신뢰성응용연구
제17권, 제1호. pp.58-65, 2017

상호보완적인 이변수 운영정책이 교대로 적용되는 정비서비스센터 모형분석*

이 한 교†

한남대학교 산업경영공학과

Analysis of a Maintenance・Repair Service Center Model Operating under Alternating Complementary Dyadic Policies*

Hahn-Kyou Rhee†

Dept. of Industrial and Management Engineering, Hannam University

Different from general operating policies applied for various waiting line situations, two complementary dyadic operating policies are applied alternatingly to a single server maintenance service center model. That is, either of the two dyadic Min (N, T) or Max (N, T) policy is applied to operate such center first and the other operating policy should be applied later, and then the same sequence of both operating policies is followed repeatedly. This operating policy is denoted by the Minimax (N, T) policy.

Purpose: Because of the newly introduced operating policy, important system characteristics of the considered service center model such as the expected busy and idle periods, the expected number of customers in the service center and so on should be derived to provide necessary information for determination of the optimal operating policy.

Methods: Based on concepts of the newly introduced Minimax (N, T) policy, all necessary system characteristics should be redefined and then derived by constructing appropriate relations between complementary two dyadic operating policies.

Results: Desired system characteristics are obtained successfully using simple procedures developed by utilizing peculiar structure of the Minimax (N, T) policy.

Conclusion: Applying Minimax (N, T) operating policy is equivalent to applying the simple N and T operating policies alternatingly.

Keywords: Complementary Dyadic Policies, Maintenance・Repair Service Center, Busy and Idle Periods

1. 서 론

서비스를 받기 위해 기다리는 고객이나 생산 현장에서 가공 혹은 조립을 위해 대기 중인 부품 혹은 제품에 관련된 문제를 수리적으로 분석할 수 있는 대기모형은 다양한 영역에서 활용되고 있다. 따라서 각각

* This study has been partially supported by the 2016 Internal Research Fund of the Hannam University, Daejon, Korea.
† 교신저자 hkrhee@hnu.kr
2017년 2월 9일 접수; 2017년 3월 13일 수정본 접수; 2017년 3월 17일 게재 확정.

의 영역에 적합하며 또한 보다 효율적인 운영을 위한 다양한 방법들이 제안되어 오고 있다. 이러한 효율적 운영을 위한 접근방법들 중 가장 보편적인 것은 A/S 혹은 정비・수리를 담당하는 정비서비스센터와 같은 곳에서 서비스 혹은 작업을 기다리고 있는 고객이나 제품이 없는 관계로 휴무상태에 있는 작업자(server)에게 다른 부수적인 업무를 수행하도록 할 것인가에 맞추어져 있다. 다시 말해 앞으로 도착할 고객이나 제품에 즉시 필요한 작업을 수행할 수 있도록 작업자가 항상 기다리고 있어야 하는 일반적인(ordinary) 서비스센터 모형과는 달리 기다리는 고객이나 제품이 없어 작업자가 휴무상태가 되면 작업자는 즉시 작업설비를 폐쇄하고 정해진 다른 부수적 업무를 수행하게 하여 작업자의 유휴시간을 적극적으로 활용할 수 있는 유연한(flexible) 서비스센터 모형이 제안되었다. 그러나 유연한 서비스센터 모형의 경우 작업설비가 폐쇄된 이후에 도착하는 고객이나 제품들은 작업자가 이미 수행중인 다른 부수적 업무의 영속성을 어느 정도 유지할 수 있도록 미리 정해진 조건이 만족될 때까지 폐쇄된 작업설비의 재가동이 허용되지 않아 즉시 서비스를 받을 수 없다는 점이다. 이러한 피할 수 없는 문제점이 존재함에도 불구하고 유연한 서비스센터 모형이 여전히 중요하게 고려되는 이유는 서비스센터의 운영자의 경영적인 관점에서 찾을 수 있다. 즉, 경영적인 관점에서 보면 작업설비의 폐쇄에 따른 고객이나 제품들에 부여되는 불편함보다는 휴무상태에 있는 작업자를 더 활용하고자 하는 것에 더 많은 비중을 둘 수 있기 때문이다. 그리고 폐쇄된 작업설비를 다시 재가동하기 위해서는 고객이나 제품의 특징 그리고 운영자의 경영적인 측면 등 다양한 서비스센터의 환경을 고려하여 미리 정해진 조건들이 만족되도록 설계되어 있는데 이러한 조건들을 유연한 서비스센터 모형의 운영정책(operating policy)라고 한다. 따라서 다양한 조건들이 포함된 운영정책이 제안되어 활용되고 있으며[1], 이러한 운영정책들은 서비스센터의 상태를 표현하는 조건의 개수에 따라 단순 운영정책(simple) 혹은 이변수(dyadic) 운영정책 등으로 분류할 수 있다.

