

수압을 받는 원통형 실린더의 초기부정을 고려한 좌굴해석

노인식^{1,†} · 류재원¹ · 임승재¹ · 조상래² · 조윤식³
충남대학교 선박해양공학과¹
울산대학교 조선해양공학부²
국방과학연구소³

Buckling Analysis of Circular Cylinders with Initial Imperfection Subjected to Hydrostatic Pressure

In Sik Nho^{1,†} · Jae Won Ryu¹ · Seung Jae Lim¹ · Sang Rai Cho² · Yun Sik Cho³
Dept. of Naval Architecture & Ocean Engineering, Chungnam National University¹
School of Naval Architecture and Ocean Engineering, University of Ulsan²
Agency for Defense Development³

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Pressure hulls of submerged structures are generally designed as circular cylinders, spheres or cones with form of axisymmetric shell of revolution to withstand the high external pressure of deep ocean. The compressive buckling (implosion) due to hydrostatic pressure is the main concern of structural design of pressure hull and many design codes are provided for it. It is well-known that the buckling behavior of thin shell of revolution is very sensitive to the initial geometric imperfections introduced during the construction process of cutting and welding. Hence, the theoretical solutions for thin shells with perfect geometry often provide much higher buckling pressures than the measured data in tests or real structures and more precise structural analysis techniques are prerequisite for the safe design of pressure hulls. So this paper dealt with various buckling pressure estimation techniques for unstiffened circular cylinder under hydrostatic pressure conditions. The empirical design equations, eigenvalue analysis technique for critical pressure and collapse behaviors of thin cylindrical shells by the incremental nonlinear FE analysis were applied. Finally all the obtained results were compared with those of the pressure chamber test for the aluminium models. The pros and cons of each techniques were discussed and the most rational approach for the implosion of circular cylinder was recommended.

Keywords : Buckling analysis(좌굴해석), Circular cylinder(원통형 실린더), Initial imperfection(초기부정), Nonlinear FEA(비선형 유한요소해석)

1. 서론

잠수체의 내압 선체 구조는 정수압에 의한 압축좌굴을 고려하여 설계되며 이에 따른 각종 설계 규정이 마련되어 있다. 그러나 심해에서 임계상태의 외압을 받는 내압선체 및 외부 장비가 수중 폭발 등에 기인하는 하중을 추가적으로 받게 된다면 구조 안전성에 심각한 문제가 발생할 수 있다 (Gish, 2013).

기술의 발전과 더불어 잠수함에 부착되는 추가적인 장비들 역

시 늘어나고 있는 추세이다. 이러한 외장 장비들 역시 높은 수압과 UNDEX(Underwater Explosion)로 인한 충격 압력 파에 노출되어 있기에 임계 하중에 도달하지 않은 경우에서도 급속 붕괴 가능성을 내포하고 있다. 이와 같은 급속 붕괴 과정을 내파(內破, implosion)라고 한다. 내파로 인한 급속 붕괴는 매우 큰 에너지를 순간적으로 충격 압력파(pulse)의 형태로 방출한다. 잠수함에 부착된 부가 장비가 붕괴되면서 내파가 발생한다면 바로 근접해 있는 잠수함 본체의 동적 붕괴거동에 큰 영향을 줄 수 있다.

국내에서도 정수압을 받는 심해잠수정 압력선체의 구조설계에

관한 연구들은 다수 이루어져 왔으나 (Jung, et al., 2007), 이러한 동적 붕괴거동에 관한 연구는 거의 이루어지지 않고 있다. 최근에 이루어진 세계적으로 앞선 연구들을 살펴보더라도 압력 선체의 급속 붕괴 시 발생하는 충격파의 크기, 지속시간 등에 대한 추정에는 쉽지 않은 주제로 판단되지만 이러한 내파문제의 해석을 위해서는 정수압에 의한 압력선체의 급격한 불안정 붕괴가 시작되는 임계압력의 추정은 가장 먼저 해결되어야 할 문제이다.

따라서 본 연구에서는 외압을 받는 얇은 원통형 실린더의 압축 붕괴 거동 추정을 위한 다양한 해석기법을 적용하여 몇 가지 예제에 대한 수치 계산을 수행하였으며, 실제 알루미늄 튜브 시편의 좌굴 실험 결과를 수치 해석 결과와 비교, 평가하였다.

2. 원통형 실린더의 붕괴거동 해석

2.1 개요

정수압을 받는 원통형 실린더의 붕괴 거동을 평가하기 위하여 여러 가지 수치적 해석기법을 적용하고 그 결과를 검토하였다. 또한 해석의 정밀도를 검증하기 위하여 압력 챔버에서 알루미늄으로 제작된 3 종류의 원통형 실린더 모델에 정수압을 가하여 좌굴시험을 병행하고 그 결과를 상호 비교하였다 (Cho, et al., 2016).

