11
0.04	18.43	7.55	2.26
0.05	19.47	7.97	2.38
0.06	20.39	8.35	2.50
0.07	21.24	8.70	2.60
0.08	22.03	9.02	2.70
0.09	22.78	9.32	2.79
0.1	23.48	9.61	2.88
0.2	29.48	12.07	3.61
0.3	34.72	14.21	4.25
0.4	39.94	16.35	4.89
0.5	45.53	18.64	5.58

<Table 2>는 식 (61)에 의해 구한 사용 온도별 백분위 수명을 나타내고 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 가속열화시험에 의한 부품·소재의 사용수명 예측방법을 제안하였다. 온도를 가속인자로 적용하는 경우에 대해 반응속도론과 아레니우스 방정식에 기초한 가속열화모형을 설정하고 최소제곱법에 의한 모수 추정방법을 제시하였다. 또한 온도별 가속계수와 사용수명 예측방법을 제공하고, 실제 사례를 통해 제시된 가속열화시험에 의한 사용수명 추정방법을 예시하였다. 일반적으로 수명시험에서는 고장이 발생하기까지 오랜 시간이 소요되나, 제안된 방법을 사용함으로써 가속열화시험 초기의 데이터만으로도 조기에 사용수명을 예측할 수 있다.

References

[1] Nelson, W. (1981). "Analysis of performance degrada-

tion data from accelerated tests". IEEE Transactions on Reliability, Vol. R-30, No. 3, pp. 149-155.

- [2] Nelson, W. (1990), "Accelerated Testing: Statistical Models, Test Plans, and Data Analyses". John Wiley & Sons, New York.
- [3] Meeker, W. Q. and Escobar, L. A. (1998). "Statistical Methods for Reliability Data". John Wiley & Sons, New York.
- [4] Meeker, W. Q. and Escobar, L. A. (1999). "Accelerated Life Tests: Concepts and Data Analysis". in A Systems Approach to Service Life Prediction of Organic Coatings, Washington: American Chemical Society, D. R. Bauer and J. W. Martin, Editors.
- [5] Meeker, W. Q., Escobar, L. A. and Lu, C. J. (1998). "Accelerated degradation tests: modeling and analysis". Technometrics, Vol. 40, pp. 89-99.
- [6] Martin, J. W. (1999). "A Systems Approach to the Service Life Prediction Problem for Coating Systems". in A Systems Approach to Service Life Prediction of Organic Coatings, Washington: American Chemical Society, D. R. Bauer and J. W. Martin, Editors.
- [7] Meeker, W. Q., Escobar, L. A. and Chan, V. (2001). "Using Accelerated Tests to Predict Service Life in Highly Variable Environments". Service Life Prediction: Methodologies and Metrologies, Bauer, D. R., and Martin, J. W., Editors, American Chemical Society: Washington.
- [8] Liao, H. and Elsayed, E. A. (2006). "Reliability Inference for Field Conditions from Accelerated Degradation Testing". Naval Research Logistics, Vol. 53, pp. 576-587.
- [9] Chang, M. S., Shin, J. H., Kwon, Y. I., Choi, B. O., Lee, C. S. and Kang, B. S. (2013). "Reliability estimation of pneumatic cylinders using performance degradation data". International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, Vol. 14, No. 2, pp. 2081-2086.
- [10] Chang, M. S., Kwon, Y. I. and Kang, B. S. (2014). "Design of reliability qualification test for pneumatic cylinders based on performance degradation data", Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 28, No. 12, pp. 4939-4945.