한국초등수학교육학회지 21(1) 23-47.
2017. 02. 28
Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 21(1) 23-47.
February 28. 2017.

초등학교 6학년 학생이 분수 계산문제에서 보이는 오류의 학업성취수준별 분석[1)]

박미연[2)] · 박영희[3)]

본 연구에서 초등학교에서 분수에 대한 사칙연산의 학습을 마친 시점에 있는 6학년 학생들을 대상으로 학업성취수준에 따라 분수의 사칙연산 과정에서 발생하는 오류는 어떤 것들이 있는지 분수의 사칙연산 유형별로 오답률을 분석하였고, 학업성취수준에 따라 각각의 분수의 오류유형에는 어떤 차이가 있는지 알아보았다. 분수의 사칙연산에서 진분수 사이의 계산보다는 대분수가 같이 있는 계산에서 가장 높은 오답률을 보이고 있다. 특히 동분모 분수의 계산보다는 이분모 분수에서의 계산에서 높은 오답률을 보이고 있는데 학생들이 이분모 분수에서 통분을 하는 것을 어려워하는 것으로 나타났다. 분수의 곱셈에서는 상 수준과 중 수준의 학생들은 계산오류에서 가장 높은 오답률을 보이고 있으며, 하수준의 학생들은 역수오류가 가장 높은 오답률을 보이고 있다.

주제어: 분수, 계산, 학업성취수준, 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈

Ⅰ. 서 론

많은 학생들이 수학을 어려운 교과로 생각하고 수학문제를 해결하는데 상대적으로 시간을 많이 할애하지 않고 있기 때문에 학년이 올라갈수록 수학에 대한 학습격차가 더욱 심화되고 있다. 수학 학습을 어려워하는 이유가 공식이나 절차를 단순 암기하도록 강요하므로 수학을 배우는 학생들은 수학에 대한 본질적인 흥미를 느끼지도 못하고, 수학적 소양을 넓히려고 시도하지 못할 뿐만 아니라 개념체계인 스키마를 형성하지 못하기 때문이다(추은영, 2003).

이러한 문제는 수학교육의 전반적인 현상이며 분수에 대해서도 마찬가지라고 할 수 있다. 학생들은 이전에 경험한 자연수에 대한 사칙연산과 달리 분수로 표현된 계산을 수행하면서 상당한 혼란을 겪게 된다. 학생들은 분수의 계산을 어려워할 뿐 아니라 분수의 개념조차 정확한 이해가 없기 때문에 문제를 해결하는데 어려움을 보이고 있다(Behr et al, 1983). 또한 Kamii 외(1999)는 분수의 조작 감각을 발전시키지도 못하고 계산 알고리즘만 학습하여 반복적인 오류를 만드는 것에 대해 부정적인 생각을 하고 있다. 이러한 이유로 분수와 분수의 계산에서 나타나는 다양한 오개념 및 오류를 분석한 연구(김민경, 김서영,

---

1) 본 논문은 제1저자의 2016년 석사학위 논문을 재구성한 것임.
2) [제1저자] 청주분평초등학교
3) [교신저자] 청주교육대학교

2014; 김선영, 2003; 송정화, 2005; 안소현, 2015; 안지은, 2007; 엄재엽, 2009; 이영주 외, 2012; 이혜경 외, 2010; ; 임재훈, 2016; 조병윤, 1992; 최경란, 2013)들이 많이 이루어져 왔다.

현행 교육과정의 분수학습에서도 3학년에서 분수에 대한 개념이해를 가르치고 4학년에서 동분모분수에 대한 덧셈과 뺄셈을 학습한다. 5학년에서는 약분과 통분을 학습한 후 이분모분수에 대한 덧셈과 뺄셈을 배운 후 분수의 곱셈을 학습한다. 6학년에서는 분수의 나눗셈을 학습하면서 분수에 대한 교육이 끝나게 된다. 수학은 계통성이 강하기 때문에 분수를 학습할 때 처음부터 기본 개념이 잘못 형성이 되거나 잘못된 오류를 인지하지 못하고 학습하게 된다면 후속 학습에 큰 영향을 미치게 될 것이다.

이러한 현상을 교사들이 방관하고 오류를 잡아주지 않는다면 학생들은 학년이 올라갈수록 분수학습에 대한 학업격차가 커지게 된다. 하지만 교사들이 분수에서 발생할 수 있는 오류를 인지하여 학생들의 특성에 맞도록 지도한다면 학생들이 분수에서 나타날 수 있는 오류는 줄어들게 되고 성공적인 학습을 할 수 있게 된다.

또한 학생들이 학업성취수준에 따라 나타나는 오류의 유형도 다를 수 있는데 그것을 파악하고 학생들의 특성에 맞도록 지도한다면 학생들 간의 격차도 줄어들 것이다. 이렇게 학생들의 오류를 진단하고 그에 맞는 효과적인 학습 방법을 연구하는 것은 학생이나 교사를 위해 의미 있는 일이라고 할 수 있다.

따라서 본 연구는 초등학교 6학년 학생들이 학업성취수준에 따라 분수의 사칙연산에서 보이는 오류의 유형에 대하여 파악하고 분석하여 분수단원의 교수학습 방법을 개선하기 위한 기초자료로 삼는데 목적이 있다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 분수 계산에서 나타나는 보편적 오류

학생들이 분수계산에서 오류를 보이는 것은 분수에 대한 기초적인 개념에 대한 이해보다는 기계적으로 암기한 규칙을 적용하다 그 규칙을 잊어버리게 되면서 정확한 계산이 어려워져 생기는 경우도 있다. 따라서 분수의 계산을 지도함에 있어 학생들에게 확고한 개념을 인식시켜주고 이해할 수 있도록 충분한 시간과 기회를 제공해 주어야 한다. 다음은 분수 계산에서 나타나는 오류 유형을 선행연구를 통하여 살펴보았다.

제 4차 NAEP 자료 분석 결과에 의하면 학생들은 분수에 대해 분자, 분모를 따로 떼어 하나의 수로 받아들이지 않고 서로 다른 값과 의미를 갖는 값으로 생각하는 경우가 있었으며, 전반적으로 분수 개념 이해 부족 및 분수 계산 문제에서의 동치류 이해가 부족한 것으로 나타났다. 대분수를 가분수로 고치는 과정에서 학생들은 알고리즘만을 학습한 것으로 드러났으며 동분모 분수의 계산은 잘 하는 반면 이분모 분수 계산은 그렇지 못했다. Hunting(1984)과 Behr와 동료 연구자들(1983) 역시 동치 분수에서의 오류를 지적하며 분수 개념과 동치 분수 생성 방법에 대해 지도할 것을 주장하였다. Ellerbruch와 Payne(1978)은 분수 학습이 어려운 요인으로 분수 나눗셈에서의 역수 취하기를 지적한 바 있으며, 보편적인 분수 계산에서의 오류는 분자는 분자끼리 분모는 분모끼리 더하거나 빼는 경우였다. 위와 같은 선행연구에서 나타나는 분수의 오류유형은 <표 1>과 같다(이경아, 1997).

<표 1> 분수계산에서 나타나는 보편적 오류

연구자	오류 유형
제 4차 NAEP	· 분수의 의미 이해 부족(분자와 분모를 따로 떼어 서로 다른 값의 의미를 지닌 것으로 생각) · 대분수를 가분수로 고치기 · 이분모 분수 계산에서 통분 과정
Hunting	· 동치분수
Behr et al.	· 동치분수
Payne	· 분수 나눗셈에서 역수 취하기

2. 분수 계산에서 나타나는 오류 유형 분류

조병윤(1992)은 분수 계산에서 나타나는 오류의 유형을 계산의 기본 원리를 알지 못해서 발생하는 오류, 대분수 처리와 약분 미숙으로 인한 오류, 통분 과정에서 발생하는 오류로 구분하였다. 김진식(1995)은 분수의 덧셈, 뺄셈에서 나타나는 오류유형을 공통적인 오류와 동분모와 이분모 분수의 오류 유형으로 구분하여 나타내었다.

이경아(1997)는 대분수 변환의 오류, 가분수 변환의 오류, 통분이나 약분 과정에서 나타나는 통분오류, 약분 오류, 분수 계산에서 분자는 분자끼리 분모는 분모끼리 더하거나 빼는 덧셈 오류, 분수의 의미를 제대로 이해하지 못한 채 일으키는 분수 구성 오류, 계산 순서 오류, 부호나 문제를 잘못 읽어 발생하는 기술적 오류의 9가지로 구분하였다. 안지은(2007)은 계산과정에서 공통적으로 나타나는 오류의 빈도를 측정하여 분류하였는데 대분수 변환의 오류, 알고리즘 결함, 무작위 반응, 표기의 오류, 부호의 혼돈, 분수 구성의 오류, 중복 오류의 7가지로 구분하였다. 분수를 지도함에 있어 나타나는 오류의 유형을 살펴보면서 대부분 분수의 덧셈과 뺄셈, 곱셈과 나눗셈에서 계산과정상의 오류, 분수의 의미 이해 부족, 동치분수로의 변환 과정에서의 오류 등으로 나타났다.

