

브러쉬 타이어 모델의 한계점 분석 및 자유도 개선

김종민* · 정사무엘* · 유완석**†

*부산대학교 기계설계공학과, ** 부산대학교 기계공학부

Analysis of Limitation and Improvement of Degree of Freedom for Brush Tire Model

Jong-Min Kim*, Samuel Jung* and Wan-Suk Yoo**†

* Mechanical Design Engineering, Pusan Nat'l Univ.,

** Mechanical Engineering, Pusan Nat'l Univ.

(Received September 13, 2016 ; Revised April 30, 2017 ; Accepted May 10, 2017)

Key Words: Brush Tire Model(브러쉬 타이어 모델), Tire Force(타이어 힘), Self-aligning Torque(셀프-얼라이닝 토크), Tire-road Friction(타이어 노면 마찰계수)

초록: 주행중인 차량의 거동은 지면과 타이어의 접촉면에 발생하는 힘과 토크에 의해 결정된다. 타이어에 작용하는 힘과 토크를 계산하기 위하여 다양한 타이어 모델들이 사용되고 있으며, 본 연구에서 사용하는 브러쉬 모델(brush model)은 타이어의 물리적 특성을 이용하여 지면과의 접촉면에 발생하는 힘과 토크를 구하는 모델이다. 브러쉬 모델은 힘과 토크를 계산하는데 다른 타이어 모델에 비하여 적은 수의 계수를 필요로 하지만, 힘과 토크를 계산하는데 낮은 자유도를 가지기 때문에 시험 데이터를 정확하게 표현하는데 한계가 있다. 본 논문에서는 이러한 단점을 개선하기 위하여 타이어 마찰계수 및 특성계수에 최소한의 변수를 추가한 개선된 모델을 제안하고, 이의 유효성을 검증하였다.

Abstract: Vehicle behavior is determined by forces and a torques generated at the ground contact surface of the tire. Various tire models are used to calculate the forces and torques acting on the tire. The brush model calculates the forces and torques with fewer coefficients than other tire models. However, owing to fewer degrees of freedom in calculating the forces, this model has limitations in precisely expressing measured data. In this study, this problem was addressed by adding the least parameters to the friction coefficient and tire properties of the brush model, and the proposed model was validated.

- 기호설명 -

F_z : 수직하중

F_x : 타이어의 종방향 힘

F_y : 타이어의 횡방향 힘

M_z : 셀프 얼라이닝 토크

P : 수직압력

μ_x : 종방향 마찰계수

μ_y : 횡방향 마찰계수

k_t : 타이어의 수직강성

k_x : 타이어의 종강성

k_y : 타이어의 횡강성

a : 접지면 길이

b : 접지면 폭

σ : 슬립율

S : 슬립각

θ_x : 종방향 치환 상수

θ_y : 횡방향 치환 상수

θ_{sat} : 셀프 얼라이닝 토크 치환 상수

r_d : 타이어 수직 변형된 반지름

r_{ud} : 타이어 반지름

γ_a : 타이어 점착영역 변형

γ_s : 타이어 미끄럼영역 변형

† Corresponding Author, wsoo@pusan.ac.kr

© 2017 The Korean Society of Mechanical Engineers

1. 서론

주행중인 차량의 거동은 지면과 접촉된 타이어에 발생하는 힘과 토크에 의해서 결정된다. 타이어에 발생하는 힘과 토크를 계산하기 위하여 다양한 타이어 모델이 존재하며, 해석 목적에 따라 가장 적합한 모델을 사용한다.⁽¹⁾ 이러한 타이어 모델들은 Fiala 타이어 모델이나 UA타이어 모델 등과 같이 물리적 특성을 적용하는 타이어 모델도 있는 반면, MF 타이어 모델과 같이 물리적 특성없이 입출력 관계만으로 힘과 토크를 얻는 블랙박스 모델도 존재한다.

