

다상 유동 Void Fraction 가시화 장치 설계 및 성능 평가

최창현* · 최성원* · 송시몬†

Design and Performance Evaluation of Visualization System for Measuring the Void Fraction of Two-phase Flow

Chang-Hyun Choi*, Seong-Won Choi* and Simon Song†

Abstract A two-phase flow observed in a heat exchanger or nuclear power generation often has a profound effect on undesirable noise or flow characteristics. Void fraction, which refers to the ratio of gas (or liquid) to the total fluid, affects heat transfer coefficient, vibration and so forth. In other words, void fraction is one of most important parameters in two-phase flow since it contributes to comprehend the characteristics of two-phase flow. We developed a two-phase flow visualization system to measure cross-sectional and volumetric void fractions by using quick closing valves and image processing software. With this system, we could observe the plug, slug, and stratified flow patterns of two-phase flow and measure a myriad of void fractions. As a consequence of the experiment, we found that the estimated void fractions were largely coincident with the predictive values by Chisholm model.

Key Words : Two-Phase Flow(2상 유동), Void Fraction(기공율), Quick Closing Valve(퀵 클로징 밸브), Image Processing(영상처리기법), Flow Patterns(유동형태)

기호 설명

$\epsilon_{chordal}$ 길이 Void Fraction

ϵ_c 단면 Void Fraction

ϵ_v 부피 Void Fraction

β 부피유량비 $\left(\beta = \frac{Q_G}{Q_G + Q_L}\right)$

x 건도 $\left(x = \frac{m_G}{m_G + m_L}\right)$

g 중력가속도

u_g 혼합 후 기체의 속도

u_L 혼합 후 액체의 속도

S Slip ratio $\left(S = \frac{u_G}{u_L}\right)$

ρ_G 기체의 밀도

ρ_L 액체의 밀도

Q_G 기체의 부피 유량

Q_L 액체 부피 유량

m_G 기체의 질량 유량

m_L 액체의 질량 유량

† Dept. of Mechanical Convergence Engineering,
Hanyang University
E-mail: simonsong@hanyang.ac.kr

* Dept. of Mechanical Engineering,
Hanyang University

m	총 질량 유량($m = m_G + m_L$)
G	Total Mass flux $G = m/A$
L_G	기체상의 선의 길이
L_L	액체상의 선의 길이
A	총 파이프 단면적
A_L	유로 내 기체 상이 차지하는 단면적
A_G	유로 내 기체 상이 차지하는 단면적
V_L	액체의 부피
V_G	기체의 부피
μ_L	액체의 점성계수
μ_{water}	물의 점성계수
σ	임의 유체의 표면장력계수
σ_{water}	물의 표면장력계수

1. 서론

Void fraction은 2상 유동에 있어서 큰 영향을 미친다. 특히, 상변화가 빈번히 발생하는 냉동시스템에서 Void fraction은 열교환의 중요한 요소인 열전달계수에 영향을 미치고 압력강하에도 영향을 미친다. 또한, Void fraction이 변함에 따라 관에 진동이 촉진되고 소음을 일으켜, 원자로와 같은 안전에 민감한 시스템에 있어서 내구성에 영향을 미치기 때문에 안전과 직결되기도 한다. 따라서, 시스템의 효율적이고 안전한 관리를 위해서 Void fraction을 측정하는 것은 필수적이라고 할 수 있다.

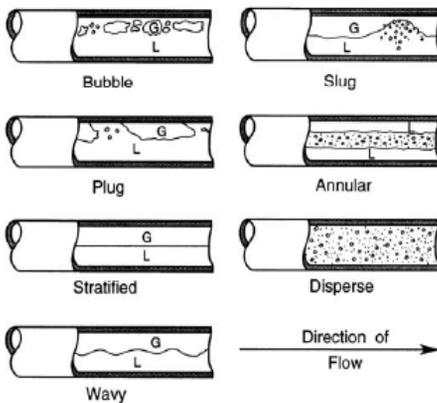


Fig. 1. Sketches of flow patterns for flow of air/water mixtures in a horizontal, 5.1cm diameter pipe⁽²⁾