이러한 선행연구를 바탕으로 초등학교 6학년 학생들의 분수의 계산문제를 계산하는 과정에서 나타나는 여러 가지 오류의 유형을 살펴보고 학업성취수준에 따라 나타나는 오류의 유형이 어떤 차이가 있는지 알아보고자 한다. 본 연구를 위해 선행연구에서 제시된 여러 가지 오류의 유형 중 대분수 변환의 오류, 가분수 변환의 오류, 통분오류, 약분오류, 역수오류, 계산오류, 개념오류로 총7가지로 분류하여 <표 2>처럼 제시하고자 한다.

<표 2> 분수계산에서 나타나는 오류 유형

통분 오류	· 통분할 때 큰 분모와 같게 하기 위해 작은 분모에 수를 더해 큰 분모와 같게 만드는 경우 · 공통분모를 찾아 분모는 바르게 썼으나 분자는 그대로 쓴 경우 · 분자끼리 엇갈려 곱하는 경우 · 필요없이 통분하는 경우
약분 오류	· 분모끼리나 분자끼리 약분하는 경우 · 대분수의 자연수와 진분수의 부분을 약분하는 경우 · 서로 다른 배수로 약분하거나 규칙없이 약분하는 경우 · 분모-분자, 분모-분모, 분자-분자끼리 약분하는 경우

계산 오류	· 분수 덧셈, 뺄셈에서 분모끼리, 분자끼리 더하거나 빼는 경우 · (자연수)×(분수)에서 자연수를 분수의 분모에 곱하는 경우 · 대분수를 가분수로 변환하지 않고 분자끼리 곱하는 경우
개념 오류	· 분수의 원리를 전혀 이해하지 못 한 채 문제를 푸는 경우 · 문제를 전혀 풀지 못한 경우

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

1. 연구 대상

본 연구는 연구자가 근무하고 있는 충북 청주시에 소재하고 있는 B초등학교 6학년 학생 113명(특수반 제외)을 대상으로 연구를 진행하였다. 청주에 있는 N초등학교 6학년 학생 1개반 26명의 학생을 대상으로 예비검사를 실시하였으며, 예비검사를 바탕으로 문항을 검토한 뒤 113명의 학생을 대상으로 본 검사를 진행하였다. 또한 학업성취수준에 따른 분수의 오류 유형을 살펴보기 위해 3월에 실시한 진단평가를 기준으로 상, 중, 하 3그룹으로 나눈 것이 <표 3>에 제시되어 있다.

<표 3> 연구 대상자의 분포(수학진단평가)

그룹	점수분포 (25점 만점)	인원
상	25~23	42
중	22~20	38
하	19개 이하	33

2. 검사 도구

본 연구는 분수의 사칙연산에서 보이는 오류를 알아보기 위해 초등학교 4학년에 나오는 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈부터 6학년 1학기에 나오는 분수의 나눗셈까지 영역을 정했으며, 검사지의 문항구성은 오류의 유형이 다양하게 나올 수 있도록 문항을 구성하였다. 분수의 덧셈과 뺄셈, 곱셈과 나눗셈에 관련한 문항은 2009 개정교육과정에 따른 교과서를 기초로 하여 지도서의 내용을 토대로 검사 문항을 작성하였다. 검사영역은 <분수의 덧셈>, <분수의 뺄셈>, <분수의 곱셈>, <분수의 나눗셈> 4개 영역으로 각각 8, 8, 8, 11개의 총 35문항으로 구성하였다. 분수의 덧셈에서는 동분모 분수와 이분모 분수로 나눈 뒤 받아올림의 유무에 따라 진분수끼리의 덧셈과 대분수끼리의 덧셈으로 구분하여 <표 4>처럼 제시하였다.

<표 4> 분수의 덧셈 유형과 문제

분수유형	덧셈유형	받아올림	번호	문제
동분모	(진분수)+(진분수)	×	1	$\frac{1}{4}+\frac{2}{4}$
		○	2	$\frac{6}{7}+\frac{5}{7}$
	(대분수)+(대분수)	×	3	$3\frac{1}{5}+2\frac{3}{5}$
		○	4	$2\frac{3}{8}+1\frac{7}{8}$
이분모	(진분수)+(진분수)	×	5	$\frac{1}{2}+\frac{2}{5}$
		○	6	$\frac{8}{9}+\frac{5}{6}$
	(대분수)+(대분수)	×	7	$2\frac{1}{6}+3\frac{3}{8}$
		○	8	$1\frac{3}{4}+1\frac{2}{5}$

분수의 뺄셈에서도 덧셈과 같이 동분모 분수와 이분모 분수로 나누었다. 뺄셈을 계산하는 과정에서 받아내림의 유무에 따라 진분수끼리의 뺄셈, 대분수끼리의 뺄셈과 (자연수)-(진분수), (자연수)-(대분수)로 구분하여 <표 5>처럼 제시하였다.

<표 5> 분수의 뺄셈 유형과 문제

분수유형	뺄셈 유형	받아내림	번호	문제
동분모	(진분수)-(진분수)	×	1	$\frac{5}{7}-\frac{2}{7}$
	(대분수)-(대분수)	×	2	$4\frac{7}{9}-2\frac{4}{9}$
		○	3	$7\frac{3}{7}-6\frac{5}{7}$
	(자연수)-(진분수)	○	4	$2-\frac{1}{3}$
	(자연수)-(대분수)	×	5	$2-1\frac{4}{5}$
이분모	(진분수)-(진분수)	×	6	$\frac{1}{2}-\frac{2}{5}$
	(대분수)-(대분수)	×	7	$4\frac{4}{7}-2\frac{1}{2}$
		○	8	$3\frac{1}{2}-1\frac{5}{6}$

분수의 곱셈에서는 (분수)×(자연수), (자연수)×(분수), (분수)×(분수)의 세 부분으로 나누었고 곱셈의 유형으로 진분수, 자연수, 대분수로 나누어서 문항을 구성하였고 마지막 문항으로는 세 분수의 곱셈으로 구성하였다. 분수의 나눗셈에서는 (자연수)÷(자연수), (분수)÷(자연수), (자연수)÷(분수), (분수)÷(분수)로 나누었다. (분수)÷(분수)에서는 동분모와 이분모 분수로 구분하여 역수를 취했을 때 바로 약분을 할 수 있는 것과 그렇지 않은 것으로 나누어 문항을 구성하여 제시하였다.

2. 연구 방법 및 절차

본 연구에서 사용한 검사지의 타당도를 높이기 위해 현재 초등학교 6학년에 근무하는 교육경력 10년 이상인 선생님과 함께 문항을 검토하였으며 타당도 및 신뢰도를 높이기 위해 청주 N초등학교 6학년 1개 반 학생들을 대상으로 예비검사를 실시하였다. 예비검사도 본 검사지와 마찬가지로 분수의 덧셈, 뺄셈, 곱셈은 16개의 문항으로 나눗셈은 22개의 문항으로 본 검사지에 제시한 유형별 문제를 2개씩 구성하였다. 하지만 학생들이 주어진 시간(각 20분씩 총 80분)동안 풀면서 집중을 하지 않고 정신이 흐트러지는 경향이 보여 정확한 오류를 판단하기 어렵다고 결정했다. 또한 진단지에는 특별한 오류는 발견되지 않아 예비검사 진단지에서 문항별 1개의 문제를 선별하여 본 검사에 투입하였다.

본 검사에서는 4학년에서 6학년에 제시되어 있는 교과서를 분석하여 개발한 검사지를 바탕으로 B초등학교 5개 반 학생 113명에게 60분 동안 풀도록 하였다. 검사의 오류를 줄이기 위하여 각 반 담임선생님께 학년에서 동시에 실시하고 정해진 시간 안에 풀 수 있도록 부탁하였다. 학생들에게 보이는 오류의 유형을 분석하기 위하여 검사지 안에 풀이과정을 자세히 쓸 수 있도록 하고 풀고 나서 계산 결과를 지우지 않도록 하였다.

3. 오류 분석 방법

본 연구에서는 학업성취수준에 따라 분수의 사칙연산에서 나타나는 오류를 분석하기 위하여 오류검사지를 사용하였다. 검사 결과는 학업성취수준에 따라 각 문항에서 나타나는 오답률과 오류의 유형을 분석하여 나오는 결과를 가지고 비교하였다.

본 연구에서는 분수에서 나타날 수 있는 오류의 유형 중 대분수 변환의 오류, 가분수 변환의 오류, 통분 오류, 약분 오류, 역수 오류, 계산오류, 개념오류 등 7개의 영역으로 분류하였다.

