

기능적 여유자유도를 가지는 CTS 시스템의 기구학/역기구학 해석

이도관^{a*}, 이상정^b**Kinematic/Inverse Kinematic Analysis of Captive Trajectory Simulation System with Functional Redundancy**Do Kwan Lee^{a*}, Sang Jeong Lee^b^a The 1st R&D Institute, Agency for Defense Development, Yuseong P.O.Box 35-1, Yuseong-gu, Daejeon 34186, Korea^b Department of electronics Engineering, Chungnam National University, 99, Daehak-ro, Yuseong-gu, Daejeon 34183, Korea**ARTICLE INFO***Article history:*

| | | | |
|----------|----|-------|------|
| Received | 27 | March | 2017 |
| Revised | 6 | June | 2017 |
| Accepted | 14 | June | 2017 |

Keywords:

Captive trajectory simulation
Kinematic
Inverse kinematic
Serial manipulator
D-H representation

ABSTRACT

A captive trajectory simulation (CTS) system is used to investigate the separation behavior of the store model by moving the model to an arbitrary pose and position based on aerodynamic data. A CTS system operated inside a wind tunnel is designed to match the structure of the wind tunnel facility. As a result, each CTS system has different kinematic structure, and inverse kinematic analysis of the system is necessary. In this study, kinematic/inverse kinematic analysis for the CTS system with functional redundancy is performed. Inverse kinematic analysis with combined numerical and analytical approach is especially proposed. The suggested approach utilizes the redundancy to improve the safety of the system, and has advantages in real time analysis.

1. 서론

CTS 시스템은 항공기에서 미사일이나 연료탱크 등 장착물이 분리될 때 확보되어야 하는 분리안전성을 확인하기 위한 풍동(wind tunnel) 시험 장치이다. 분리안전성 확인을 위한 장착물 분리제적 모사를 위해서 CTS 시스템은 다음의 두 가지 방식으로 운영된다. 먼저 궤적(trajjectory) 모드에서는 장착물에 힘과 모멘트를 측정할 수 있는 센서를 부착한 후 작용하는 공력 데이터를 획득하고, 6자유도 운동방정식을 풀어서 장착물의 위치와 자세를 산출한다. 이후 산출된 위치와 자세로 장착물을 움직인 후, 다시 공력을 획득하는 과정을 반복수행하여 분리거동을 확인하는 방식이다. 다음으로 그리드(grid) 모드에서는 미리 정해진 위치와 자세로 장착물을 움

직이며 공력 데이터를 획득하고, 이후 획득된 공력데이터와 장착물의 위치와 자세로부터 장착물 분리안전성을 계산한다^[1]. 이러한 운영방식을 사용하는 CTS 시스템의 구현을 위해서는 기구학/역기구학 해석, 운동방정식 해석, 충돌회피, 궤보정 등 여러 가지 기반기술이 필요하며, 이 중 장착물을 산출된 위치로 움직이기 위한 역기구학 해석이 필수적이다. 특히 장착물의 자유도에 비해 구동기의 개수가 많은 여유자유도를 갖는 시스템의 경우에는 역기구학의 해가 무한대로 존재하므로 실시간성 및 시스템의 안전성 등을 고려한 역기구학 해석이 필요하다.

풍동시설에서 사용되는 CTS 시스템은 풍동특성에 맞게 설계되어 각기 다른 기구학적 구조를 가지고 운용되고 있다. 따라서 시스템별로 역기구학 해석이 필요하며, CTS 시스템은 세계적으로 운

* Corresponding author. Tel.: +82-2-821-4513

Fax: +82-2-823-3400

E-mail address: kany@add.re.kr (Do Kwan Lee).

영대수가 많지 않아 역기구학 해석에 대해서는 소수의 문헌에만 소개되어 있다. 호주의 DST (defence science and technology group)에서는 여유자유도가 없는 CTS 시스템에서 폐형해 형태의 역기구학 해를 사용하여 충돌을 사전에 검출할 수 있는 소프트웨어 개발에 대해 기술하고 있으며^[2], 캐나다의 NRC (national research council)에서는 전역최적화(global optimization)방식을 사용하여 여유자유도를 활용하는 방안에 대해 연구한 바 있다^[3]. 그러나 전역최적화 방식의 계산량으로 인해 미리 목표값이 정해진 그리드모드에서만 적용하고 있다. 본 논문에서는 여유자유도가 있는 시스템에 대해서 실시간으로 목표값이 주어지는 궤적모드를 수행할 수 있는 역기구학 방식을 ADD (agency for defence development)에서 보유중인 CTS 시스템의 특성을 활용하여 해석한다.

CTS 시스템과 같은 직렬머니플레이터의 역기구학 해석은 해석적인 방식과 수치연산에 의한 방식으로 분류할 수 있다. 일반적으로는 자코비안(Jacobian) 행렬을 사용한 수치연산 방식이 주로 사용되나 수치연산 방식은 해석적인 방식에 비해 연산량이 많으며, 특이점 부근에서 계산량이 증가하여 성능이 저하되거나 해를 구하지 못하는 경우가 발생하는 등의 단점을 가진다. 반면 해석적인 방식을 사용한 폐형해 형태의 해는 실시간성이 좋으나, 시스템의 특성에 따라 폐형해 형태의 해가 구하기 어렵거나 존재하지 않을 수 있다. 특히 여유자유도를 갖는 시스템의 경우에는 해가 무한히 존재하므로 적절한 해를 찾는 방안이 필요하다.

본 논문에서는 여유자유도가 1인 CTS 시스템에 대한 역기구학 해석을 수행한다. 특히 실시간 목표값이 변경되는 궤적모드에서 활용이 가능하도록 연산량을 줄이기 위해 해석적인 방식과 수치연산 방식을 혼용한 역기구학 해석방식을 제시한다. 제시된 방식은 여유자유도에 의한 시스템의 영향을 분리하여 공간좌표계에서 해석하고, 주어진 성능지수를 최적화시키는 매개변수 값을 수치연산방식으로 구한다. 이후 해석적인 방식과 최적화된 매개변수 값을 사용하여 전체 CTS 시스템의 역기구학의 해를 찾는 형태로 구성되며, 시스템의 안전성을 높이도록 설계된 성능지수를 사용한 모의실험 결과를 보인다.

