한국초등수학교육학회지 *21*(2) 309-341.
2017. 05. 31
Journal of Elementary Mathematics Education in Korea *21*(2) 309-341.
May 31. 2017.

초등학교 6학년 학생의 백분율 이해에 관한 연구

이수은[1] · 정영옥[2]

본 연구에서는 초등학교 학생들의 백분율 이해에 대한 실태를 조사하고 이를 기초로 백분율 지도를 위한 시사점을 제공하고자 하였다. 이를 위해 부분 전체 과제, 변화 과제, 비교 과제로 구분한 16개의 문항으로 구성된 검사도구를 개발하고, 백분율을 학습한 초등학교 6학년 학생 182명을 대상으로 검사를 실시하여 각 문항의 정답률 및 학생들이 사용한 전략, 오류 유형을 분석하였다. 분석 결과 백분율 과제에 대한 정답률이 전반적으로 낮았고, 과제 유형별로는 부분 전체 과제의 정답률이 비교 과제와 변화 과제보다는 높았으며, 백분율 계산 전략은 형식적 동치 소수 전략뿐만 아니라 비형식적 전략도 많이 사용하였고, 다양한 오류 유형이 나타났다. 연구 결과를 바탕으로 백분율 지도를 위한 시사점으로 백분율의 의미 강조, 다양한 비교 과제와 변화 과제의 포함, 비형식적 전략의 강조와 모델의 사용, 다양한 백분율 상황에서 결과량, 백분율, 기준량 사이의 관계 파악을 제안하였다.

주제어: 백분율, 백분율 계산 전략, 백분율 오류 유형, 부분 전체 과제, 비교 과제, 변화 과제

Ⅰ. 서 론

백분율 개념은 일상생활에서 할인이나 이자율, 물가 상승률이나 감소율, 상점이나 기업의 매출액의 증가나 감소, 식품이나 약품의 구성 성분, 스포츠 기록, 설문조사 등 다양한 분야에 사용되고, 분수, 소수, 비와 비례 등 수학의 곱셈적 구조와 관련되어 있다. 이와 같이 백분율은 일상생활의 상황과 수학적 개념의 곱셈적 구조를 연결시켜주는 보편적이고 흔한 개념이지만 배우는 데는 어려움이 많다(Lo & Ko, 2013; Parker & Leinhardt, 1995). 백분율을 이해하는 데 있어서 학생들이 갖게 되는 어려움은 백분율의 기준이 100인 것에 대한 인식 부족, 백분율 기호에 대한 이해 부족, 100%보다 큰 백분율에 대한 어려움, 부분이 전체보다 큰 경우 부분과 전체의 혼동 등 다양하다(정영옥, 2016; Baratta et al., 2010; Reys et al., 2012).

학생들이 백분율을 이해하는 데 어려움을 갖게 되는 원인으로는 백분율 자체가 분수, 소수, 비와 비례 등 곱셈적 구조와 관련된 복합적인 개념일 뿐만 아니라 백분율을 지도할 때 백분율의 의미를 충분히 다루지 못하고, 백분율이 사용되는 상황들을 충분히 다루지 못할 뿐만 아니라 형식적인 백분율 계산에 중점을 두고 있기 때문으로 볼 수 있다(정영옥,

---

1) [제1저자] 경인교육대학교대학원
2) [교신저자] 경인교육대학교

2016; Parker & Leinhardt, 1995).

백분율 개념의 중요성을 고려하고, 학생들이 백분율 이해와 관련해서 갖게 되는 어려움을 극복하고자 다양한 백분율 상황에서 학생들이 가지고 있는 비형식적 전략의 활용과 학생들의 백분율 이해에 도움을 줄 수 있는 다양한 모델의 사용 등에 관한 연구들이 지속되고 있다(Gay & Aichele, 1997; Hoffer & Hoffer, 1992; Misailidou & Williams, 2002; Parker, 2004; Parker & Leinhardt, 1995; Price et al., 2014; Van den Heuvel-Panhuizen, 2003; White & Mitchelmore, 2005).

여러 나라의 교육과정에서도 이러한 점들을 인식하고 장기간에 걸쳐 백분율을 강조하고 있다. 예를 들면 미국에서는 교육과정에 해당하는 Common Core State Standards for Mathematics(CCSSI, 2010)에서 중학교 6, 7학년에 걸쳐 백분율을 지도하도록 하고 있고, 싱가포르에서는 초등학교 교육과정(MES, 2006)의 5, 6학년과 중학교 교육과정(CPDD, 2012)의 1학년에 백분율을 지도하도록 하고 있다. 또한 영국에서는 초등학교 5, 6학년을 위한 key stage 2(DfE, 2013a), 중학교를 위한 key stage 3(DfE, 2013b), 고등학교를 위한 key stage 4(DfE, 2014)의 교육과정에서 모두 백분율을 지도하도록 하고 있으며, 호주에서는 초등학교와 중학교를 위한 교육과정(ACARA, 2013a)에서는 초등학교 6학년과 중학교 7-9학년, 고등학교를 위한 교육과정(ACARA, 2013b)에서는 필수수학에서 백분율을 지도하도록 하고 있다.

우리나라의 경우 교육과정에서는 5-6학년군에 백분율을 지도하도록 되어 있다(교육과학기술부, 2011; 교육부, 2015c). 교과서에서는 6학년 1학기 4단원 [비와 비율]에서 간단하게 다루고 있다. 백분율의 의미와 관련해서 우리나라의 교과서에서는 하이킹에 참석한 학생 50명에 대해 완주한 학생의 비율을 분수, 소수로 나타낸 비율에 100을 곱하는 활동을 한 뒤 “비율에 100을 곱한 값을 백분율이라고 합니다.”(교육부, 2015a, p. 109)라고 백분율을 도입한다. 그러나 백분율은 기준량을 100으로 했을 때 비교하는 양의 크기를 나타낸 비율(강완 외, 2013)이라고 할 때, 백분율을 도입할 때 100을 기준으로 했을 때의 비교하는 양의 크기의 비율이 얼마인지를 충분히 다루어야 하지만, 이러한 의미보다는 백분율을 구하는 계산에 초점을 맞추고 있음을 알 수 있다. 한편, 우리나라 교과서의 비와 비율 지도의 전반적인 특징이기도 하지만 백분율의 지도에서도 학생들의 비형식적 전략이나 모델의 사용이 지극히 제한적이다(김경희, 백희수, 2010; 임재훈, 이형숙, 2015; 정영옥, 2016). 또한, 학생들의 비례추론 능력과 관련된 실태조사에서도 비례문제 해결에서 백분율과 관련된 문제의 정답률이 가장 낮다는 연구 결과가 보고되었다(권미숙, 김남균, 2009). 따라서 학생들의 백분율 지도 개선을 위한 지속적인 연구가 필요하며, 이를 위해서 현재 학생들의 백분율 이해와 관련된 실태를 조사하고 이를 바탕으로 그 방향을 모색하는 것이 필요하다.

이에 본 연구에서는 6학년 학생들을 대상으로 다양한 유형의 백분율 과제로 구성된 검사를 실시하여, 학생들의 정답률, 과제 유형별 정답률, 백분율 계산 전략 유형 및 오류 유형을 분석함으로써 학생들의 백분율 이해에 대한 실태를 파악하고, 이를 바탕으로 백분율 지도를 위한 시사점을 제공하고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 백분율의 의미

백분율은 소수와 분수뿐만 아니라 비와 밀접한 관련이 있기 때문에 그 의미도 다양하다. 본 연구에서는 Parker & Leinhardt(1995), Reys et al. (2012), van de Walle(2008), White & Mitchelmore(2005)의 의견을 종합해서 백분율을 수, 비, 연산자로 구분하고자 한다.

수로서의 백분율은 100개 중, 100당, 각 100 마다 얼마를 의미한다(Parker & Leinhardt, 1995). 이러한 의미는 “백 가운데 하나”, “매 백번마다”를 의미하는 “per centum“에서 파생된 것이다(Reys et al., 2012). 이러한 관점에서 백분율을 지도할 때는, 공식에 의한 계산보다는 백분율이 100개 중의 몇이라는 것을 학생들이 충분히 인지할 수 있도록 전체가 100인 것을 포함한 활동이 초기의 학습 경험으로 중요하며, 이를 분수와 소수로 표현하는 것도 중요하다. 예를 들면, 장미꽃 100송이 중 50송이, 25송이, 10송이는 몇 %인지, 장미꽃 100송이 중 50%, 25%, 10%는 몇 송이인지와 같이 실제 100개의 대상에 대한 백분율을 생각하고, 백분율을 분수와 소수로 나타내는 활동도 필요하다

비로서의 백분율은 기준을 100으로 한 비나 비율을 의미한다(Parker & Leinhardt, 1995; van de Walle, 2008; White & Mitchelmore, 2005). 이와 같은 관점으로 강완 외(2013)는 백분율은 기준량을 100으로 했을 때 비교하는 양의 크기를 나타낸 비율로 정의했고, 이용률(2010)은 기준이 되는 수량을 ‘100’으로 보았을 때의 비의 값에 ‘%’를 덧붙여 나타내며, ‘퍼센트’로 읽는다고 제시했다. 이러한 관점에서 백분율을 지도할 때는 기준량이 100이 아닌 상황에서도 기준량이 100인 것으로 생각해서 다른 양들을 재구조화하는 기준화가 매우 중요하다(Freudenthal, 1983). 예를 들면, 하이킹에 참가한 50명의 학생 중 40명이 완주를 했을 때, 완주한 학생들의 백분율을 구하려면, 기준량이 50이지만 이를 100으로 생각해서 40을 80으로 재구조화해야 하며, 이 과정에서 비례 추론이 매우 중요한 역할을 한다.

연산자로서의 백분율은 투입과 산출에 관련된 함수적 연산자를 의미한다(Parker & Leinhardt, 1995). 이것은 어떤 것의 몇 %에 해당하는 양을 구하는 것을 의미한다. 예를 들면, 3000원하는 물건의 세금이 5%일 때, 세금액은 얼마인지 또는 3000원하는 물건을 20% 할인할 때 할인한 가격을 구하는 것이다. 이러한 관점에서 백분율을 지도할 때는 연산자의 특성으로 인해 합성이 가능하기 때문에, 예를 들면 할인한 후에 재할인하든지, 가격을 인상했다가 할인을 할 수도 있고 반대일 수도 있기 때문에, 이러한 합성이 이루어질 때 기준량이 무엇인지를 명확히 할 필요가 있다. 또한 할인과 같은 상황에서는 할인한 가격을 구하는 것인지 할인해 준 가격을 구하는 것인지를 명백히 할 필요가 있다.

2. 백분율 과제 유형

백분율 과제를 구분하는 방법은 기준에 따라 다양하다. 본 연구에서는 우선 두 가지 기준, 즉 백분율이 사용되는 상황에 따라 부분 전체 과제, 비교 과제, 변화 과제(정영옥, 2016; Baratta et al., 2010; Parker & Leinhardt, 1995; Parker, 2004; White et al., 2007)로 구분하고, 구하는 대상에 따라 결과량을 구하는 과제, 백분율을 구하는 과제, 기준량을 구

하는 과제(Baroody & Coslick, 1998; Reys et al., 2012; Van de Walle, 2008)로 구분하고자 한다.

부분 전체 과제는 전체집합에 대한 부분집합의 크기를 나타내는 과제로 예를 들면, 하이킹 참가한 학생 수에 대해 완주한 학생 수의 백분율을 구하는 경우가 해당한다. 비교 과제는 서로 다른 집합들을 비교하는 과제로, 예를 들면 두 빌딩의 높이를 보고 한 빌딩의 높이를 기준으로 다른 빌딩의 높이의 백분율 구하는 과제가 있다. 변화 과제는 시간의 흐름을 따라 증가 또는 감소하는 집합의 변화를 나타내는 과제로 사진의 확대나 축소, 금액의 할인 등의 과제가 해당한다(Parker, 2004; White et al., 2007). 부분 전체 과제, 비교 과제, 변화 과제는 각각 결과량, 백분율, 기준량을 구하는 과제로 구분할 수 있다. 예를 들면, 부분 전체 과제는 설문조사에서 어떤 의견에 찬성하는 사람들이 몇 %인 것과 같은 상황에 관련된 것으로 찬성한 사람들의 수, 찬성율, 설문조사에 참여한 사람들의 수와 같이 어느 것을 구하느냐에 따라 결과량, 백분율, 기준량을 구하는 과제로 구분할 수 있다. 변화 과제는 물건가격의 할인이나 인상과 같은 상황에 관련된 것으로 할인 가격이나 인상 가격, 할인율이나 인상율, 원래 가격과 같이 어느 것을 구하느냐에 따라 기준량, 백분율, 결과량을 구하는 과제로 구분할 수 있다. 비교 과제는 회사별 전자 제품의 판매된 제품의 수에 대한 고장난 제품의 수를 비교하는 상황에 관련된 것으로 고장난 제품 수, 고장율, 전체 제품의 수와 같이 어느 것을 구하느냐에 따라 결과량, 백분율, 기준량을 구하는 과제로 구분할 수 있다. 특히 비교 과제의 경우는 백분율을 비교하는 경우가 대부분이다.

또한 백분율 과제는 일반적인 비례 추론 과제로 생각해서 닮음이나 축척과 관련된 것인지 아닌지에 따라 기하 과제와 대수 과제(Ben-Chaim et al., 2012; Reys et al., 2012)로 구분할 수 있다.

본 연구에서는 검사지를 구성할 때 과제 유형에 관한 위의 세 가지 관점을 종합하여 과제를 세 가지 범주로 구분했다. 첫째 범주는 영역에 따라 기하 과제와 대수 과제로, 둘째 범주는 유형에 따라 부분 전체 과제, 비교 과제, 변화 과제로, 셋째 범주는 구하는 대상에 따라 결과량, 백분율, 기준량을 구하는 과제로 나누었다.

3. 백분율 계산 전략

백분율 계산 전략을 구분하는 방법은 다양하다. Parker & Leinhardt(1995)는 백분율 계산 전략으로 방정식을 이용한 방법, 단위 분석 방법, 비례 추론 방법, 동치 소수 전략을 다루고 있으며, Reys et al. (2012)은 백분율 과제 해결 방법으로 비를 이용하는 방법과 방정식을 이용하는 방법을 제시하고 있고, White et al. (2007)은 기준 백분율 전략이 효과적임을 밝히고 있고, 정영옥(2016)은 여러 연구를 종합하여 기준 백분율 전략, 단위 백분율 전략, 비례 추론 전략, 동치 분수 전략, 동치 소수 전략으로 구분하고 있다. 이 연구에서는 정영옥(2016)의 연구를 반영하되 단위 백분율 전략도 기준 백분율 전략에 포함하여, 백분율 계산 전략을 기준 백분율 전략, 동치 분수 전략, 비례 추론 전략, 동치 소수 전략으로 구분하고자 한다. 또한 이런 전략은 학생들이 알고 있는 지식과 경험을 이용하여 스스로 생각해 낼 수 있는 비형식적 전략과 수학적으로 많이 정련된 방법으로 교과서에서 최종적으로 도달해야 할 전략으로 제시하는 형식적 전략으로 구분할 수 있다. 본 연구에서는 기준 백분율 전략, 동치 분순 전략, 비례 추론 전략은 비형식적 전략으로 동치 소수 전략은 형식적 전략으로 구분한다.