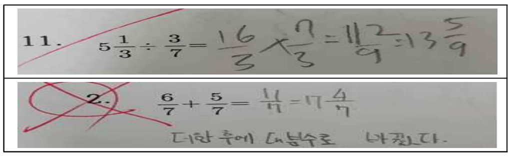
Ⅳ. 결과 및 해석

1. 오류 원인에 따른 오류 유형

가. 대분수 변환의 오류와 예

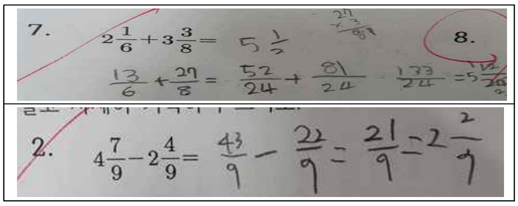
대분수 변환의 오류란 가분수를 대분수로 고치면서 발생하는 오류이다. 가분수를 대분수로 변환할 때 가분수의 분자를 분모로 나누어서 몫과 나머지를 구한 후 몫은 대분수의 자연수로 하고, 나머지는 진분수의 분자로 하고 분모는 처음 가분수의 분모와 같게 하는 방법이다.

이 경우의 오류 유형은 [그림 1]처럼 가분수에서 대분수로 바꾸면서 대분수의 자연수를 제대로 구하지 못하는 경우로써 가분수의 분자를 분모로 나누면서 몫과 나머지를 제대로 구하지 못한 경우가 있었다.



[그림 1] 대분수 변환의 오류에 대한 예 1

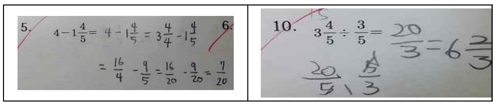
그리고 [그림 2]처럼 가분수의 분자를 분모로 나누어서 몫은 제대로 구했으나, 나머지를 제대로 구하지 못해 생기는 경우가 있었다.



[그림 2] 대분수 변환의 오류에 대한 예 2

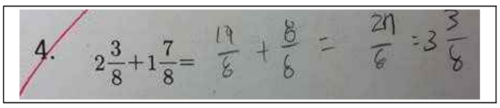
나. 가분수 변환의 오류와 예

분수의 사칙연산 계산을 하기 위해 대분수를 가분수로 변환을 해야 한다. 가분수로 변환을 하는 과정에서 학생들이 가장 많이 발생하는 것으로 오류의 유형은 [그림 3]처럼 분모와 분자를 곱한 값이 가분수의 분자가 되거나 분모와 분자를 곱한 값이 가분수의 분모가 되는 경우가 있었다.



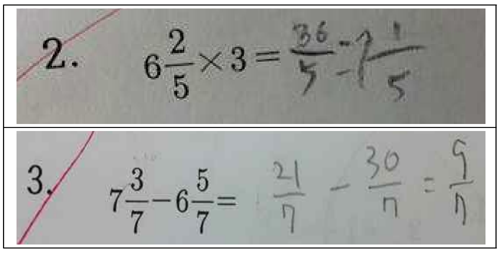
[그림 3] 가분수 변환의 오류에 대한 예 1

또한 [그림 4]처럼 분모는 그대로 두고 분자를 분모와 같은 수로 만들어 구하는 오류가 있었다.



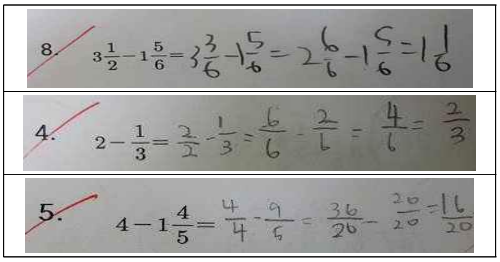
[그림 4] 가분수 변환의 오류에 대한 예 2

그리고 [그림 5]처럼 대분수의 자연수와 진분수의 분자를 곱하는 오류가 보였다.



[그림 5] 가분수 변환의 오류에 대한 예 3

대분수의 자연수나 자연수를 가분수로 바꾸면서 자연수를 분모와 분자에 똑같이 쓰는 경우가 [그림 6]에 제시되어 있다.



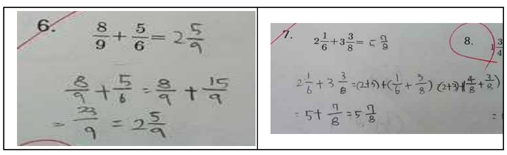
[그림 6] 가분수 변환의 오류에 대한 예 4

마지막으로 계산상의 실수로 오류가 생기는 경우가 있었다.

다. 통분 오류와 예

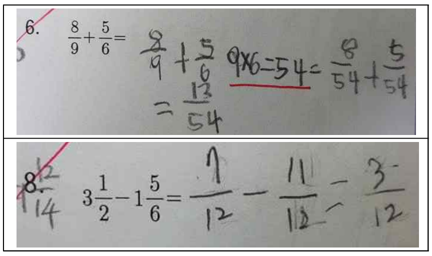
분모가 다른 이분모 분수의 덧셈이나 뺄셈을 할 때 분모를 같게 하기 위해 통분을 한다. 통분을 하기 위해 분모의 최소공배수를 구해 공통분모를 찾아야 하는데 학생들은 통분에 대한 정확한 이해 없이 알고리즘만 학습한 경우 오류가 발생하게 된다. 이때 발생하는 오류의 유형은 다음과 같다.

통분하기 위한 최소공배수를 바르게 찾지 못하는 오류가 [그림 7]처럼 나타났다.



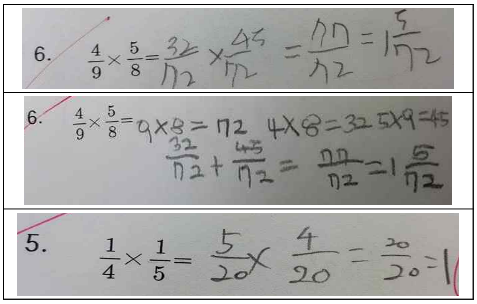
[그림 7] 통분오류에 대한 예 1

또한 공통분모는 구했으나 분자는 그대로 쓰는 경우가 [그림 8]처럼 제시되었다.



[그림 8] 통분오류에 대한 예 2

의미 없이 통분을 하는 경우도 있었다. 이에 대한 사례가 [그림 9]에 나타나 있다.



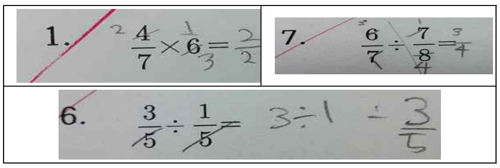
[그림 9] 통분오류에 대한 예 3

그리고 통분할 때 계산이 틀리는 사례도 있었다.

라. 약분 오류와 예

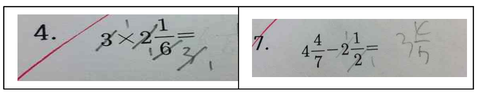
분수의 곱을 계산할 때 주어진 곱셈에서 바로 약분을 하거나 대분수를 가분수로 바꾸어 약분을 하는 경우가 있다. 약분이란 분모와 분자를 그 수들의 공약수로 나누어서 보다 간단한 분수로 만드는 것이다. 이러한 과정에서 발생하는 오류는 다음과 같다.

우선 [그림 10]처럼 분모끼리 약분하는 경우와 분자끼리 약분하는 경우가 있었다.



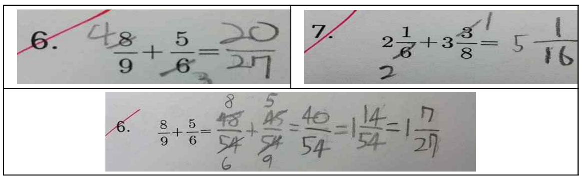
[그림 10] 약분오류에 대한 예 1

대분수의 자연수와 진분수의 분모나 분자와 약분하는 오류가 [그림 11]처럼 나타났다.



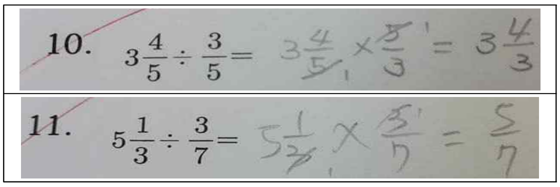
[그림 11] 약분오류에 대한 예 2

또한 [그림 12]처럼 분수의 덧셈 뺄셈에서 분모-분모, 분모-분자, 분자-분모끼리 약분하는 오류가 나타났다.



[그림 12] 약분오류에 대한 예 3

그리고 대분수를 가분수로 변환하지 않고 약분하는 경우가 [그림 13]처럼 제시되었다.

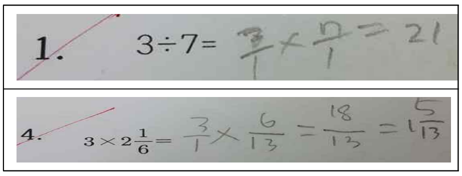


[그림 13] 약분오류에 대한 예 4

마. 역수변환 오류와 예

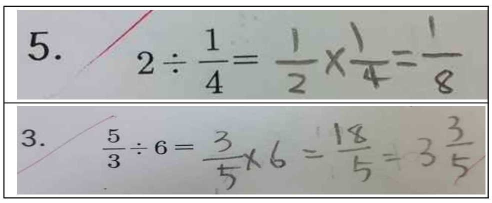
분수의 나눗셈을 계산할 때 제수를 반대로 뒤집어서 역수로 곱해 답을 구하게 된다. 초등학교 3-1에서 $3\div4=\frac{3}{4}$으로 나타낸 이유는 3÷4의 몫이 분수 $\frac{3}{4}$이라는 분수꼴이었다. 이후 나눗셈의 지도에서 제수를 역수로 취해 답을 구하는 알고리즘을 학습하는데서 오류가 발생하게 된다. 이때 발생하게 되는 오류는 다음과 같다.