먼저 고유치 해석 방법을 이용하여 임계 좌굴하중을 구하였다. 이 방법은 통상적인 탄성 좌굴 거동을 평가할 수 있으나, 실제 대부분의 축대칭 형상 압력용기에서는 용접 변형과 같은 기하학적 초기부정(initial imperfection)에 의해 임계하중이 매우 민감하게 저하되는 경향이 있기 때문에 설계 시 안전측의 결과를 주는 하나의 상한 기준치로는 간주될 수 있으나 실제 정확한 좌굴 압력으로 판단하기에는 문제가 있다 (Andrew, et al., 2008).

따라서 좀 더 정밀한 좌굴 거동을 추정하기 위해서 비선형 탄소성 대변형 구조 해석 방법을 이용한다. 해석 정도에 큰 영향을 미치는 실린더 초기부정의 형상을 정확히 결정하는 것은 거의 불가능하지만 초기부정의 전반적인 크기는 제작된 실험 모형에 대한 사전 계측을 통하여 개략적으로 추정할 수 있고 경우에 따라서는 제작사양서에 제시된 최소 제작공차를 고려할 수 있다. 또한 실린더의 붕괴거동은 작용하는 정수압이 임계치에 가까워질 때, 최저차 고유좌굴 모드 형상으로 시작되는 것으로 간주할 수 있다. 따라서 고유치 해석을 통하여 구한 고유좌굴 모드 형상에 적절한 계수를 곱하여 초기부정의 형상을 가정함으로써 수치해석 모델의 기하학적 형상을 완성한다.

증분형 비선형 방정식의 해법으로는 Riks의 호장증분법(Arc length method)을 사용하였다. 호장증분법은 하중-변위 공간 상에서 증분량 norm의 크기를 일정한 값으로 제어함으로써 해의 발산을 억제하고 안정적인 수렴성을 확보할 수 있기 때문에 후좌굴 문제, snap-through, snap-back 등 연화 현상을 동반하는 복잡한 비선형 구조거동에 대한 해법으로 많이 사용되고 있다 (Nho, 1992; Riks, 1972).

전반적인 해석 절차와 상호 비교 과정을 Fig. 1에 정리하였다.

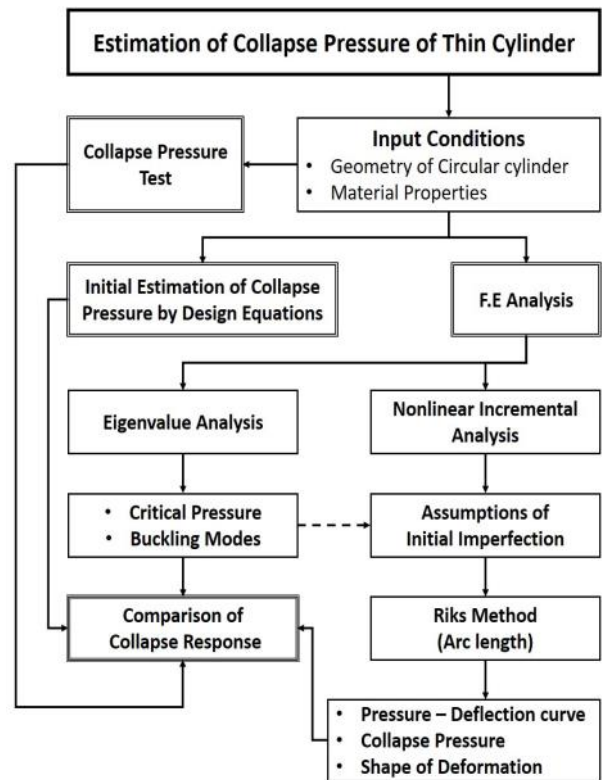


Fig. 1 Collapse pressure estimation process

2.2 정수압 붕괴 실험

Fig. 2에 보인 것과 같은 압력 챔버에서 정수압에 의한 붕괴 실험을 수행하였다. 알루미늄 합금 AL6061-T6로 제작된 원통형 실린더 모델은 Fig. 3과 같은 기본 형상을 갖고 있으며, 양쪽을 15 mm 씩 여유를 두고 방수 마개로 막아 시험 중 물이 스며들지 못 하게 하였다. 시험 모델은 Table 1에서 보인 3가지 종류(C1A, C2A, C3A)로 제작하였다. 제작된 모델들의 치수를 다시 정밀하게 계측하고 그 결과들의 평균치를 Table 1에 나타내었다 (Cho, et al., 2016).