가장 대표적인 단순 운영정책에는 Yadin과 Naor[2]가 제안한 것으로 서비스센터 내부에서 기다리는 고객이나 제품이 없어 폐쇄된 작업설비는 그 후 서비스를 받기 위해 도착하는 고객이나 제품의 수가 처음으로 N이 되는 순간 폐쇄된 작업설비를 재가동하여 기다리는 고객이나 제품에 서비스를 제공하는 N 운영정책(N-policy)이 있으며, Heyman[3] 등이 제안한 것으로 작업설비가 폐쇄된 후 T 단위시간이 경과한 뒤, 만약 기다리는 고객이나 제품이 있을 경우 작업설비를 재가동하여 서비스를 제공하는 T 운영정책(T-policy)이 있다. 그리고 마지막으로 Balachandran과 Tijms[4]이 제안한 것으로 작업설비가 폐쇄된 이후 서비스센터 내부에서 기다리고 있는 고객이나 제품에 예상되는 필요한 작업시간의 합이 처음으로 D 단위시간을 초과하는 순간부터 작업설비를 재가동하여 서비스를 제공하기 시작하는 D 운영정책(D-policy)이 있다.

기다리는 고객이나 제품이 없어 폐쇄된 작업설비의 재가동을 위해 단순 운영정책이 적용되는 유연한 서비스센터 모형은 작업자를 일반적인 서비스센터 모형보다 효율적으로 활용할 수 있는 장점이 있다고 이미 언급한바 있다. 그러나 서비스센터의 내부 상태를 나타내는 많은 조건들 중에 오로지 한 가지에만 의존하여 폐쇄된 작업설비를 재가동할 수 있기 때문에 서비스센터의 운영이 경직되거나 유연성이 불충분하다고 있다고 볼 수 있다. 이러한 문제점을 보완하기 위해 하나의 단순 운영정책에 또 다른 하나의 단순 운영정책을 적절하게 결합한 새로운 형태의 운영정책, 즉 이변수(dyadic) 운영정책이 Rhee[5] 또는 Gakis, Rhee, and Sivazlian[6]에 의해 제안되었다. 폐쇄된 작업설비가 재가동될 수 있는 조건에 두 종류의 단순 운영정책을 활용함으로써 유연성이 향상되었다고 볼 수 있는 이변수 운영정책은 두 종류의 단순 운영정책이 특이한 형태로 결합된 것으로 Min(N, T), Min(T, D), Min(N, D), Max(N, T), Max(T, D) 그리고 Max(N, D) 운영정책으로 표현된다. 예를 들면, Min (N, T) 운영정책이 적용될 경우, 기다리는 고객이나 제품이 없어 폐쇄된 작업설비를 N 혹은 T 운영정책에 따르는 조건 중 어느 것이나 먼저 만족되는 순간 재가동하여 기다리는 고객이나 제품에 즉시 서비스 제공하게 되며, Max(N, T) 운영정책이 적용될 경우에는 N 운영정책과 T 운영정책에 따르는 두 조건 모두가 처음으로 만족될 때 폐쇄된 작업설비를 재가동하여 서비스 제공을 개시하여야 한다. 이미 언급된 것처럼, 이러한 이변수 운영정책은 단순 운영정책보다는 기다리는 고객이나 제품 그리고 작업자 혹은 서비스센터 운영에 어느 정도의 유연성을 부여할 수 있다. 다시 말

해 폐쇄된 작업설비의 재가동을 위한 조건에는 기다리는 고객이나 제품의 관점을 반영할 수 있고 또한 작업설비의 폐쇄 후 작업자가 수행중인 다른 부수적인 업무의 영속성을 유지해 줄 수도 있기 때문이다[7]. 그러나 다양한 형태의 운영정책을 고려할 경우, 고객의 입장 혹은 작업자 또한 운영자의 관점에서 보면 상호 상반된 장단점으로 인해 실제상황에 적용하기 위해서는 발생할 수 있는 상충되는 문제점을 완화할 수 있는 신중한 접근방법을 선택해야 할 필요성이 있다. 또한 적용되는 운영정책의 형태에 따라 많은 조건들이 복잡하고 다양하게 결합되어 있을 수 있어 서비스센터의 분석과 활용에 커다란 어려움이 동반됨을 고려해야 한다. 이러한 구조적인 문제에 기초하여 보다 현실적인 새로운 운영정책을 개발하여 적용하는 것이 또 하나의 필요한 전략일 수 있다.

본 논문에서는 제 2장에서 독립적으로 활용되던 상호보완 관계에 있는 두 이변수 Min(N, T)와 Max(N, T) 운영정책이 결합된 새로운 형태의 운영정책에 대한 제안 필요성과 목적이 기술되고, 제 3장에서는 연구에 적용되는 정비서비스센터 모형이 정의된다. 또한 제 4장과 제 5장에서는 제안된 운영정책이 적용되는 정비서비스센터 모형의 분석을 통하여 필요한 특성치를 유도하여 제공함으로써 앞으로의 많은 연구에 필요한 기본 정보를 확보하고자 한다.