비형식적 전략 중 기준 백분율 전략은 어떤 백분율을 하나의 단위로 간주해서 다른 백

분율을 유도하는 전략이다. 단위 백분율 전략은 기준 백분율 전략의 특수한 경우로 1%를 기준으로 보는 전략이다. 예를 들면, 200의 30%를 구하려고 할 때, 기준 백분율 전략은 10%를 단위로 하여 10%는 20이므로 30%는 10%의 3배이므로 60으로 구하는 것이다. 단위 백분율 전략은 200의 1%가 2이므로 30%는 2의 30배인 60으로 구한다.

동치 분수 전략은 학생들이 잘 알고 있는 분수와 백분율의 관계를 이용하여 문제를 해결하는 전략이다. 예를 들면, 400의 25%를 구할 때, 25%가 1/4임을 알고 400의 1/4을 구해서 100으로 답하는 경우이다.

비례 추론 전략은 백분율이 비례관계임을 이용해 문제를 해결하는 전략이다. 예를 들면, 200의 30%를 구할 때, x:200=30:100 과 같이 비례식을 사용하거나, 이들의 비례 관계를 이용하여 문제를 해결한다. 정유경과 정영옥(2015)에 의하면 양적 과제와 관련된 비례추론 전략은 다시 추론 수준에 따라 0~3수준의 4단계로 나눌 수 있다. 수준 0은 비 비례 추론 수준으로 곱셈적 사고를 인지하지 못하며, 근거가 명확하지 않은 임의 전략이나 덧셈 전략을 사용하나 정답을 제시하지 못한다. 수준 1은 비형식적 추론 수준으로 문제 상황을 곱셈적으로 사고하며, 그림 등을 이용하여 상황을 이해하고 질적인 비교를 하기도 한다. 수준 2는 양적 추론 수준으로 구체물 없이 추론을 하거나, 모델을 사용할 때는 모델을 수치적 계산과 연결할 수 있으며 단위화 전략, 구성 전략, 단위 비율 전략 등의 다양한 전략을 사용한다. 수준 3은 형식적 추론 수준으로 비례식과 내항의 곱과 외항의 곱이 같음을 이용한 형식적 계산 전략을 사용할 수 있다.

형식적 전략인 동치 소수 전략은 백분율을 이와 동치인 소수로 바꾸어 해결하는 방법이다. 예를 들면, 50개의 사탕 중 20%가 빨간색 사탕이라면, 20%를 동치 분수인 20/100이나 동치 소수인 0.2로 바꾸어 50×(20/100)=10 또는 50×0.2=10으로 구하는 방법이다.

이런 백분율 계산 전략 중 가장 형식적인 동치 소수 전략을 일률적으로 가르치는 것은 그 의미를 잘 이해하지 못한 채 맹목적으로 동치 소수 전략을 적용하는 수준에 머무르게 할 가능성이 있다. 따라서 형식적인 동치 소수 전략을 도입하기 전에 학생들 스스로 전략을 개발할 수 있는 기회를 제공하는 것이 필요하다.

4. 백분율 오류 유형

백분율과 관련된 오류 유형은 여러 연구자의 관점을 반영하여 백분율 기준 오류, 백분율 기호 무시의 오류, 분자 오류, 임의 전략 오류, 덧셈적 오류, 기준량과 결과량의 혼동 오류 등으로 구분할 수 있다(Barrata et al., 2010, Parker & Leinhardt, 1995, Reys et al., 2012; White et al., 2007).

백분율 기준 오류는 백분율의 기준이 100이라는 사실을 잘 이해하지 못하는 것을 의미한다. 예를 들면, “학생의 5%가 결석했다면, 몇 명 중의 5명이 결석한 것인가?” (Reys et al., p. 362)와 같은 문제에서 기준이 100임을 이해하지 못해서 문제를 해결하지 못하는 경우이다. 백분율 기호 무시의 오류는 백분율 기호를 누락하거나 1/2과 1/2%를 구분하지 못하는 것을 의미한다(Parker & Leinhardt, 1995). 학생들은 백분율 기호의 의미를 정확히 이해하지 못하기 때문에 붙였다 떼었다 하는 이름표 정도로 생각하는 것이다.

분자 오류는 소수와 백분율을 전환할 때 백분율에서 숫자 오른쪽에 있는 백분율 기호를 숫자 왼쪽에 소숫점으로 대체할 수 있다고 생각하는 것을 의미한다(Parker & Leinhardt, 1995). 예를 들면, 55%는 0.55, 110%는 0.110, 9%는 0.9 또는 역으로 나타내는 경우이다. 물론 때로는 이런 전환이 옳은 답이 될 수도 있으나 많은 경우 잘못된 답이다.

임의 전략 오류는 어떤 연산을 사용해야 할지 모를 때 잘못된 근거를 가지고 연산을 선택하는 것을 의미한다(Parker & Leinhardt, 1995). 예를 들면, 4는 8의 몇 %인가를 구하는 문제에서 50%가 아니라 곱셈구구표를 연상하여 $8 \div 4$를 이용하여 2를 구하거나, 어떤 수의 11%가 145일 때 기준량을 구하는 문제에서 곱셈은 커지고 나눗셈은 작아진다는 연산에 대한 오개념과 곱셈과 나눗셈 개념에 대한 불충분한 이해로 인해 $145 \div 0.11$을 하는 것이 아니라 145×0.11을 하는 등 다양한 경우가 해당된다.

덧셈적 오류는 백분율에 한정된 것이 아니라 백분율을 포함하는 비례 추론 더 나아가서는 곱셈적 사고가 필요한 상황에 덧셈을 사용하는 것을 의미한다(White et al.. 2007). 예를 들면, 두 배구 선수들의 자유투 성공률을 비교할 때, 첫째 선수는 40번 던졌을 때 20번, 둘째 선수는 50번 던졌을 때 25번이 성공했다면, 누가 성공률이 더 높은지를 구하는 문제에서 50에서 10을 빼면 40이니까, 25에서 10을 빼면 15니까 첫째 선수의 성공률이 더 높다고 답하는 경우이다.

기준량과 결과량의 혼동 오류는 기준량을 항상 결과량보다 크게 생각해서 백분율을 구할 때 큰 수를 작은 수로 나누는 것을 의미한다. 예를 들면, 30은 60의 몇 %인지는 잘 구하지만, 60은 30의 몇 %인지를 물으면 30 나누기 60을 함으로써 50%라고 답하는 경우이다.

한편, 위에서 살펴본 오류 유형 외에 본 연구에서 학생들의 반응을 분석한 결과 문제의 반복 오류, 결과량 혼동 오류, 계산 오류, 분수 개념 관련 오류 등을 발견할 수 있었다. 또한 위에서 살펴본 오류 유형 중 백분율 기호 무시 오류나 분자 오류는 찾아볼 수 없었다.

따라서 본 연구에서는 백분율 오류 유형을 백분율 의미와 관련해서는 백분율 기준 오류, 백분율 계산과 관련해서는 임의 전략 오류, 덧셈적 오류, 기준량과 결과량의 혼동 오류, 문제의 반복 오류, 결과량 혼동 오류, 계산 오류, 분수 개념 관련 오류로 나누어 분석하고자 한다.

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구 대상

본 연구의 대상은 경기도 의왕시에 위치한 D 초등학교 6학년 4학급, 경기도 평택시에 위치한 J 초등학교 6학년 4학급으로 총 2개 학교에서 8학급 182명을 대상으로 하였다. D 초등학교와 J 초등학교의 학생들은 학력 수준이나 가정의 사회 경제적 수준이 중간 정도에 속한다고 할 수 있다. 연구에 참여한 학생들은 검사 한 달 전 수학수업을 통해 백분율을 학습한 상태이다. 백분율은 총 7차시에 걸쳐 백분율의 뜻, 비율을 백분율로 나타내는 방법, 주어진 비율과 기준량으로 비교하는 양 구하기, 주어진 비율과 비교하는 양으로 기준량 구하기, 용액의 진하기 구하기 등을 학습했다.

2. 검사도구

본 연구의 검사도구는 백분율 이해 실태조사를 위한 것으로 우리나라 교과서(교육부, 2015a), 미국의 MiC 교과서(Van den Heuvel-Panhuizen et al., 1997), 핀란드의 Laskutaito 교과서(Ilmavirta et al., 2012) 및 백분율에 관한 선행연구(White & Mitchelmore, 2005)를

참조하여 재구성하였다. 문항의 유형과 수는 영역별로는 대수 과제 8문항, 기하 과제 8문항, 유형별로는 부분 전체 과제 3문항, 변화 과제 9문항, 비교 과제 4문항, 구해야 하는 대상에 따라서는 백분율 과제 6문항, 결과량 과제 5문항, 기준량 과제 5문항으로 구분된다. 이 문항들 중 우리나라 교과서에서 다루지 않는 유형의 문항은 문항 2, 문항 13, 문항 16으로 선행연구에서 중요한 문항들로 다루고 있었고, 학생들의 실생활에서 쉽게 경험할 수 있는 문항들로 생각되어 포함하였다.

선정된 문항으로 검사지 초안을 마련하고, 2016년 7월 1일 연구대상이 속한 J 초등학교의 6학년 1개 학급을 대상으로 예비검사를 실시하였다. 예비 검사 결과 Cronbach's Alpha 계수 0.868로 높은 신뢰도를 보였다. 예비 검사 후 정답률이 낮았던 문항에 대해 다른 문항은 해결했지만 해당 문항을 해결하지 못했던 일부 학생을 대상으로 면담을 진행했고, 이를 바탕으로 문맥상 이해가 어려웠던 문항 일부의 문맥을 수정했다. 또한 4번과 7번 문항은 예비실험 시에는 한 문항 안에 소 문항 1)번과 2)번으로 구성되었으나, 소 문항2)를 소 문항1)과 연결하여 생각해 틀린 학생이 많아, 4번과 7번의 두 개의 문항으로 나누고, 같은 상황제시로 인한 간섭을 줄이고자 4번 문항은 영화를 보는 상황으로, 7번 문항은 연극을 보는 상황으로 상황 설정을 변경했다. 개발된 검사 도구는 초등수학교육 전문가와 교사를 포함하여 4인의 검토를 받아 완성하였다. 완성한 검사도구의 Cronbach's Alpha계수는 영역별로 대수과제 0.825, 기하과제 0.969, 유형별로 부분 전체과제 0.807, 변화과제 0.894, 비교과제 0.896, 구하는 대상별로 결과량 0.820, 기준량 0.803, 백분율 0.848로 높은 신뢰도를 보였다.

백분율 이해 실태 조사를 위한 검사지의 과제 유형과 구체적인 문항의 내용은 <표 1>과 같다.

3. 자료 수집 및 분석

본 검사는 경기도 의왕시에 위치한 D 초등학교 4학급과 경기도 평택시에 위치한 J 초등학교 4학급 총 182명을 대상으로, 2016년 7월에 수업시간을 활용하여, 16문항을 해결하도록 했다. 검사 시작 전 검사 실시에 따른 유의점을 J 초등학교는 연구자가, D 초등학교는 각 반 담임이 설명한 후 40분씩 2차시에 걸쳐 검사를 실시하여, 총 182명의 학생들의 검사지를 수집하였다.

자료를 분석하기 전 선행 연구 결과를 바탕으로 대략적인 분석틀을 마련하고, 예비 검사의 결과 분석을 통하여 분석틀을 구체화하였다.

학생들의 반응은 정답, 무응답, 오답으로 구분하여 백분율을 구하였고, 정답을 제시한 학생들의 풀이 과정을 살펴보면서 백분율 계산 전략을 분석하였으며, 오답을 제시한 학생들의 풀이 과정을 살펴보면서 백분율 오류 유형을 분석하였다. 정답 여부 및 전략 사용에 관한 분석은 J 초등학교 소속인 연구자와 백분율을 지도한 6학년 교사5인이 교차분석을 실시하였다. 일부 전략 구분이 어려운 답안은 연구자 및 분석에 참여한 6학년 담임교사와 논의를 통해 분류하였고, 이 과정에서 학생의 풀이 과정이 생략되어 전략을 파악하기 어려운 경우는 설명 불충분으로 분류하였다.

학생들의 반응은 각 문항별로 그리고 문항 유형별로 분석하였다. 문항 유형은 이론적 배경에서 살펴본 바와 같이 과제 유형별로 부분 전체 과제, 비교 과제, 변화 과제, 과제 영역별로 대수 과제와 기하 과제, 구해야 하는 대상별로 결과량, 백분율 과제, 기준량 과제로 나누어 분석하였다.

<표 1> 검사 문항의 과제 유형 및 내용

번호	과제 유형	구체적 문항 내용
1	대수-부분 전체-백분율	기준량이 각각 50개, 100개, 200개일 때 50개가 차지하는 백분율 구하기
2	대수-변화-결과량	20%할인 후 추가 10%할인한 크림빵의 가격 구하기
3	대수-변화-결과량	영화 티켓이 8000원일 때, 30%쿠폰과 4000원 할인 쿠폰 중 더 저렴하게 영화를 볼 수 있는 쿠폰 고르기
4	대수-변화-백분율	25000원 짜리 롤 케이크를 5000원 할인한다면 몇 % 할인한 것인지 구하기
5	대수-변화-기준량	20%할인을 받아서 1600원인 크림빵의 원래 가격 구하기
6	대수-변화-기준량	30%쿠폰과 4000원 할인 쿠폰 중 4000원 할인쿠폰이 더 저렴하게 연극을 볼 수 있을 때, 4개의 보기 중 원래 연극의 가격 찾기①12,000원 ②15,000원 ③18,000원 ④20,000원
7	대수-비교-백분율	3개의 주차장에 주차된 차를 비교해 가장 주차율이 낮은 주차장 찾기
8	대수-비교-기준량	두 농구선수의 슛 성공률이 같고, 첫 번째 선수와 두 번째 선수가 던진 슛의 개수가 다를 때 두 번째 선수의 골을 보고 슛의 개수 구하기
9	기하-부분 전체-백분율	도형에서 색칠한 부분이 전체의 몇 %일지 가장 가까운 답에 표기하기
10	기하-부분 전체-기준량	검은 공 14개, 흰 공의 전체 개수는 주어지지 않았을 때, 검은 공이 전체의 70%라면 흰 공은 몇 개일지 그리기
11	기하-변화-결과량	작년에 비해 10%만큼 자란 나무의 키 구하기
12	기하-변화-결과량	가로가 12cm인 사진을 150% 확대할 때 가로의 길이 구하기
13	기하-변화-결과량	150% 확대한 사진을 40%만큼 축소했을 때 축소한 사진의 가로의 길이 구하기
14	기하-변화-기준량	작년에 심은 나무가 10%만큼 자란 올해 키를 준 뒤 작년 나무의 키 구하기
15	기하-비교-백분율	국기에서 빨간색이 차지하는 부분의 백분율 구하기
16	기하-비교-백분율	두 빌딩의 높이를 보고 한 빌딩의 높이를 기준으로 다른 빌딩의 높이의 백분율 구하기

정답을 제시한 학생들이 사용한 백분율 계산 전략은 검사지와 면담을 통해 분석을 실시했다. 백분율 계산 전략을 분석을 위한 분석틀은 이론적 배경에서 살펴본 바와 같이 기준 백분율 전략, 비례 추론 전략, 동치 분수 전략과 동치 소수 전략으로 분류하였다. 비례적 추론 전략은 그 범위가 넓어 이를 세분화하여 비형식적 추론, 양적 추론, 형식적 추론 전략으로 구분했고, 교차 분석 과정에서 나타난 설명 불충분도 분석틀에 추가하였다.