[그림 14]처럼 역수를 제대로 취하지 못하는 경우가 나타났다.



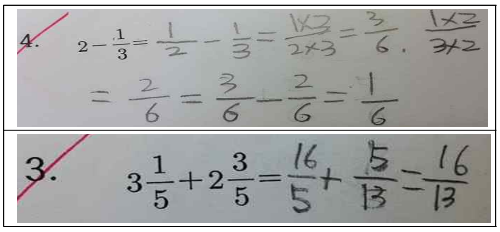
[그림 14] 역수변환 오류에 대한 예 1

또한 피젯수의 역수를 취해 답을 구하는 오류가 [그림 15]처럼 제시되었다.



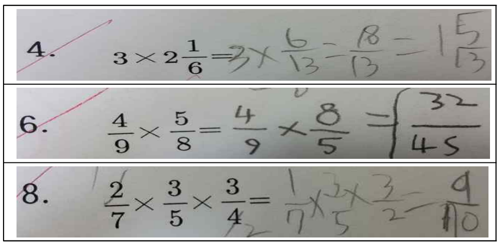
[그림 15] 역수변환 오류에 대한 예 2

그리고 [그림 16]과 같이 분수의 덧셈, 뺄셈에서 역수를 취해 답을 구하는 경우가 있었다.



[그림 16] 역수변환 오류에 대한 예 3

[그림 17]처럼 분수의 곱셈에서 역수를 취해 답을 구하는 오류도 나타났다.



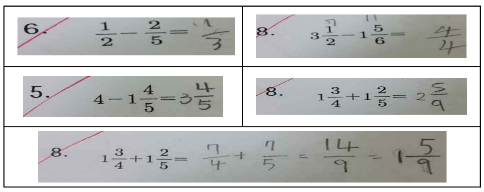
[그림 17] 역수변환 오류에 대한 예 4

바. 계산오류와 예

분수의 사칙연산의 과정에서 나타나는 오류로 분자는 분자끼리 분모는 분모끼리 더하거나 빼거나 곱해서 답을 구하는 과정에서 생기는 오류이다. 특히 분수의 덧셈과 뺄셈에서 이분모 분수의 계산 상 많이 나오는 오류이며 대분수가 있는 경우는 자연수는 자연수끼리 분수는 분수끼리 더하거나 빼는 현상이 나오기도 한다.

이 오류의 첫째 유형은 [그림 18]처럼 분수의 덧셈과 뺄셈에서 나오는 계산오류인 경우가 있다.

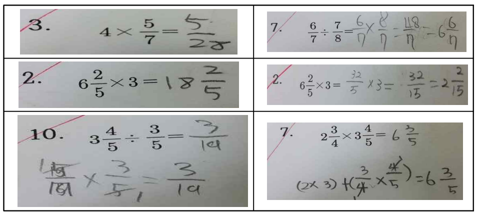
분모는 분모끼리 분자는 분자끼리 더하거나 대분수의 자연수는 자연수끼리 진분수는 진분수끼리 더하거나 빼는 경우 또는 뒤에 있는 분수에서 앞으로 빼는 경우이다.



[그림 18] 계산 오류에 대한 예 1

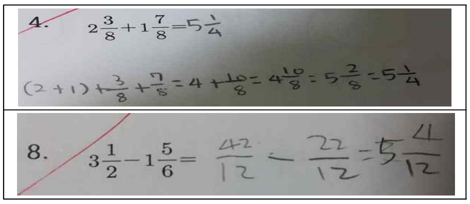
두 번째 유형으로는 [그림 19]과 같이 분수의 곱셈과 나눗셈에서 나오는 계산오류가 나타났다.

분수의 곱셈에서 (분수)×(자연수)나 (자연수)×(분수)에서 자연수를 분수의 분모에 곱하거나 대분수인 경우 가분수로 변환하지 않고 분자에 곱하는 경우 오류가 발생한다. 대분수의 계산에서도 대분수를 가분수로 변환하지 않고 대분수의 자연수와 자연수끼리 곱하거나, 대분수는 대분수끼리 진분수는 진분수끼리 곱하여 오류가 생기기도 한다. 나눗셈에서는 역수를 취한 후 분모끼리 곱하지 않고 하나의 분모를 쓰고 분자끼리만 곱하는 경우가 있다. 또한 나눗셈의 계산에서 가장 많이 나타나는 것은 제수를 역수로 취하지 않고 바로 곱해버리는 경우도 많았다.



[그림 19] 계산 오류에 대한 예 2

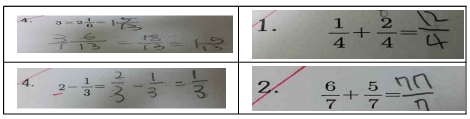
[그림 20]과 같이 분수의 사칙연산 과정에서 나오는 단순계산오류도 나타났다.



[그림 20] 계산 오류에 대한 예 3

사. 개념오류와 예

개념 오류의 한 사례는 [그림 21]과 같이 분수의 원리를 전혀 이해하지 못 한 채 문제를 푸는 경우가 나타났다.



[그림 21] 개념오류에 대한 예 1

또한 문제를 전혀 풀지 못한 경우도 개념오류에 속한다고 보았다. 문제를 전혀 풀지 못한 경우는 성취수준 중상위권 학생들 보다 하위권 학생들에서 많이 나온 경우이다. 분수의 개념조차 이해되지 않은데서 오는 오류로 기초적인 분수 학습에서 결손이 있는 경우가 많았다.

2. 분수의 사칙연산 별 오류유형

분수의 사칙연산 별로 나타나는 오류의 유형을 살펴보고 학업성취수준에 따라 오류 유형에 따른 빈도를 분석해 보았다.

가. 분수의 덧셈에서의 오류 유형

분수의 덧셈에서의 오류 유형을 살펴보면 <표 6>에서 제시된 것처럼 모든 수준의 학생들이 계산에서 가장 높은 오답률을 보이고 있다. 표에서 대분수 오류를 A, 가분수 오류를 B, 통분 오류를 C, 약분 오류를 D, 역수 오류를 E, 계산 오류를 F, 개념 오류를 G라고 간단히 표시하였다.

<표 6> 분수의 덧셈에서의 오류 유형별 오답률

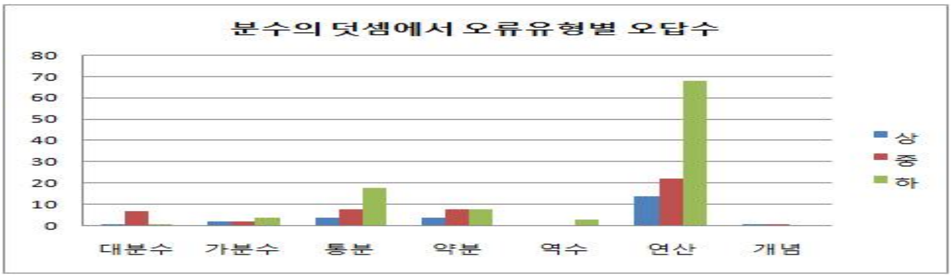
수준	상수준							중수준							하수준						
오류유형 / 문항	A	B	C	D	E	F	G	A	B	C	D	E	F	G	A	B	C	D	E	F	G
1						1											1	1		2	
2				1		1		2									1			3	
3		1				2											1		1	4	
4		1				2			1				1			1	1		2	4	
5			1			1					2		4				2	3		12	
6				2		2		2		1	2		4	1	1		2	2		13	
7	1		1	1		3	1	1	1	6	2		7			2	6	2		14	
8			2			2		2		1	2		6			1	4			16	
빈도	3.8	7.7	15.4	15.4	0.0	53.8	3.8	14.6	4.2	16.7	16.7	0.0	45.8	2.1	1.0	3.9	17.6	7.8	2.9	66.7	0.0

성취수준별로 분류한 분수의 덧셈에서 <표 6>처럼 상수준의 학생들이 계산오류에서 53.8%로 가장 높게 나타났다. 이러한 오류가 나타난 이유는 한 명의 학생이 모든 문항에 대하여 분모를 쓰지 않고 분자만 답으로 써서 제출했기 때문에 계산오류에서 높은 오답률이 나타나게 되었다. 두 번째로는 통분과 약분에서 15.4%로 계산오류 다음으로 많은 오류가 발생했는데 대부분의 학생들이 최소공배수를 찾아 통분을 하였으나 통분하는 과정에서 수를 잘 못 곱해 오류가 발생했거나 통분 후 더하는 과정에서 오류가 발생하였다.