2. 기능적 여유자유도를 갖는 시스템의 기구학 해석

CTS 시스템은 Fig. 1과 같이 직렬 머니플레이터의 구조로 되어 있으며 각 링크는 P-R-R-R-R (Prismatic-Revolute-Revolute-Revolute-Revolute) 구조로 결합되어 있다. 일반지지대를 사용하는 CTS 시스템은 6개의 구동기를 사용하여 장착물의 6자유도 자세를 만들 수 있다. 이러한 일반지지대를 사용한 CTS 시스템의 기구학/역기구학 해석에 대해서는 ADD에서 기

다른 바 있으며, 기구학적으로 간단한 구조로 설계되어 있으므로 해석적인 방식으로 역기구학 해석이 가능하고 따라서 폐형해의 형태로 역기구학의 해가 구할 수 있음을 보인다^[4]. 본 논문에서는 Fig. 2와 같이 구스넥(Goose-neck)형태의 지지대를 사용한 경우 CTS 시스템의 기구학/역기구학 해석에 대해서 다룬다. CTS 시스템의 특성상 모기체(parent aircraft)로부터 분리 되는 초기 시점이 매우 중요하며, 이를 위해 모기체와 장착물을 최대한 근접하여 시험을 수행해야 한다. 이때 CTS 시스템의 기구학적 구조로 인해 모기체에 근접하는 모션을 수행하기가 어려워서 구스넥 형태의 지지대가 유용하게 사용된다. 그러나 구스넥 지지대를 사용하여 롤 각도를 구현하기 위해서는 비현실적인 구동기의 동작 및 각 링크들의 과도한 움직임이 요구되므로 현실적으로 롤 각도의 구현은 불가능하다. 또한 대칭형 구조가 주로 사용되는 장착물의 경우 롤 각도에 의한 공력계수의 변화가 상대적으로 미미하므로 구스넥 지지대를 사용하는 경우 롤 각도를 제외한 5자유도 자세 제어만 수행한다. 즉 6개의 구동기를 사용하여 5자유도 모션을 수행하는 형태이므로 여유자유도가 1인 시스템으로 고려하여 해석할 수 있다. 이와 같이 기구적으로 제한된 자유도가 아닌 기능적으로 자유도를 제한하여 사용하는 경우 이를 기능적 여유자유도(functional redundancy)라 하며^[5], 아크용접 로봇이나 레이저 절단로봇과 같이 롤의 각도가 중요하지 않은 경우가 이에 해당한다.

역기구학 해석을 위해서는 먼저 구동기의 위치에 의한 장착물의 위치와 자세를 파악하는 기구학 해석이 선행되어야 한다. 기구학



Fig. 1 CTS system with straight sting

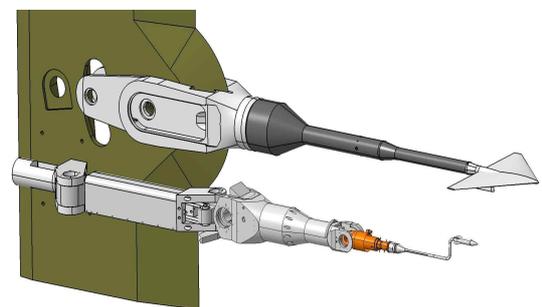


Fig. 2 CTS system with goose-neck sting

해석은 역기구학 해석을 위해서 필요한 자코비안 행렬을 구하거나 폐형해 형태의 관계식을 유도하기 위해서는 필수적이다. 기구학 해석을 위해서 D-H 표현법(Denavit-Hartenberg representation)을 사용하여 각 구동기와 장착물의 6자유도 자세의 관계를 구하며, 이를 위해 Fig. 3에서와 같이 CTS 시스템의 각 관절에 대한 기준좌표계를 설정한다^{6,7)}. 또한 설정된 기준좌표계와 D-H 표현법의 정의를 사용하여 D-H 매개변수(parameter)를 구한 결과를 Table 1에 보인다.

D-H 매개변수를 사용한 기준좌표계(base frame)에서 도구좌표계(tool frame) 사이의 변환행렬은 다음과 같다.

$$H_T^b = H_0^b H_1^0 H_2^1 H_3^2 H_4^3 H_5^4 H_6^5 H_T^6 \quad (1)$$

여기서 H_0^b 는 기준좌표계와 0-frame과의 변환행렬이며, H_T^6 는 6-frame과 도구좌표계의 변환행렬이고 다음과 같다.

$$H_0^b = \text{rot}_z\left(\frac{\pi}{2}\right)\text{rot}_x\left(\frac{\pi}{2}\right) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$H_T^6 = \text{rot}_y\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

또한 $H_1^0, H_2^1, H_3^2, H_4^3, H_5^4, H_6^5$ 변환행렬은 D-H 표현법에 의해

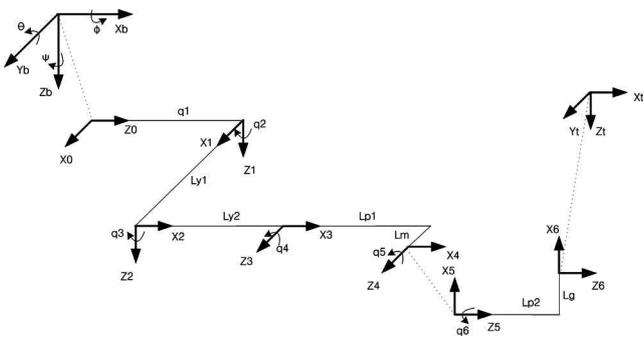


Fig. 3 Axis definition for CTS system

Table 1 D-H parameters for CTS system

| Joint | θ | d | a | α |
|-------|---------------|--------|--------|----------|
| 1 | 0 | q_1 | 0 | $-\pi/2$ |
| 2 | $q_2(-\pi/2)$ | 0 | Ly_1 | 0 |
| 3 | q_3 | 0 | Ly_2 | $-\pi/2$ |
| 4 | q_4 | L_m | Lp_1 | 0 |
| 5 | $q_5(\pi/2)$ | 0 | 0 | $\pi/2$ |
| 6 | q_6 | Lp_2 | Lg | 0 |