오답을 제시한 학생들이 제시한 오류 유형은 1차 분석을 마친 뒤, 이론적 배경에서 살펴본 오류 유형을 기초로 분석에 참여한 교사 6명이 협의를 통해 학생들의 오류 유형을 몇 가지 범주로 나누고, 그 분류에 따라 오류 유형을 분석하였다. 오답을 제시한 학생 중 답은 썼으나 설명은 제시하지 않은 경우는 기타로 분류하였다. 분석 결과 문헌을 통해 알 수 있었던 오류 유형 3가지에 학생들의 반응 분석을 통해 새롭게 발견할 수 있었던 4가지

를 더 추가하여 오류 유형을 임의 전략 오류, 문제의 반복 오류, 덧셈적 오류, 기준량과 결과량의 혼동 오류, 결과량 혼동 오류, 계산 오류, 분수 개념 오류의 7가지로 구분하였다.

Ⅳ. 연구 결과

이 장에서는 학생들이 백분율의 의미를 어느 정도 이해하고 있는지 살펴보고, 백분율 과제에 대한 문항별 정답률과 과제 유형별 정답률, 정답을 제시한 학생들의 백분율 계산 전략에 대한 전반적인 경향을 분석한 후에 각 문항별로 백분율 계산 전략과 학생들의 반응 사례를 살펴보고, 오답을 제시한 학생들의 백분율 계산 오류 유형을 분석하고 그 사례들을 상세히 살펴보았다.

1. 백분율의 의미 이해

백분율 과제를 실행하기 전에 학생들이 백분율의 의미를 어느 정도 이해하고 있는지 알아보기 위해 부분 전체 과제에서 전체의 합이 100이 넘는 상황을 제시하고 이 상황에서 문제점을 찾도록 하였다. 이 문제에서 전체가 100%를 넘은 것을 발견한 학생들은 68.7%로 30% 이상의 학생들이 백분율의 의미와 관련해 기준이 되는 양이 ‘100’임을 이해하지 못했다. 본 검사 문항 중 10번과 16번을 제외한 모든 문항을 동치소수로 해결했으나 백분율의 의미를 묻는 문항의 문제점을 파악하지 못한 학생과 면담을 진행하였다. 〈에피소드 1〉은 연구자와 학생의 대화 장면이다.

<에피소드 1>

연구자: 1번 문제에서 이상한 점은 없었니?

학 생: 네.

연구자: 문제가 없다고 생각한 이유를 자세히 말해줄 수 있을까?

학 생: 학급비가 있고, 학급 도서랑, 간식비랑, 환경비에 썼으니까, 이상한 점이 없는 것 같은데요.

연구자: 그럼 예를 들어서 학급비가 100원 있다고 생각해보자. 그중에 50%는 학급도서를 구입했으니까 50원 썼고 남은 돈은 얼마야?

학 생: 50원.

연구자: 그럼 남은 50원이 있고, 전체 아까 100원이 있을 때 25%는 간식비로 쓴다고 하니까 25원은 간식비고, 그럼 남은돈은?

학 생: 25원.

연구자: 그런데 아까 35%를 환경비로 쓴다고 했으니까 35원이 더 필요하지 않나?

학 생: …

연구자: 이제 뭔가 이상한 점을 찾을 수 있지 않을까?

학 생: 돈이 모자라요.

〈에피소드 1〉을 살펴보면, 이 학생은 형식적인 계산 전략을 통해 결과량이나 기준량, 백분율을 구할 수는 있었으나 백분율의 기준이 100임은 인식하지 못하고 있었다. 그러나 연구자와의 면담을 통해 문제에서 제시된 백분율의 합이 100%를 넘어가므로, 돈이 모자라게

되고, 결국 학급 예산에서 백분율이 잘못 제시되어 있었음을 파악할 수 있었다. Baroody & Coslick(1998)은 백분율에서는 비교의 기준으로 100을 사용한다는 백분율의 의미를 강조해서 지도할 것을 주장하였다. 그러나 현행 교과서(교육부, 2015a)에서는 백분율을 도입할 때 비교의 기준이 100임을 안내하지 않은 채 "비율에 100을 곱한 값"이라는 계산 방법으로 제시하고 있으며, 이 학생의 경우 백분율 계산과 관련된 문제는 어려움 없이 해결했으나, 백분율의 의미와 관련해서 기준이 100임을 묻는 문항에서는 문제점을 찾지 못한 것으로 보인다.

2. 백분율 과제에 대한 문항별 정답률과 과제 유형별 정답률

백분율 과제에 대한 문항별 학생의 반응을 정답, 무응답, 오답으로 구분하여, 백분율을 제시하면 <표 2>와 같다.

<표 2> 백분율 과제에 대한 문항별 정답률

번호	과제 유형	정답		무응답		오답	
		인원 (명)	비율 (%)	인원 (명)	비율 (%)	인원 (명)	비율 (%)
1	대수-부분전체-백분율	133	73.1%	4	2.2%	45	24.7%
2	대수-변화-결과량	53	29.1%	46	25.3%	83	45.6%
3	대수-변화-결과량	135	74.2%	27	14.8%	20	11.0%
4	대수-변화-백분율	119	65.4%	20	11.0%	43	23.6%
5	대수-변화-기준량	46	25.3%	30	16.5%	106	58.2%
6	대수-변화-기준량	83	45.6%	43	23.6%	56	30.8%
7	대수-비교-백분율	89	48.9%	36	19.8%	57	31.3%
8	대수-비교-기준량	97	53.3%	20	11.0%	65	35.7%
9	기하-부분전체-백분율	113	62.1%	29	15.9%	40	22.0%
10	기하-부분전체-기준량	120	65.9%	25	13.7%	37	20.3%
11	기하-변화-결과량	120	65.9%	17	9.3%	45	24.7%
12	기하-변화-결과량	83	45.6%	55	30.2%	44	24.2%
13	기하-변화-결과량	53	29.1%	67	36.8%	62	34.1%
14	기하-변화-기준량	123	67.6%	12	6.6%	47	25.8%
15	기하-비교-백분율	155	85.2%	1	0.5%	26	14.3%
16	기하-비교-백분율	48	26.4%	46	25.3%	88	48.4%
계(%)		53.9		16.4		29.7	

<표 2>를 살펴보면 정답률은 53.9%, 오답률은 29.7%, 무응답률은 16.4%로 기대보다 낮았다. 이 문항들 중 표에서 색칠된 부분인 교과서에서 제시하지 않은 문항 2, 문항 13, 문항 16을 제외해도, 평균 정답률은 59.83%로 낮은 편이다.

전반적으로 문항의 정답률을 살펴보면, 가장 정답률이 높은 문항은 기하-비교-백분율 과제 유형인 문항 15로 85.2%의 정답률을 보였으며, 가장 정답률이 낮은 문항은 대수-변화-기준량 과제인 문항 5로 25.3%의 정답률을 보였다. 그러나 문항 5는 교과서에서도 다루는 문항이었다. 검사지에서 정답률이 70%를 넘은 문항은 문항 1, 3, 15의 3문제였으며, 30%이상 70%미만의 정답률을 보인 문항은 문항 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14로 9문제였고, 30%미만의 정답률을 보인 문항은 문항 2, 5, 13, 16의 4문제였다.

정답률이 높은 문항 1, 3, 15번은 25%, 50%, 75%, 100%와 같은 100이하의 간단한 백분

율로 분수로 나타냈을 경우 1/4, 1/2, 3/4로 나타낼 수 있거나 교과서에서 다루는 친숙한 문항이었다. 학생들은 백분율 상황에서 자연스럽게 기준점을 사용한다는 Reys et. al. (2012)의 주장과 같이, 연구 대상 학생들이 기준량의 반, 또는 반의 반과 같은 기준점을 사용하여 백분율을 구할 수 있었기 때문에 다른 문항에 비해 정답률이 높았을 것으로 보인다. 좀 더 자세히 살펴보면, 문항 1은 50, 100, 200에 대한 50의 백분율을 구하는 문항으로 간단한 분수들로 나타낼 수 있는 문항이었다. 문항 15는 가장 정답률이 높았던 문항으로 시각적 모델을 보고 1/2, 3/4과 같은 간단한 분수로 나타내고, 이 분수들에 대한 백분율을 사용하는 동치 분수 전략으로 문제를 해결할 수 있었을 것으로 보인다. 문항 3은 4개의 보기 중 30% 할인과 4000원 할인 중 더 유리한 쿠폰을 고르는 할인에 관련된 문항으로 교과서에서도 다루고 있는 친숙한 과제이며 정답을 제시한 학생들 중 가장 많은 학생들이 교과서에 제시된 동치 소수 전략으로 해결하였다.

반면 정답률이 낮은 문항 2, 5, 13, 16은 문항 5를 제외하면 교과서에 제시되지 않은 문제로 학생들에게 친숙하지 않고, 문항 2와 문항 13과 같이 기준량이 계속 변하거나, 문항 13이나 문항 16과 같이 100% 이상의 백분율에 관련된 문항이었다. 이는 기준량이 변하는 변화 과제나 100% 이상의 백분율을 다루는 데 학생들이 어려움을 겪는다는 기존의 연구(Baroody & Coslick, 1998; Parker & Leinhardt, 1995)와 일치한다.

좀 더 자세히 살펴보면, 문항 2와 문항 13은 할인을 한 후에 추가로 할인하고 확대한 후에 다시 축소하는 문항으로 기준량이 계속 변하는 변화 과제로 교과서에서 다루어 보지 않아 친숙하지 않을 뿐만 아니라 기준량의 변화를 인식하는 데 어려움을 겪기 때문인 것으로 보인다. 특히 문항 13은 무응답률도 36.8%로 가장 높다. 그러나 이런 상황은 실생활에서는 많이 겪어 볼 수 있는 것이기 때문에 이런 문항에 대한 고려도 필요해 보인다. 문항 5는 가장 정답률이 낮았던 문항으로 20% 할인을 받았을 때 1600원인 빵의 원래 가격인 기준량을 구하는 문제인데, 원래 가격의 80%에 해당하는 값이 1600원임에도 불구하고 백분율 상황을 잘 이해하지 못한 채 결과량인 1600원을 기준량으로 생각하여 1600원의 20% 할인한 금액을 계산해서 틀린 학생들이 가장 많았고, 형식적인 동치소수 계산 전략을 사용하여 결과량÷할인율로 계산해서 틀린 경우도 많았다. 또한 문항 5는 교과서에서 다루고 있는 친숙한 과제이기 때문에 무응답률이 16.5%로 낮은 편에 속하였으나, 무응답률이 높은 13번 문항보다도 낮은 정답률을 보였다. 그 이유를 생각해 보면, 이와 같은 문항은 교과서에서도 다루고 있으나 마무리 문제에 한정되어 있고, 결과량에 비해 기준량을 다루는 정도가 적으며 학생들이 상황을 이해하여 기준량, 백분율, 결과량 사이의 관계를 정확히 판단하기 전에 맹목적으로 동치 소수 전략을 사용하려고 하기 때문인 것으로 보인다. 문항 16은 기하-비교-백분율 문항으로 두 빌딩의 높이를 보고 한 빌딩을 기준으로 다른 빌딩의 상대적인 크기를 구하는 문항이었다. 문항에서 사진을 제시했으나 기준으로 삼는 빌딩과 비교해야 하는 빌딩을 혼동하여 해결하지 못하는 학생이 많았고, 다른 문항과 달리 정확한 수치가 아닌 어림으로 해결해야 하는 친숙하지 않은 문항이라 어려움을 겪은 것으로 보인다.

한편 과제 유형별로 정답률을 구분하여 제시하면 <표 3>과 같다.

<표 3> 과제 유형별 정답률

유형 / 정답률	영역		과제 유형			구하는 대상		
	대수	기하	부분 전체	변화	비교	백분율	기준량	결과량
정답률(%)	53.7	56.0	67.4	49.8	53.4	60.2	54.4	48.8

<표 2>와 <표 3>을 살펴보면 과제 영역에 따른 정답률은 대수 과제는 정답률이 25.3%에서 74.2%까지의 정답률을 보였고 평균 정답률 53.7%였고, 기하 과제는 26.4%에서 85.2%까지의 정답률을 보였고, 평균 정답률은 56.0%로 영역별 차이는 크게 나타나지 않았다. 교과서의 각 차시 활동에서 하이킹 참가, 체험 교실 참가, 도전 과제 성공률 등의 대수 과제와 사진 확대, 축소 문제 등의 기하 과제를 균형 있게 다루고 있기 때문에 대수와 기하에 큰 차이가 나지 않은 것으로 보인다.

과제 유형에 따른 정답률은 부분 전체 과제는 정답률이 62.1%에서 73.1%의 정답률을 보였고, 평균 정답률은 67.4%였다. 변화 과제는 25.3%에서 74.2%까지의 정답률을 보였고, 평균 정답률은 49.8%였다. 비교 과제는 26.4%에서 85.2%의 정답률을 보였고, 평균 정답률은 53.4%였다. 따라서 과제 유형에 따른 정답률은 부분 전체 과제에 비해 비교 과제와 변화 과제의 정답률은 많은 차이가 있었고, 특히 변화 과제의 정답률이 제일 낮았다. 이런 결과는 학생들이 상황이 매우 광범위하고 복잡한 변화 과제에 많은 어려움을 겪는다는 Price et al. (2014)의 연구 결과와도 일치한다. 정영옥(2016)의 분석 결과를 보면 현행 교과서(교육부, 2015a)에서 다루는 백분율 과제는 부분 전체 과제를 많이 다루고 변화 과제도 많이 다루는 편이지만 비교 과제는 많지 않다. 따라서 비교 과제의 경우는 좀 더 많은 문제들을 포함하는 것이 필요해 보이며, 변화 과제의 경우는 그 상황의 다양성과 복잡성을 고려하여 좀 더 다양한 상황과 관련된 과제들을 포함하는 것이 필요할 것으로 생각된다.