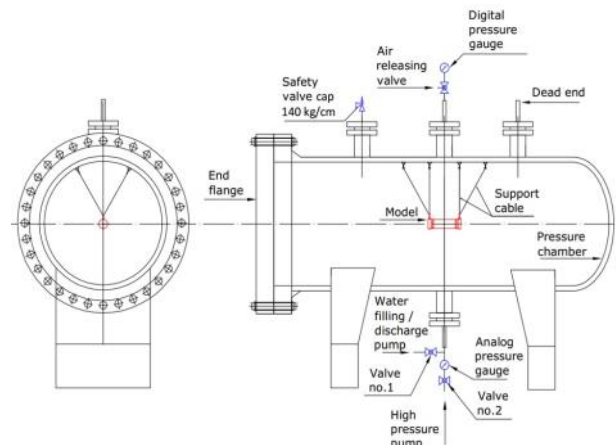


Fig. 2 Pressure chamber test set-up

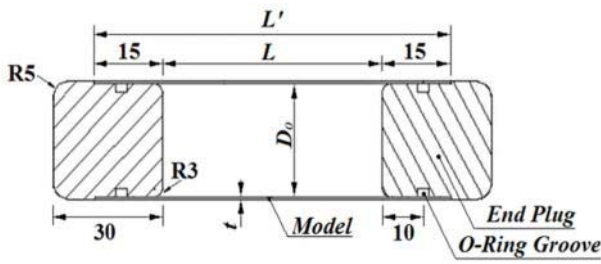


Fig. 3 Shape and particulars of test model

Table 1 Dimension and imperfections of cylinders

Model \ Scantling	C1A	C2A	C3A
<i>t</i> (mm)	0.69 (0.7)*	0.71 (0.7)*	0.72 (0.7)*
<i>L</i> (mm)	120	145	170
<i>D_o</i> (mm)	47.3 (47.4)*	47.4 (47.4)*	47.6 (47.4)*

(*) : Nominal values, *D_o*: Outside diameter

또한 재료시험용 시편 4개를 제작하여 정밀한 응력-변형도 곡선을 계측하고 그 결과를 통계적으로 처리하였다. 이로부터 Fig. 4와 같은 소성경화곡선을 도출하여 이후의 정밀 해석 과정에 적용하였다. Table 2에 재료특성치들을 정리하였다.

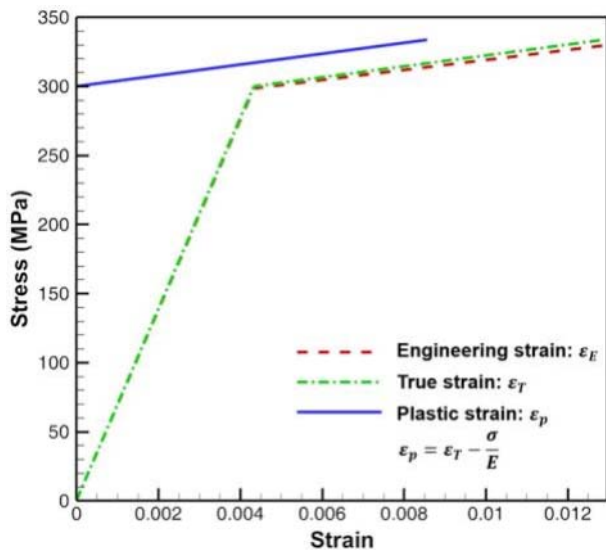


Fig. 4 Hardening data for AL6061-T6

Table 2 Material characteristics of AL6061-T6

Material constants	Values
Young's modulus <i>E</i>	68.9 GPa
Poisson's ratio <i>ν</i>	0.3
Density <i>ρ</i>	2,700 kg/m ³
Yield strength <i>σ_y</i>	298.6 MPa
Tensile strength <i>σ_u</i>	329.6 MPa

2.3 좌굴 입력의 간이 추정식

정밀한 수치해석에 앞서 초기 단계에 탄성 좌굴 압력을 간단하게 추정하기 위하여 가장 많이 적용되고 있는 von Mises와 Windenburg & Trilling의 간이 설계식을 이용하여 좌굴 모드에 따른 탄성좌굴 압력을 추정하였다 (Novoselac, et al., 2012). 두 가지 간이 좌굴 공식으로부터 얻은 결과를 다른 해석법의 결과들과 비교하여 3.4절의 Table.4에 함께 정리하였다.

$$P_{VM} = \frac{E \frac{t}{r}}{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi r}{nl}\right)^2} \left\{ \frac{1}{n^2 \left[1 + \left(\frac{nl}{\pi r}\right)^2\right]^2} + \frac{n^2 t^2}{12r^2 (1 + \nu^2)} \left[1 + \left(\frac{\pi r}{nl}\right)^2\right]^2 \right\} \quad (1)$$

$$P_{WTR} = \frac{2.42E(t/2r)^{5/2}}{(1 - \nu^2)^{0.75} [(l/2r) - 0.447(t/2r)^{1/2}]} \quad (2)$$