Table 1의 매개변수를 사용하여 식 (4)에 의해 얻을 수 있다. 편의상 $\cos(\theta)$ 는 $c\theta$, $\sin(\theta)$ 는 $s\theta$ 로 간략히 표기한다.

$$H_{i+1}^i = \begin{bmatrix} c\theta_{i+1} - s\theta_{i+1}c\alpha_{i+1} & s\theta_{i+1}c\alpha_{i+1} & a_{i+1}c\theta_{i+1} \\ s\theta_{i+1} & c\theta_{i+1}c\alpha_{i+1} & a_{i+1}s\theta_{i+1} \\ 0 & s\alpha_{i+1} & d_{i+1} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

이상의 결과를 사용한 H_T^b 는 회전행렬 R과 위치벡터 P로 구성되어 있다.

$$H_T^b = \begin{bmatrix} R & P \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

회전행렬 R의 구성요소의 계산결과는 아래와 같다. 여기서 $q_i + q_j$ 는 q_{ij} 로 간략히 표시한다.

$$r_{11} = -s_{q_{23}}s_{q_{45}} \quad (6)$$

$$r_{12} = c_{q_{45}}s_{q_{23}}s_{q_6} - c_{q_{23}}c_{q_6} \quad (7)$$

$$r_{13} = q_{23}s_{q_6} + c_{q_{45}}s_{q_{23}}c_{q_6} \quad (8)$$

$$r_{21} = c_{q_{23}}s_{q_{45}} \quad (9)$$

$$r_{22} = -s_{q_{23}}c_{q_6} - c_{q_{23}}c_{q_{45}}s_{q_6} \quad (10)$$

$$r_{23} = s_{q_{23}}s_{q_6} - c_{q_{23}}c_{q_{45}}c_{q_6} \quad (11)$$

$$r_{31} = c_{q_{45}} \quad (12)$$

$$r_{32} = s_{q_{45}}s_{q_6} \quad (13)$$

$$r_{33} = s_{q_{45}}c_{q_6} \quad (14)$$

CTS 시스템에서 사용되는 회전각도는 롤-피치-요 각도이며, 이를 오일러(euler) 각도로 표현하면 ZYX 각도이고, 회전행렬로 나타내면 다음과 같다.

$$R = \text{rot}_z(\psi)\text{rot}_y(\theta)\text{rot}_x(\phi) = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\theta + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\theta c\phi + c\psi s\theta c\phi \\ s\psi c\theta & c\psi c\theta + s\psi s\theta s\phi & -c\psi s\theta c\phi + s\psi s\theta c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (15)$$

따라서

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-r_{31}}{\sqrt{r_{11}^2 + r_{21}^2}}\right), \psi = \tan^{-1}\left(\frac{r_{21}}{r_{11}}\right), \phi = \tan^{-1}\left(\frac{r_{32}}{r_{33}}\right)$$

이다. 이를 식 (6)-(14)를 사용하여 정리하면 다음의 결과를 얻는다.

$$\theta = q_4 + q_5 - \frac{\pi}{2} \quad (16)$$

$$\psi = q_2 + q_3 + \frac{\pi}{2} \quad (17)$$

$$\phi = q_6 \quad (18)$$

식 (16)-(18)은 CTS 시스템의 기하학적 구조에 기인한 것으로 2,3번째 구동장치는 요각도만 구동하고, 4,5번째 구동장치는 피치각도만 구동하며 6번째 구동장치는 롤 각도만 구동시키도록 설계되어 있기 때문에 가능하다. 그리고 장차물의 위치벡터 P 의 구성요소의 계산결과는 아래와 같다.

$$p_x = q_1 - L_m c q_{23} - L_{y2} s q_{23} - L_{y1} s q_2 - L_{p2} s q_{23} s q_{45} - L_g c q_{23} s q_6 - L_{p1} s q_{23} c q_4 - L_g c q_{45} s q_{23} c q_6 \quad (19)$$

$$p_y = L_{y2} c q_{23} - L_m s q_{23} + L_{y1} c q_2 + L_{p2} c q_{23} s q_{45} + L_{p1} c q_{23} c q_4 - L_g s q_{23} s q_6 + L_g c q_{23} c q_{45} c q_6 \quad (20)$$

$$p_z = L_{p2} c q_{45} - L_{p1} s q_4 - L_g s q_{45} c q_6 \quad (21)$$

이상의 식 (16)~(21)을 다음과 같이 정의한다.

$$x = \kappa(q) \quad (22)$$

여기서 $x = [p_x, p_y, p_z, \psi, \theta, \phi]^T$ 이고, $q = [q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6]^T$ 이다. 식 (22)를 사용하여 구동장치 변위에 의한 장차물의 6-DOF 자세를 구할 수 있다.