2상 유동은 Baker에 따르면, Fig.1과 같이 액체, 기체의 Mass flux와 아래에 정의된 무차원수 λ 와 ψ 의 값에 따라 여러 유동형태가 나타나게 된다.⁽¹⁾

$$\lambda = \left(\frac{\rho_G}{\rho_{air}} \frac{\rho_L}{\rho_{water}} \right)^{\frac{1}{2}} \tag{1}$$

$$\psi = \left(\frac{\sigma_{water}}{\sigma} \right) \left[\left(\frac{\mu_L}{\mu_{water}} \right) \left(\frac{\rho_{water}}{\rho_L} \right)^2 \right]^{1/3} \tag{2}$$

Bubble 유동은 기체의 Bubble이 파이프 상단에 집중되면서 분산되어 이동하는 유동이며, Plug 유동은 파이프 상단에 가늘고 긴, 지름이 파이프보다 작은 기체의 Bubble이 이동하는 유동이다. Slug 유동은 파이프 상단에 가늘고 긴, 지름이 유로 높이와 비슷한 기체 Bubble이 이동하는 유동이며, Annular 유동은 액체가 파이프벽면에 환상의 막을 형성하면서 흘러가는 유동이다. Stratified 유동은 파이프 하단에는 액체, 파이프 상단으로는 기체가 나뉘어 움직이는 유동이며, Dispersed 유동은 연속된 한 상의 유체 유동에 다른 상이 분산되어 이동하는 유동이며, 마지막으로 Wavy 유동은 Stratified 유동 형태에서 표면이 물결이 치면서 이동하는 유동이다.⁽³⁾

Void fraction은 기체와 액체가 동시에 흐르는 2상 유동에서 기체의 분율을 의미한다. Void fraction은 길이, 단면 혹은 부피에 대한 Void fraction 세 가지로 나눌 수 있고 각각의 정의는 다음과 같다.⁽³⁾

$$\varepsilon_{chordal} = \frac{L_G}{L_G + L_L} \tag{3}$$

$$\varepsilon_c = \frac{A_G}{A_G + A_L} \tag{4}$$

$$\varepsilon_v = \frac{V_G}{V_G + V_L} \tag{5}$$

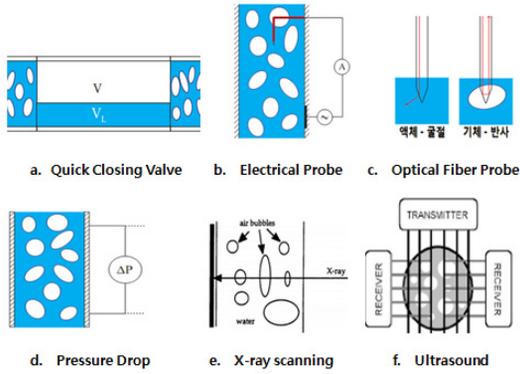


Fig. 2. Void fraction measurement system⁽⁴⁾

부피 Void fraction ε_v 은 Quick Closing Valve를 이용해 유동을 순간적으로 정지시킨 뒤 측정할 수 있고, 단면 Void fraction ε_c 는 일반적으로 전류 센서를 이용하여 유동이 흐르고 있는 도중에도 측정할 수 있다. 단면 Void fraction은 일반적으로 시간에 따라 변하며, 이로 인해 아래 식 (6)과 같이 시간에 대한 평균값으로 사용한다.

$$\varepsilon_c = \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} \frac{A_G(t)}{A} dt \quad (6)$$

2상 유동에서 또 다른 중요한 파라미터인 기체 질량과 전체 질량의 비를 나타내는 건도 x 와 단면 Void Fraction ε_c 의 관계는 혼합 후 액체와 기체의 속도 비인 Slip ratio, $S(= \frac{u_G}{u_L})$ 를 이용해 표현하면 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.⁽¹⁾

$$\varepsilon_c = \frac{1}{1 + \frac{1-x\rho_G}{x\rho_L} S} \quad (7)$$

그리고, 부피 Void fraction과 단면 Void fraction 사이의 관계는 식 (8)과 같다.⁽¹⁾

$$\varepsilon_v = \frac{\varepsilon_c}{\frac{1}{S}(1-\varepsilon_c) + \varepsilon_c} \quad (8)$$