중수준의 학생들은 계산에서 오답률이 45.8%로 가장 높게 나타났고, 5~8번 문항인 이분모 분수의 덧셈에서 가장 많이 발생했다. 이유는 중수준 학생들이 덧셈을 하는 과정에서 분모는 분모끼리 더하고 분자는 분자끼리 더하는 경우도 있고 통분하여 분모는 그대로 두고 분자끼리 곱하여 오답이 발생하였기 때문이다. 중수준의 학생들도 상수준의 학생들과 마찬가지로 통분과 약분에서 16.7%로 계산오류 다음으로 많은 오류가 발생하였다.

하수준의 학생들은 계산에서 오답률이 66.7%로 가장 높게 나타났고 통분오류가 17.6%로 두 번째로 높게 나타났다. 하수준의 학생들에게서 많이 나타나는 계산오류로는 중수준의 학생들과 비슷하게 분모는 분모끼리 더하거나 빼는 경우 분모끼리는 곱하고 분자끼리는

더하는 경우처럼 계산과정에서 생기는 오류가 많이 발생하였다. 하수준의 학생들도 동분모의 계산보다는 이분모의 계산에서 더 높은 오답률을 보이고 있는 것으로 보아 통분의 과정을 제대로 이해하지 못하고 그대로 곱하거나 더하는 계산을 수행했기 때문이다. 분수의 덧셈에서 가분수나 대분수로의 변환 오류가 적게 발생한 이유는 학생들이 계산 후 가분수의 형태로 두거나 이분모 덧셈을 할 때 대분수를 가분수로 변환하지 않고 덧셈을 한 경우가 많아서 적게 나타나게 되었다. 분수의 덧셈 영역에서는 학업성취수준에 상관없이 전체 학생들이 계산오류에서 53.8%, 45.8%, 66.7%로 가장 높은 오답률을 보이고 있으며 다음으로는 통분이나 약분에서 오는 오류가 많이 발생하였다. 상수준의 학생들은 한 학생이 전체 문제에서 분모를 쓰지 않아 오류가 발생한 것으로 보아 실제적인 계산오류는 중수준과 하수준의 학생들에게서 많이 발생한 것으로 나타났다.



[그림 22] 분수의 덧셈에서 성취수준에 따른 오류 유형별 오답수

[그림 22]에 나타난 것처럼 상수준의 학생들은 오류 유형에 따라 오답수가 적은 반면 중수준 학생들은 계산에서 가장 높은 오답수를 보였고 하수준의 학생들은 다른 수준의 학생들에 비해 계산에서 굉장히 높은 오답수를 보이는 것을 확인할 수 있다. 그 결과 하수준의 학생들이 분수의 덧셈에 대한 알고리즘(이분모 분수의 덧셈)이 명확하게 성립되어 있지 않아서 오답자 수가 높게 나타나게 되었다.

상수준 학생 중에서 서 분자의 계산을 정확하게 한 반면 분모를 쓰지 않아 모두 오답처리가 된 경우가 있었다. 이 학생은 뺄셈에서도 마찬가지 실수를 범해 계산오류에서 높은 오답률을 나타내게 되었다. 중수준이나 하수준 학생의 검사지를 살펴보면 간단한 동분모 분수의 덧셈은 문제를 잘 해결하지만 이분모 분수로 넘어가면서 오답수가 늘어나는 것을 확인할 수 있다.

상수준의 학생들에게는 나타나지 않았지만 중, 하수준의 학생들은 자연수는 자연수끼리 분모는 분모끼리 분자는 분자끼리 모두 더해서 오류가 생기거나 통분을 한 후 분모는 그대로 두고 분자끼리 서로 곱해서 생기는 오류가 나타나 계산오류에서 높은 오답수를 나타내고 있었다.

학업성취수준에 상관없이 통분을 하는 과정에서 계산상의 실수로 틀리거나 분모만 통분을 하여 생기는 오류를 통해 오답률이 높아지게 되었다. 특히 통분오류는 상수준의 학생들(4명)보다 중수준(8명)과 하수준(18명)의 학생들이 더 많이 나타났다.

나. 분수의 뺄셈에서의 오류 유형

분수의 뺄셈에서의 오류 유형별 오답률을 살펴보면 계산과 개념오류가 가장 높게 나타

남을 알 수 있었다.

<표 7> 분수의 뺄셈에서의 오류 유형별 오답률

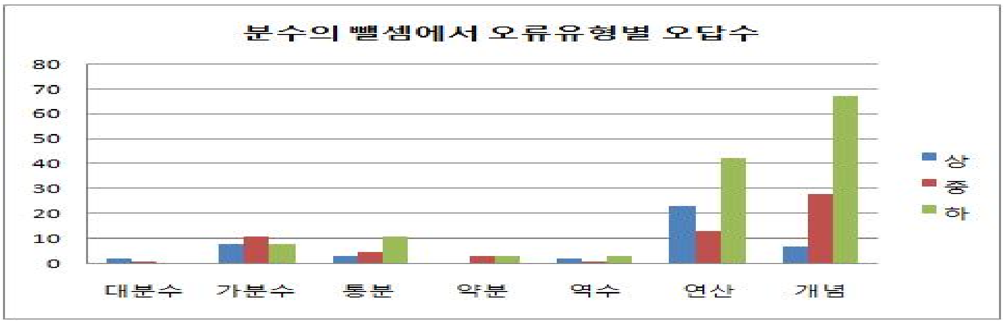
수준	상수준							중수준							하수준						
오류 유형 / 문항	A	B	C	D	E	F	G	A	B	C	D	E	F	G	A	B	C	D	E	F	G
1						2								1			1				1
2	2	3	1			4			2					1		2	1			1	2
3		2				4			3				1	2		2	1			8	2
4					1	1	2		2		1		2	5		1	2		2	5	15
5		1			1	4	1	1	1			1	3	6		2	1		1	2	19
6						2	1				2		2	4				2		5	11
7		1	1			3	2		2	2			3	4		1	3	1		12	7
8		1	1			3	1		1	3			2	5			2			9	10
빈도	4.4	17.8	6.7	0.0	4.4	51.1	15.6	1.6	17.7	8.1	4.8	1.6	21.0	45.2	0.0	6.0	8.2	2.2	2.2	31.3	50.0

<표 7>을 보면 분수의 뺄셈에서 상수준의 학생들은 계산에서의 오답률이 51.1%로 가장 높게 나타났다. 덧셈에서의 계산과 마찬가지로 1명의 학생이 분모를 쓰지 않고 분자만 답으로 써서 오답률이 높게 나타나게 되었다. 두 번째로 높은 오답률을 보이는 것은 가분수 변환의 오류로 17.8%로 나타났다. 상수준의 학생들이 가분수로 변환하는 방법을 모르는 것이 아니라 가분수로 변환하면서 계산상의 실수로 오답을 쓴 경우가 대부분이었다.

중수준의 학생들은 개념오류에서 오답률이 45.2%로 가장 높게 나타났다. 이유는 (자연수)-(대분수)에서 자연수와 대분수의 자연수를 빼거나 분수의 크기가 큰수에서 작은 수를 빼는 경우도 있었고, 분모는 분모끼리 분자는 분자끼리 빼는 경우가 있어 오답률이 높게 나왔다. 그 다음으로는 가분수로의 변환에서 17.7%로 두 번째로 높은 오답률을 보이고 있다. 상수준의 학생들과 마찬가지로 대분수에서 가분수로 변환을 하는 과정에서 자연수와 분모를 곱한 후 분자를 더하지 않거나 분자를 더하는 과정에서 잘못 더해서 오류가 생기는 것으로 나타났다.

하수준의 학생들은 개념오류에서 50%로 가장 높은 오답률을 보이고 있다. 동분모 분수의 뺄셈은 오답률이 적게 나타났으나 이분모의 뺄셈에서 아예 문제를 풀지 못한 경우가 많아서 오답률이 높게 나타나게 되었다. 개념오류 다음으로는 계산오류가 31.5%로 나타났는데 중수준의 학생들과 마찬가지로 분모는 분모끼리 빼고 분자도 분자끼리 빼서 오류가 발생하거나 뺄셈을 덧셈으로 문제를 푼 경우도 있었다. 하수준의 학생들이 대분수의 변환에서는 0%, 가분수의 변환에서 6%로 오답률이 적게 나타난 이유는 개념이해가 되지 않아 계산을 못하거나 대부분의 학생들이 큰 수에서 작은 수로 빼거나 더해서 대분수나 가분수로의 변환을 하지 않았기 때문이다.

성취수준에 따라 상수준의 학생들은 계산오류에서 한 명의 친구가 문제를 풀지 못 한 것을 제외하면 가분수변환에서 오류가 가장 높게 발생했고, 중수준과 하수준에서는 개념오류가 가장 높게 발생하였다.