2. 연구 목적

유연한 정비서비스센터 모형을 실제 산업현장에서 직접 활용하기 위해서는 채택한 운영정책이 적용되었을 때 비용과 효과를 고려하여 운영정책에 포함되어 있는 조건들의 최적 상태를 확인한 다음 그 결과에 따라 운영하는 것이 경제적인 측면에서 유리할 수 있다. 이러한 과정에는 적용되는 운영정책에 따른 서비스센터 내부에 있는 고객이나 제품 수, 고객이나 제품에 설비를 사용하여 작업을 수행하고 있는 작업자 수, 서비스센터 모형이 운영될 때 작업설비의 가동기간(busy period)이나 유휴기간(idle period) 등의 정보가 필요할 수 있다. 여기에서 작업설비의 가동기간은 서비스센터에서 기다리고 있는 첫 고객이나 제품에 필요한 작업을 수행할 수 있도록 폐쇄된 작업설비를 재가동하는 순간부터 기다리는 고객이나 제품이 없어 또다시 작업설비를 폐쇄할 때까지의 시간 간격을 말하며 상호 독립이고 동일하게 분포하는 확률변수로 표현할 수 있다. 작업설비의 유휴기간은 작업설비가 폐쇄되는 순간부터 다시 재가동될 때까지의 시간 간격을 나타내는 확률변수로 정의되며 역시 상호독립이며 동일하게 분포한다고 가정한다. 또한 작업설비의 가동주기(busy cycle)는 동일하게 분포하는 하나의 가동기간과 동일하게 분포하는 하나의 유휴기간과의 합으로 정의되는 시간 간격을 나타내는 확률변수를 의미한다[8].

이러한 중요한 정보들은 한 사람의 고객이나 제품이 서비스센터 내부에서 단위시간을 기다리는데 필요한 비용, 한 명의 작업자가 고객이나 제품에 서비스를 제공하는데 필요한 단위시간당의 비용 그리고 작업설비를 폐쇄하고 재가동하는데 필요한 비용요소들과 결합되어 서비스센터의 운영에 필요한 단위시간당 총비용으로 환산할 수 있다. 그렇지만 운영정책에 포함되어 있는 다양한 형태의 조건 수가 증가하거나 운영정책이 구조적으로 복잡한 경우, 단위시간당 총비용을 도출하기 위해 필요한 서비스센터와 관련된 특성치들은 매우 복잡한 형태를 이루기 때문에 서비스센터 모형의 분석이 점차 어려워져 합리적인 운영정책의 선택이 쉽지 않을 가능성이 존재하는 문제점이 있다.

언급된 현실적인 어려움을 고려하고 또한 현장에서의 적용 가능성을 높일 수 있는 새로운 형태의 상호보완 관계에 있는 두 이변수 운영정책, 즉 Min(N, T)와 Max(N, T) 운영정책이 교대로 적용될 때를 Minimax(N, T) 운영정책으로 나타내며 다음과 같이 정의하여 제안한다. 서비스센터에서 기다리고 있는 고객이나 제품이 없어 다른 업무를 수행하기 위해 폐쇄된 작업설비는 먼저 이변수 Min(N, T) 운영정책의 조건에 따라 재가동된다. 따라서 이때 시작된 Min(N, T) 운영정책에 따른 새로운 가동기간은 작업을 기다리고 있는 고객이나 제품이 없어 작업설비가 또다시 폐쇄될 때 종료된다. 이후 폐쇄된 작업설비는 앞서 적용된 Min(N, T) 운영정책의 상호보완 관계에 있는 Max(N, T) 운영정책에 포함된 조건들이 만족되는 순간 재가동되며 이 때 시작된 Max(N, T) 운영정책에 따른 가동기간은 또다시 작업을 기다리고 있는 고객이나 제품이 없어 작업설비가 폐쇄될 때까지 유지된다. 이후에는 상호보완 관계에 있는 이변수 Min(N, T)와 Max(N, T) 운

영정책이 같은 순서와 방법으로 교대로 적용된다. 따라서 이러한 운영정책에 따른 서비스센터에 관련된 특성치는 각각의 운영정책이 독립적으로 적용되는 기존의 일반적인 개념과는 달리 다음과 같이 새롭게 정의되어야 한다.

(i) 작업설비의 가동기간: 반복적으로 발생되는 시간간격으로 작업자가 폐쇄된 작업설비를 재가동하여 첫 고객 혹은 제품에 서비스를 제공하는 순간부터 마지막 고객이나 제품에 수행하던 작업이 완료될 때까지를 나타내는 확률변수이고 상호 독립이며 동일한 분포를 유지한다. 따라서 먼저 적용되는 이변수 Min(N, T) 운영정책에 따른 가동기간과 그 다음에 적용되는 상호보완 관계에 있는 이변수 Max(N, T) 운영정책에 따른 가동기간의 합으로 표현되어야 한다. 즉, Minimax(NT) 운영정책에 따른 작업설비의 가동기간은 이변수 Min(N, T)와 Max(N, T) 운용에 따른 두 가동기간의 합으로 표현된다.