본 논문에서는 물리적 특성을 적용하여 타이어에 발생하는 힘과 모멘트를 계산하는 브러쉬 모델 (brush model)에 대해 연구하였다. 브러쉬 모델은 1969년 H.P Willumeit에 의해 제안되었으며,⁽²⁾ 1972년 H.B Pacejk는 브러쉬 모델의 트레드 부분이 변형 가능한 스프링으로 모델링 하였다.⁽³⁾ 1991년 Sharp는 combined force를 이용하여 힘과 토크를 정의하였다.⁽³⁾ 이러한 브러쉬 모델은 가장 기본적인 타이어 모델로 적은 수의 타이어 특성계수를 이용하기 때문에 사용자가 타이어에 작용하는 물리적인 현상을 쉽게 이해할 수 있다. 하지만 힘과 토크를 표현하기 위한 자유도가 부족하여 시험데이터를 정확하게 표현을 할 수 없다. 따라서, 본 논문에서는 기존 브러쉬 모델보다 힘과 토크를 정확히 표현 할 수 있도록 마찰계수에 변수를 추가하여 운동 마찰 특성이 적용될 수 있도록 하였고 타이어 특성 계수에 최소한의 변수를 추가하여 기존 모델을 개선하였다

2. 타이어 모델

본 연구에서 사용된 브러쉬 모델⁽⁴⁾은 타이어-접지면(contact patch)에 작용하는 힘을 물리적 특성을 이용하여 계산한 타이어 모델이다. 타이어에 작용하는 힘은 순수 종방향 슬립(pure longitudinal slip) 또는 순수 횡방향 슬립(pure lateral slip)만 존재하는 경우에 대해서만 고려한다.

2.1 브러쉬 모델

브러쉬 모델은 접지면에 슬립이 발생하지 않는 점착(adhesion)영역과 슬립이 발생하는 미끄럼(sliding)영역으로 나누어 타이어에 발생하는 힘을 계산한다. 타이어 접지면 전체 길이 $2a$ 는 Fig. 1에서 나타낸 것과 같이 접지면 중심과 접지면 끝점이 이루는 각 ϕ 와 타이어 반지름 r_{ud} 을 이용하여

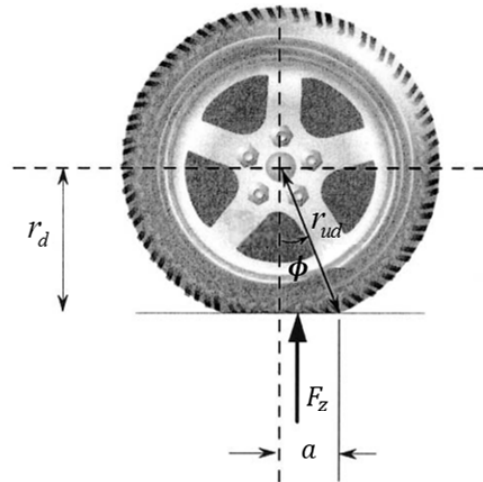


Fig. 1 Length of contact patch

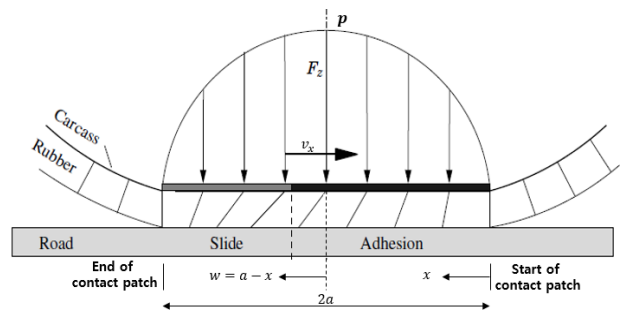


Fig. 2 Schematic of the brush model

구할 수 있으며, 식 (1)과 같이 정의된다.

$$a = r_{ud} \sin(\phi) \tag{1}$$

여기서, ϕ 와 수직하중에 의해 변형된 타이어 반지름 r_d 는 각각 식 (2), 식 (3)과 같이 정의된다.

$$\phi = \cos^{-1} \left(\frac{r_d}{r_{ud}} \right) \tag{2}$$

$$r_d = r_{ud} - \frac{F_z}{k_t} \tag{3}$$

UA모델⁽⁵⁾ 및 브러쉬 모델과 같이 이론적 타이어 모델에서 접지면에서 작용하는 수직압력 p 는 식 (4)와 같이 파라볼릭(parabolic) 하게 분포한다고 가정한다.

$$p = p_0 \left(1 - \frac{(a-x)^2}{a^2} \right) \tag{4}$$

접지면에 작용하는 전체 압력과 수직하중은 동

일하므로 식 (5)에서 압력상수 p_0 를 정의 할 수 있다. 식 (6)에서 접지면위치 x 에 따른 분포하중을 구할 수 있다. Fig. 2에 브러쉬 모델의 하중 분포를 나타냈다.