여기서,

P_{VM} : von Mises' buckling pressure

P_{WTR} : Windenburg and Trilling's buckling pressure

t : Wall thickness of circular cylindrical shell

E : Young's modulus, *ν* : Poisson's ratio

l : Length of cylinder, *r* : Radius of cylinder

n ≥ 2 : Number of lobes

3. 붕괴 과정의 수치해석

원통형 실린더의 붕괴 거동을 정밀하게 시뮬레이션하기 위하여 상용 유한요소해석 프로그램 ABAQUS에 의한 수치해석을 수행하였다. 고유치 해석법에 의해 고유 좌굴 모드와 이에 대응되는 고유치로서 좌굴 압력을 계산하였다. 또한 정밀한 압력-변형 거동을 추적하기 위하여 Riks의 호장법에 기반한 증분형 비선형 탄소성 대변형 해석기법을 적용하였다.

3.1 유한요소 해석 모델

실제 실험 모델은 Fig. 3에서 보인 바와 같이 양단에 방수를 위하여 엔드플러그를 설치하였으나 유한요소해석 모델에서는 변형이 발생하는 L까지 길이만을 모델링을 하였다. 엔드플러그에 작용하는 축 방향 수압과 이로 인한 축방향 변형, 그리고 반경 방향 변위 구속효과를 고려하기 위하여 양단은 강체 판 요소로서 모델링을 하였다. 요소분할은 격자 크기 2x2 mm 기준으로 Fig. 5에서 보이는 바와 같이 판 요소로 모델링 하였다.

변위 경계 조건은 좌측 단을 완전히 구속하되 우측 단은 축 방향 압력에 의한 변형을 고려할 수 있도록 축 방향으로는 자유로 설정하였다. 비선형 해석 시 하중은 변형과정에서 모델의 모든 면(엔드플러그 면을 포함)에 균일하게 정수압이 작용하도록 설정하였다.

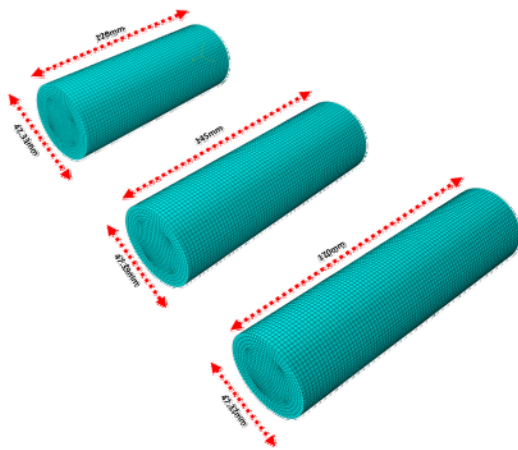


Fig. 5 FE models of test cylinders

3.2 탄성좌굴 해석

본질적으로 압축을 받는 구조물의 탄성좌굴 문제는 고유치 문제이므로, 유한요소 해석을 통하여 고유 모드와 이에 대응되는 고유치로서 좌굴압력을 구한다. 위의 3가지 모델 외에도 실린더의 직경과 길이 비에 대한 좌굴 모드 평가를 위하여 추가적으로 8 가지 다른 길이의 모델을 선정하여 계산결과를 비교하였다.

우선 대표적인 결과로서 C2A 모델에 대한 좌굴 모드와 이에 대응하는 좌굴 압력을 Fig. 6에 나타내었다. 이 모델의 최저 좌굴압력에 해당되는 기본 좌굴 모드는 원주 방향의 파형이 3개 (Lobe 3)인 형상으로 나타난다.