(ii) 작업설비의 유휴기간: 반복적으로 발생되는 작업설비가 폐쇄되어 있는 시간간격으로 정의되는 상호 독립(independent)이고 동일하게(identical) 분포하는 확률변수이며 먼저 적용되는 이변수 Min(N, T) 운영정책에 따른 가동기간 직전의 유휴기간과 나중에 적용되는 또 다른 이변수 Max(N, T) 운영정책에 따른 가동기간 직전의 유휴기간으로 구성된다. 즉, Minimax(NT) 운영정책에 따른 작업설비의 유휴기간은 이변수 Min(N, T)와 Max(N, T) 운용에 따른 두 유휴기간의 합으로 표현된다.

(iii) 작업설비의 가동주기: 같은 형태로 반복되는 시간간격으로 각각의 가동기간과 유휴기간의 합으로 정의된다. 따라서 여기에서는 먼저 적용되는 이변수 Main(N, T) 운영정책에 따른 가동기간과 유휴기간 그리고 나중에 적용되는 또 다른 이변수 Max(N, T) 운영정책에 따른 가동기간과 유휴기간의 합으로 주어져야 한다. 다시 말해 Minimax(NT) 운영정책에 따른 가동주기는 이변수 Min(N, T)와 Max(N, T) 운영정책에 따른 각각의 가동기간과 유휴기간의 합으로 표현되는 확률변수이며 또한 상호 독립이고 동일하게 분포한다.

(iv) 정비서비스센터 내부에 있는 고객이나 제품 수의 기댓값: 먼저 적용되는 이변수 Min(N, T) 운영정책에 따른 가동주기 동안의 서비스센터 내부에 있는 고객수이나 제품 수의 기댓값과 이후에 적용되는 상호보완 관계에 있는 또 다른 이변수 Max(N, T) 운영정책에 따른 가동주기 동안의 서비스센터 내부에 있는 고객이나 제품 수의 기댓값들로 표현되어야 한다.

제안된 상호보완 관계에 있는 두 이변수 운영정책이 교대로 적용되는 Minimax(N, T) 운영정책에 따라 새롭게 정의된 서비스센터 관련 특성치들을 유도하며 또한 포함된 두 이변수 운영정책들 사이의 중요한 관계식을 도출하여 활용할 수 있도록 하고 또 다른 형태의 Minimax 운영정책에도 적용할 수 있는 정보를 제공함으로써 보다 심도있는 정비서비스센터 모형의 분석을 위한 접근 방법을 제시하는 것을 본 연구의 목적으로 설정한다.

3. 정비서비스센터 모형의 정의

상호 보완관계에 있는 두 이변수 운영정책이 교대로 적용되는 Minimax(N, T) 운영정책에 따른 안정상태(steady-state)에 있는 한 명의 작업자로 구성된 정비서비스센터 모형에 관하여 다음과 같은 사항을 정의하며 또한 가정한다.

(i) 서비스를 받기위해 서비스센터 도착하는 고객이나 제품들은 단위시간당 평균 λ명인 Poisson 분포에 따른다. 즉 t 단위시간 동안 서비스센터에 도착하는 고객이나 제품 수를 나타내는 확률변수를 $X(t)$ 라고 하면, $X(t)$는 아래와 같은 확률분포함수를 만족한다.

$$P[X(t)=n]=\frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^n}{n!}\ ,\ n=0,\,1,\,2,\,\cdots \qquad (1)$$

다시 말해, 식 (1)은 연속된 두 고객이나 제품의 도착시간간격은 평균이 $\frac{1}{\lambda}$인 지수분포임을 의미한다. 또한 $K_n(T)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$K_n(T)=P[X(t)\geq n]=\sum_{j=n}^{\infty}\frac{e^{-\lambda T}(\lambda T)^j}{j!} \qquad (2)$$

(ii) 고객이나 제품에 필요한 작업 또는 서비스시간을 나타내는 확률변수는 평균과 분산이 각각 $\frac{1}{\mu}$와 σ^2인 상호 독립이고 동일한 임의의 분포라고 가정한다.

(iii) $E[X]$, $E[B]$ 그리고 $E[I]$: 한 명의 작업자가 근무하는 일반적인 형태의 서비스센터 내부에 있는 고객이나 제품 수, 작업설비의 가동기간 그리고 유휴기간의 기댓값으로 각각 정의하면 이들은 다음과 같이 주어지며[9] 여기에서 $\rho = \lambda/\mu$.

$$E[X] = \rho + \frac{\lambda^2\sigma^2 + \rho^2}{2(1-\rho)} \tag{3}$$

$$E[B] = \frac{1}{\mu(1-\rho)} \tag{4}$$

$$E[I] = \frac{1}{\lambda} \tag{5}$$

(iv) 여기에서 언급되지 않은 기타 사항들은 일반적인 M/G/1 대기모형 형태의 서비스센터 모형에 준한다.