여기서 $S=1$ 인 경우를 Homogeneous Model이라 하는데, 일반적인 경우는 $S > 1$ 이고 Bubble 유동, Dispersed 유동의 경우만 $S=1$ 으로 간주할 수 있고 수직으로 하강하는 유동의 경우 대부분 $S < 1$ 이다.⁽³⁾

2상 유동 연구에서 흔히 사용되는 Void fraction model은 대부분 단면 Void fraction과 건도 사이의 관계를 예측하는데 사용되는데, 속도비 Slip ratio를 실제로 알기 어렵기 때문에 이를 예측하거나 혹은 직접적으로 단면 Void fraction과 건도 사이의 관계를 예측하는 모델들도 연구되어 있다.

Void fraction 측정 방식에는 Fig. 2와 같이 Quick Closing Valve 방식, Electrical Probe 방식, Optical Fiber Probe 방식, Pressure Drop 방식, 그리고 X-Ray와 Ultrasound를 이용한 방식 등이 있다. Quick Closing Valve 방식은 유동이 흐르고 있는 관의 양단에 밸브를 설치한 뒤 순간적으로 밸브를 동시에 닫아 부피 Void fraction을 측정하는 방법으로, 구조가 간단하고 비용이 저렴하지만, 높은 Void fraction일때는 오차가 커지고 측정을 위해서는 시스템을 정지시켜야 하는 단점을 가지고 있다.⁽⁴⁾ Electrical Probe 방식은 액체, 기체의 컨덕턴스 차이를 이용한 방법으로, 유동 방해를 일으키지 않지만, 비전도 유체에는 적용이 불가능하다는 단점을 가지고 있다.⁽⁵⁾ Optical Fiber Probe 방식은 액체와 기체의 굴절률 차이를 이용한 방법으로 빠른 응답성을 가지고 있지만, Probe가 깨지기 쉬운 단점을 가지고 있다.⁽⁷⁾ Pressure Drop 방식은 수직관 내 유체 정역학적인 압력 강하를 이용한 방법으로, 수평관에서는 사용이 불가능하다는 단점을 가지고 있다. X-ray 방식과 Ultrasound를 이용한 방식은 액체와 기체에 대한 감쇠의 차이를 이용한 방법으로, 기체의 2차원, 3차원 분포 이미지를 얻을 수 있

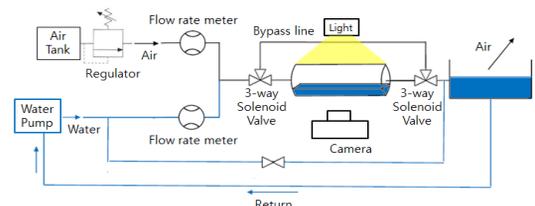


Fig. 3. Schematic experimental setup

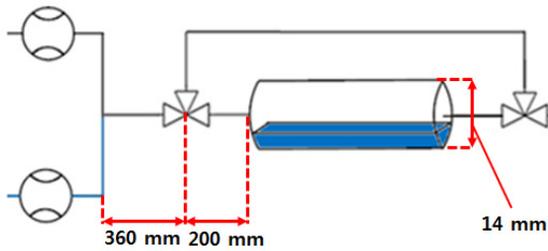


Fig. 4. Dimensions of pipes used in the device

지만, 시간과 비용이 많이 소요되는 단점을 가지고 있다.⁽⁸⁾ Void fraction 측정에 대한 선행 연구들은 초음파, 전기적방식, 광학 probe 등을 이용해 단면, 부피 Void fraction을 측정하고, Quick Closing Valve 방식으로 측정한 부피 Void fraction과 비교하는 방식으로 진행되는 경우가 대부분이다.

본 연구에서는 Quick Closing Valve 방식만을 이용하여 Void fraction을 측정하는 시스템을 제작하는 것을 목표로 삼았다. 구체적으로는, 밸브를 직접적으로 차단하여 부피 Void fraction을 측정하는 Quick Closing Valve 방식을 활용할 뿐만 아니라, 초고속 카메라로 찍은 이미지를 Image Processing을 통해 단면 Void fraction도 측정이 가능한 가시화 장치를 설계하고 제작하고자 한다. 폴리카보네이트로 제작한 투명관을 이용하여 2상 유동을 가시화하며, 투명관 양단에 설치된 3-way 솔레노이드 밸브를 순간적으로 밸브를 닫아 투명관 내의 부피 Void fraction을 측정하고자 한다. 마지막으로 가시화 실험 결과들을 2상 유동 Void fraction을 예측하는 모델과 비교 분석하고자 한다.