구하는 대상에 따른 정답률은 백분율을 구하는 과제는 26.4%에서 85.2%의 정답률을 보였고, 평균 정답률은 60.2였다. 기준량을 구하는 과제는 25.3%에서 67.6%의 정답률을 보였고, 평균 정답률은 54.4%였다. 결과량을 구하는 과제는 29.1%에서 74.2%의 정답률을 보였고, 평균 정답률은 48.8%였다. 따라서 구하는 대상에 따른 정답률은 백분율이 가장 높았고, 다음으로 기준량, 결과량의 순이었다. 구하는 대상에 따른 정답률을 정확하게 비교하려면, 각 과제별로 백분율, 기준량, 결과량을 묻는 문항들을 모두 제시하고, 이를 비교하는 것이 필요하지만 여기서는 선택된 과제 내에서만 비교하였기 때문에, 일반적으로는 구하는 대상에 따른 정답률은 결과량, 백분율, 기준량의 순이라는 기존의 연구 결과(Barrata et al., 2010; Paker & Leinhardt, 1995)와는 배치되는 결과가 나타났다. 결과량이 가장 낮게 나타난 이유는 결과량을 묻는 문항 2와 문항 13이 교과서에서는 다루지 않는 증가나 감소가 두 번 연속되는 문항으로 학생들이 어렵게 느꼈을 것으로 보인다.

백분율 계산에 대한 문항별 정답률과 과제 유형별 정답률의 분석 결과를 종합하면 다음과 같다.

첫째, 학생들의 백분율 과제에 대한 정답률은 기대보다 낮았다. 이는 교과서에서 다루지 않는 문항은 물론이고 대부분 교과서에서 다루고 있는 문항에 대해서도 마찬가지였다. 본 연구의 결과와 교과서의 비례 문제 해결 실태를 분석한 권미숙·김남균(2009)의 연구에서 백분율을 이용한 문제가 다른 문제에 비해 정답률이 낮았던 것을 고려하면, 학생들이 백분율 과제 해결에 특히 어려움을 보인다는 점을 알 수 있다. 이는 백분율은 곱셈적 사고를 바탕으로 하는 복합적인 개념이고 상황 또한 매우 다양하고 복잡한 데서 근본적인 원인을 찾아볼 수 있다. 앞에서도 언급하였듯이 여러 나라에서는 백분율의 중요성과 어려움을 고려하여 초등학교뿐만 아니라 중학교와 고등학교에서도 다루고 있다. 따라서 백분율 지도에 대한 좀 더 풍부하고 장기적인 지도에 대한 관심이 필요할 것으로 생각된다.

둘째, 학생들이 높은 정답률을 보인 문항들은 100이하의 백분율 중 분수로 1/2, 1/4과 같은 간단한 분수와 관련된 25%, 50%, 75% 등의 기준 백분율을 구하거나 이용한 문항들이었고, 정답률이 가장 낮은 문항들은 100이상의 백분율이나 30%나 40%와 같이 간단한 분

수와 연결하기 어려운 백분율을 구하거나 이용하는 문항들이었다. 따라서 White et al. (2007)이 강조하듯이 백분율 학습의 초기에는 100 이하의 백분율 중 간단한 분수와 관련된 기준 백분율을 사용할 수 있는 수부터 시작하되 좀 더 복잡한 수로 나아가고, 100% 이하에서 100% 이상의 백분율로 나아가되 학생들이 어려워하는 수들에 대해서는 좀 더 충분히 다룰 필요가 있다.

셋째, 과제 유형별로 정답률은 가장 높은 것은 부분 전체 과제이고, 비교 과제와 변화 과제는 상대적으로 낮았다. 이는 기존의 연구 결과들과 일치하는 것이지만 교과서에서 부분 전체 과제를 주로 다루지만 변화 과제도 많이 다룬다는 점을 생각한다면 변화 과제에 대해서는 좀 더 세심한 주의가 필요하다. 학생들은 분수를 배운 상태이기 때문에 기본적으로 부분 전체 과제에는 친숙하다. 그러나 비교 과제와 변화 과제는 부분 전체 과제에 비해 좀 더 깊이 있는 곱셈적 사고가 필요하며, 변화 과제의 경우는 매우 다양한 상황과 관련되어 있고, 특히 기준량이 계속 변하는 연산자의 합성이 가능한 복잡한 구조의 과제도 포함된다. 그러나 교과서에는 이렇게 기준량이 계속 변하는 과제는 포함되어 있지 않다. 한편 변화 과제 중 할인에 관련된 문제는 교과서에서는 다루고 있으나 가장 낮은 정답률을 보이고 있다. 따라서 변화 과제에서 정답률이 낮은 이유는 과제에 대한 친숙도의 영향을 받기 때문이기도 하지만, 다른 한편으로는 백분율 상황이 제시되었을 때, 기준량, 백분율, 결과량 사이의 관계를 포함하여 각 상황에 대한 명확한 인식 없이 맹목적으로 동치 소수 전략을 사용하려는 경향 때문인 것으로 보인다. 따라서 부분 전체 과제와 비교 과제 또한 충분히 다루되, 변화 과제에서는 좀 더 다양한 과제들을 다룰 필요가 있으며, 이 때 맹목적인 계산보다는 곱셈적 사고와 더불어 상황에 대한 파악이 우선되어야 한다.

3. 전반적인 백분율 계산 전략 분석

문항별 백분율 계산 전략은 현행 교과서 및 지도서에 제시한 전략을 형식적 전략으로, 다른 연구(정영옥, 2016; Parker & Leinhardt, 1995; White et al., 2007; Reys et al., 2012)에서 제시하고 있으나 교과서 및 지도서에 제시되지 않은 전략은 비형식적 전략으로 설명이 불충분하여 분석하기 어려운 경우는 기타로 분류했다.

정답을 제시한 학생들의 문항별 백분율 계산 전략을 살펴보면 <표 4>와 같다.

<표 4>를 살펴보면 학생들이 사용한 전략은 형식적 전략인 동치 소수 전략, 비형식적 전략인 기준 백분율 전략, 동치 분수 전략, 비례 추론 전략이 있었고 두 개 이상의 전략을 혼합하여 사용하기도 했다. 이 때 비례 추론 전략은 앞에서도 언급한 바와 같이 매우 다양해서 비형식 추론 전략, 양적 추론 전략, 형식적 추론 전략으로 다시 세분하였다. 학생들이 사용한 백분율 계산 전략의 비율을 살펴보면, 문항별로 차이는 있으나 전체적으로 형식적 전략인 동치 소수 전략이 54.8%, 그 외의 다양한 비형식적 전략이 45.2%였다. 이는 교과서에서 동치 소수 전략을 강조하는 것에 비추어 볼 때, 의외로 많은 학생들이 비형식적 전략을 사용한다는 것을 보여준다. 비형식적 전략 중에서는 기준 백분율 전략이 25.1%로 가장 높았고, 비례 추론 전략이 9.4%, 동치 분수 전략이 8.7%, 혼합 전략이 2.0%였다. 또한 비례 추론 전략의 경우 아직 수업에서는 비와 비율에 대해서만 다루었고 비례식을 다루지 않은 상태라 비례식의 내항과 외항의 곱이 같음을 이용하는 형식적 추론 전략은 2.1%로 상대적으로 적었다. 반면 곱셈적 사고를 바탕으로 그림이나 구체물을 이용하거나 질적 비교 등을 사용하는 비형식적 추론 전략이 3.6%, 곱셈적 사고를 바탕으로 구체물 없이 적절한 모델을 이용하여 계산 방법을 생각해 내는 양적 추론이 3.7%로 상대적으로 좀 더 많았다.

<표 4> 문항별 백분율 계산 전략

번호	과제 유형	형식적	비형식적						기타
		동치 소수	기준 백분율	동치 분수	비례추론			혼합 전략	설명 불충분
					비형식 추론	양적 추론	형식적 추론		
1	대수-부분전체-백분율	96	5	24	·	3	1	·	4
2	대수-변화-결과량	21	28	·	2	·	·	·	2
3	대수-변화-결과량	69	16	4	10	2	·	5	29
4	대수-변화-백분율	89	19	11	·	·	·	·	·
5	대수-변화-기준량	17	16	·	·	4	·	·	9
6	대수-변화-기준량	35	9	·	14	·	·	·	25
7	대수-비교-백분율	71	·	4	3	·	·	4	7
8	대수-비교-기준량	82	5	·	2	·	3	·	5
9	기하-부분전체-백분율	47	18	8	18	·	·	6	15
10	기하-부분전체-기준량	60	33	·	·	2	5	12	8
11	기하-변화-결과량	11	95	·	·	·	·	·	14
12	기하-변화-결과량	61	5	·	1	8	4	1	3
13	기하-변화-결과량	40	9	·	·	·	·	·	4
14	기하-변화-기준량	16	93	·	·	·	·	·	14
15	기하-비교-백분율	34	·	71	·	31	3	·	16
16	기하-비교-백분율	17	·	·	·	2	13	·	16
계 (%)		766 (54.8)	351 (25.1)	122 (8.7)	50 (3.6)	52 (3.7)	29 (2.1)	28 (2.0)	171
					131(9.4)				

또한 문항별 특성을 살펴보면, 문항 2 그리고 특히 문항 11, 문항 14는 변화 과제에서 결과량이나 기준량을 구하는 것으로 기준 백분율 전략을 사용한 학생들이 매우 많았고, 문항 15는 비교 과제에서 백분율을 구하는 것으로 동치 분수 전략을 사용한 학생들이 많았다. 위의 문항을 제외한 나머지 문항은 동치 소수 전략을 사용한 학생이 가장 많았다. 문항 2와 문항 3의 경우 두 문항 모두 할인 상황과 관련해서 대수-변화-결과량을 물었지만 20% 할인 후 다시 10% 할인을 한 금액을 묻는 문항 2에서는 기준 백분율을 가장 많이 사용한 반면, 정액할인과 정률할인 중 유리한 할인을 고르는 문항에서는 동치 소수 전략을 가장 많이 사용했다. 문항 2, 문항 11, 문항 12 모두 10%나 20%의 백분율과 관련된 것이라 기준 백분율을 이용하는 것이 쉬운 문항이었고, 문항 15의 경우는 간단한 분수 1/2과 1/4에 관련된 문항이라 동치 분수 전략을 손쉽게 사용할 수 있었던 것 같다. 이와 같이 학생들은 대체적으로 동치 소수 전략을 사용했지만, 문항의 특성, 특히 사용된 수의 특성에 따라 선호도가 다름을 알 수 있었다.

정답을 제시한 학생들이 사용한 백분율 계산 전략을 과제 유형별로 나누어보면 〈표 5〉와 같다.

〈표 5〉를 살펴보면, 과제 영역별로 학생들이 사용한 백분율 계산 전략은 대수 영역에서는 비형식적 전략 28.8%에 비해 형식적 전략인 동치 소수 전략은 71.2%로 형식적 전략을 훨씬 더 많이 사용하였다. 이는 교과서 및 교사용 지도서에 제시된 풀이가 대부분 동치 소수 전략으로, 수치 위주의 대수 과제를 해결할 때 학습 효과가 나타났을 것으로 보인다. 반면, 기하 영역에서는 형식적 전략 39.4%에 비해 비형식적 전략은 60.6%로 비형식적 전략을 훨씬 더 많이 사용하였고, 비형식적 전략 중에서는 기준 백분율 전략을 가장 많이 사

용하였고, 다음으로는 동치 분수 전략을 많이 사용하였다. 기하 과제는 그림이 문제에 함께 제시되어 기준점과 분수를 쉽게 사용할 수 있었기 때문으로 보인다.

<표 5> 과제 유형별 정답 전략

구분	유형	형식적	비형식적						기 타
		동치 소수	기준 백분율	동치 분수	비례추론			혼합 전략	설명 불충분
					비형식 추론	양적 추론	형식적 추론		
영역	대수	480	98	43	31	9	4	9	81
	기하	286	263	79	19	34	25	19	90
과제 유형	부분전체	203	56	32	18	6	6	18	27
	변화	359	290	15	27	14	4	6	100
	비교	204	15	75	5	23	19	4	44
구하는 대상	백분율	354	52	118	21	27	17	10	58
	기준량	210	156	·	16	6	8	12	61
	결과량	202	153	4	13	10	4	6	52

과제 유형별 백분율 계산 전략은 부분 전체 과제 59.9%, 비교 과제 59.1%, 변화 과제 50.2%의 순으로 형식적 전략인 동치 소수 전략을 가장 많이 사용했다. 그러나 그 차이는 상대적으로 그렇게 크지는 않음을 알 수 있었다. 특히 변화 과제의 경우는 형식적 전략과 비형식적 전략을 사용한 비율이 거의 동일한데, 그 이유는 변화 과제의 경우 과제에 사용된 수치가 기준점을 사용하기에 적절했기 때문인 것으로 보인다. 또한 부분 전체 과제와는 달리 변화 과제와 비교 과제에서는 비형식적 비례 추론 전략으로 해결하는 것이 효율적일 수 있으나 학생들은 비례 추론 전략을 많이 사용하지 않았다. 그 이유는 학생들이 지금까지 배운 비와 비율의 내용으로는 충분한 비례 추론 능력을 개발하기 어려웠기 때문인 것으로 생각된다.

구해야 하는 대상별 백분율 계산 전략도 백분율을 구하는 과제는 59.1%, 기준량과 결과량을 구하는 과제는 51.5%로 형식적 전략인 동치 소수 전략을 가장 많이 사용했다. 그러나 그 차이는 상대적으로 그렇게 크지 않음을 알 수 있었다. 특히 기준량과 결과량을 구하는 과제는 거의 동일하였다. 한편, 비형식적 전략 중 많이 사용한 전략에서는 차이를 보였는데, 백분율을 구하는 과제에서는 동치 분수 전략을 많이 사용한 반면 기준량이나 결과량을 구하는 과제에서는 기준 백분율 전략을 많이 사용하였다. 그 이유는 과제의 특성상 전자는 간단한 분수를 사용하여 이에 대한 백분율을 구하는 것이 쉬운 방법이고, 후자는 예를 들면 1%나 10%와 같은 기준 백분율에 대한 양을 구해서 적절한 수를 곱해서 기준량이나 결과량을 구하는 것이 쉬운 방법이기 때문인 것으로 생각된다.

정답을 제시한 학생들이 사용한 백분율 계산 전략 분석 결과를 종합하면 다음과 같다.