4. 가동주기의 분석

일반적으로 작업설비의 가동주기는 동일하게 분포하는 하나의 가동기간과 동일하게 분포하는 하나의 유휴기간의 합으로 주어지며 같은 형태가 반복적으로 발생되는 것으로 정의된다. 그러나 상호 보완관계에 있는 다른 두 이변수 운영정책이 순서에 따라 반복적으로 적용되는 Minimax(N, T) 운영정책이 적용되는 경우에는, 작업설비의 가동주기는 동일하게 반복되는 가동기간과 유휴기간의 합으로써 각각의 이변수 운영정책에 따르는 가동기간과 유휴기간의 합, 즉 다른 두 가동기간과 다른 두 유휴기간의 합으로 정의되어야 한다. 따라서 Minimax(N, T) 운영정책이 적용되는 정비서비스센터에서의 가동기간은 두 이변수 Min(N, T)와 Max(N, T) 운영정책에 따른 각각의 가동기간의 합으로 정의되며 그리고 유휴기간 또한 가동기간의 경우처럼 각각의 운영정책에 따른 두 유휴기간의 합으로 정의되어야 한다.

Minimax(N, T) 운영정책이 적용되면 이변수 Min(N, T) 운영정책에 따른 가동기간과 유휴기간 그리고 상호 보완관계에 있는 Max(N, T) 운영정책에 따른 가동기간과 유휴기간의 순서로 반복된다. 따라서 Minimax (N, T) 운영정책이 적용될 때의 작업설비의 가동기간, 유휴기간 그리고 가동주기의 기댓값을 각각 $E[B_{MM}]$, $E[I_{MM}]$ 그리고 $E[C_{MM}]$라 정의하고 또한 이변수 Min (N, T)와 Max(N, T) 운영정책이 각각 적용되었을 때의 가동기간, 유휴기간 그리고 가동주기의 기댓값을 각각 $E[B_{Min}]$, $E[I_{Min}]$, $E[C_{Min}]$, $E[B_{Max}]$, $E[I_{Max}]$ 그리고 $E[C_{Max}]$라 정의하면 다음이 성립한다.

$$E[B_{MM}] = E[B_{Min}] + E[B_{Max}] \tag{6}$$

$$E[I_{MM}] = E[I_{Min}] + E[I_{Max}] \tag{7}$$

$$\begin{aligned} E[C_{MM}] &= E[B_{MM}] + E[I_{MM}] \\ &= E[B_{Min}] + E[B_{Max}] + E[I_{Min}] + E[I_{Max}] \end{aligned} \tag{8}$$

Gakis, Rhee and Sivazlian[6] 또는 Rhee and Oh[7] 등에 따르면 $E[B_{Min}]$과 $E[I_{Min}]$ 그리고 $E[B_{Max}]$과 $E[I_{Max}]$는 다음과 같이 주어진다.

$$E[B_{Min}] = \frac{E[B]}{1-e^{-\lambda T}} \sum_{j=1}^{N} K_j(T) \tag{9}$$

$$E[B_{Max}] = N[B] + \frac{(\lambda T)E[B]}{1-e^{-\lambda T}} - \frac{E[B]}{1-e^{-\lambda T}} \sum_{j=1}^{N} K_j(T) \tag{10}$$

$$E[I_{Min}] = \frac{E[I]}{1-e^{-\lambda T}} \sum_{j=1}^{N} K_j(T) \tag{11}$$

$$E[I_{Max}] = N[I] + \frac{(\lambda T)E[I]}{1-e^{-\lambda T}} - \frac{E[I]}{1-e^{-\lambda T}} \sum_{j=1}^{N} K_j(T) \tag{12}$$

식 (9)와 식 (10)에서 주어진 $E[B_{Min}]$와 $E[B_{Max}]$를 식 (6)에, 그리고 식 (11)과 (12)에서 주어진 $E[I_{Min}]$와 $E[I_{Max}]$를 식 (7)에 대입한 다음 간단히 하면 Minimax (N, T) 운용방침이 적용될 때의 작업설비의 가동기간과 유휴기간의 기댓값, 즉 $E[B_{MM}]$와 $E[I_{MM}]$는 아래와 같이 주어진다.

$$E[B_{MM}] = N[B] + \frac{(\lambda T)E[B]}{1-e^{-\lambda T}} \tag{13}$$

$$E[I_{MM}] = N[I] + \frac{(\lambda T)E[I]}{1-e^{-\lambda T}} \tag{14}$$

또한 식 (13)과 (14)에서 주어진 $E[B_{MM}]$와 $E[I_{MM}]$을 식 (8)에 대입하여 간단히 하면 다음과 같이 Minimax(N, T) 운영정책에 따른 가동주기의 기댓값 $E[C_{MM}]$이 유도된다.