3. 기능적 자유도를 갖는 시스템의 역기구학 해석

역기구학은 장차물의 6-DOF 자세 데이터 $[p_x, p_y, p_z, \psi, \theta, \phi]$ 로부터 각 구동기의 목표값 $[q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6]$ 을 구하는 과정이나, 앞서 설명한 바와 같이 장차물의 초기 위치를 모기체와 근접하게 위치시키기 위해서 구스넥 지지대를 사용한 CTS 시스템의 경우에는 롤의 자유도가 제한되므로 5-DOF 자세 데이터 $[p_x, p_y, p_z, \psi, \theta]$ 로부터 구동기의 목표값 $[q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6]$ 을 구하는 문제로 변경된다. 여유자유도를 가지는 시스템은 역기구학 해가 무한대로 존재하므로 통상 자코비안 행렬을 사용한 수치연산방식으로 역기구학의 해를 구한다. 수치연산방식은 구동축의 속도와 장차물의 속도와 관계로부터 구동축의 목표값과 장차물의 자세의 관계를 구하는 방식이며 폐형해 형태의 해를 구하지 못하는 경우에 주로 사용된다. 그러나 수치연산방식은 해를 구하기 위해 반복연산을 사용하므로 계산량이 해석적인 방식에 비해서 많으며, 초기값에 따라서 해를 찾지 못하거나 국부해(local solution)를 찾을 가능성이 있다. 또한 자코비안 행렬의 역행렬을 구해야 하므로 역행렬이 존재하지 않거나 특이값(singular value)이 매우 작은 경우 해가 발산하는 단점을 가진다. 이에 본 논문에서는 전체 시스템의 역기구학 해를

수치연산방식으로 구하지 않고, 여유자유도에 해당되는 매개변수를 수치연산 방식으로 구한 이후 해석적인 방식으로 전체 시스템의 역기구학 해를 구하는 방식을 제안한다. 이 방식은 여유자유도를 각도에 의한 시스템의 영향을 먼저 분석하고 이를 활용한 최적 롤 각도를 수치연산방식으로 구한 이후, 해석적인 방식을 사용하여 전체 CTS 시스템의 역기구학을 해석하는 구조이다.

3.1 해석적인 방식을 사용한 시스템 해석

시스템의 해석을 위해 먼저 롤 각도를 포함한 폐형해 형태의 역기구학 해를 해석적인 방식으로 구한다. 식 (16)의 θ 항과 식 (21)의 p_z 항을 사용하여 q_4 를 정리하면 다음과 같다.

$$q_4 = -\sin^{-1} \left\{ \frac{1}{L_{p1}} (L_{p2} s \theta + L_g c \theta c q_6 + p_z) \right\} \quad (23)$$

여기서 여유자유도인 롤 각도에 해당하는 q_6 를 제외한 나머지 항은 모두 알려진 값이므로 q_6 가 결정되면 q_4 값을 구할 수 있다. 그리고 q_5 는 식 (16)에 의해서 다음과 같이 정리된다.

$$q_5 = \theta - q_4 + \frac{\pi}{2} \quad (24)$$

유사하게 식 (17)과 (20)을 사용하여 q_2, q_3 를 정리하면 다음과 같다.

$$q_2 = \cos^{-1} \left\{ \frac{1}{L_{y1}} (-L_{y2} s \psi + L_m c \psi - L_{p2} s \psi c \theta - L_{p1} s \psi c q_4 + L_g c \psi s q_6 + L_g s \psi s \theta c q_6 + p_y) \right\} \quad (25)$$

$$q_3 = \psi - q_2 - \frac{\pi}{2} \quad (26)$$

마지막으로 식 (19) p_x 항으로부터 q_1 을 구한다.

$$q_1 = L_m s \psi + L_{y2} c \psi + L_{y1} s q_2 + L_{p2} c \psi c \theta + L_g s \psi s q_6 + L_{p1} c \psi c q_4 - L_g s \theta c \psi c q_6 + p_x \quad (27)$$

식 (23)-(27)은 여유자유도를 고려하지 않은 경우 CTS 시스템의 역기구학 해에 해당된다. 그러나 여유자유도를 고려한 경우 q_6 가 주어지지 않으므로 무수히 많은 해가 존재하며, 이 중 여유자유도를 활용하여 시스템의 성능 및 안전성을 향상시킬 수 있는 최적의 해를 선정하여야 한다.

3.2 여유자유도 분석

구스넥 지지대를 사용한 CTS 시스템은 롤 움직임을 기능적 여유자유도로 활용하여 해석하며, 기구적으로 구동축 q_6 만 롤의 움직임을 구현하도록 설계되어 있으므로, 여유자유도인 롤의 자유도는

마지막 구동축인 q_6 의 자유도로 간단히 해석된다. 이는 앞서 언급한 바와 같이 피치, 요, 롤의 구동축을 분리시켜 설계하였기에 가능하다. Fig. 4에서와 같이 장착물이 동일한 위치 및 자세를 유지할 때 구동축 q_6 의 변화, 즉 롤 각도의 변화는 구스넥 지지대 변곡위치 (P_G)를 결정한다. 역기구학에서는 장착물의 위치 및 자세가 목표값으로 주어지므로 롤 각도의 자유도는 구스넥 지지대 변곡위치의 자유도로 해석할 수 있다. CTS 시스템은 풍동 터널 내에서 동작하는 시스템이며, 장착물의 분리 거동을 공력적으로 해석하기 위해서 모기체와 근접하여 동작을 시작한다. 따라서 P_G 는 모기체와 터널 벽으로부터 멀어지도록 동작하는 것이 안전성 면에서 유리하므로, 시스템을 안전한 영역으로 위치시키는 성능지수를 정의하여 롤 각도, 즉 q_6 를 결정한다. 일단 q_6 가 구해지면 (23)-(27)의 식을 사용하여 전체 CTS 시스템의 역기구학 해를 구할 수 있다.

먼저 구스넥 지지대의 변곡위치 P_G 를 구하기 위해 D-H 표현법을 사용한다. 2절에서와 다른 점은 장착물의 위치 및 자세로부터 P_G 를 구해야 하므로 장착물의 위치인 P_T 로부터 요, 피치, 롤 회전을