[그림 23] 분수의 뺄셈에서 성취수준에 따른 오류 유형별 오답수

분수의 뺄셈에서 오류유형별 오답수를 살펴보면 [그림 23]에 나타나 있는데 상수준의 학생들이 계산에서 가장 높은 오답수를 나타내고 있으며 중수준과 하수준의 학생들은 개념과 계산에서 가장 높은 오답수를 보이고 있는 것으로 나타났다.

상수준 학생 중에서 분수의 덧셈과 마찬가지로 분모를 쓰지 않아 계산오류에서 가장 높은 오답률을 나타낸 경우가 있었다. 분수의 덧셈과 뺄셈에서 계산오류가 높아 이 학생은 곱셈과 나눗셈 계산은 제대로 하여 모두 정확하게 정답을 적었다. 이 학생과 면담을 한 결과 분모를 쓰지 않았다는 것을 자신의 검사지를 보고 알게 되었으며, 자신이 왜 분모를 안 썼는지는 모르겠다고 대답했다.

상수준(17.8%)과 중수준(17.7%) 학생들에게서 가분수 변환의 오류가 많이 나타났는데 가분수로 변환을 하는 과정에서 자연수와 분수의 분자와 곱하거나 계산상의 실수로 오류가 생기는 것을 알 수 있었다. 상대적으로 하수준의 학생들은 대분수나 가분수에서의 변환오류가 적음을 알 수 있는데 중상수준의 학생들은 문제를 해결할 때 가분수나 대분수로 변환하여 문제를 해결하는 반면 하수준의 학생들은 변환조차 생각하지 않고 뒤에 있는 분수로 앞에 있는 분수를 빼거나 -를 +로 바꿔 계산하는 등 계산에 관련한 오류가 더 높게 나타났다. 이는 하수준의 학생들이 분수의 뺄셈을 계산하는데 정확한 알고리즘을 알지 못하는 학생들이 많음을 의미하고 있다.

다. 분수의 곱셈에서의 오류 유형

분수의 곱셈에서의 오류 유형별 오답률을 보면 중상 수준의 학생들은 계산에서 가장 높은 오답률을 보였고 하수준의 학생들은 역수에서 가장 높은 오답률을 나타내고 있었다.

<표 8> 분수의 곱셈에서의 오류 유형별 오답률

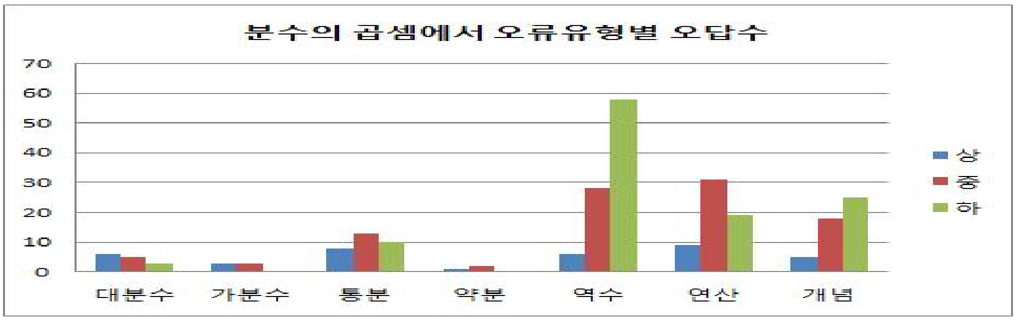
수준	상수준							중수준							하수준						
오류 유형 / 문항	A	B	C	D	E	F	G	A	B	C	D	E	F	G	A	B	C	D	E	F	G
1	2	1	1					2			1	2	6	1					6	3	2
2	2	1				2	1	1	2			3	6	1	2				7	4	5
3	1				1		1	1				4	3	2					8	4	
4					1	1	1		1		1	3	4	2					7	4	5
5			4		1					4		6	1	2			2		8		1
6			1	1	1	1	1			3		4	2	2			2		8		
7	1	1	1		1	5		1		3		3	8	3	1		5		7	4	3
8			1		1		1			3		3	1	5			1		7		9
빈도	15.8	7.9	21.1	2.6	15.8	23.7	13.2	5	3	13	2	28	31	18	2.6	0.0	8.7	0.0	50.4	16.5	21.7

<표 8>처럼 분수의 곱셈에서 상수준의 학생들은 계산오류에서 21.1%로 가장 높은 오답률을 보이고 있으며, 통분 오류에서 15.8%로 두 번째로 높은 오답률을 보이고 있다. 계산오류의 유형을 살펴보면 (대분수)×(자연수)에서 대분수의 자연수와 자연수를 그대로 곱해 버리는 경우가 있고, 분자와 분자끼리 약분해서 생기거나 계산상의 실수로 오류가 발생하는 것으로 나타났다. 통분오류에서는 오답률을 보인 모든 학생들이 곱셈에서는 통분이 필요 없음에도 불구하고 통분해서 생기는 오류를 보이고 있다.

중수준의 학생들은 계산에서 31%로 가장 높은 오답률을 보이고 있으며, 역수에서 28%로 두 번째로 높은 오답률을 보이고 있다. 계산오류의 유형으로는 자연수와 분모를 곱해 버리거나 대분수를 가분수로 바꾸지 않고 자연수는 자연수끼리 분수는 분수끼리 곱해서 생기는 경우가 많이 나타났고 나머지는 대부분 계산상의 실수로 오류가 나타났다. 역수에서는 곱하기인데도 불구하고 뒤에 곱해지는 분수를 역수를 취해 앞에 있는 분수에 곱해서 오류가 생기거나 앞에 있는 분수를 역수를 취해 뒤에 있는 분수를 곱해서 오류가 나타나고 있다.

하수준의 학생들은 역수에서 50.4%로 가장 높은 오답률을 보이고 있으며, 개념오류가 21.7%로 두 번째로 높은 오답률을 보이고 있다. 분수의 곱셈에서 역수를 취하는 것으로 보아 하수준의 학생들은 곱셈과 나눗셈을 가장 많이 혼돈하고 있는 것으로 보인다. 이 학생들은 앞에 있는 분수나 뒤에 있는 분수를 무조건 역수를 취해 나머지 분수를 곱해서 계산을 하고 있으며, 자연수가 있는 경우에는 $\frac{1}{\text{자연수}}$로 역수를 취한 뒤 나머지 분수와 곱해서 생기는 오류가 발생한다. 곱셈의 정확한 알고리즘을 이해하지 못해 문제를 전혀 해결하지 못한 개념오류가 두 번째로 많이 발생하고 있다. 이 수준의 학생들이 가분수와 약분에서 오류가 발생하지 않는 이유는 대분수의 곱셈에서 대분수를 가분수로 변환해서 곱해야 하는 개념이 형성되지 않았고 아예 약분의 시도조차 해보지 않은 경우가 많아서 오류가 적게 나타나고 있다. 이 학생들은 계산을 한 이후에도 가분수의 상태로 두는 학생들이 많아서 대분수로 변환하는 과정의 오류도 적게 나타나고 있다.

분수의 곱셈에서는 상수준, 중수준의 학생들은 계산에서 23.7%와 31%로 가장 높은 오답률을 보이고 있으며 하수준의 학생들은 역수에서 50.4%로 가장 높은 오답률을 보이고 있다. 중상 수준의 학생들은 곱셈의 계산 과정에서 자연수와 분모를 곱해서 생기는 오류가 많이 나타나는 것으로 보이며, 하수준의 학생들은 분수에 대한 정확한 개념이 정립되지 않아 역수를 취하는 오류가 많이 발생하고 있다.



[그림 24] 분수의 곱셈에서 성취수준에 따른 오류 유형별 오답수

[그림 24]를 보면 상수준의 학생들은 통분이나 계산에서 오답자수가 높게 나온 반면 중수준 학생들은 역수나 계산에서 높은 오답자수가 나온 것을 볼 수 있다. 하수준의 학생들은 역수를 취하는 오류가 가장 많이 나타났는데 하수준의 학생들에게 곱셈에 대한 정확한 계산을 위한 알고리즘을 반복적으로 알려줄 필요가 있음을 보여주고 있다.

중상수준에서 분수의 곱셈을 계산하는데 통분을 하거나 분모는 쓰지 않고 분자만 곱해서 계산 결과가 나와 오답으로 처리된 것이 많았다. 하수준의 학생들도 역수를 취하는 오류를 범하는 것으로 보아 곱셈을 계산하는 과정을 차근차근 이해하는 방법을 가르쳐 줘야 함을 보여주고 있다.

어떤 상수준 학생에게 곱셈인데도 불구하고 분모는 통분을 하고 분자는 덧셈을 해서 오류가 나타났다. 중수준의 학생도 하수준에서 가장 많이 나타난 역수오류가 나타나고 있는데 이러한 학생들에게도 곱셈 계산 방법을 다시 알려줄 필요가 있다고 본다. 하수준의 학생들이 두 번째로 많이 나타난 개념오류 검사지를 보면 문제를 풀지 못해서 오류가 되는 경우도 나타났다.