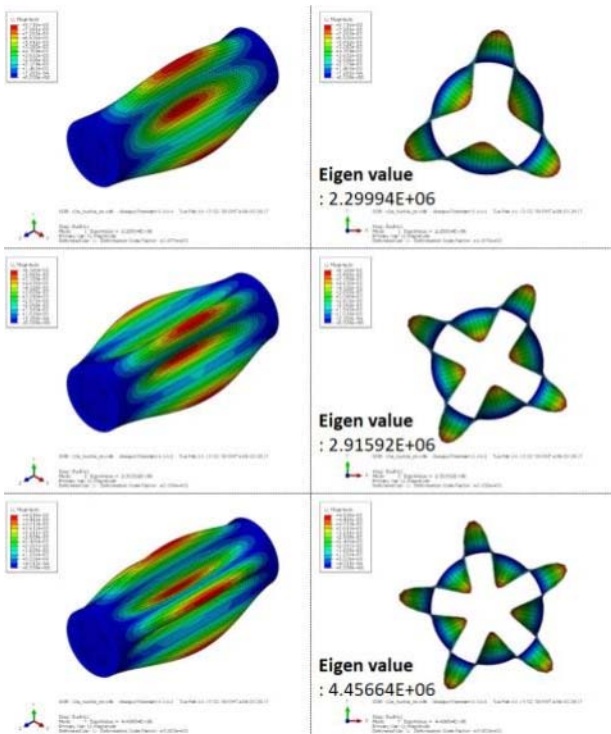


Fig. 6 Buckling pressures and corresponding buckling modes of C2A model

원통형 실린더의 기하학적 형상 즉 길이 직경비(L/D)에 따라 기본 좌굴 모드 형상은 달라질 수 있으므로 위의 3개 모델 외에 길이를 변화시킨 총 11개의 L/D 가 다른 모델에 대하여 고유치 해석을 수행하고 원주 방향 파형 즉 Lobe 2, 3, 4, 5인 기본 좌굴 모드에 대응되는 좌굴 압력을 정리하여 Fig. 7에 도시하였다.

가장 기본적인 모드인 Lobe 2 파형은 L/D가 5보다 작은 비교적 짧은 실린더에서는 최저차 좌굴모드로 나타나지는 않는다. 길이가 짧아질수록 양쪽 지지단의 영향으로 복잡한 3차원적인 형상으로 변형되므로 이 모드의 좌굴압력은 다른 모드에 비해 급격히 커진다.

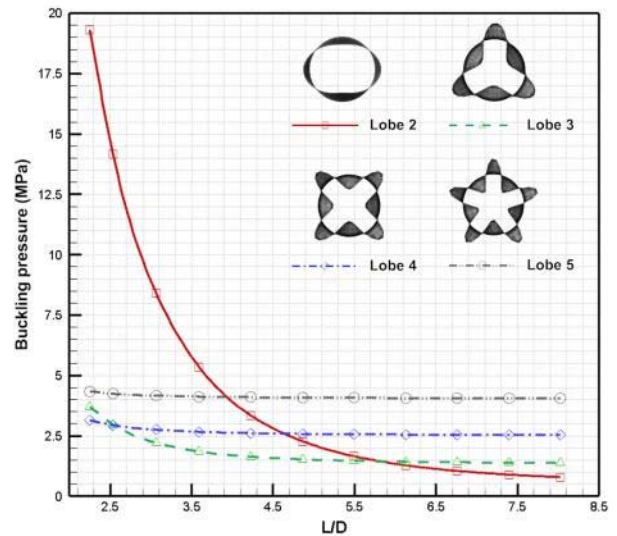


Fig. 7 Buckling mode & pressures corresponding to L/D

직경에 비해서 길이가 길어져서 L/D가 6보다 큰 실린더가 되면 양쪽 지지단의 영향이 줄어들고 변형 형상이 좀 더 2차원적 형상에 가까워지기 때문에 기본 좌굴모드가 Lobe 2 파형으로 나타나기 시작한다. 실린더의 두께/직경 비에 따라 조금씩 달라질 수는 있으나 길이에 따라 최저차 좌굴 모드가 바뀌는 이러한 경향은 유사할 것으로 보인다.

본 연구에서 주로 다루고 있는 C1A, C2A 및 C3A의 3가지 모델은 L/D가 각각 2.4, 2.9, 3.4에 해당되므로 원주 방향 파형 수가 3인 Lobe 3인 모드가 최저 좌굴압력을 나타내는 기본 모드가 된다. C1A 모델의 경우 Lobe 3과 4의 경계 부근에 위치하며 실제 해석결과에서도 Lobe 4가 기본 모드로 나타나지만 좌굴압력은 두 모드에서 거의 같은 값으로 주어진다.

3.3 비선형 유한요소해석

정수압의 점진적인 증가에 따르는 실린더의 변형을 비선형 유한요소법으로 정밀하게 계산하였다. 이때, 해석 모델과 경계 조건은 고유치 해석과 동일하게 적용하였다.

실제 임계 압력 부근의 좌굴 거동은 급속한 동적 불안정 붕괴

현상으로 나타나지만 여기서는 이러한 동적 효과는 논외로 하고 붕괴 과정에서 발생하는 압력과 변형의 연관관계를 정적 관점에서 고찰하였다. 이때, 구조물의 좌굴 거동은 최저차 고유좌굴 모드 형상으로 진전되는 것으로 간주할 수 있다.