첫째, 학생들이 사용한 백분율 계산 전략 중 형식적 전략 54.8%가 비형식적 전략 45.2%보다 다소 높지만, 큰 차이가 있다고 말하기는 어렵고, 비형식적 전략으로는 기준 백분율 전략, 비례 추론 전략, 동치 분수 전략, 혼합 전략 등 다양한 전략들을 사용하였다. 앞 절에서 분석한 정답률 평균이 53.9%이고, 정답을 제시한 학생들 중에 설명을 충분하게 제시하지 못하는 학생들도 10.9% 정도 되고, 설명을 제시한 학생들 중에서도 비형식적 전략을 사용하는 학생들이 50%에 가깝다는 점을 고려한다면, 형식적 전략인 동치 소수 전략 지도의 효율성과 관련해서 좀 더 깊이 있는 논의가 필요한 것으로 보인다. 학생들은 일상생활

에서 백분율을 쉽게 접할 수 있기 때문에 백분율을 배우기 전에 많은 비형식적 지식과 전략을 알고 있지만, 백분율을 배우면서 형식적 절차를 배우면 배울수록 자신들의 비형식적 전략을 사용하지 못할 뿐만 아니라 문제 해결에 어려움을 느끼는 학생들이 종종 있다는 연구 결과(Moss, 2002; Parker & Leinhardt, 1995; Reys et al., 2012)에 비추어 볼 때, 학생들의 비형식적 전략과 학교에서 가르치는 형식적 전략을 어떻게 연결시킬 것인가의 문제를 고민해야 한다.

둘째, 학생들이 사용하는 전략은 과제 영역별로는 대수 과제는 형식적 전략을 훨씬 더 많이 사용하고, 기하 과제는 비형식적 전략을 더 많이 사용하는 차이를 보였지만, 과제 유형별, 구하는 대상에 있어서는 큰 차이를 보이지 않았다. 기하 과제의 경우 비형식적 전략을 생각해 낼 수 있었던 것은 간단한 수치뿐만 아니라 적절한 그림과 함께 문제를 제시함으로써 기준점과 분수를 쉽게 떠올릴 수 있었던 것으로 생각된다. 백분율 지도와 관련해서 시각적 모델의 유효성에 대해서는 많은 연구자들이 강조하고 있다(임재훈, 이형숙, 2015; 정영옥, 2016; Parker, 2004; Reys et al., 2012; Van den Heuvel-Panhuizen, 2003; White et al., 2007). 따라서 학생들에게 백분율을 지도할 때 문제 상황에 맞는 적절한 전략을 개발하기 위해서는 적절한 모델을 사용하는 것이 중요하며, 이를 이용하여 비형식적 전략과 형식적 전략의 연결을 꾀하는 것이 필요해 보인다.

4. 문항별 백분율 계산 전략 분석

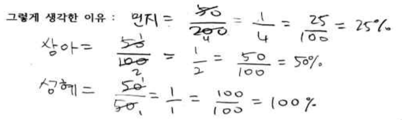
이 절에서는 학생들이 문제를 해결하는 데 사용한 백분율 계산 전략을 문항별로 상세히 알아보고자 한다. 그러나 지면의 한계로 인해 과제 유형과 정답률을 고려하여, 대수-부분 전체-백분율, 대수-변화-결과량, 대수-비교-기준량, 기하-부분 전체-결과량, 기하-변화-결과량, 기하-비교-백분율 과제의 6개 문항을 선정하였다.

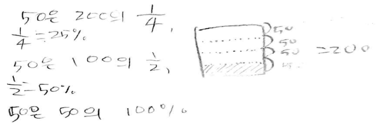
가. 대수-부분 전체-백분율 유형

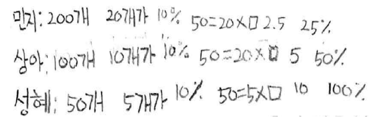
대수-부분 전체-백분율 유형인 문항 1의 정답률을 살펴보면, 정답 73.1%, 오답 24.7%, 무응답 2.2%로 나타났다. 문항 1을 해결하기 위해서는 기준량이 50에서 100, 200으로 변할 때 백분율의 변화를 알아야 한다. 문항 1의 사용 전략 및 해결 방안은 <표 6>과 같다.

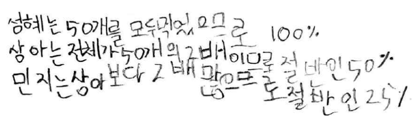
<표 6>을 살펴보면, 학생들이 가장 많이 사용한 전략은 형식적 전략인 동치 소수 전략으로 전체의 72.2%에 해당한다. 동치 소수 전략을 사용한 학생은 50개, 100개, 200개 중의 50개가 해당하는 만큼의 백분율을 구하기 위해 “비율×100”을 활용하여 (50÷100)×100, (100÷100)×100, (200÷100)×100을 각각 계산하거나 비율을 분모가 100인 분수로 만들어 문제를 해결했다. 비형식적 전략을 사용한 학생은 많지 않으나 동치 분수 전략 18.0%, 기준 백분율 전략 3.8%, 비례 추론 전략 중 양적 추론 전략 2.3%와 형식적 추론 전략 0.7%였다. 동치 분수 전략을 사용한 학생은 분모를 100으로 고치지 않고 1/4, 1/2에 해당하는 백분율을 찾아냈다. 기준 백분율 전략을 사용한 학생은 각각의 경우에서 젤리 1개 혹은 10개가 차지하는 백분율을 구한 뒤 기준 백분율에 구하고자 하는 백분율을 유도했다. 양적 추론 전략을 사용한 학생은 비례식 없이 비례 관계를 사용해서 50개 중 50개를 다 먹은 성혜의 경우 전체를 모두 먹었으므로 100%를 먹었다고 설명한 뒤, 상아는 성혜가 산 젤리보다 2배의 젤리를 샀으나 먹은 전체 개수는 같으므로 상대적으로 절반을 먹었다고 생각하여 50%를, 민지는 상아의 2배의 젤리를 샀으므로 역시 상아에 비해 상대적으로 절반을 먹었다고 생각하여 25%라고 문제를 해결했다.

<표 6> 문항 1에서 사용된 백분율 계산 전략

<table>
<tr><td>문항 내용</td><td colspan="7">상아, 민지, 성혜는 마트에서 젤리를 사려고 합니다. 젤리는 3가지 크기의 병에 담겨있었는데, 민지는 200개짜리 큰 병을, 상아는 100개짜리 중간 병을, 성혜는 50개짜리 작은 병을 샀습니다. 세 명 모두 사온 첫날 젤리를 50개씩 먹었습니다. 세 명이 각각 자신이 산 젤리의 몇 %를 먹었습니까? 그렇게 생각한 이유를 자세히 설명하세요.</td></tr>
<tr><td>사용 전략</td><td>동치
소수</td><td>동치
분수</td><td>기준
백분율</td><td>양적
추론</td><td>형식적
추론</td><td>설명
불충분</td><td>계</td></tr>
<tr><td>응답수
(%)</td><td>96
(72.2)</td><td>24
(18.0)</td><td>5
(3.8)</td><td>3
(2.3)</td><td>1
(0.7)</td><td>4
(3.0)</td><td>133
(100)</td></tr>
<tr><td>해결방안
예시</td><td colspan="7">

[동치 소수 전략]


[동치 분수 전략]


[기준 백분율 전략]


[양적 추론 전략]</td></tr>
</table>

나. 대수-변화-결과량 유형

대수-변화-결과량 유형인 문항 3의 정답률을 살펴보면 정답 74.2%, 오답 11.0%, 무응답 14.8%로 나타났다. 이 문항은 정률쿠폰과 정액쿠폰 중 더 유리한 쿠폰을 구하는 문제로 기준량에 대하여 더 큰 할인을 받을 수 있는 쿠폰을 고르는 문제이다. 기준량이 주어져 있으므로 정률쿠폰을 썼을 때의 비율을 곱해 할인되는 금액을 구하거나 정액쿠폰이 할인되는 비율을 구해 이 둘을 비교해 문제를 해결할 수 있다. 할인 문제는 교과서에서도 제시된 문제로 정답률이 높은 편이었다. 교과서에서 제시한 할인 문항은 두 종류로 기준량과 결과량을 제시하여 할인율을 구하도록 한 뒤, 그 할인율을 이용해 기준량이 변했을 때 결과량을 구하는 문항과 할인율과 결과량을 제시하고 이를 이용하여 원래 정가를 구하도록 하는 문제이다. 지도서에서는 이 두 가지 경우 모두 동치소수 방법으로 문제를 해결하고 있다. 문항 3의 사용 전략 및 해결 방법은 〈표 7〉과 같다.

〈표 7〉을 살펴보면, 학생들이 가장 많이 사용한 전략은 형식적 전략인 동치 소수 전략으로 전체의 51.1%였다. 동치 소수 전략으로 해결한 학생은 8000원의 30%를 구하기 위해 8000×30/100=2400 또는 8000×0.3=2400으로 30% 할인보다 4000원 할인이 더 유리하다고 하였다. 이 문항은 비형식 전략도 많이 사용했는데, 기준 백분율 전략 11.9%, 비례 추론 전략 중 비형식 추론 전략 7.4%, 혼합 전략 3.7%, 동치 분수 전략 3.0%, 비례 추론 전략 중 양적 추론 전략1.5%였다. 기준 백분율 전략을 사용한 학생은 8000원의 10%를 구한 뒤 10%의 3배인 30%를 구했다. 비형식 추론 전략을 사용한 학생은 질적 추론 전략으로 30% 할인을 계산하지 않고 50%보다 적기 때문이라거나, 30%는 4000원이 되지 않기 때문이라

고 하였다. 동치 분수 전략을 사용한 학생은 8000원에 대한 4000원을 간단히 하여 1/2을 구한 다음, 1/2을 50%로 바꾸어 50%가 30%보다 더 많이 할인을 받으니까 더 싸다고 답했다. 혼합 전략을 사용한 학생은 4000원에 해당하는 50%, 30%에 해당하는 2400원을 구해 백분율과 할인액을 모두 비교해서 문제를 해결했다. 특히 이 문항은 4000원 할인이 더 저렴하게 영화를 볼 수 있다고 답은 하였으나 설명이 불충분해서 전략을 구분하기 힘든 경우도 21.5%였다.

<표 7> 문항 3에서 사용된 백분율 계산 전략

문항 내용	문화의 날에 지연이는 영화를 보려고 합니다. 지연이에게는 30% 할인쿠폰 한 장과 4000원 할인 쿠폰이 한 장 있습니다. 영화티켓이 8000원일때, 지연이가 더 싸게 영화를 볼 수 있는 쿠폰은 무엇일지 고르세요. 그렇게 생각한 이유를 자세히 설명하세요.(4000원 할인 쿠폰과 30%할인 쿠폰 두 장을 동시에 사용할 수는 없습니다.)							
사용 전략	동치 소수	기준 백분율	비형식 추론	혼합 전략	동치 분수	양적 추론	설명 불충분	계
응답수 (%)	69 (51.1)	16 (11.9)	10 (7.4)	5 (3.7)	4 (3.0)	2 (1.5)	29 (21.5)	135 (100)
해결방안 예시	$8000 \times \frac{30}{100} = 2400$원 [동치 소수 전략] 그렇게 생각한 이유 : 8000의 10%는 800 800x3=2400 2400원할인 4000할인은 50% 그러므로 4000원할인이 더싸게볼수있다 [기준 백분율 전략] 4000원 할인쿠폰은 영화티켓이 4000원인데 30%는 4000원 할인이 안되기 때문에 [비형식 추론 전략] $\frac{4000}{8000} = \frac{1}{2} = 50\%$ [동치 분수 전략] 4000원은 8000원의 $\frac{1}{2}$ 이므로 50 % 30 %는 $8000 \times \frac{30}{100} = 2400$ 4000 원 할인이 유리하다 [혼합 전략]							

다. 대수-비교-기준량 유형

대수-비교-기준량 유형인 문항 8의 정답률을 살펴보면 정답 53.3%, 오답 35.7%, 무응답 11.0%로 나타났다. 이 문제를 해결하기 위해서는 첫 번째 선수를 통해 슛 성공률을 구한 뒤, 두 번째 선수의 골의 개수와 성공률을 이용하여 두 번째 선수가 던진 슛의 개수를 구해야 하므로 비율, 기준량을 모두 구할 수 있어야 한다. 문항 8을 해결할 때 사용한 전략 및 해결 방법은 〈표 8〉과 같다.

〈표 8〉을 살펴보면, 학생들이 가장 많이 사용한 전략은 형식적 전략인 동치 소수 전략으로 전체의 84.5%였다. 동치 소수 전략을 사용한 학생은 첫 번째 선수의 슛 성공률을 골

의 수(결과량)÷슛의 수(기준량)으로 성공률(비율)을 구한 뒤, 비율이 같음을 이용해 결과량÷비율로 기준량을 구했다. 비형식적 전략을 사용한 학생들은 매우 적었고, 기준 백분율 전략 5.2%, 비례 추론 전략의 형식적 추론 전략 3.0%, 비형식 추론 전략 2.1%였다. 기준 백분율 전략을 사용한 학생은 첫 번째 선수가 50개의 슛을 던졌으므로 5개의 슛이 전체 슛의 10%로 20개의 골은 5×4=20이므로 40%의 슛 성공률을 보였음을 이용하여 문제를 해결했다. 형식적 추론 전략을 사용한 학생은 비례식을 쓰고 내항과 외항의 곱이 같음을 이용하여 문제를 해결했다.

<표 8> 문항 8에서 사용된 백분율 계산 전략

문항 내용	두 농구선수는 슛 성공률이 같습니다. 첫 번째 선수는 50개의 슛을 던져 20골을 넣었고, 두 번째 선수는 □개의 슛을 던져 12개의 골을 넣었습니다. 두 번째 선수는 몇 개의 공을 던졌을까요? 그렇게 생각한 이유를 자세히 설명하세요.					
사용 전략	동치 소수	기준 백분율	형식적 추론	비형식 추론	설명 불충분	계
응답수 (%)	82 (84.5)	5 (5.2)	3 (3.0)	2 (2.1)	5 (5.2)	97 (100)
해결방안 예시	첫번째 선수의 슛성공률은 20÷50=2/5다. 두번째 선수도 2/5만큼 골을 넣으려면 던진개수는 12÷2/5=12×5/2=30 개여야 한다 [동치 소수 전략]	50의 10%는 5 5×4=20 40% □×4=12 □=3 30% [기준 백분율 전략]	50:20=□:12 이므로 50×12=600÷20=30개 입니다. [형식적 추론 전략]			

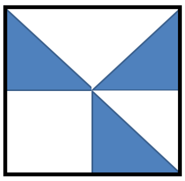
라. 기하-부분 전체-결과량 유형

기하-부분 전체-결과량 유형인 문항 9의 정답률을 살펴보면 정답 62.1%, 무응답 15.9%, 오답 22.0%로 나타났다. 이 문항을 해결하기 위해서는 정사각형을 6개의 블록으로 나누었을 때, 색칠한 부분의 넓이가 차지하는 비율을 어림하는 것으로 블록의 개수가 아닌 넓이를 이용해서 문제를 해결해야 한다. 이 문제는 학생들이 전체 면적의 절반보다 약간 적게 색칠이 되어 있음을 이용하여 계산을 하지 않고 35%임을 쉽게 알 수 있을 것이라 예상했다. 그러나 정답률이 62.1%로 16문항 중 8번째로 중간 정도에 해당한다. 오답을 제시한 대부분의 학생은 문제에 수치가 주어져있지 않아서 어려워했으며, 학생 스스로 기준량, 결과량의 수를 찾고자 전체 블록의 수를 기준량으로, 색칠된 블록의 수를 결과량으로 인식하여 색칠된 블록의 수÷전체 블록의 수로 50%라 답했다. 문항 9를 해결할 때 사용한 전략은 〈표 9〉와 같다.