라. 분수의 나눗셈에서의 오류 유형

분수의 나눗셈에서의 오류 유형을 보면 모든 학생들이 계산에서 가장 높은 오답률을 보이고 있다.

<표 9> 분수의 나눗셈에서의 오류 유형별 오답수

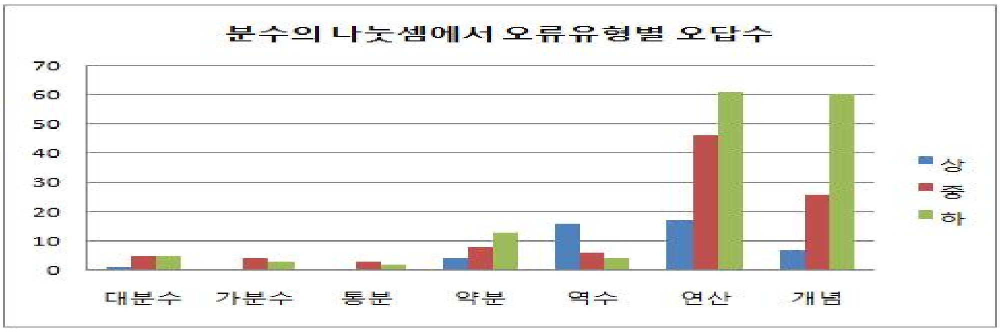
수준	상수준							중수준							하수준						
오류 유형 / 문항	A	B	C	D	E	F	G	A	B	C	D	E	F	G	A	B	C	D	E	F	G
1					1	1						1	3	4						1	10
2					5	2						1	10	1					1	6	4
3					4	1					1	2	10	2				2	1	6	4
4				1	4	1				1			10	2		1		2	1	7	4
5				2	2	2			1		4	1	4	2				4	1	6	2
6						1					1			1				1		3	5
7				1		3	1				1		4	2				2		9	4
8							1		1		1			3		1		2		4	5
9						2	1		2	1				3	1		2			6	6
10	1					1	1						3	2	1	1				5	7
11						3	3	5		1		1	2	4	3					8	9
빈도	2.2	0.0	0.0	8.9	35.6	37.8	15.6	5.1	4.1	3.1	8.2	6.1	46.9	26.5	3.4	2.0	1.4	8.8	2.7	41.2	40.5

〈표 9〉를 보면 분수의 나눗셈에서 상수준의 학생들은 계산에서 37.8%로 가장 높은 오답률을 보이고 있으며 역수에서는 35.6%로 두 번째로 높은 오답률을 보이고 있다. 계산에서 오류를 보이는 형태는 계산상의 오류와 ÷를 ×로만 바꿔서 그대로 계산하여 생기는 오류가 주로 발생하고 있으며, 역수에서 나타나는 오류는 역수를 취하는 과정에서 피젯수를 역수로 취하는 오류가 나타나고 있다.

중수준의 학생들은 상수준의 학생들과 마찬가지로 계산에서 46.9%로 가장 높은 오답률을 보이고 있으며, 개념에서 26.5%로 두 번째로 높은 오답률을 보이고 있다. 계산에서 나타나는 오류로는 상수준의 학생들과 마찬가지로 ÷를 ×로만 바꿔서 그대로 계산하여 생기는 오류와 분모는 그대로 두고 분자끼리만 곱해서 생기는 오류가 나타났다. 개념오류에서는 나눗셈을 소수로 표현하거나 자연수의 나눗셈처럼 몫과 나머지로 표현하는 경우도 있고 일부는 문제를 전혀 풀지 못해서 생기는 오류도 포함되어 있다.

하수준의 학생들도 계산에서 41.2%로 가장 높은 오답률을 보이고 있으며 개념에서 40.5%로 두 번째로 높은 오답률을 보이고 있다. 계산에서 나타나는 오류로는 ÷를 ×로만 바꿔서 그대로 계산하여 생기는 오류가 가장 많이 발생하고 있으며, 계산을 잘못하여 생기는 오류도 나타나고 있다. 개념오류에서는 문제를 전혀 풀지 못한 학생들이 있어서 누적 오답률이 높게 나타났다.

분수의 나눗셈에서는 성취수준에 상관없이 계산에서 가장 높은 오답률을 보이는 것으로 나타났으며, 중하 수준에서 일부의 학생들이 나눗셈문제를 전혀 해결하지 못 해 개념오류 부분에서 높은 오답률을 보이고 있다.



[그림 25] 분수의 나눗셈에서 성취수준에 따른 오류 유형별 오답수

[그림 25]에서 보는 것처럼 모든 수준의 학생들이 계산에서 가장 높은 오답수를 나타내고 있으며 하수준의 학생들은 계산과 개념에서 가장 높은 오답수를 보이는 것으로 나타났다.

모든 수준의 학생들이 계산에서 ÷를 ×로 바꿔 그대로 곱해서 생기는 오류가 나타나고 있고 피젯수를 역수로 취하여 계산으로 해서 오류가 나타남을 알 수 있었다. 그리고 상수준의 학생들은 역수오류에서 높은 오답률을 보였다. 역수오류가 많이 나타나는 문항을 살펴보면 자연수가 포함된 문항으로 (분수)÷(자연수)를 계산하는 경우 (분수)$\times\dfrac{1}{(\text{자연수})}$로 계산해야 함에도 불구하고 (분수)$\times\dfrac{(\text{자연수})}{1}$로 역수를 취해 오류가 나타났다. 중하수준의 학생들은 검사지에 나타난 것과 같이 문제를 해결하지 못해 개념오류에서 높은 오답률을 보였다.

3. 논의

본 연구의 목적은 초등학생들이 학업성취 수준에 따라 분수의 사칙연산 계산에서 나오는 오류에는 어떠한 것이 있는지 알아보는데 시사점이 있다. 본 연구를 통해 얻은 결과를 바탕으로 선행 연구와 관련지어 논의해보면 다음과 같다.

첫째, 김선영(2003), 김춘화(2004), 송정화(2005), 안소현(2015), 추은영(2003)의 선행연구를 살펴보면 분수의 덧셈과 뺄셈 또는 곱셈과 나눗셈을 나누어서 오류 유형과 원인을 분석하였다. 본 연구에서는 분수의 사칙연산을 계산하는 과정에서 나오는 오류 유형을 분석하여 사칙연산 별 어떤 오류 유형이 가장 많이 나오는지 분석함으로써 의미 있는 연구라 할 수 있다. 또한 오류 유형만 제시되어 있는 선행 연구에 비하여 정답률과 오답률을 학업성취 수준에 따라 분류함으로써 오답률이 높은 분수의 영역까지 알 수 있는 기회를 제공하였다.

둘째, 김진식(1995), 신현미(2005), 이경아(1997), 조병윤(1992)의 선행연구를 통해 학생들의 분수 사칙연산에서 나타나는 오류 유형을 분석하였다. 하지만 이 연구들은 모든 학생들을 같은 기준에서 바라본 것으로 분수의 계산에서 학습이 떨어지는 학생들에게 일률적으로 적용하기는 어렵다고 생각한다. 본 연구에서는 학업성취 수준에 따라 분류한 뒤 성취수준별로 나타나는 오류의 유형에는 어떤 것들이 있는지 살펴봄으로써 성취수준에 따라 다른 교수법을 활용해야 함을 보여주기에 기존 연구와는 차이가 있다고 볼 수 있다.

Ⅴ. 결론 및 제언

학업성취수준에 따라 나타나는 분수계산에서의 오류 유형에 대한 특징은 다음과 같다.

첫째, 분수의 덧셈에서는 모든 수준의 학생들이 계산오류에 가장 높은 오답률을 보이고 있으며, 동분모 분수의 덧셈보다는 이분모 분수의 덧셈에서 더 높은 오답률을 보이고 있다. 상수준(53.8%)에서 계산오류가 가장 높은 이유는 상수준의 학생 중 한 명이 계산결과에 분모를 쓰지 않고 분자만 써서 계산오류에서 오답률이 가장 높게 나타났다. 특히 하수준의 학생들이 계산오류(66.7%)가 가장 높게 나타났는데 이분모 분수에서 분모는 분모끼리 분자는 분자끼리 더하거나 곱해서 계산오류에서 오답률이 높게 나타났다.

둘째, 분수의 빼셈에서는 상수준의 학생들이 계산오류(51.1%)에서 가장 높은 오답률을 보이고 있으며, 중수준(45.2%)과 하수준(50%)의 학생들은 개념오류에서 가장 높은 오답률을 보이고 있다. 상수준의 학생들이 계산오류가 높은 이유는 분수의 덧셈과 마찬가지로 한 명이 학생이 분모를 쓰지 않고 분자만 썼기 때문이다. 중수준과 하수준의 학생들이 개념오류가 높게 나타난 이유는 문제를 정확히 이해하지 못했을 뿐 아니라 문제를 전혀 해결하지 못했기 때문이다.