$$E[C_{MM}] = \left(N + \frac{\lambda T}{1-e^{-\lambda T}}\right)(E[B] + E[I]) \qquad (15)$$

식 (4)와 식 (5)에서 주어진 $E[B]$과 $E[I]$를 식 (13)~식 (15)에 대입하면 Minimax(N, T) 운용방침이 적용될 때, 가동기간, 유휴기간과 가동주기의 기댓값 $E[B_{MM}]$, $E[I_{MM}]$ 그리고 $E[C_{MM}]$은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} E[B_{MM}] &= \frac{N}{\mu-\lambda} + \frac{(\lambda T)}{(\mu-\lambda)(1-e^{-\lambda T})} \\ &= \frac{N(1-e^{-\lambda T}) + \lambda T}{(\mu-\lambda)(1-e^{-\lambda T})} \end{aligned}$$

$$E[I_{MM}] = \frac{N}{\lambda} + \frac{(\lambda T)}{\lambda(1-e^{-\lambda T})} = \frac{N(1-e^{-\lambda T}) + \lambda T}{\lambda(1-e^{-\lambda T})}$$

$$\begin{aligned} E[C_{MM}] &= \frac{N(1-e^{-\lambda T}) + \lambda T}{(\mu-\lambda)(1-e^{-\lambda T})} + \frac{N(1-e^{-\lambda T}) + \lambda T}{\lambda(1-e^{-\lambda T})} \\ &= \frac{N(1-e^{-\lambda T}) + \lambda T}{\lambda(1-\rho)(1-e^{-\lambda T})} \end{aligned}$$

그런데 유연한 형태의 서비스센터 모형에 단순 N과 T 운영정책이 적용될 때의 작업설비의 가동기간, 유휴기간과 가동주기의 기댓값을 각각$E[B_N]$, $E[I_N]$, $E[C_N]$, $E[B_T]$, $E[I_T]$와 $E[C_T]$로 정의하면 다음과 같이 주어진다[6].

$$E[B_N] = N[B] \qquad (16)$$

$$E[I_N] = N[I] \qquad (17)$$

$$E[C_N] = N(E[B] + E[I]) \qquad (18)$$

$$E[B_T] = \frac{(\lambda T)E[B]}{1-e^{-\lambda T}} \qquad (19)$$

$$E[I_T] = \frac{(\lambda T)E[I]}{1-e^{-\lambda T}} \qquad (20)$$

$$E[C_T] = \frac{(\lambda T)}{1-e^{-\lambda T}}(E[B] + E[I]) \qquad (21)$$

따라서 식 (16)에서 부터 식 (21)까지에서 주어진 결과를 식 (13)~식 (15)와 비교하면 아래와 같은 중요한 관계식을 도출할 수 있다.

$$E[B_{MM}] = E[B_N] + E[B_T] \qquad (22)$$

$$E[I_{MM}] = E[I_N] + E[I_T] \qquad (23)$$

$$E[C_{MM}] = E[C_N] + E[C_T] \qquad (24)$$

이는 Minimax(N, T) 운영정책이 적용될 때의 작업설비의 가동기간, 유휴기간과 가동주기의 기댓값은 단순 N 운영정책과 T 운영정책이 교대로 적용되는 경우와 동일한 결과가 도출되었음을 알 수 있다. 따라서 이와 같은 관계식을 활용하여 유도과정이 복잡한 주요 서비스센터 관련 특성치를 쉽게 도출할 수 있음을 확인하였다. 또한 위 식 (13)~식 (15)에서 유도된 결과 즉, $E[B_{MM}]$, $E[I_{MM}]$와 $E[C_{MM}]$의 정확성은 작업자가 정해진 주된 업무를 수행하고 있을 확률로 확인할 수 있다. 다시 말해, 작업자가 서비스센터의 작업설비에서 정해진 주된 업무를 수행하고 있을 확률을 $P[B]$라고 정의하면 아래의 관계식을 만족한다.

$$\begin{aligned} P[B] &= \frac{E[B_{MM}]}{E[B_{MM}] + E[I_{MM}]} \\ &= \rho \end{aligned}$$

따라서 식 (13), 식 (14) 혹은 식 (15)에서 주어진 결과를 사용하면 위의 관계식이 성립함을 쉽게 확인할 수 있다.