2. 가시화 장치 설계 및 영상처리기법

가시화 장치는 Fig. 3과 같이 고속카메라, LED 광원, 유량계 등으로 구성되어 있다. 기존 연구들은 밸브를 차단하는 과정에서 유동을 정지시켜야 한다는 단점 때문에 Quick Closing Valve 방식을 보조적으로 사용했는데, 본 연구에서는 이 한계점을 극복하기 위해 Fig. 3과 같이 바이패스 시스템을 추가하였다. 작동 유체는 실험의 용이함을 위해 물과 공기를 이용하였는데, 물과 공기는 각각 펌프(PUN-350M, WILO)와 압축 공기 탱크를 이용하여

공급하였다. 또한 Fig. 4와 같이 물과 공기가 혼합된 뒤의 파이프 내경(가시화 투명 관 포함)은 14 mm로 일정하게 하였고, 혼합 후 솔레노이드 밸브까지의 거리는 360 mm, 밸브로부터 투명 관까지 거리는 200 mm가 되게 제작하였다. 유량은 물의 경우 25.8 ~ 216 kg/m²s, 공기의 경우 0.015 ~ 2.61 kg/m²s의 범위에서 실험을 진행하였다. 또한, Baker Chart의 무차원수 λ 와 ψ 가 1이 되는 조건에서 2상 유동을 발생시켰다.

2상 유동 가시화를 위해 고속카메라를 이용하여 1000 fps의 속도로 투명관 내의 2상 유동을 0.5 초간 촬영한 후 각 영상을 MATLAB를 이용하여 분석하였다. Region of interest(ROI)는 224800 pixel이다. 관의 어느 부분을 촬영을 해서 Void fraction 측정을 하는지에 대한 문제, 즉 Image plane 설정에 대한 문제는 2상 유동에서 두 유체가 관의 단면을 시간에 따라 일정한 비율로 흐르지 않고 그 비율이 계속해서 변동하기 때문에 중요한 문제이다. Image plane을 유동방향으로 길게 설정할 경우 긴 영역에 대한 평균화에 의한 효과로, 측정되는 Void fraction의 변동이 작아지고 신뢰할만한 값을 측정할 수 있다. 하지만, 과하게 길 경우 유동이 밸브와

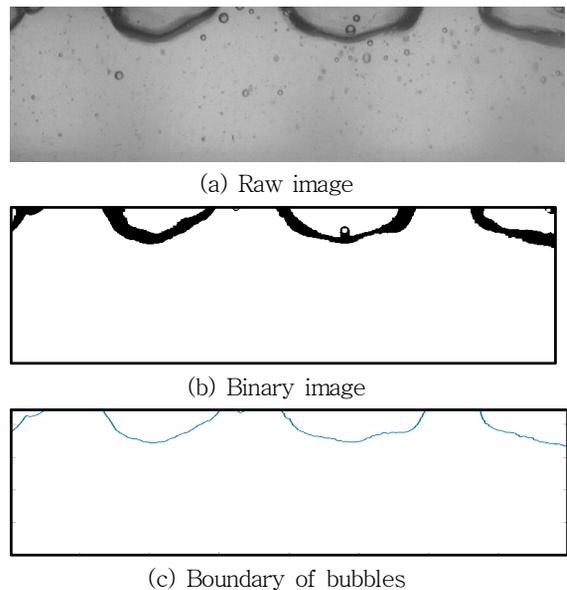


Fig. 5. Image processing results of a plug flow. (a) Raw image, (b) binary image, and (c) boundary of bubbles.