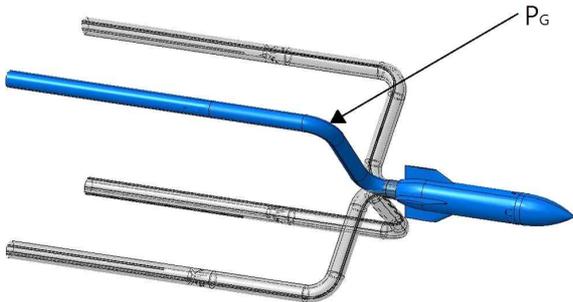


Fig. 4 Geometric location of P_G

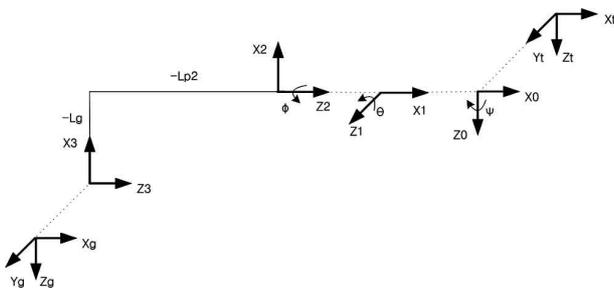


Fig. 5 Axis definition for tracking P_G

Table 2 D-H parameters for tracking P_G

| Joint | θ | d | a | α |
|-------|-----------------|---------|-------|----------|
| 1' | ψ | 0 | 0 | $-\pi/2$ |
| 2' | $\theta(\pi/2)$ | 0 | 0 | $\pi/2$ |
| 3' | ϕ | $-Lp_2$ | $-Lg$ | $-\pi/2$ |

을 수행하고, 이후 지지대 길이만큼 이동한 다음의 좌표계를 구해야 한다. 이를 위해 D-H 좌표계를 설정하면 Fig. 5와 같다. 또한 위의 D-H 좌표로부터 D-H 매개변수를 구하면 Table 2와 같다.

도구좌표계(tool frame)에서 구스넥 좌표계(goose-neck frame) 사이의 변환행렬을 구하면 다음과 같다.

$$H_G^b = H_T^b H_0^T H_1^{0'} H_2^{1'} H_3^{2'} H_G^{3'} \quad (28)$$

기준좌표계와 도구좌표계의 변환행렬 H_T^b 도구좌표계와 0'-frame과의 변환행렬 H_0^T , 그리고 3'-frame과 구스넥지지대 좌표의 변환행렬 $H_G^{3'}$ 는 다음과 같다.

$$H_T^b = \text{trans}(p_x, p_y, p_z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$H_0^T = I_{4 \times 4} \quad (30)$$

$$H_G^{3'} = \text{roty}\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

또한 $H_1^{0'}, H_2^{1'}, H_3^{2'}$ 변환행렬은 D-H 표현법에 의해 Table 2의 매개변수와 식 (4)를 사용하여 구할 수 있으므로, 전체 변환행렬 H_G^b 를 계산할 수 있다. 이로부터 구스넥 지지대 시작위치인 P_G 를 정리하면 다음과 같다.

$$P_{Gx} = p_x - L_{p2} c\psi c\theta + L_g s\phi s\psi + L_g c\phi c\psi s\theta \quad (32)$$

$$P_{Gy} = p_y - L_g c\psi s\phi - L_{p2} c\theta s\psi + L_g c\phi s\psi s\theta \quad (33)$$

$$P_{Gz} = p_z + L_{p2} s\theta + L_g c\phi c\theta \quad (34)$$

식 (32)-(34)를 사용하여 장착물의 위치와 자세 $[p_x, p_y, p_z, \psi, \theta, \phi]$ 가 주어질 때 변곡위치 P_G 의 위치를 구할 수 있다.

3.3 성능지수 정의

앞서 설명한 바와 같이 P_G 는 모기체와 터널 벽에서 먼 위치에서 동작하는 것이 안전성면에서 유리하므로 이러한 조건을 만족시키는 성능지수를 정의한다. CTS 시스템은 상단에 모기체가 위치하고 터널벽은 좌우에 위치하며, 하단에 바닥이 있는 구조이다. 즉 P_G 를 모기체와 터널 벽에서 먼 위치에 존재시키는 것은 P_G 의 위치를 최대한 터널 중앙(P_C)에 위치시키는 것과 동일하다. 따라서 다음과 같이 P_G 와 P_C 의 거리와 정규화시킨 가중치를 고려한 성능지수를 정의한다.

$$I_1(\phi) = w_1 \left(\frac{P_{Cx} - P_{cx}}{P_{Mx} - P_{mx}} \right)^2 + w_2 \left(\frac{P_{Cy} - P_{cy}}{P_{My} - P_{my}} \right)^2 + w_3 \left(\frac{P_{Cz} - P_{cz}}{P_{Mz} - P_{mz}} \right)^2 \quad (35)$$

여기서 $P_C = [P_{cx}, P_{cy}, P_{cz}]^T$ 는 터널 중앙을 나타내며, w_1, w_2, w_3 는 가중치(Weighting factor), 그리고 P_{Mx}, P_{My}, P_{Mz} 는 터널 내 유효공간의 최대위치, P_{mx}, P_{my}, P_{mz} 는 유효공간의 최소위치를 나타낸다. 식 (32)-(34)를 사용하여 I_1 을 정리하면 다음과 같다.

$$I_1(\phi) = \frac{w_1}{(P_{Mx} - P_{mx})^2} (P_x - L_{p2} c\psi c\theta + L_g s\phi s\psi + L_g c\phi c\psi s\theta - P_{cx})^2 + \frac{w_2}{(P_{My} - P_{my})^2} (P_y - L_g c\psi s\phi - L_{p2} c\theta s\psi + L_g c\phi s\psi s\theta - P_{cy})^2 + \frac{w_3}{(P_{Mz} - P_{mz})^2} (P_z + L_{p2} s\theta + L_g c\phi c\theta - P_{cz})^2 \quad (36)$$

즉 성능지수 I_1 을 최소화하는 ϕ 는 구스넥 지지대의 변곡위치 P_C 를 최대한 터널 중앙에 위치시키는 역할을 수행하여 안정성을 향상시킨다.