앞서 논의한 바와 같이 축대칭 쉘의 좌굴 거동은 초기부정의 크기와 형상에 따라 민감하게 변화한다 (Chen, 2014). 그러나 내압 구조물의 설계 단계에서는 제작 과정에서 발생하는 이러한 초기부정의 형상과 그 크기를 쉽게 예단하기 어렵다는 문제점이 있다. 실제 제작 과정에서 용접 잔류변형 등에 의해 발생하는 구조물의 초기부정은 매우 복잡한 임의의 형상을 갖게 되지만 좌굴 유발에 직접적인 영향을 주는 초기부정 모드는 붕괴 발생 초기의 좌굴 파형 성분 형상으로 볼 수 있다는 점을 고려한다. 따라서 먼저 고유치 해석을 통하여 구한 최저차 고유 좌굴 모드 형상에 적절한 축척 계수(scale factor)를 곱하여 초기부정의 형상을 가정함으로써 비선형 붕괴 거동 수치해석 모델의 기하학적 형상을 완성한다. 이때, 초기부정의 크기 추정은 제작 시 계측 오차에 대한 통계적 자료를 활용할 수 있다.

본 연구에서는 실험을 위하여 제작된 모형의 직경과 두께를 정밀하게 측정하여 치수들의 평균치에 대한 편차를 구하였으며, 특히 외경의 편차가 상대적으로 크기 때문에 이를 초기부정으로 간주하여 해석에 반영하였다. 초기부정 형상으로는 고유치 해석에서 얻은 1차 좌굴 모드 형상(Lobe 3)을 적용하였으며, 보수적 관점에서 초기부정의 크기 전부가 이 모드 성분인 것으로 간주하여 해석하였다.

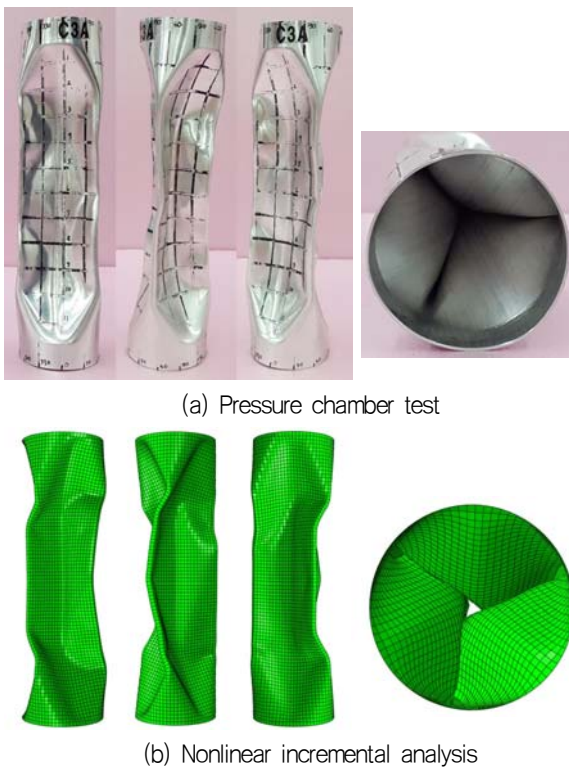


Fig. 8 Comparison of collapsed shapes between chamber test and nonlinear numerical analysis (C3A model)

3가지 해석 모델에 대하여 초기부정의 크기를 변화시켜 가면서 해석을 수행하고 그 결과를 정리하였다. 먼저 Fig. 8에 대표적인 모델 C3A의 붕괴된 형상을 실험과 해석 결과를 대비하여 보였다. Lobe 3으로 나타나는 전형적인 단면 변형 형상과 함께 전체적으로도 비교적 유사한 변형을 보임으로써 실제 붕괴 과정이 잘 묘사되었음을 짐작할 수 있다.

Fig. 9에는 초기부정의 크기를 변화시켜 가면서 압력의 증가에 따라 증가하는 중앙 단면에서의 최대 변형량을 곡선으로 도시하고 각 곡선의 차이를 서로 비교하였다. 이때, 초기부정의 크기는 중앙 단면에서 외경의 최대 편차를 고려하되 두께로 나누어 무차원화하여 표시하였다.