〈표 9〉를 살펴보면, 학생들이 가장 많이 사용한 전략은 형식적 전략인 동치 소수 전략으로 전체의 41.6%였다. 이 경우에도 학생들은 수를 이용하고자 색칠한 삼각형을 기준으

로 정사각형의 넓이를 구한 뒤 색칠한 삼각형의 넓이÷정사각형의 넓이로 문제를 해결했다. 이 문항은 특성상 비형식적 전략을 사용한 학생들이 많았는데, 기준 백분율 전략 16.0%, 비례 추론 전략 중 비형식 추론 전략이 16.0%, 동치 분수 전략이 7.1%, 혼합 전략이 5.3%였다. 기준 백분율 전략을 사용한 학생은 삼각형 한 개가 차지하는 넓이를 기준 백분율로 정한 뒤 삼각형의 개수가 3개임을 이용하여 기준백분율×삼각형의 개수로 문제를 해결했다. 비형식적 추론 전략을 사용한 학생은 수를 사용하지 않고 색칠된 삼각형들을 모아서, 전체의 25%보다는 크고 절반보다는 작다는 질적인 추론을 통해 문제를 해결했다. 혼합 전략을 사용한 학생은 동치 분수 전략을 사용해서 2/8를 25%, 4/8=1/2을 50%로 바꾼 후에 3/8은 25%와 50% 사이이므로 35%라는 질적인 추론을 통해 문제를 해결했다.

<표 9> 문항 9에서 사용된 백분율 계산 전략

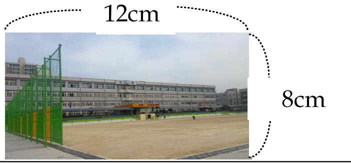
문항 내용	다음 그림에서 색칠한 부분이 전체 그림의 몇 %인지 구하여 알맞은 답이나 가까운 답에 ○표를 하고 그렇게 생각한 이유를 자세히 설명하세요.  <보기> 20% 35% 50% 68%						
사용 전략	동치 소수	기준 백분율	비형식 추론	동치 분수	혼합 전략	설명 불충분	계
응답수 (%)	47 (41.6)	18 (16.0)	18 (16.0)	8 (7.1)	6 (5.3)	15 (13.3)	112 (100)
해결방안 예시	:전체의 수를 삼각형으로 세어보면 8개이다. 이중에 색칠한부분은 3개니까 3÷8을 해서 37.5%가 나왔다. 37.5%가 가까운수는 35 니까 35라고 했다 [동치 소수 전략] 그렇게 생각한 이유 :세모 2개를 합쳐서 네모를 만들어서 25을 얻고 25÷2를 해서 한개남은 세모를 구해서 35%가 나왔다. [기준 백분율 전략] 그렇게 생각한 이유 : 위에있는세모두개를 붙여사각형으로만든뒤 아래의세모으로 빈공간에 넣는다 절반이 채워지지않았고 20%이라고 하기에는이미 25%가넘었기때문에35%이다 [비형식 추론 전략] $\frac{2}{8}=25\%$ $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$ 50% $\frac{3}{8}$은 $\frac{2}{8}$와 $\frac{4}{8}$사이 이므로 35%. [혼합 전략]						

마. 기하-변화-결과량 유형

기하-변화-결과량 유형인 문항 12의 정답률을 살펴보면 정답 45.6%, 오답 24.2%, 무응답 30.2%로 나타났다. 이 문항은 교과서 8차시에 제시된 문항에 가로의 길이만 바꾸어 제시한 문항이지만 정답률은 16문항 중 네 번째로 낮았다. 이 문항을 해결하기 위해서는 비율과 기준량을 통해 비교하는 양, 즉 결과량을 구할 수 있어야 한다. 문항 12를 해결할 때 학생이 사용한 전략과 해결 방안은 <표 10>과 같다.

<표 10>을 살펴보면, 학생들이 가장 많이 사용한 전략은 형식적 전략인 동치 소수 전략으로 전체의 73.5%였다. 동치 소수 전략을 사용한 학생은 가로의 길이×150/100 또는 가로의 길이×1.5로 계산했다. 비형식적 전략을 사용한 학생들은 많지 않으나 양적 추론 전략 9.6%, 기준 백분율 전략 6.0%, 형식적 추론 전략 4.85, 혼합 전략 1.2%, 비형식 추론 전략 1.2%였다. 양적 추론 전략을 사용한 학생은 전체를 100으로 보았을 때, 150%는 전체의 절반만큼을 더하는 것으로 12cm의 절반인 6cm를 더해 18cm라는 답을 구했다. 기준 백분율 전략을 활용한 학생은 가로의 길이의 10%를 구한 뒤, 이를 15배하여 문제를 해결했다. 형식적 추론 전략을 사용한 학생은 비례식 12:100=□:150을 쓰고 내항의 곱과 외항의 곱이 같다는 성질을 활용하여 문제를 해결했다.

<표 10> 문항 12에서 사용된 백분율 계산 전략

<table>
<tr><td>문항 내용</td><td colspan="8">예원이의 담임선생님께서는 우리학교를 조사하는 숙제를 내주셨습니다. 학교 주변을 조사해 사진을 찍은 예원이네 모둠은 사진을 학교 홈페이지에 올리려고 합니다. 사진파일의 크기는 가로 길이는 12cm입니다. 사진의 크기가 작아 150% 확대하여 올리려고 합니다. 홈페이지에 올린 사진의 가로 길이는 몇cm입니까?
그렇게 생각한 이유를 자세히 설명하세요.
</td></tr>
<tr><td>사용 전략</td><td>동치
소수</td><td>양적
추론</td><td>기준
백분율</td><td>형식적
추론</td><td>혼합
전략</td><td>비형식
추론</td><td>설명
불충분</td><td>계</td></tr>
<tr><td>응답수
(%)</td><td>61
(73.5)</td><td>8
(9.6)</td><td>5
(6.0)</td><td>4
(4.8)</td><td>1
(1.2)</td><td>1
(1.2)</td><td>3
(3.6)</td><td>83
(100)</td></tr>
<tr><td>해결방안
예시</td><td colspan="4">기준량 × 비율 = 비교하는 양 이므로
확대한 사진의 길이 = 12 × 150/100 = 18
[동치 소수 전략]

12의 10%는 1.2cm
1.2 × 15 = 18
[기준 백분율 전략]</td><td colspan="4">150% 확대한다는 건
100에서 50 커지는 더한다는 뜻이므로
12의 반인 6을 12에 더하면 18cm 입니다
[양적 추론 전략]

100 : 12 = 150 = □
100 × □ = 12 × 150 = 1800
□ = 18
[형식적 추론 전략]</td></tr>
</table>

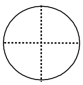
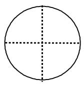
바. 기하-비교-백분율 유형

기하-비교-백분율 유형인 문항 15의 정답률을 살펴보면 정답 85.2%, 오답 14.3%, 무응답 0.5%로 정답률이 검사문항 중 가장 높은 문항이다. 이 문항은 빨간색으로 색칠된 부분의 비율을 구하기 전, 원 모델을 제시하여 백분율을 어림하여 표현할 수 있도록 했다. 문제에 관련된 수가 간단한 분수일 뿐만 아니라 그림과 원 모델의 사용으로 인해 학생들이 쉽게

문제를 해결할 수 있었던 것으로 보인다. 문항 15의 사용 전략 유형은 <표 11>과 같다.

<표 11>을 살펴보면, 이 문항은 다른 문항들과는 달리 형식적 전략 21.2%에 비해 비형식적인 전략이 67.7%로 비형식적 전략을 더 많이 사용하였다. 비형식적 전략 중 가장 많이 사용한 전략은 동치 분수 전략 45.8%이고, 이어서 양적 추론 전략 20.0%, 형식적 추론 전략이 1.9%였고, 형식적 전략인 동치 소수 전략은 21.2%였다. 동치 분수 전략을 사용한 학생은 반은 50%, 3/4은 75%임을 이용하여 문제를 해결하였다. 다른 문항에 비해 동치 분수 전략이 많은 이유는 그림과 원 모델을 통해 계산 없이 50%와 75%의 기준점을 쉽게 찾을 수 있었기 때문일 것으로 보인다. 동치 소수 전략을 사용한 학생은 인도네시아의 경우는 전체에서 빨간색이 차지하는 부분의 비율에 100을 곱했고, 대만의 경우는 파란색이 차지하는 부분의 비율을 구하여 100을 곱한 다음 빨간색이 차지하는 백분율을 구하였다. 양적 추론 전략을 사용한 학생은 원 모델에서 한 칸이 차지하는 백분율인 25%를 구한 뒤 자신이 색칠한 칸의 개수를 곱해서 하는 단위화의 전략을 사용했다.

<표 11> 문항 15에서 사용된 백분율 계산 전략

문항 내용	아래 그림은 인도네시아와 대만 국기입니다. 국기에서 빨간색이 차지하는 비율을 아래의 칸에 색칠하고 백분율로 나타내시오.  인도네시아  (　　　)%  대만  (　　　)%					
사용 전략	동치 분수	동치 소수	양적 추론	형식적 추론	설명 불충분	계
응답수 (%)	71 (45.8)	34 (21.2)	31 (20.0)	3 (1.9)	16 (10.3)	155 (100)
해결방안 예시	위의 그림처럼 색칠한 이유 : 인도네시아는 반이 흰색, 반은 빨간색이다. 그러므로 반은 50%이기 때문에 50%이고 반면 대만은 정확히는 아니지만 빨간색 부분이 3/4 만큼이므로 75%라고 생각한다. [동치 분수 전략] 인도네시아 $\frac{1}{2}\times100=50$ 대만 $\frac{1}{4}\times100=25$ [동치 소수 전략] (50)%　(　　)% 25×3 하면 위의 그림처럼 색칠한 이유 : 대만은 여기서 이렇게 나누면 4칸이다. 100÷4=25이기 때문에 75%다. [양적 추론 전략]					

5. 백분율 계산 오류 유형 분석

가. 전체 문항의 오류 유형

오답을 제시한 학생들의 오류 유형을 임의 전략 오류, 문제의 반복 오류, 덧셈적 오류,

결과량과 기준량의 혼동 오류, 결과량의 혼동 오류, 계산 오류, 분수 개념 오류의 7가지 유형으로 나누어 분석한 결과를 순서대로 정리하면 <표 12>와 같다.

<표 12>를 살펴보면, 가장 많은 오류 유형은 임의 전략 오류로 모든 문항에서 나타났으며 전체의 29.4%였다. 임의 전략 오류를 보인 학생은 임의로 기준 백분율을 정하거나 제시된 수를 임의로 사용하여 문제 해결을 시도했다. 두 번째로 많은 오류 유형은 문제를 반복적으로 기술한 뒤 설명 없이 답을 제시한 문제의 반복 오류로 전체의 27.9%였다. 이 두 가지 유형이 전체의 57.3%였다. 이런 오류를 보인 이유는 학생들이 아직 백분율의 의미를 파악하지 못했기 때문인 것으로 생각된다.

<표 12> 전체 문항의 오류 유형

번호	문항유형	임의 전략	문제의 반복	덧셈적 오류	결과량 기준량 혼동	결과량 혼동	계산 오류	분수 개념	기타
1	대수-부분전체-백분율	13	24	5	·	·	3	·	·
2	대수-변화-결과량	16	16	28	·	5	18	·	·
3	대수-변화-결과량	8	8	2	·	·	2	·	·
4	대수-변화-백분율	20	16	·	4	1	2	·	·
5	대수-변화-기준량	32	2	1	·	70	1	·	·
6	대수-변화-기준량	9	35	2	4	·	6	·	·
7	대수-비교-백분율	2	·	51	3	·	1	·	·
8	대수-비교-기준량	31	4	21	5	·	4	·	·
9	기하-부분전체-백분율	1	20	·	1	·	2	16	·
10	기하-부분전체-기준량	8	19	2	·	·	5	·	3
11	기하-변화-결과량	33	11	1	·	·	·	·	·
12	기하-변화-결과량	28	5	2	·	·	9	·	·
13	기하-변화-결과량	32	14	4	1	·	9	·	1
14	기하-변화-기준량	2	45	·	·	·	·	·	·
15	기하-비교-백분율	6	13	·	3	·	4	·	·
16	기하-비교-백분율	13	9	3	63	·	·	·	·
계 (%)		254 (29.4)	241 (27.9)	122 (14.1)	84 (9.7)	76 (8.8)	66 (7.6)	16 (1.9)	4 (0.5)

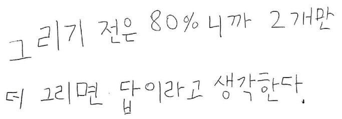
덧셈적 오류를 보인 학생은 11개 문항의 122명의 학생으로 전체 오류 유형의 14.1%이다. 이는 학생들이 비와 비율 단원을 배웠음에도 불구하고 아직 곱셈적 사고가 충분히 발달하지 못한 관계로 덧셈적 상황과 곱셈적 상황을 잘 구분하지 못함을 의미한다. 기준량과 결과량 혼동 오류는 9.7%, 결과량 혼동 오류는 8.8%로 이는 모두 학생들이 제시된 문제 상황에 포함된 수와 결과량, 백분율, 기준량 사이의 관계를 정확하게 파악하지 못했기

때문인 것으로 생각된다. 계산 오류는 7.6%로 많은 문항들에 걸쳐 볼 수 있는 것으로 자연수와 분수 및 소수의 곱셈과 나눗셈에서 어려움을 겪는 것과 관련된 것으로 생각된다. 분수 개념 오류는 1.9%로 문항 9에 한정된 오류인데, 직사각형에서 색칠된 부분을 분수로 나타낼 때 분수 개념의 부족으로 인해 색칠한 부분이 전체의 몇%인지를 구하지 않고, 블록의 개수로 문제를 해결한 경우이다.

나. 오류 유형 사례

1) 임의 전략 오류

임의 전략 오류는 문제에 제시된 수를 백분율의 의미와 관계없이 임의로 조작하여 답을 제시하는 경우이다. 임의 전략 오류를 보인 학생은 임의로 기준 백분율을 정하거나 제시된 수를 문제와 관련 없이 임의로 사용하여 문제를 해결하려 시도했다. [그림 1]은 문항 10에서 임의 전략 오류를 보인 학생의 사례이다.