피팅 등의 장애물을 지나면서 생기는 불안정한 유동까지 측정되기 때문에 오히려 오차가 더 커질 수 있다. 반대로, Image plane을 너무 짧게 설정할 경우에는 측정되는 Void fraction의 변동이 크기 때문에 신뢰할 만한 데이터를 얻기가 힘들어 진다. 따라서, 본 연구에서는 유동이 밸브 등 각종 장애물을 지나면서 생기는 와류가 안정될 수 있도록 난류유동의 입구길이(10D = 140 mm)를 적용하여 솔레노이드 밸브와 Image plane 간의 간격을 그 이상으로 선정하였다. 반지름 방향에 대해서는, 관의 두께가 Void fraction 산출에 영향을 미치지 않도록 관 내벽을 기준으로 Image plane을 설정하였다.

Fig. 5A는 Plug 유동에 대해 촬영한 이미지 중 하나이다. MATLAB의 Im2bw함수를 이용하여 이 이미지를 이진화하면 Fig. 5B와 같은 이미지가 생성된다. 이 과정에서, Im2bw함수의 Threshold 값을 적절히 변경해보면서 이미지를 분석한 결과 0.5에서 가장 선명하고 경계선이 뚜렷한 이미지를 얻을 수 있다. 이미지를 이진화하는 과정에서, Fig. 5A에 보이던 작은 Bubble들이 Threshold 값에 의해 무시되면서 Fig. 5B에서는 보이지 않게 된다. 이 때문에, Void fraction이 참값보다 약간 더 낮게 측정 이 된다고 할 수 있다. 따라서, 오차 원인의 한 요 소라고 볼 수 있다. 하지만, 일부 유동을 제외하고 는 해당 Bubble의 양이 경계선 추출을 통해서 측정 되는 공기의 양에 비해 많지 않기 때문에 크지 않 을 것이라 추정된다. 그리고 이진화된 이미지 Fig. 5B에서는 물과 공기의 경계선이 특정 두께를 갖는 Meniscus 형상이 나타나는데, 이 부분은 이미지를 이진화하면서 Threshold 이하의 값들을 일괄적으 로 0으로 만들면서 생긴 부분이다. 이 부분에서는 표면 장력을 고려하였다. 표면 장력에 의해 관벽 근처의 물분자들이 투명관 벽에 붙어 실제 경계선 보다 약간 더 높게 보일 것이라고 생각해서 오차 를 줄이기 위해 Meniscus 부분의 아랫 부분을 기준 으로 경계선을 설정하였다. 즉, 각 열 별로 맨 아래 행부터 시작하여 처음으로 0(검은색)이 나타나는 높이를 구하면, 그것이 바로 물이 차지하는 높이가 된다. 이 높이를 각 열에 따라 표기하면 Fig. 5C와 같은 기포 경계선을 추출할 수 있다.

각 지점에서 단면 Void fraction을 구하면 다음과

같이 시간과, 공간에 대한 Void fraction으로 식 (9) 과 같이 나타낼 수 있다.

$$\varepsilon_c(x,t) = 1 - \frac{A_G}{A_G + A_L} \quad (9)$$

이를 가로 픽셀 개수(800)로 평균하면 투명관에 대해 임의 시간의 공간 평균 Void fraction을 식 (10)와 같이 구할 수 있다,

$$\varepsilon_{c-space-avg}(t) = \frac{1}{800} \sum_{x=1}^{800} \varepsilon_c(x,t) \quad (10)$$

마지막으로 시간에 대한 평균, 즉 1 ms 간격으 로 획득된 500개 이미지에 대해 평균을 구하면 식 (11)과 같이 단면 Void Fraction의 평균 값을 구할 수 있게 된다.

$$\varepsilon_{c-avg}(t) = \frac{1}{500} \sum_{x=1}^{500} \varepsilon_{c-space-avg}(t) \quad (11)$$

3. Void Fraction Model

다양한 Void fraction 예측 모델 중 본 연구에서 는 Table 1과 같이 세 가지 대표 모델을 검토하였 다. 첫째로, Homogeneous Model은 $S = 1$ 인 Model 로 액체 기체의 부피 건도 β 와 단면 Void fraction, 부피 Void fraction 는 모두 같다. Homogeneous model은 유속이 빠른 Bubble 유동, Dispersed 유동의 경우에만 유효하다. 둘째로, Momentum Flux Model은