5. 정비서비스센터에 있는 고객수

Minimax(N, T) 운영정책이 적용될 때, 정비서비스센터 내부에 있는 고객이나 제품 수의 기댓값을 $E[X_{MM}]$라고 정의하면 Min(N, T) 운영정책과 Max(N, T) 운영정책이 적용되었을 때의 서비스센터 내부에 있는 고객이나 제품 수의 기댓값과의 비중평균(weighted average 혹은 pooled average)의 형태로 표현된다. 왜냐하면 다른 두 종류의 이변수 운영정책이 독립적으로 정해진 순서에 따라 적용되는 운영정책의 특징에 따라 하나의 통합된 가동주기에서의 단위시간당 고객이나 제품 수의 기댓값은 각각의 운영정책에 따른 단위시간당

고객이나 제품 수의 기댓값의 비중평균으로 표현되기 때문이다. 따라서 Min(N, T)와 Max(N, T) 운영정책이 적용될 때의 정비서비스센터 내부의 고객이나 제품 수의 기댓값을 각각 $E[X_{Min}]$와 $E[X_{Max}]$라 하고 또한 가동주기의 기댓값 각각 $E[C_{Min}]$와 $E[C_{Max}]$하면 다음과 같은 관계식을 구축할 수 있다.

$$E[X_{MM}] = \frac{E[X_{Min}]E[C_{Min}] + E[X_{Max}]E[C_{Max}]}{E[C_{Min}] + E[C_{Max}]}$$

그러나 앞에서 Minimax(N, T) 운영정책이 적용되는 경우, 작업설비의 가동기간, 유휴기간 그리고 가동주기의 기댓값은 단순 N 운영정책과 T 운영정책이 교대로 적용되는 경우와 동일함을 확인하였기 때문에 이 결과를 서비스센터 내부에 있는 고객이나 제품 수의 기댓값을 구하는데 활용할 수 있다. 즉

$$E[X_{MM}] = \frac{E[X_N]E[C_N] + E[X_T]E[C_T]}{E[C_N] + E[C_T]} \tag{25}$$

따라서 유연한 서비스센터 모형에 단순 N과 T 운영정책이 적용되었을 때 서비스센터 내부에 있는 고객이나 제품 수의 기댓값을 $E[X_N]$와 $E[X_T]$라고 정의하면 다음과 같이 주어진다[2, 3].

$$E[X_N] = \rho + \frac{\lambda^2\sigma^2 + \rho^2}{2(1-\rho)} + \frac{N-1}{2} \tag{26}$$

$$E[X_T] = \rho + \frac{\lambda^2\sigma^2 + \rho^2}{2(1-\rho)} + \frac{\lambda T}{2} \tag{27}$$

여기에서 $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ 그리고 σ^2는 각 고객에게 제공되는 서비스시간을 나타내는 확률변수의 분산(variance)을 나타낸다. 식 (26)과 식 (27)에서 주어진 $E[X_N]$와 $E[X_T]$를 식 (25)에 대입하여 간단히 하면 유연한 서비스센터 모형에 상호보완 관계에 있는 두 이변수 Min(N, T)와 Max(N, T) 운영방침이 교대로 적용되는, 즉 Minimax(N, T) 운영방침이 적용될 때 서비스센터 내부에 있는 고객이나 제품 수의 기댓값, $E[X_{MM}]$는 다음과 같이 유도된다.

$$E[X_{MM}] = \frac{\rho}{1-\rho} + \frac{\lambda^2\sigma^2 + \rho^2}{2(1-\rho)} + \frac{N(N-1)(1-e^{-\lambda T}) + (\lambda T)^2}{2N(1-e^{-\lambda T}) + \lambda T}$$

따라서 위에서 주어진 $E[X_{MM}]$과 잘 알려진 Little's formula등을 사용하면 또 다른 특성치인 고객이나 제품이 서비스센터 내부에서 기다리는 시간의 기댓값 등을 유도해 낼 수 있다.

6. 적용가능 사례

생산현장에서 Minimax(N, T) 운영정책이 적용되는 어떤 재가공(rework) 부서에는 시간당 평균 4개인 Poisson 분포에 따라 불량품이 도착한다. 그리고 도착한 불량품을 재가공하는데 필요한 평균시간과 분산을 각각 6분과 0.6분이라고 가정하면 $\lambda = 4$, $\mu = 10$과 $\sigma^2 = 0.01$이기 때문에 가동기간, 유휴기간과 가동주기의 기댓값 $E[B_{MM}]$, $E[I_{MM}]$ 그리고 $E[C_{MM}]$은 다음과 같이 주어진다.

$$E[B_{MM}] = \frac{N(1-e^{-4T}) + 4T}{6(1-e^{-4T})}$$

$$E[I_{MM}] = \frac{N(1-e^{-4T}) + 4T}{4(1-e^{-4T})}$$

$$E[C_{MM}] = \frac{N(1-e^{-4T}) + 4T}{(2.4)(1-e^{-4T})}$$

따라서 필요에 따른 다양한 N 혹은 T의 값을 대입하면, 예를 들어 N=5, T=0.5일 경우 $E[B_{MM}]$ = 1.218, $E[I_{MM}]$ = 1.828 그리고 $E[C_{MM}]$ = 3.046의 값이 얻어진다. 또한 같은 $\lambda = 4$, $\mu = 10$과 $\sigma^2 = 0.01$의 값을 사용하여 서비스센터 내부에 있는 고객이나 제품 수의 기댓값, $E[X_{MM}]$을 구하면

$$E[X_{MM}] = \frac{2.8}{3} + \frac{N(N-1)(1-e^{-4T}) + (4T)^2}{2N(1-e^{-4T}) + 4T}$$

같은 방법으로 N = 5, T = 0.5를 대입하면 $E[X_{MM}]$ = 2.9333의 값을 얻을 수 있다.