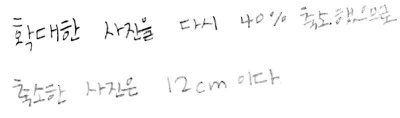


[그림 1] 임의 전략 오류 사례

[그림 1]을 살펴보면, 문항 10은 전체 20개의 공을 흰 공과 검은 공의 두 부분으로 나눈 뒤 검은 공 14개의 백분율이 70%일 때 흰 공은 몇 개일지 구하는 것이다. 전체 공은 20개이므로 공 1개가 차지하는 백분율은 5%이지만, 이 학생은 1개는 10%로 임의로 기준 백분율을 정하여 문제를 해결하려고 했다.

2) 문제의 반복 오류

문제의 반복 오류는 문제를 해결하는 과정에 관한 설명 없이 문제를 단순하게 반복 서술하고 문제와 상관없이 답을 제시하는 경우이다.



[그림 2] 문제의 반복 오류 사례

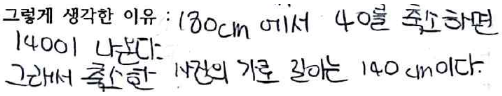
[그림 2]는 문항 13에서 문제의 반복 오류를 보인 학생의 사례이다. 문항 13은 150% 확대한 결과 가로가 18cm인 사진을 40%만큼 축소했을 때 가로의 길이를 구하는 것이었는데, 이 학생의 경우 풀이과정에 관한 설명 없이 문제를 반복서술한 뒤 답을 제시했다.

3) 덧셈적 오류

덧셈적 오류는 백분율을 곱셈적 관계가 아닌 덧셈적 관계로 잘못 파악한 경우이다. 예를 살펴보면, 문항 8의 성공률이 같은 농구선수의 슛의 개수를 구하는 문제에서 오답을 제시한 학생들 중 21명은 첫 번째 선수가 50개 중의 20골(50-20=30)을 넣었으므로 성공률

이 같은 두 번째 선수는 12골보다 30개의 슛을 더 했다고(12+30=42) 생각했다.

또한 문항 2는 2000원짜리 빵을 20% 할인한 뒤 추가로 10% 더 할인하는 상황에서 추가 할인된 가격을 구하는 것이다. 할인된 가격은 “2000×(80/100)×(90/100)”으로 계산하거나, “2000-{2000×(20/100)}- [2000-{2000×(20/100)}×10/100]”으로 계산해야 한다. 그러나 오답을 제시한 학생들 중 28명의 학생은 20% 할인 후 10% 추가 할인을 28%가 아닌 20%+10%=30%로 계산했다. [그림 3]은 문항 13에서 덧셈적 오류를 보인 학생의 사례이다. 문항 13은 150% 확대한 사진을 다시 40%로 다시 축소하는 것이다. 이 학생의 경우 150%로 확대할 때에는 백분율을 곱셈적 관계로 파악하여 문제를 해결하였다.

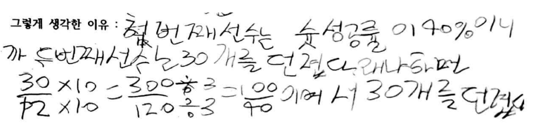


[그림 3] 덧셈적 오류 사례

[그림 3]을 살펴보면, 이 학생은 40%로 다시 축소할 때는 백분율의 곱셈적 관계를 덧셈적 관계로 잘못 파악하여 “가로 길이×(40/100)”이 아닌 “가로의 길이-40”으로 계산하는 오류를 보이고 있다. 현행 교과서에서는 백분율 상황과 관련해서 감소와 감소, 감소와 증가, 증가와 감소, 증가와 증가에 관련된 전체가 변하는 변화 과제를 다루지 않는다(정영옥, 2016). 학생들의 오류에 대한 분석 결과 백분율의 곱셈적 관계를 충분히 다루어야 하며, 이를 위해 전체가 변하는 과제도 고려할 필요가 있을 것으로 생각된다.

4) 결과량과 기준량의 혼동

결과량과 기준량의 혼동 오류는 두 양 사이의 관계를 생각하지 않고 큰 수는 기준량으로 작은 수는 결과량으로 생각하는 경우와 결과량과 기준량의 연산을 할 때 모든 문제의 결과량/기준량을 기준량/결과량으로 계산하는 경우의 두 가지 유형으로 나눌 수 있다. [그림 4]는 문항 8에서 결과량과 기준량의 혼동 오류를 보이는 학생의 사례이다. 이 학생은 일관되게 결과량과 기준량을 혼동하여 문제를 해결했다.



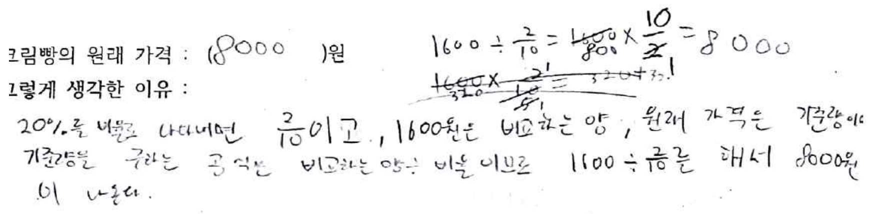
[그림 4] 부분과 전체의 혼동 오류 사례

[그림 4]를 살펴보면, 이 학생은 비율을 분수로 나타낼 때 ‘(결과량)/(기준량)’으로 나타내야 하지만 ‘(기준량)/(결과량)’으로 제시하여 문제를 해결하고 있고 백분율을 분수로 나타낼 때도 40%를 40/100이 아닌 100/40으로 표기하고 있다.

5) 결과량 혼동 오류

결과량 혼동 오류는 할인 받은 금액과 할인 후의 가격과 같이 결과량과 기준량-결과량을 혼동하는 경우이다. [그림 5]는 문항 5에서 결과량 혼동 오류를 보인 학생의 사례이다. 문항 5는 20%할인 받아 1600원인 크림빵의 할인 전 가격을 구하는 문제이다. 이 문제는

할인율과 결과량이 주어졌을 때 기준량을 구하는 문제이다.

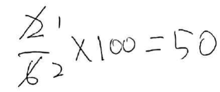


[그림 5] 결과량 혼동 오류 사례

[그림 5]를 보면, 이 학생은 기준량×비율=결과량임을 이용해서 문제를 해결하려고 시도했다. 20% 할인 후 1600원이므로 원래 정가의 80%가 1600원임을 생각해서 원래 정가를 구해야 한다. 그러나 이 학생은 할인 받은 금액과 할인 후 가격을 혼동해서 할인 가격÷비율로 정가인 기준량을 구하는 오류를 보였다. 이러한 오류는 문제에 제시된 수와 백분율, 결과량, 기준량 사이의 관계를 잘 파악하여 해결해야 함에도 불구하고, 형식적 계산 공식에 무리하게 대입하려다 나온 오류라고 볼 수 있다.

6) 계산 오류

계산 오류는 좀 더 일반적인 수학에서의 오류를 연구한 Radatz(1979)의 선행 기술, 사실, 개념의 숙달 부족으로 인한 오류, Movshovitz-Harder et al.(1987)의 기술적 오류와 연관된다. 이전의 연구에서도 볼 수 있듯이 흔한 오류의 한 종류이다. 본 연구에서 계산 오류 유형은 동치 소수 전략으로 문제를 해결할 때 약분이나 통분과정에서 오류를 보였다. [그림 6]은 계산 오류를 보인 학생의 사례이다.



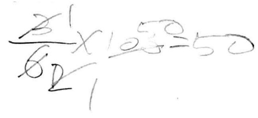
[그림 6] 계산 오류 사례

[그림 6]의 학생은 2/6의 백분율을 구하고자 형식적 계산 전략을 사용했으나 약분 과정에서 오류를 보인 경우이다. 이 학생이 50%가 전체의 절반을 의미하는 것을 이해하고 있었다면 2/6가 50%에 미치지 않음을 쉽게 알 수 있었으나, 형식적 계산 전략만으로 문제를 해결했기 때문에 자신의 오류를 발견하지 못했다. 따라서 백분율을 지도할 때 백분율 계산에 앞서 백분율의 의미를 충실히 다룰 필요가 있다.

7) 분수 개념 오류

분수 개념 오류는 분수 개념에 대한 이해 부족으로 백분율 계산에서 오류를 보이는 경우이다. 이 오류는 수학의 좀 더 일반적인 오류인 Radatz(1979)의 선행 기술, 사실, 개념의 숙달 부족으로 인한 오류, Movshovitz-Harder et al. (1987)의 정리나 정의의 왜곡 오류와 관련된다. [그림 7]은 문항 9에서 분수 개념 오류를 보인 학생의 사례이다. 이 학생은 도형에서 색칠한 부분의 면적이 전체 면적의 몇 %인지 구할 때, 전체 도형을 똑같이 나누지

않고 면적이 다른 블록의 개수를 사용하여 문제를 해결하였다.



[그림 7] 분수 개념 오류 사례

문항 9에서 전체 구역은 6개의 구역으로 나누어져 있으나 그 중 2개의 구역은 다른 구역에 비해 넓이가 2배로 넓다. [그림 7]을 살펴보면, 이 학생은 색칠한 부분의 비율을 3/8이라고 해야 하나 분수 개념의 부족으로 단순히 다른 크기의 블록의 개수만 세어 3/6으로 문제를 해결했다. 전체 부분에 대한 색칠한 부분의 넓이는 분수 개념에서 부분-전체 관계에 해당한다. 부분-전체 관계를 분수로 나타낼 때 '(부분)/(전체)'는 '(부분의 수)/(전체를 똑같이 나눈 수)'라는 분수 개념을 잘 이해하지 못해서 전체 도형을 똑같이 나누지 않는 오류를 보였다.

Ⅴ. 결론 및 시사점

본 연구는 6학년 학생들을 대상으로 다양한 유형의 백분율 과제로 구성된 검사를 실시하여, 학생들의 정답률, 과제 유형별 정답률, 백분율 계산 전략 유형 및 오류 유형을 분석함으로써 학생들의 백분율 이해에 대한 실태를 파악하고, 이를 바탕으로 백분율 지도를 위한 시사점을 제공하고자 하였다. 본 연구 결과를 통해 다음과 같은 결론 및 시사점을 얻었다.

첫째, 비례추론 과제와 비교해 백분율에 대한 학생들의 의미에 대한 이해 정도와 백분율 계산의 정답률이 낮은 점을 고려할 때, 백분율 지도를 좀 더 강화할 필요가 있다. 분석 결과 백분율에서 기준이 100임을 이해하고 있는 학생들이 70%만이었고, 백분율 과제에 대한 학생들의 정답률도 54% 정도로 낮은데, 교과서에서 다루지 않는 문항을 포함한 것은 물론, 교과서에서 다루는 문항에 대한 정답률도 60% 미만이었다. 이런 결과는 비례 추론에 대한 학생들의 실태를 조사한 권미숙, 김남균(2009)의 연구에서 다른 비례 추론 문항에 비해 백분율 문항에 대한 정답률이 낮은 점과도 같은 맥락이라 할 수 있다. 이는 여러 가지 원인이 있지만, 그 중 하나는 백분율 자체가 곱셈적 사고를 바탕으로 하는 복합적인 개념이고 다양한 상황과 관련되어 있음에도 불구하고, 그 의미보다는 계산에 치우치고 있다는 점이다. 특히 우리나라의 경우 백분율을 "비율에 100을 곱한 값"(교육부, 2015a, p. 109)으로 도입하고 있어서 그 의미를 파악하기 어려운 점이 있다. 한편, 우리나라의 경우 백분율은 비와 비율 단원의 일부로 다루고 있고, 2011 개정 교육과정에 따른 교과서(교육부, 2015a)에서는 백분율 관련된 차시가 일부 늘어나기는 했지만, 여전히 몇 차시에 불과하다. 따라서 복합적인 개념과 다양한 상황을 충분히 다루기에는 매우 부족하다. 앞에서도 언급하였지만 미국, 싱가포르, 영국, 호주 등 여러 나라에서는 백분율을 초등학교뿐만 아니라 중학교와 고등학교까지 지도하면서 다양한 상황을 다루고 있다는 점을 고려할 때, 백분율의 비중을 좀 더 강화하는 것을 논의할 필요가 있다.

둘째, 과제 유형별 학생들의 정답률을 살펴볼 때, 부분 전체 과제뿐 아니라 비교 과제와

변화 과제를 좀 더 다양하게 다루고 사용되는 수도 간단한 것에서 복잡한 것까지 다룰 필요가 있다. 분석 결과 부분 전체 과제의 정답률은 67.4%였던 반면, 변화 과제나 비교 과제의 정답률은 50% 정도에 불과했다. 이는 부분 전체 과제에 비해 비교 과제나 변화 과제를 학생들이 어려워한다는 기존의 연구 결과(Parker & Leinhardt, 1995; Price et al., 2014)와 일치한다. 우리나라 현행 교과서(교육부, 2015a)를 살펴보면 교과서 활동 하나를 문제 하나로 세었을 경우 백분율 관련 문제는 총 22문제 제시되어 있다. 교과서에 부분 전체 과제, 비교 과제, 변화 과제가 모두 제시되어 있기는 하나 부분전체 과제 12문제, 변화과제 8문제를 중심으로 비교 과제는 2문제로 일부만 다루고 있으며, 변화 과제 내에서도 사진을 한번 축소하고 한 번 더 축소하는 것 같은 전체가 변하는 변화 과제는 다루지 않고 있기 때문에 학생의 정답률도 낮았던 것으로 보인다. 그러나 이런 비교 과제나 변화 과제는 일상생활을 포함하여 다양한 분야에서 접할 수 있는 중요한 백분율 상황과 관련되어 있다. 한편 학생들은 간단한 분수나 100이하의 간단한 백분율이 포함된 문항에서는 높은 정답률을 보였으며, 100이상의 백분율이나 복잡한 수들이 포함된 문항에서는 낮은 정답률을 보였다. 백분율 계산이 아니더라도 일반적으로 수의 계산과 관련된 문제는 수의 복잡성에 따른 난이도에 영향을 받는 것이 사실이다. 따라서 백분율을 지도할 때 처음에는 학생들이 쉽게 다룰 수 있는 부분 전체 과제로 시작하되, 점점 더 비교 과제와 변화 과제를 강조하고, 특히 변화 과제의 경우 전체가 변하는 다양한 특성의 과제를 제시할 필요가 있고, 사용되는 수도 간단한 것에서 복잡한 것으로 진행할 필요가 있다. 다만, 지도시기와 어느 정도의 복잡한 과제까지 다룰지에 관해서는 여러 나라에서 백분율을 중학교와 고등학교까지 지도하면서 다양한 상황을 다루고 있다는 점을 고려하여 추후 직접 학생들을 지도한 결과를 바탕으로 하는 좀 더 세밀한 논의가 필요하다.