$$F_z = \int_0^{2a} 2bp_0 \left\{ 1 - \frac{(a-x)^2}{x^2} \right\} dx, p_0 = \frac{3F_z}{8ab} \quad (5)$$

$$p(x) = \frac{3F_z}{8a^3b} \{x(2a-x)\} \quad (6)$$

본 논문에서는 순수 슬립(pure slip) 상태만을 고려하여 주행중인 차량에 작용하는 종방향 힘은 슬립율 σ 에 따라 발생하며, 횡 방향 힘은 슬립각 S 에 따라 발생한다. 타이어에 발생한 힘에 의해 접지면 변형이 발생하며, 횡방향 힘에 의한 점착 영역의 변형 γ_a 과 미끄럼영역의 변형 γ_s 으로 나눠 식 (7), (8)과 같이 정의된다.

$$\gamma_a(x) = Sx \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \gamma_s(x) &= \frac{\mu_y}{k_y} p(x) \\ &= \frac{1}{2a\theta_y} [x(2a-x)] \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, 타이어의 횡 강성 k_y (N/m^2) 및 치환상수 θ_y 는 식 (9)와 같이 정의된다.

$$k_y = \frac{c_y}{2b}, \theta_y = \frac{2a^2c_y}{3\mu_y F_z} \quad (9)$$

타이어 접지면에서 점착영역과 미끄럼영역이 분할되는 지점 s_y 에서의 타이어 변형을 식 (10)과 같이 정의하면, s_y 는 식 (11)과 같이 정의된다.

$$\gamma_a(s_y) = \gamma_s(s_y) \quad (10)$$

$$s_y = 2a(1-\theta_y S) \quad (11)$$

타이어에 작용하는 횡방향 힘 F_y 는 점착영역과 미끄럼영역에서 작용하는 힘을 합하여 구할 수 있다. F_y 는 $\sigma_y = 1/\theta_y$ 일 때, 타이어에 작용하는 힘은 최대가 되며, $\sigma_y \geq 1/\theta_y$ 에서는 접지면에서 완전 미끄럼(full sliding)이 발생하여 슬립이 증가하여도 힘은 일정하게 유지된다. 슬립에 따른 횡방향 힘은 식 (12)와 같이 정의된다.

$$F_y = \begin{cases} \mu_y F_z [1 - (1 - \theta_y S)^3], & |S| \leq \frac{1}{\theta_y} \\ \mu_y F_z, & |S| > \frac{1}{\theta_y} \end{cases} \quad (12)$$

식 (12)와 combined force⁽³⁾의 정의로부터 슬립에 따른 종 방향힘은 식 (13)과 같이 정의된다.

$$F_x = \begin{cases} \mu_x F_z [1 - (1 - \theta_x \sigma)^3], & |\sigma| \leq \frac{1}{\theta_x} \\ \mu_x F_z, & |\sigma| > \frac{1}{\theta_x} \end{cases} \quad (13)$$

셀프 얼라이닝 토크 M_z 는 타이어의 횡방향 힘의 합이 타이어 중심점 뒤에 존재하여 발생하며, 횡방향 힘과 뉴매틱트레일 t 의 곱으로 정의된다. M_z 는 식 (14)와 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} M_z &= t(S) \cdot F_y \\ &= \begin{cases} \mu_y F_z a (\theta_y \sigma_y) (1 - \theta_y \sigma_y)^3, & |\sigma_y| \leq \frac{1}{\theta_y} \\ 0, & |\sigma_y| > \frac{1}{\theta_y} \end{cases} \end{aligned} \quad (14)$$

2.2 브러쉬 모델의 한계

브러쉬 모델은 적은 수의 타이어 특성 계수를 사용하여 물리적 특성을 이해하기 쉽지만, 힘과 토크를 표현하기 위한 자유도가 낮아 정확한 표현을 할 수 없다.