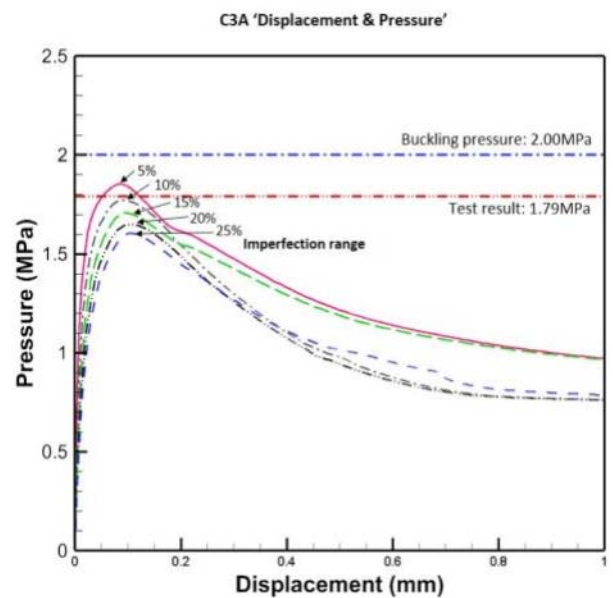


Fig. 9 Variation of pressure-deflection curves of C3A according to initial imperfection

고유치 해석과 실험에서 얻어진 좌굴 압력을 비교 목적으로 함께 표시하였다. 고유치 해석으로부터 얻어진 좌굴 압력은 상한치로 간주되며 실제 실험치 보다는 약간 큰 값을 보이고 있다.

압력의 증가에 따라 변형량도 점진적으로 증가되지만 압력이 임계치에 이르면 변형의 급속한 증가와 함께 압력 감소가 동반되는 불안정 변형 연화 현상이 발생된다. 초기부정의 크기가 증가될수록 실린더가 견딜 수 있는 임계 하중의 크기는 작아진다. 대략적으로 초기부정의 크기를 두께의 8% 정도로 두고 해석하면 실험치와 유사한 값으로 나타난다.

3.4 해석 결과의 고찰

C1A, C2A 모델에 대해서도 같은 방법으로 초기부정의 크기를 변화시켜 해석을 수행하였다. 이때 실험치와 유사한 붕괴 압력을 주는 초기부정의 크기(Assumed imperfection)와 실제 제작된 각 모델에서 계측된 최대 오차(Max. measured error)의 크기를 함께 비교하여 Table 3에 정리하였다.

Table 3 Comparison of assumed imperfection & max. measured error (percentage to thickness)

Model	Assumed imperfection	Max. measured error
C1A	18.1%	14.5%
C2A	15.4%	14.1%
C3A	8.1%	13.9%

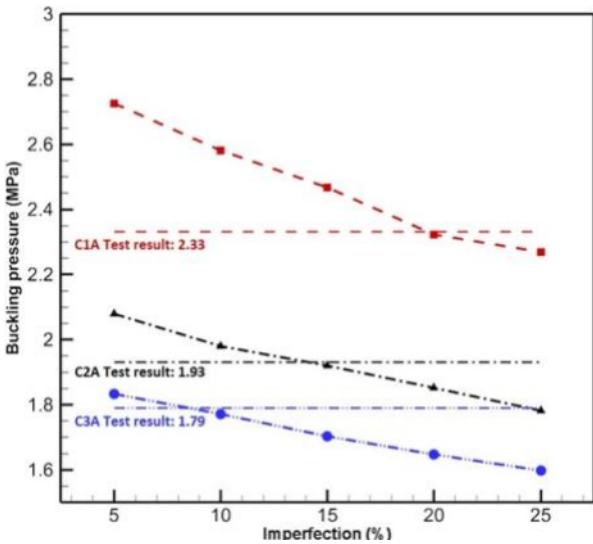


Fig. 10 Change of collapse pressures according to initial imperfection

Table 4 Comparison of collapse pressures (Lobe=3)

Model	P_{VM}	P_{WT}	P_{EA}	P_{NA}	P_T
C1A	1.91	1.89	2.93	2.36	2.33
C2A	1.84	1.67	2.30	1.92	1.93
C3A	1.82	1.48	2.00	1.78	1.79

(Unit: MPa)

여기서,

P_{VM} : Von Mises' buckling pressures

P_{WT} : Windenburg and Trilling's buckling pressures

P_{EA} : Buckling pressure obtained from eigenvalue analysis

P_{NA} : Collapse pressure by nonlinear incremental analysis

P_T : Pressure chamber test results

각 모델의 수치해석 시 적용한 추정된 초기부정의 크기가 실제 계측 오차와 비교적 유사한 값을 보임을 확인할 수 있다. 3가지 모델 각각에 초기부정을 적용하여 동일한 비선형 해석법으로 임계 압력을 계산하였으며 이 값들을 실험 결과와 비교하여 Fig. 10에 정리하였다. 초기부정의 크기에 따라 임계 압력이 감소하는 비율(기울기)은 3 모델에서 거의 유사하게 나타나고 있다. 대체로 초기부정의 크기를 두께의 10~20% 정도로 두고 해석하면 실험치에 근접한 임계 압력이 도출되지만, 모델의 길이가 길어짐에 따라 초기부정의 크기가 작아지는 것을 확인할 수 있다.