셋째, 분수의 곱셈에서는 상수준(23.7%)과 중수준(31%)의 학생들은 계산오류에서 가장 높은 오답률을 보이고 있으며, 하수준의 학생들은 역수오류(50.4%)가 가장 높은 오답률을 보이고 있다. 상수준과 중수준의 학생들은 대분수의 곱셈에서 가분수로 변환을 하지 않고 그대로 곱해서 계산오류에서 가장 높은 오답률이 나타났다. 하수준의 학생들은 곱셈과 나눗셈을 혼동하여 분수의 곱셈에서는 역수를 취하지 않아도 되는데 무조건 역수를 취하고 곱해서 역수오류에서 가장 높은 오답률이 발생했다.

넷째, 분수의 나눗셈에서는 모든 수준의 학생들이 계산오류(상, 중, 하 : 37.8%, 46.9%, 41.2%)에서 가장 높은 오답률을 보이고 있다. 계산 오류에서 오답률이 높은 이유는 모든 수준의 학생들이 나눗셈을 할 때 ÷를 ×로만 바꿔서 계산을 했기 때문이다.

위와 같은 연구를 통해 얻을 수 있는 교수학적 시사점을 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 분수의 사칙연산에서 공통적으로 나타나는 오류의 유형을 파악해보면 동분모 분수의 사칙연산보다 이분모 분수의 사칙연산에서 더 많은 오류를 보이고 있다. 특히 자연수나 대분수가 들어간 계산을 수행하면서 다양한 오류를 나타내고 있는데 이러한 오류를 교정해주기 위해서 반복 연습을 하기 전에 구체적 조작물을 통한 개념이해가 뒷받침 된다면 오류를 범하는 경우가 많이 줄어들게 될 것이다.

둘째, 많은 학생들이 기초적인 분수의 사칙연산과 관련하여 많은 오류를 범하고 있으며 오류의 형태를 살펴보면 분수의 계산 알고리즘을 정확히 파악하지 못한 학생들은 반복적으로 그러한 오류를 범한다는 것이다. 이렇게 학생들이 반복적으로 나타나는 오류에 대한 교정 없이 같은 문제에 대하여 계산하는 연습만을 한다면 일시적으로 오류에 대한 교정은 있겠지만 시간이 흐른 후에 같은 문제를 풀게 되면 같은 오류를 지속적으로 범하게 될 것이다. 따라서 같은 오류를 보이는 학생들의 유형을 파악하여 개별화된 지도를 통해 오류를 교정해야 하는 일이 시급하다고 생각한다. 그리고 분수에 대한 지도 전에 분수의 사칙연산에서 나타날 수 있는 오류를 미리 예측하여 그러한 오류가 나타나지 않도록 주의를 기울여 지도할 필요가 있을 것이다.

셋째, 학생들이 범하는 오류는 학업성취 수준에 관계없이 동일한 오류를 보이는 것이

아니라 상수준은 계산오류에서, 중수준 및 하수준은 개념오류에서 오류를 많이 보이는 것처럼 성취수준에 따라 범하는 오류가 다르다는 것을 본 연구를 통해 확인했다. 이를 통해 모든 학생을 동일선상에 두고 지도하기보다는 학업성취 수준에 따라 나타나는 오류의 유형을 파악하여 학생들이 반복적인 오류를 범하지 않도록 내용이나 방법적인 측면에서 차이를 두고 지도해야 함에 주의를 기울여야 할 것이다.

참 고 문 헌

교육부 (2014a). **초등학교 교사용 지도서 수학 3-1.** 서울: 천재교육.

교육부 (2014b). **초등학교 교사용 지도서 수학 3-2.** 서울: 천재교육.

교육부 (2014c). **초등학교 교사용 지도서 수학 4-1.** 서울: 천재교육.

교육부 (2014d). **초등학교 교사용 지도서 수학 5-1.** 서울: 천재교육.

교육부 (2014e). **초등학교 교사용 지도서 수학 5-2.** 서울: 천재교육.

교육부 (2014f). **초등학교 교사용 지도서 수학 6-1.** 서울: 천재교육.

김민경, 김서영 (2014). 서술형 평가 문항에서 나타나는 초등학생의 분수 연산 능력과 오류 유형과의 관계. **한국학교수학회논문집, 17**(3), 409-434.

김선영 (2003), **분수의 덧셈, 뺄셈에 대한 오류 유형 분석 및 효과적인 지도방안 연구.** 국민대학교 대학원 석사학위 논문.

김진식 (1995). **국민학교 아동의 분수 계산에서 오류 유형 분석.** 한국교원대학교 대학원 석사학위 논문.

김춘화 (2004). **분수 덧셈 · 뺄셈 오류 유형 진단과 처방에 관한 연구.** 경인교육대학교 대학원 석사학위 논문.

송정화 (2005). **분수의 곱셈, 나눗셈의 문제 해결 과정에서 나타난 장애 요인 분석.** 전주교육대학교 대학원 석사학위 논문.

신현미 (2005). **분수 오류 유형에 대한 교수·학습 방법 분석.** 부산교육대학교 대학원 석사학위 논문.

안소현 (2015). **분수 곱셈과 나눗셈의 오류 유형 진단 및 지도방안 연구.** 대구교육대학교 대학원 석사학위 논문.

안지은 (2007). **초등학교 수학 학습부진아동과 일반아동의 분수 연산 능력 및 오류 유형 비교.** 한국교원대학교 교육대학원 석사학위 논문.

엄재엽 (2009). **초등학생의 분수 계산에서 나타나는 오류의 유형.** 대구교육대학교 대학원 석사학위 논문.

이경아 (1997). **유리수 계산에서 나타나는 오류의 현상적 분석: 초등학교 6학년을 중심으로.** 이화여자대학교 대학원 석사학위 논문.

이영주, 이광호, 이효진 (2012). 분수의 나눗셈에 대한 학습자의 인지구조. **한국초등수학교육학회지, 16**(2), 295-320.

이혜경, 김선유, 노은환, 정상태 (2010). 혼합계산을 포함한 분수와 소수의 계산에서 피드백 프로그램의 개발·적용에 대한 효과 분석. **한국초등수학교육학회지, 14**(2), 377-399.

임재훈 (2016). 분수 포함제와 제수의 역수 곱하기 알고리즘의 연결성. **한국초등수학교육학회지, 20**(4), 521-539.

조병윤 (1992). **분수 계산 오류의 효과적인 교정지도 방안.** 한국교원대학교 대학원 석사학

위 논문.

최경란 (2013). **분수 연산에서 오류 교정을 위한 프로그램 개발 및 적용.** 광주교육대학교 대학원 석사학위 논문.

추은영 (2003). **이분모 분수의 덧셈과 뺄셈에서 오류와 원인 분석.** 춘천교육대학교 대학원 석사학위 논문.

Behr, M. J., Lesh, R., Post, T. R., & Silver, E. A. (1983). Rational-number concepts. In R. Lesh & M. Landau (eds.), *Acquisition of mathematics concepts and process,* Academic Press, New York, pp. 91-126.

Ellerbruch. L. W. & Payne. J. N. (1978). A teaching sequence for initial fraction concepts through the addition of unlike fractions. In M. Suydam (ed.), *Developing computational skills.* Reston. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Hunting, R. P. (1984). Understanding equivalent fractions. *Journal of Science and Mathematics Education in S. E. Asia. 7*(1), 26-33.

Kamii, C., & Warrington, M. A. (1999), Division with fractions : A piagetian, constructivist approach, Hiroshima journal of Mathematics Education, 3, 53-62.

<Abstract>

An Analysis on the Error According to Academic Achievement Level in the Fractional Computation Error of Elementary Sixth Graders

Miyeon Park[4]; & Younghee Park[5]

The purpose of this study is to analyze the types of errors that may occur in the four arithmetic operations of the fractions after classified according to the level of academic achievement for sixth-grade elementary school student who Learning of the four arithmetic operations of the fountain has been completed. The study was proceed to get the information how change teaching content and method in accordance with the level of academic achievement by looking at the types of errors that can occur in the four arithmetic operations of the fractions.

The test paper for checking the type of errors caused by calculation of fractional was developed and gave it to students to test. And we saw the result by error rate and correct rate of fraction that is displayed in accordance with the level of academic achievement.

We investigated the characteristics of the type of error in the calculation of the arithmetic operations of fractional that is displayed in accordance with the level of academic achievement.

First, in the addition of the fractions, all levels of students showing the highest error rate in the calculation error. Specially, error rate in the calculation of different denominator was higher than the error rate in the calculation of same denominator

Second, in the subtraction of the fractions, the high level of students have the highest rate in the calculation error and middle and low level of students have the highest rate in the conceptual error. Third, in the multiplication of the fractions, the high and middle level of students have the highest rate in the calculation error and low level of students have the highest rate in the a reciprocal error. Fourth, in the division of the fractions, all levels of students have the highest r rate in the calculation error.

Key words: fraction, arithmetic operation, the level of academic achievement, additon, subtraction, multiplication, division

논문접수: 2017. 01. 15
논문심사: 2017. 02. 17
게재확정: 2017. 02. 23

4) headori@cbe.go.kr
5) yhpark@cje.ac.kr