브러쉬 모델에서 종방향 힘은 완전 미끄럼영역에서 $\mu_x F_z$ 으로 일정하게 유지된다. 반면, 시험 데이터에서는 완전 미끄럼영역에서 종방향 힘은 슬립율에 따라 감소한다. 또한, 브러쉬 모델에서 횡

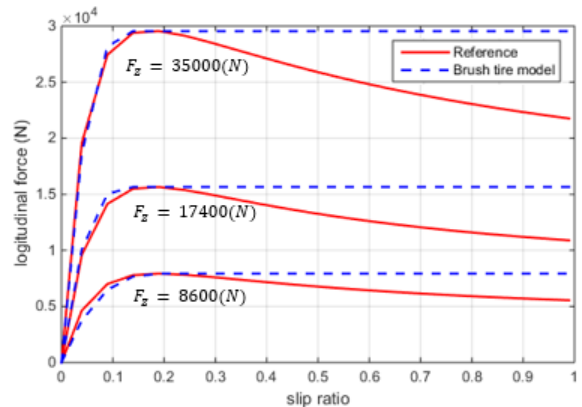


Fig. 3 Longitudinal force of Brush model

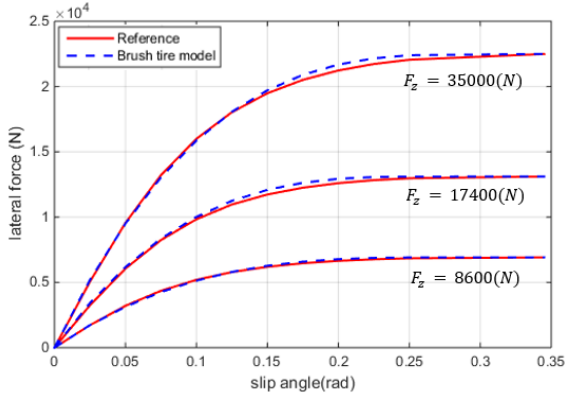


Fig. 4 Lateral force of Brush model

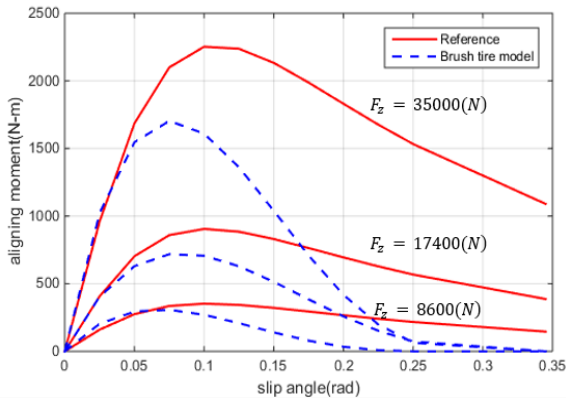


Fig. 5 Self-aligning torque of Brush model

방향 힘은 정확하게 표현이 되나, 셀프 얼라이닝 토크는 슬립각이 커짐에 따라 시험데이터를 정확하게 표현할 수 없다.

하중에 따른 시험데이터를 브러쉬 모델의 결과와 비교하기 위하여, 슬립율에 따른 종방향 힘을 Fig. 3에 나타냈으며, 슬립각에 따른 횡방향 힘 및 셀프 얼라이닝 토크를 Fig. 4, 5에 나타냈다.

3. 브러쉬 모델 개선

브러쉬 모델의 장점인 적은 타이어 특성 계수를 유지하고 힘과 토크 표현의 자유도를 높이기 위하여, 타이어 마찰계수 및 특성계수에 최소한의 변수를 추가하여 모델을 개선하였다.

기존 브러쉬 모델에서 마찰계수는 타이어에 작용하는 힘이 최대가 되는 지점에서 발생하는 최대 정지마찰을 적용한다. 최대 정지마찰계수 μ_x^{\max} 은 식 (15)로 정의된다.

$$\mu_x^{\max} = \frac{F_x^{\max}}{F_z} \quad (15)$$

기존 모델에서는 최대 정지마찰만을 이용하기 때문에 운동마찰이 적용되는 완전 미끄럼영역에서 종방향 힘을 표현하는데 한계를 가진다.