더불어 고려하여야 할 요소로는 P_C 위치의 급격한 변화이다. CTS 시스템에서 롤 각도의 급격한 변화는 공기흐름에도 악영향을 줄 가능성이 있으므로 안전에 큰 문제가 되지 않는다면 구스넥 지지대의 급격한 변화는 지양해야 한다. 이에 성능지수 I_1 에 롤 각도의 변화량을 추가한 성능지수 I_2 를 다음과 같이 정의한다.

$$I_2(\phi) = w_1 \left(\frac{P_{Cx} - P_{cx}}{P_{Mx} - P_{mx}} \right)^2 + w_2 \left(\frac{P_{Cy} - P_{cy}}{P_{My} - P_{my}} \right)^2 + w_3 \left(\frac{P_{Cz} - P_{cz}}{P_{Mz} - P_{mz}} \right)^2 + \frac{w_4}{2\pi} (\phi - \phi_{prev})^2 \quad (37)$$

여기서 w_4 는 가중치이며, ϕ_{prev} 는 이전의 롤 각도를 나타낸다. 식 (32)-(34)를 사용하여 다시 정리하면 다음과 같다.

$$I_2(\phi) = \frac{w_1}{(P_{Mx} - P_{mx})^2} (P_x - L_{p2} c\psi c\theta + L_g s\phi s\psi + L_g c\phi c\psi s\theta - P_{cx})^2 + \frac{w_2}{(P_{My} - P_{my})^2} (P_y - L_g c\psi s\phi - L_{p2} c\theta s\psi + L_g c\phi s\psi s\theta - P_{cy})^2 + \frac{w_3}{(P_{Mz} - P_{mz})^2} (P_z + L_{p2} s\theta + L_g c\phi c\theta - P_{cz})^2 + \frac{w_4}{2\pi} (\phi - \phi_{prev})^2 \quad (38)$$

3.4 수치연산방식을 사용한 역기구학 해석

일반적으로 역기구학 해를 구하기 위해서는 자코비안 행렬을 사

용한 수치연산방식이 주로 사용된다. 특히 여유자유도를 갖는 시스템의 경우에는 영공간(null space)를 사용하여 자유도를 활용한 역기구학 해를 구할 수 있다^[5,7,10,12]. 먼저 구동장치와 장착물의 6자유도 관계식인 식 (22)의 미소움직임의 관계는 다음과 같다.

$$\dot{x} \cong \frac{\partial x}{\partial q} \dot{q} = J \dot{q} \quad (39)$$

여기에서 J 는 자코비안 행렬을 의미한다. 식 (38)의 역 관계식은

$$\dot{q} = J^+ \dot{x} \quad (40)$$

이며, 오일러 적분과 식 (40)을 사용하여 t_{k+1} 에서 q 를 정리하면 다음과 같다.

$$q_{k+1} = q_k + \dot{q}_k \Delta t \cong q_k + J^+ \Delta x \quad (41)$$

여기서 자코비안의 역인 J^+ 의 선정방식에 따라 여러 가지 방식으로 분류되며 여기에서는 Jacobian-Pseudo-inverse (이후 JP)를 사용하는 방식을 사용한다. 또한 영공간을 사용하여 여유자유도를 활용하는 알고리즘 형태는 다음과 같다.

$$q_{k+1} = q_k + J^+ \Delta x + (I - J^+ J)(-\dot{q}_0) \quad (42)$$

여기서 \dot{q}_0 는 성능지수를 나타내며 $(I - J^+ J)$ 는 \dot{q}_0 의 영공간으로 투영(projection)시키는 행렬이다. 이상의 알고리즘을 정리하면 Table 3과 같다.

3.5 수치연산과 해석적 방식을 혼용한 역기구학 해석

변곡위치 P_C 의 위치를 최대한 터널 중앙에 위치시키는 문제는 성능지수 I_1 또는 I_2 를 최소화하는 ϕ 를 찾는 문제로 해석될 수 있다. 성능지수 I_1, I_2 는 모두 삼각함수가 포함된 비선형함수이므로 이러한 비선형 함수를 최소화하는 단변수 ϕ 를 찾기 위해 수치연산을 사용한 비선형 최적화 방식을 사용한다. 비선형 최적화문제는 다양

Table 3 Numerical algorithm

| | |
|---|---|
| Initialize : | |
| | $q_k = q_{prev}$ |
| Do | |
| | $x = \kappa(q)$ |
| | update $J, \dot{q}_0, \Delta x$ |
| | $J^+ = J^T (J J^T)^{-1}$ |
| | $\Delta q = J^+ \Delta x + (I_6 - J^+ J)(-\dot{q}_0)$ |
| | $q_{k+1} = q_k + \Delta q$ |
| while ($ q_{k+1} - q_k _{\infty} < q_tol$ or Max_iteration reaches) | |

한 알고리즘이 사용되고 있으며, 대표적으로 그레디언트-디센트 (Gradient-Descent, 이후 GD), 뉴턴-랩슨 (Newton-Raphson, 이후 NR), 가우스-뉴턴 (Gauss-Newton, 이후 GN), 레벤버그-마퀴르트(Levenberg-Marquardt, 이후 LM) 방식 등이 있다^[8]. GD 방식은 초기값에서부터 함수의 기울기(gradient)의 반대방향으로 진행하여 최소값을 찾는 방식이나, 기울기에 비례하는 크기로 탐색하기 때문에 최소값 부근에서 수렴속도가 늦어지는 단점이 있다. 반면 NR 방식은 이차미분을 사용하여 진행방향의 스텝크기를 결정하므로 수렴속도가 빠른 장점이 있다. 하지만 일반적으로 이차미분의 계산이 복잡하거나 어려우므로 GN 방식에서는 이차미분을 구하지 않고 근사화시켜 사용한다. LM 방식은 다변수 함수에서 역행렬 계산결과와 안정성을 위해서 댐핑팩터(damping factor)를 삽입하여 발산을 막는 방식이다. 본 논문에서는 성능지수가 단변수함수이고 따라서 비교적 계산이 간단하므로 이차미분을 활용한 NR 방식을 사용한다. NR 방식은 다른 방식에 비해서 수렴속도가 빠른 장점이 있으므로 실시간 해석에 유리하다. NR 방식은 GD 방식에서 극소점 부근에서 이동할 스텝의 크기가 줄어드는 문제를 해결하기 위해 이차미분을 활용한 방식이다. 즉 GD 방식에서 스텝의 크기에 해당하는 값을 이차미분의 역수를 사용하여 극소점 부근에서 수렴속도를 증가시킨다. 다변수 함수에서는 헤이시안(hessian) 행렬의 역행렬을 구해야 하므로 계산이 어렵지만 단변수 함수에서는 이차미분의 역수를 사용할 수 있으므로 비교적 계산이 간단하다. NR 방식을 사용하여 성능지수 $I(\phi)$ 를 최소화하는 알고리즘 형태는 다음과 같다.

$$\phi_{k+1} = \phi_k - \frac{I_0'(\phi_k)}{I_0''(\phi_k)} \quad (43)$$

수치연산방식과 해석적인 방식을 사용하여 CTS 시스템의 역기구학 해를 구하는 전체 알고리즘을 Table 4에 보인다.