원통형 실린더의 임계 압력에 대한 간이 설계식, 고유치 해석에서 얻은 좌굴 압력, 비선형 해석을 통해 얻은 결과, 그리고 실험 결과를 모두 종합하여 Table 4에 정리하였다.

Von Mises와 Windenburg & Trilling의 두 간이식 결과는 서로 유사한 값을 주지만 설계를 염두에 두고 안전율을 고려한 식이므로, 실험치 뿐만 아니라 다른 결과들에 비해서도 가장 낮은 값을 나타낸다. 반면, 고유치 해석으로부터 얻은 좌굴 압력은 기하학적으로 완벽한 형상의 실린더에 대해서 해석한 결과이며 실제 시험 시편 제작 시 발생하는 초기부정의 영향을 고려하지 않으므로 실험 결과보다는 상당히 큰 상한치를 제공한다. 따라서 실제 구조물의 정밀한 붕괴 거동을 추정하기 위해서는 초기부정의 영향을 합리적으로 고려해서 정밀한 증분형 비선형 해석을 수행하여야 하며, 이 표에서도 이 방법이 실제 실험과 가장 유사한 결과를 제공할 수 있다는 것을 보여주고 있다.

4. 결론

본 연구를 통하여 원통형 실린더의 임계압력 및 변형 형상 등 붕괴 과정의 구조적 거동을 해석하기 위한 다양한 수치해석 기법들을 살펴보았다. 3개의 대상 모델을 선정하여 간이 해석법 및 고유치해석에 의한 좌굴압력을 추정하였으며, 제작된 시험 모델에 대한 초기부정을 정밀하게 계측하고 이를 반영하여 유한요소법에 의한 정밀 비선형 해석을 수행하였다. 이 결과들을 모두 실험 결과와 상호 비교함으로써 해석 기법들의 타당성을 검토하였으며 각 방법들의 적용 방법과 한계를 함께 고찰하였다. 해석 및 실험 결과들을 검토한 결과들은 다음과 같이 정리될 수 있다.

- (1) 간이식들로부터 얻은 좌굴압력은 안전율을 고려한 설계 식이므로, 실제 구조물의 거동보다는 낮은 값을 준다.
- (2) 고유치 해석으로부터 얻은 좌굴 압력은 초기부정을 고려하지 않은 기하학적으로 완벽한 형상의 실린더에 대해서 해석한 결과이므로 실제 임계압력보다는 상당히 큰 상한치를 제공한다.
- (3) 실제 구조물의 정밀한 붕괴 거동을 추정하기 위해서는 초기부정의 영향을 합리적으로 고려해서 정밀한 증분형 비선형 해석을 수행해야 한다.
- (4) 이때 초기부정은 고유치 해석을 통하여 구한 최저차 고유 좌굴 모드 형상으로 가정함으로써 비교적 합리적으로 해석을 수행할 수 있다. 그 크기는 제작 오차에 대한 통계적 자료를 활용하여 결정할 수 있다.

후기

이 연구는 국방과학연구소 “수중 근접폭발 특화연구실” 과제와 충남대학교 자체연구과제의 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

References

- Andrew, P.F.L. Carl, T.F.R. Daniel, S. & Graham, X.B., 2008. Inelastic buckling of geometrically imperfect tubes under external hydrostatic pressure. *Journal of Ocean Technology*, 3(1), pp.75–90.
- Chen, T., 2014. *On introducing imperfection in the non-linear analysis of buckling of thin shell structures*. Ph.D Thesis. Delft University of Technology the Netherlands.
- Cho, S.R. Park, S.H. Song, S.W. Han, S. & Lee, P.S., 2016. Collapse tests on thin aluminum tubes under hydrostatic pressure. *Naval ship technology seminar*, 20 October 2016, KIMM, Daejeon Korea.
- Gish, L., 2013. *Analytic and numerical study of underwater implosion*. Ph.D Thesis. MIT.
- Jung, T.H. Nho, I.S. Lee, J.H. Lee, J.M., Tadahiro, H. & Karl, S., 2007. Study on the design, manufacture, and pressure test of a pressure vessel model. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 19(1), pp.101–106.
- Nho, I.S., 1992. *An elasto-plastic-damage constitutive model for materials and large deformation finite element analysis procedure*. Ph.D

Thesis. Seoul National University.

- Novoselac, S. Ergić, T. & Baličević, P., 2012. Linear and nonlinear buckling and post buckling analysis of a bar with the influence of imperfections. *Technical Gazette*, 19(3), pp.695–701.
- Riks, E., 1972. An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems. *International Journal of Solids and Structures*, 15, pp.529–551.



노인식



류재원



임승재



조상래



조윤식