운동 마찰 특성을 적용하기 위해 완전 미끄럼영역에서 식 (16)과 같이 마찰계수에 변수 P_1 를 추가하였다.

$$\mu_x(\sigma_x) = \begin{cases} \mu_x^{\max} & , \sigma_x \leq \frac{1}{\theta_x} \\ \mu_x^{\max} + P_1 \left(\sigma_x - \frac{1}{\theta_x} \right) & , \sigma_x > \frac{1}{\theta_x} \end{cases} \quad (16)$$

순수 횡방향 슬립 상태에서 셀프 얼라이닝 토크의 크기와 기울기는 횡방향 힘 및 횡강성에 의해 결정된다. 셀프 얼라이닝 토크 표현의 자유도를 증가시키기 위하여 식 (17)과 같이 횡강성 k_y 에 수직하중 F_z 에 따른 변수 P_2, P_3 로 정의하였다.

$$k_y = P_2 + P_3 \cdot F_z \quad (17)$$

또한, 접지면 길이 a 는 식 (1)에서 기하학적으로 구할 수 있다. 하지만, 하중 변화에 따른 실제 접지면 길이와는 차이가 있기 때문에, 타이어 힘의 표현에 한계를 가진다. 따라서, 하중에 따른 접지면 길이를 추정하기 위해서, 접지면 길이 a 에 수직하중 F_z 에 따른 변수 P_4, P_5 로 정의하여 식 (18)과 같이 나타냈다.

$$a = P_4 + P_5 \cdot F_z \quad (18)$$

그리고 실제 접지면에서 작용하는 하중분포는 완전한 파라볼릭 형태가 아닌 중심에서 약간 편향된 형태를 가지기 때문에 셀프 얼라이닝 토크에서 한계슬립 영역결정에 오차가 발생하여 결과 값이 빠르게 0으로 수렴한다. 이를 고려하기 위하여 횡방향 치환상수에 변수 P_6 를 추가하여 셀프 얼라이닝토크 치환상수 θ_{sat} 를 식 (19)와 같이 정의하였다.

$$\theta_{sat} = \theta_y \cdot P_6 \quad (19)$$

개선된 모델의 유효성을 검증하기 위하여, 식 (16~19)를 브러쉬 모델에 적용하여 참조 문헌⁽⁶⁾에서의 시험데이터와 비교하였다.

본 논문에서 제안한 브러쉬 모델의 개선된 결과를 아래에 나타냈으며, Fig. 6, 7은 슬립율에 따른 종방향 힘 및 마찰계수를 나타냈다. Fig. 8, 9는 슬립각에 따른 횡방향 힘 및 셀프 얼라이닝 토크를 나타냈다.

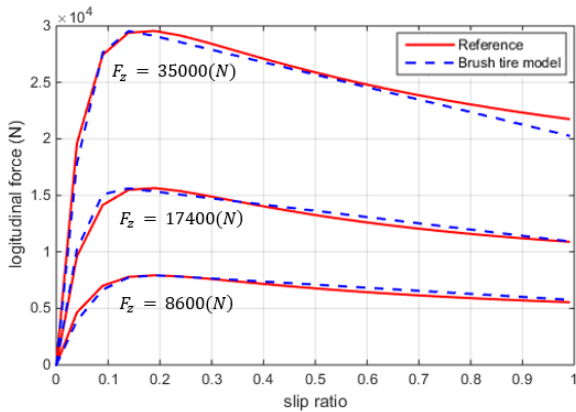


Fig. 6 Longitudinal force of improved brush model

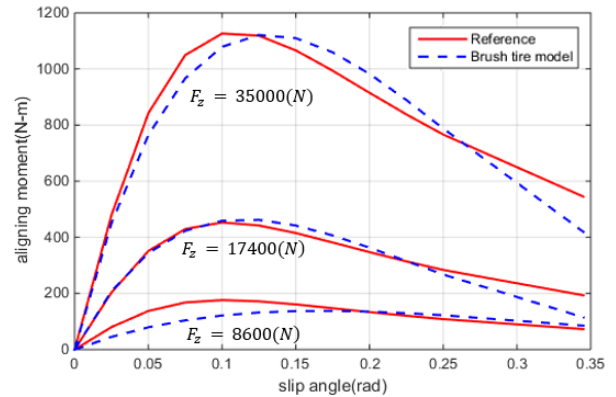


Fig. 9 Self-aligning torque of improved brush model

4. 결론

본 연구에서는 브러쉬 모델의 힘과 토크 표현을 개선하기 위하여, 타이어 마찰 및 특성계수에 변수를 추가하였다. 브러쉬 모델의 장점을 유지하기 위하여, 타이어 특성계수에 최소한의 변수만을 추가하였다. 최대 정지마찰만을 적용하는 모델에서 운동마찰을 적용할 수 있도록 마찰계수에 변수를 추가하였다. 그리고 셀프 얼라이닝 토크의 크기와 기울기를 개선하기 위하여, 횡강성과 접지면 길이에 변수를 추가하여 브러쉬 모델에 적용하였다.