Table 4에서 ϕ_k 는 k번째의 ϕ 값을 의미하며, $I_0'(\phi_k)$ 과 $I_0''(\phi_k)$

Table 4 Combined algorithm

| | |
|---|--|
| <i><Numerical method></i> | |
| Initialize : | |
| | $\phi_k = \phi_{prev}$ |
| Do | |
| | update I_0', I_0'' |
| | $\phi_{k+1} = \phi_k - \frac{I_0'(\phi_k)}{I_0''(\phi_k)}$ |
| while ($ \phi_{k+1} - \phi_k < tol$ or Max iteration reaches) | |
| Set $q_6 = \phi_{k+1}$ | |
| <i><Analytical method></i> | |
| Calculate $q_1 \sim q_5$ using equation (23)~(27) | |

는 성능지수 함수의 일차미분, 이차미분 항을 나타낸다.

4. 모의실험

본 절에서는 제안한 알고리즘을 사용하여 여유자유도를 활용한 CTS 시스템의 모의실험을 수행하고 성능을 검증한다.

4.1 성능지수 I_1 을 사용한 모의실험 결과

먼저 변곡위치 P_C 를 터널중앙에 위치시키는 성능지수 I_1 을 사용한 모의실험 결과를 보인다. 변곡위치에 의한 영향을 확인하기 위해서 장차물을 수직으로 떨어지는 상황을 모의실험하였다. 모의실험

Table 5 Simulation parameters

| | |
|--|---------------|
| Vertical position target (z) | -15 ~ 15 [in] |
| Vertical sweep rate (\dot{z}) | 3 [in/s] |
| Weighting factor ($[w_1, w_2, w_3]$) | [1, 1, 1] |
| Max Iteration Number | 100 |
| Tolerance (e_{tol}) | 10^{-6} |
| Init pos (ϕ_0) | 0 |
| Trajectory time interval | 0.05 [s] |

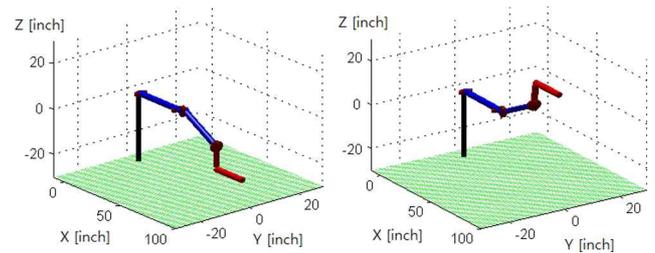


Fig. 6 Simulation visualization

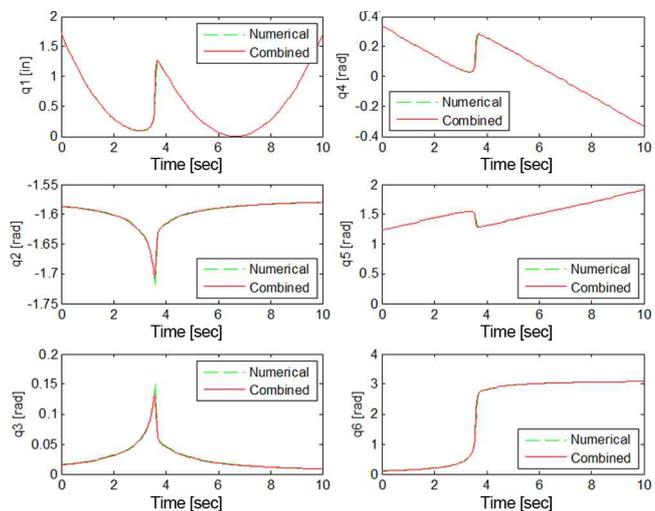


Fig. 7 Simulation Result with performance index I_1

험에 사용된 설정값은 Table 5에 정리하였다.

모의실험은 로보틱스 툴박스(robotics toolbox)^[9]를 사용하여 도시화 및 계산을 수행하였으며, Fig. 6에서 수직위치에 따라 변곡 위치가 중앙에 위치하는 것을 확인할 수 있다. Fig. 7에서는 3.4절과 3.5절의 알고리즘을 각각 사용하여 모의실험한 각 구동장치의 움직임을 나타내고 있다. 두 방식 모두 성능지수에서 요구한 터널 중앙으로 변곡위치를 보내기 위해 롤 각도를 터널 중앙에 위치시키도록 궤적생성을 하고 있음을 확인할 수 있다. 그러나 Fig. 8에서와 같이 목표값을 구하기 위한 알고리즘 수렴속도가 제안된 방식이 빠르다는 것을 알 수 있으며, 마찬가지로 200개의 목표값을 계산하는데 걸리는 총 시간도 Table 6에서와 같이 제안된 방식에서 단축되고 있음을 확인할 수 있다.