7. 결 론

한 사람의 작업자로 구성된 유연한 정비서비스센터에 적용할 수 있는 다양한 형태의 운영정책이 소개되어 오고 있지만 대부분의 경우 각각의 운영정책의 적용에 따른 서비스센터에 관련된 특성치가 매우 복잡한 형태로 주어지거나 유도하는 과정이 매우 복잡할 수도 있

다. 따라서 서비스센터 운영에 필요한 비용요소를 포함한 단위시간당 총비용 함수를 활용하여 운영정책에 포함된 다양한 조건들의 최적 상태를 알아내기 많은 어려움이 따를 수 있다. 따라서 다양한 형태의 새로운 운영정책의 개발도 중요하지만 그러한 운영정책에 포함된 조건들을 만족하는 최적의 상태를 파악할 수 있는 가능성 또한 고려되어야 한다. 이러한 문제를 고려하여 제안된 상호 보완관계에 있는 두 이변수 Min(N, T)와 Max(N, T) 운영정책이 교대로 적용되는 Minimax(N, T) 운영정책에 따른 서비스센터에 관련된 주요 특성치가 간단한 형태로 유도되었다. 다시 말해 두 종류의 이변수 운영정책이 상대적으로 복잡한 형태로 적용되었지만 필요한 특성치는 상대적으로 간단한 단순 운영정책이 적용되었을 때와 동일한 결과로 도출되었다. 이러한 결과는 정비・수리 센터나 A/S센터 등과 같은 서비스센터에 적용하거나 생산 현장에서 불량으로 판정된 생산품의 개수가 미리 정해진 수준(N)에 이르거나 혹은 일정한 시간(T)이 경과된 경우 재가공을 통해 완성품으로 활용하는 재작업 현장에서도 적용할 수 있다. 또한 적절한 비용요소와 결합하여 적용하고자 하는 운영정책의 최적상태를 결정하거나 또한 다른 형태의 운영정책이 적용되었을 때와 비교분석을 통하여 보다 효율적인 운영정책이 적용되는 모형 개발 등의 가능성을 제시하였다고 볼 수 있으며 아울러 유사한 형태의 상호 보완관계에 있는 이변수 운영정책이 교대로 적용될 때의 서비스센터 분석에 필요한 방법으로 활용할 수 있으며 이는 미래의 연구과제로 남겨두고자 한다.

References

[1] Teghem, J. (1986). “Control of the Service Process in a Queueing System”. European Journal of Operational Research, Vol. 23, No. 2, pp. 141-158.

[2] Yadin, M. and Naor, P. (1963). “Queueing System with Removable Service Station”. Operational Research Quarterly, Vol. 14, No. 4, pp. 393-405.

[3] Heyman, D. (1977). “The T-policy for the M/G/1 Queue”. Management Science, Vol. 23, No. 7, pp. 775-778.

[4] Balachandran, K.R. and Tijms, H. (1975). “On the D-policy for the M/G/1 Queue”. Management Science, Vol. 21, No. 9, pp. 1073-1076.

[5] Rhee, H. K. (1997). “Development of a New Methodology to find the Expected Busy Periods for a Controllable M/G/1 Queueing Models operating Under the Multi-variable Operating Policies: Concepts and applications to the dyadic policies”. Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers, Vol. 23, No. 4, pp. 729-739.

[6] Gakis, K. G., Rhee, H. K., and Sivazlian, B. D. (1995). “Distributions and First Moments of the Busy and Idle Periods in Controllable M/G/1 Queueing Models with Simple and Dyadic Policies”. Stochastic Analysis and Applications, Vol. 13, No. 1, pp. 47-81.

[7] Rhee, H. K. and Oh, H. S. (2009). “Development of the Most Generalized Form of the Triadic Operating Policy and Derivation of its Corresponding Expected Busy Period”. Journal of the Society of Korea Industrial and Systems Engineering, Vol. 32, No. 4, pp. 161-168.

[8] Rhee, H. K. and Sivazlian, B. D. (1990). “Distribution of the Busy Period in a Controllable M/M/2 Queue Operating under the Triadic (0, K, N, M) Policy”. Journal of Applied Probability, Vol. 27, No. 2, pp. 425-432.

[9] Kleinrock, L. (1975). Queueing Systems, Vol. 1: Theory, John Wiley & Sons, New York, NY.