개선된 브러쉬 모델의 유효성을 검증하기 위하여 시험데이터와 커브 피팅을 수행하였다. 그 결과, 기존 모델에서 표현할 수 없었던 완전 미끄럼 영역에서 운동마찰의 적용으로 종방향 힘이 감소되는 것을 표현할 수 있게 되었다. 또한 셀프 얼라이닝 토크의 크기와 기울기표현이 개선되어 기존 모델 대비 RMS 오차가 41.41%가 감소하였다.

후기

본 연구는 국방과학연구소 주관으로 수행중인 “경전투용 다중로봇 통합운용/제어기술개발” 과제의 일환으로 수행되었음.

참고문헌
(References)

- (1) Son, J. H., 1999, “Comparison of Several Tire Models for the Vehicle Simulation,” *KSME*, Vol. 2, pp. 922~927.
- (2) H. P. Willumeit, 1997, “Vehicle Dynamics,” Dong Myeong.
- (3) Pacejka, H. B. and Sharp, R. S., 1991, “Shear Force Development by Pneumatic Tyres in Steady State Condition : A Review of Modeling Aspects,” *Vehicle*

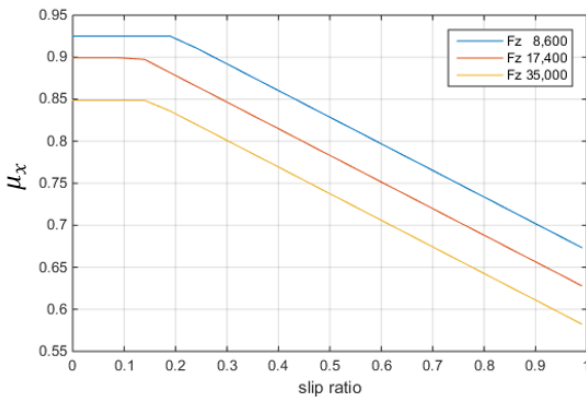


Fig. 7 Friction over slip ratio

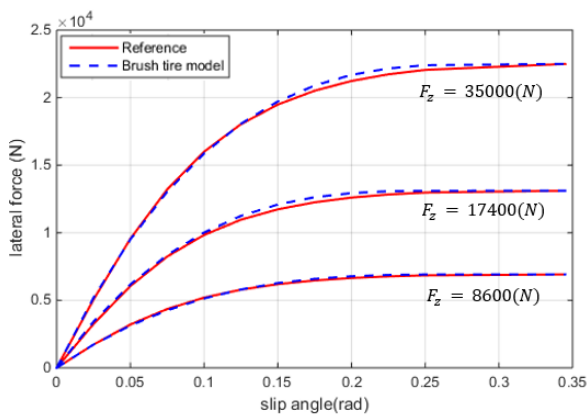


Fig. 8 lateral force of improved brush model

개선된 브러쉬 모델의 결과로부터, 종방향 힘은 완전 미끄럼 영역에서 운동마찰이 적용되어 슬립율이 증가함에 따라 종방향 힘이 감소하는 것을 표현할 수 있게 되었으며, 횡강성 및 접지면 길이의 변수 추가로 셀프 얼라이닝 토크 표현의 자유도가 증가하여 RMS 오차는 기존 브러쉬 모델보다 44.57%에서 3.16%로 감소하였다.

- System Dynamics*, pp. 121~176.
- (4) Rajesh Rajmani, 2006, "Vehicle Dynamics and Control," Springer, New York, pp. 387~433.
- (5) Kim, G. H., 1997, "A Tire Model for Practical Cornering Simulations of Vehicles," *KSAE*, Vol. 4, pp. 32~36.
- (6) MSC.software, 2013, "User Manual: Using the PAC2002Tire Model".
- (7) Lee, M. S., 1996, "Development of a UA Tire Model for the Automobile Dynamics Program AUTODYN7," *KSAE*, Vol. 1, pp. 100~106.