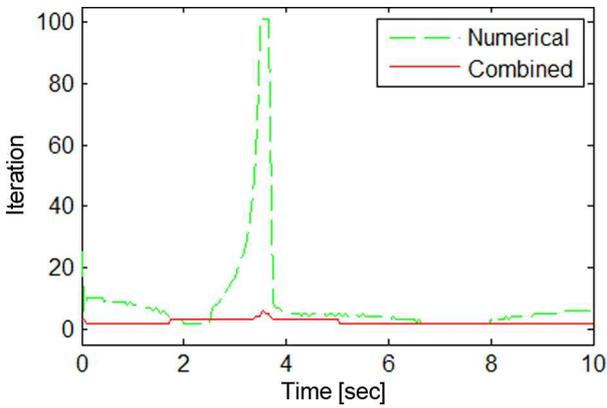


Fig. 8 Iteration number to get target position

Table 6 Elapsed time to get 200 target position

| Numerical Algorithm | Combined Algorithm |
|---------------------|--------------------|
| 0.2376 [sec] | 0.0281 [sec] |

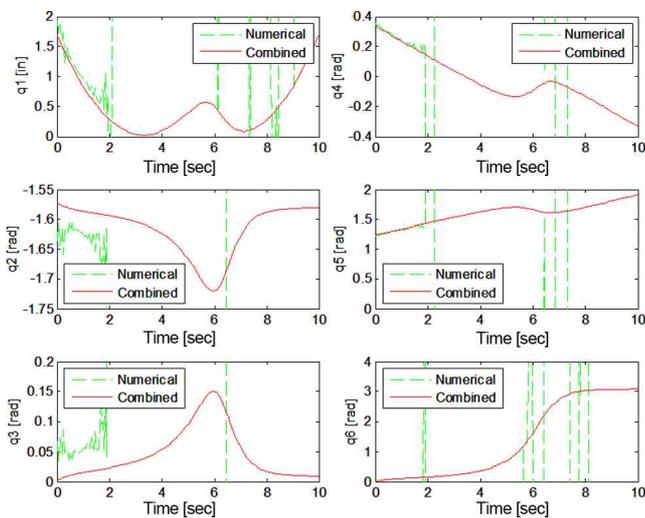


Fig. 9 Simulation result with performance index I_2

4.2 성능지수 I_2 을 사용한 모의실험 결과

변곡위치를 터널 중앙에 위치시키면서 동시에 롤 각도의 급격한 변동을 방지하는 성능지수 I_2 를 사용한 모의실험 결과를 보인다. 4.1에서와 동일한 환경에서 모의실험을 수행하였으며 w_4 값은 5로 설정하였다.

모의실험 결과 수치연산만을 사용한 방식은 w_4 값의 영향으로 정상적인 구동범위 내의 목표값을 찾지 못하는 현상이 발생되었다. 반면 제안된 방식은 롤 각도의 구동속도를 감소시키도록 궤적이 생성되어 움직이고 있으며, 이를 보상하기 위한 다른 구동축 역시 부드럽게 움직이고 있음을 확인할 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 구스넥 지지대를 사용한 CTS 시스템의 기구학, 역기구학 해석에 대해서 논의하였다. 구스넥 지지대의 제한으로 인해 발생한 기능적 여유자유도를 활용하기 위해 해석적인 방식과 수치연산방식을 혼용한 역기구학 알고리즘을 제시하였다. 즉 여유자유도인 롤 각도에 의한 변곡위치를 정의하고, 장착물의 5자유도 자세와 관계없이 시스템의 안전성을 증가시킬 수 있는 최적의 롤 각도를 수치연산방식을 사용하여 얻는다. 롤 각도를 구한 이후에는 해석적인 방식으로 전체 시스템의 역기구학 해를 구하도록 하였다. 제안된 방식은 폐형해 형태의 역기구학 해석을 활용하므로 자코비안 행렬을 사용한 수치연산 방식에 비해 연산량이 적어서 실시간 제어에 장점을 가지며, 여유자유도를 활용할 수 있으므로 추후 모기체 또는 링크와의 충돌회피 등에도 사용될 수 있다.

References

- [1] Carman, B. J. Jr., 1980, Store Separation Testing Techniques at the Arnold Engineering Development Center Volume I An Overview, Arnold Engineering Development Center, AEDC-TR-79-1.
- [2] Leung, F. Y. S., Link, Y. Y., Edwards, D. C., 2000, Collision Detection Modelling for Store Release Testing at AMRL, Defence Science and Technology Organisation, DSTO-TR-1074.
- [3] Guigue, A., Ahmadi, M., Langlois, R., Hayes, J., 2010, Pareto Optimality and Multiobjective Trajectory Planning for a 7-DOF redundant Manipulator, IEEE Transactions on Robotics, 26:6 1094-1099.
- [4] Lee, D. K., Lee, S. J., 2016, Kinematic/Inverse Kinematic Analysis of Captive Trajectory Simulation System in a Wind Tunnel, KSAS 2016 Spring Conference 15-17.

- [5] Huo, L., 2009, Robotic Joint-motion Optimization of Functionally Redundant Tasks for Joint Limits and Singularity Avoidance, A Thesis for a Doctorate, University of Montreal, Canada.
- [6] Niku, B. S., 2001, Introduction to Robotics: Analysis, Systems, Applications, Prentice Hall, New Jersey.
- [7] Siciliano, B., Sciavicco, L., Villani, L., Oriolo, G., 2009, Robotics, Modelling, Planning and Control, Springer-verlag, London.
- [8] Chong, P. K. E., ZAK, H. S., 2001, An Introduction to Optimization, Second Edition, John Wiley & Sons Inc. New York.
- [9] Corke, P. I., 2011, Robotics, Vision & Control, Springer, New York.
- [10] Siciliano, B., 1990, Kinematic Control of Redundant Robot Manipulators: A Tutorial, Journal of Intelligent and Robotic Systems, 3 201-212.
- [11] Shimizu, M., Kakuya, H., Yoon, W. K., Kitagaki, K., Kosuge, K., 2008, Analytical Inverse Kinematic Computation for 7-DOF Redundant Manipulators With Joint Limits and Its Application to Redundancy Resolution, IEEE Transactions on Robotics, 24:5 1131-1142.
- [12] Lee, D. K., Lee, S. J., 2017, Trajectory generation for Double Roll Sting System using DLS Method, KSAS 2017 Spring Conference, 11-13.