셋째, 백분율 계산 전략과 관련하여 형식적인 소수 동치 전략뿐만 아니라 다양한 비형식적인 전략들을 활용하게 할 필요가 있다. 분석 결과 풀이 과정에 대한 설명이 불충분한 경우를 제외하고 정답을 제시한 학생들이 사용한 전략은 문항별로 과제 유형별로 차이는 있지만 평균적으로 형식적인 동치 소수 전략이 54.8%, 비형식적인 전략이 45.2%였고, 비형식적 전략 중에는 기준 백분율 전략을 가장 많이 사용하고, 다음으로는 비례 추론 전략과 동치 분수 전략, 일부는 혼합 전략을 사용하였다. 그러나 전반적으로 형식적인 전략과 비형식적인 전략의 사용에는 그렇게 큰 차이는 없는 것으로 생각된다. 백분율 계산 전략과 관련해서 지도서의 풀이를 살펴보면, 22문제 중 15문제는 동치 소수 전략을 제시했고, 한 문제는 동치 분수 전략을 제시했고, 여섯 문제는 풀이 방법을 제시하지 않았으며, 다른 전략을 제시한 예는 없었다(교육부, 2015b). 따라서 지도서에 제시된 풀이대로 교사가 수업을 진행했다면 이에 따라 학생들이 동치 소수 전략을 사용하는 것이 당연한 것으로 보인다. 그러나 학생들의 풀이를 살펴보면 동치 소수 전략이나 동치 분수 전략 외에도 기준 백분율 전략이나 다양한 비례 추론 전략 등을 고루 사용하고 있었다. 이는 학생들이 일상생활에서 백분율과 관련된 상황에 쉽게 접할 수 있기 때문에 학교에서 백분율을 배우기 전에 비형식적 지식과 전략을 가지고 있다는 연구 결과(Moss, 2002; White et al., 2007)와 일치한다. 본 연구의 결과에 따르면, 백분율 과제의 정답률이 50% 정도에 불과하고, 그 중 50% 정도만이 동치 소수 전략을 사용하여 문제를 해결한다고 할 때, 백분율 계산 방법을 어떻게 지도할 지에 대한 논의가 필요하다. 학생들이 학교에서 백분율을 배우기 전에 비형식적 전략을 사용해서 문제를 잘 해결하던 학생들 중에는 오히려 학교에서 백분율을 배우면서 문제 해결에 더 어려움을 느끼고, 동치 소수 전략이라는 한 방법만을 강조하다 보면 맹목적으로 한 방법을 적용하다 더 혼란에 빠지게 되는 경우가 발생한다(Parker &

Leinhardt, 1995; Reys et al., 2012). 실제로 오답을 제시한 학생들의 오류 유형을 분석하는 과정에서 학생들이 문제 상황을 고려하지 않고, 맹목적으로 공식을 적용해서 틀린 경우가 있음을 살펴보았다. 따라서 백분율 지도와 관련해서 학생들의 다양한 비형식적 전략과 형식적 전략을 어떻게 연결할 것인지를 고민해야 한다. 이를 위해서는 많은 연구자(임재훈, 이형숙, 2015; 정영옥, 2016; Parker, 2004; Reys et al., 2012; Shield, & Dole, 2013; Van den Heuvel-Panhuizen, 2003; White et al., 2007)들이 제안하듯이 영역 모델, 이중 척도 모델, 이중 도형 모델 등 다양한 지도 모델을 사용하여 학생 스스로 전략을 개발하고 이를 형식화할 수 있도록 해야 한다.

넷째, 학생들의 오류 유형을 분석한 결과 백분율 지도를 위해서는 곱셈적 사고를 좀 더 강조하고 백분율과 관련된 다양한 상황들을 다루면서 계산을 하기 전에 이런 상황들이 부분 전체, 비교, 변화 중 어디에 해당하는지를 파악하면서 결과량, 백분율, 기준량 사이의 관계를 충분히 이해할 수 있도록 해야 한다. 학생들이 보인 오류 유형은 임의 전략 오류, 문제의 반복 오류, 덧셈적 오류, 결과량과 기준량의 혼동 오류, 결과량 혼동 오류, 계산 오류, 분수 개념 오류의 순이었다. 임의 전략 오류나 계산 오류, 분수 개념 오류 등은 다른 과제에서도 공통적으로 나타나는 유형의 오류이다(Radatz, 1979; Movshovitz-Harder et al., 1987). 그러나 덧셈적 오류, 결과량과 기준량의 혼동 오류, 결과량 혼동 오류는 백분율 개념의 이해 부족에 기인한다. 덧셈적 오류는 백분율의 곱셈적 관계를 덧셈적 관계로 파악하여 할인의 상황을 “×할인율”로 계산하기보다는 “-할인율”로 계산하는 등의 오류를 보였다. 결과량 혼동 오류를 보인 학생은 백분율을 구하기 위해 “비율×100”을 계산하는 과정에서 오류를 보였는데, 이는 백분율을 지도할 때, 부분 전체 과제를 통해 백분율의 의미보다는 계산하는 방법으로 도입하기 때문에 큰 수는 기준량으로, 작은 수는 비교하는 양 혹은 결과량으로 오개념을 가지게 된 것으로 보인다. 백분율은 단순한 공식이 아니라 곱셈적 사고를 바탕으로 하는 비례 관계의 특수한 경우로 100을 기준으로 하는 비라는 것을 강조해서 가르쳐야 한다(Glatzer, 1984). 또한 결과량과 기준량의 혼동 오류와 결과량의 혼동 오류는 다양한 백분율 상황에서 그 상황이 부분 전체와 관련된 상황인지 아니면 비교나 변화와 관련된 상황인지를 파악하지 못할 뿐만 아니라 결과량, 백분율, 기준량 사이의 관계가 서로 어떻게 연결되는지를 충분히 파악하지 못한 상태에서 수를 잘못 사용해서 발생하는 오류라고 볼 수 있다. 따라서 백분율 지도를 위해서는 부분 전체의 의미뿐만 아니라 곱셈적 사고와 관련된 비와 연산자로서의 의미를 강조하고, 다양한 백분율 상황을 이해하고 양들 사이의 관계를 정확하게 파악할 필요가 있다.

참 고 문 헌

강완, 나귀수, 백석윤, 이경화(2013). **초등수학 교수 단위 사전**. 서울: 경문사.

교육과학기술부(2011). **수학과교육과정**. 교육과학기술부 고시 제2011-361호 [별책 8]. 교육과학기술부.

교육부(2015a). **수학 6-1**. 서울: (주)천재교육.

교육부(2015b). **수학 6-1 교사용 지도서**. 서울: (주)천재교육.

교육부(2015c). **수학과교육과정.** 교육부 고시 제2015-74호 [별책 8]. 교육부.

권미숙, 김남균(2009). 초등학교 6학년 학생들의 교과서 비례 문제 해결과 비례추론에 관한 연구. **한국초등수학교육학회지, 13**(2), 211-229.

김경희, 백희수(2010). 비와 비율 영역에 대한 우리나라와 싱가포르 교육과정 및 교과서 비교. **학교수학, 12**(4), 473-492.

이용률(2010). **초등학교 수학의 중요한 지도 내용**. 서울: 경문사.

임재훈, 이형숙(2015). 비례 추론을 돕는 시각적 모델에 대하여: 초등 수학 교과서의 비례식과 비례배분 실생활 문제를 대상으로. **수학교육학연구, 25**(2), 189-206.

정영옥(2016). 초등학교에서 백분율 지도에 관한 논의. **한국초등수학교육학회지, 20**(1), 71-104.

정유경, 정영옥(2015). 초등학생들의 비례 추론 전략 분석-6학년을 중심으로-. **한국초등수학교육학회지, 19**(4), 457-484.

Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority(ACARA) (2013a). *F-10 curriculum*. http://www.australiancurriculum.edu.au/에서 2016년 6월 인출.

Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority(ACARA) (2013b). *Senior secondary curriculum*. http://www.australiancurriculum.edu.au/에서 2016년 6월 인출.

Baratta, W., Price, B., Stacey, K., Steinle, V., & Gvozdenko, E. (2010). Percentages: The effect of problem structure, number complexity and calculation format. In L. Sparrow, B. Kissane, & C. Hurst (Eds.), *Proceedings of the 33rd Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*(pp. 61-68). Fremantle: MERGA.

Baroody, A. J. & Coslick, R. T. (1998). *Fostering children's mathematical power: An investigative approach to k-8 mathematics instruction*. 권성룡 외(역) (2005). **수학의 힘을 길러주자**. 서울: 경문사.

Ben-Chaim, D., Keret, Y., & Ilany, B. S. (2012). *Ratio and proportion. Research and teaching in mathematics teachers' education (Pre-and in-service mathematics teachers of elementary and middle school classes).* Rotterdam, AW: Sense Publishers.

Common Core State Standards Initiative(CCSSI) (2010). *Common core standards for* *mathematics*. http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math_Standards.pdf/에서 2015년 10월 인출.

Curriculum Planning Development Division(CPDD) (2012). *O-& N(A)-level mathematics teaching and learning syllabus*. Ministry of Education, Singapore.

Department for Education(DfE) (2013a). *Mathematics programmes of study: Key stage 1 and 2, national curriculum in England*. https://www.gov.uk/government/publications/nationalcurriculum-in- england- mathematics-programmes-of-study/에서 2015년 10월 인출.

Department for Education(DfE) (2013b). *Mathematics programmes of study: Key stage 3, national curriculum in England*. https://www.gov.uk/government/publications/ national curriculum-in-england-mathematics-programmes-of-study/에서 2015년 10월 인출.

Department for Education(DfE) (2014). *Mathematics programmes of study: Key stage 4, national curriculum in England*. https://www.gov.uk/government/publications/nationalcurriculum- in- england- mathematics-programmes-of-study/에서 2015년 10월 인출.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Gay. A. S., & Aichele, D. B. (1997). Middle school students' understanding of number sense related to percent. *School Science and Mathematics, 97*(1), 27-36.

Glatzer, D. J. (1984). Teaching percentage: Ideas and suggestions. *The Arithmetic Teacher, 31*(6), 24-26

Hoffer, A. R., & Hoffer, S. A. K. (1992). Ratios and proportional thinking. In T. R. Thomas (Ed.), *Teaching Mathematics in Grades K-8 Research-Base Methods*(pp. 303-330). Needham Heights, Massachusetts: Allyn and Bacon.

Ilmavirta, R., Koivisto, M., Salonen, M., & Sintonen, A.(2012). *Laskutaito in English 6B*. WSOY. 이영석, 도영(역). **핀란드 초등 수학교과서 Laskutaito 6-2**. 서울 : 솔빛길

Lo, J. J., & Ko, Y. Y. (2013), A bargain price for teaching about percentage. *Mathematics Teaching in the Middle School, 19*(2), 108-115

Ministry of Education Singapore[MES] (2006). *Mathematics syllabus primary*. http://www.moe.gov.sg/docs/에서 2015년 10월 인출.

Misailidou, C. and Williams, J. (2002). 'Ratio: Raising teachers' awareness of children's thinking.' *Proceedings of the 2nd International Conference on the teaching of Mathematics (at the undergraduate level)*. http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/pap143.pdf/에서 2017년 1월 인출.

Moss, J. (2002). Percents and proportion at the center: Altering the teaching sequence for rational number. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.) *Making sense of fractions, ratios, and proportions*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, INC.

Movshovitz-Harder, N. M., Zaslavsky, O., & Inbar, S. (1987). An empirical classification model for errors in high school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 18*(1), 3-14.

Parker, M. (2004). Reasoning and working proportionally with percent. *Mathematics Teaching in the Middle School, 9*(6), 326-330.

Parker, M., & Leinhardt, G. (1995). Percent: A Privileged Proportion. *Review of Educational Reearch, 65*(4), 421-481

Price, B., Stacey, K., Steinle, V., & Gvozdenko, E. (2014). Using percentages to describe and calculate change. In J. Anderson, M. Cavanagh & A. Prescott (Eds.), *Proceedings of the 37th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 517-524). Sydney: MERGA.

Radatz, H. (1979). Error analysis in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education 10*, 163-172.

Reys, R. E., Lindquist, M. M., Lamdin, D. V., & Smith, N. L. (2012). *Helping Children Learn Mathematics*(9th Edition). Wiley. 박성선 외(역). **초등교사를 위한 수학과 교수법**. 서울: 경문사.

Shield, M., & Dole, S. (2013). Assessing the potential of mathematics textbooks to promote deep learning. *Educational Studies in Mathematics, 82*(2), 183-199.

Van de Walle, J. A. (2004). *Elementary and middle school mathematics*. Pearson Education, Inc. 남승인 외(역) (2008). **수학을 어떻게 가르칠 것인가**. 서울: 경문사.

Van den Heuvel Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics 54*, 9-35.

Van den Heuvel-Panhuizen, M., Streefland, L., Middleton, J. A., & Meyer, M. R. (1997). *Per sense*. Chicago: Encyclopedia Britannica Educational Corporation. 나온교육연구소(역) (2004). **백분율은 백을 좋아해**. 서울: 도서출판 이우.

White, p., & Mitchelmore, M. (2005). Teaching percentage as a multiplicative relationship. P*roceedings of the 28th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 783-790). Sydney: MERGA.

White, p., Wilson, S., Faragher, R., & Mitchelmore, M. (2007). Percentages as Part Whole Relationships. *Proceedings of the 30th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 805-814). Sydney: MERGA.

<Abstract>

Understanding of Percentages of Sixth Grade Students in Elementary School

Lee, Soo Eun[3]; & Chong, Yeong Ok[4]

This study aims to investigate an approach to teach percentages in elementary mathematics class by analyzing calculating strategies with percentage the students use to solve the percentage tasks and their percentages of correct answers, as well as types of errors with percentages the students make. For this research 182 sixth graders were examined. The instrument test consists of various task types in reference to the previous study; the percentages tasks are divided into algebraic-geometric, part whole-comparison-change and find part-find whole-find percentage tasks. According to the analysis of this study, percentages of correct answers of students with percentage tasks were lower than we expected, approximately 50%. Comparing the percentages of correct answers according to the task types, the part-whole tasks are higher than the comparison and change tasks, the geometric tasks are approximately equal to the algebraic tasks, and the find percentage tasks are higher than the find whole and find part tasks. As to the strategies that students employed, the percentage of using the formal strategy is not much higher than that of using the informal strategy, even after learning the formal strategy. As an insightful approach for teaching percentages, based on the study results, it is suggested to reinforce the meaning of percentage, include various types of the comparison and change tasks, emphasize the informal strategy explicitly using models prior to the formal strategy, and understand the relations among part, whole and percentage throughly in various percentage situations before calculating.

Key words: percentage, calculating strategies with percentages, types of errors with percentages, part-whole task, comparison task, change task

논문접수: 2017. 04. 14
논문심사: 2017. 05. 07
게재확정: 2017. 05. 22

3) sooeun@office.ginue.ac.kr
4) yochong@ginue.ac.kr