Table 1. Slip ratio, cross-section void fraction of each model

Model	S	ε_c
Homo- geneous(10)	1	$\frac{1}{1 + \frac{1-x}{x} \frac{\rho_G}{\rho_L}}$
Momentum flux(10)	$\left(\frac{P_L}{P_G}\right)^{1/2}$	$\frac{1}{1 + \frac{1-x}{x} \left(\frac{\rho_G}{\rho_L}\right)^{1/2}}$
Chisholm(9)	$\left[1-x \left(1 - \frac{P_L}{P_G}\right)\right]^{1/2}$	$\frac{1}{1 + \frac{1-x}{x} \frac{\rho_G}{\rho_L} \left[1-x \left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_G}\right)\right]^{1/2}}$

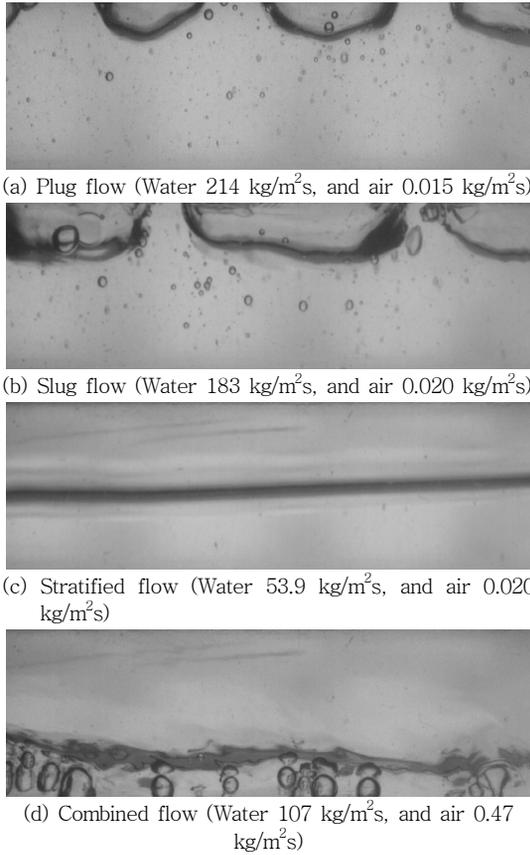


Fig. 6. Various 2-phase Flow images

Momentum flux를 최소화하는 단면 Void fraction을 값을 유도하는 방법으로 Slip ratio S 는 Table 1에 나타난 바와 같이, 기체와 액체의 비의 제곱근으로 표현된다. 마지막으로 Chisholm Model은 Simple Annular Flow Model과 액체 및 기체의 마찰압력손실을 이용한 Model로 Slip ratio S 는 밀도비와 건도를 모두 고려한 형태이다.⁽⁹⁾

4. 실험 결과

물과 공기의 유량에 따라 Fig. 6과 같이 Plug, Slug, Stratified 유동과 Bubble이 혼재한 Combined 유동이 관찰되었다. 특히 Combined 유동은 층류 유동 중 입구 길이가 충분히 확보되지 못한 조건에서 관찰되어 유동 내의 Bubble이 Plug를 형성할 시간이 충분하지 못해 생겨난 것으로 판단된다.

각 상에 대한 Mass flux와 유동 패턴을 하나의

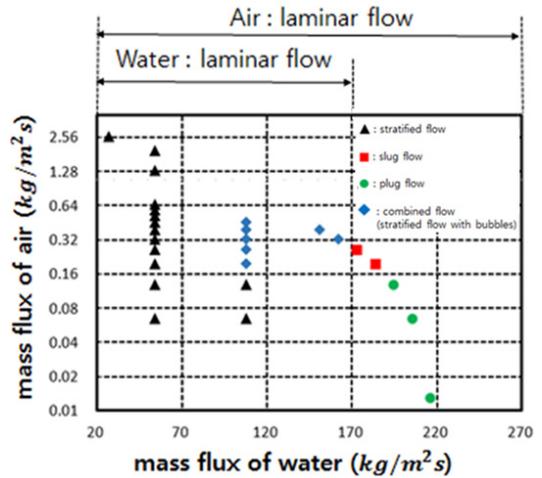


Fig. 7. Flow patterns with respect to mass fluxes

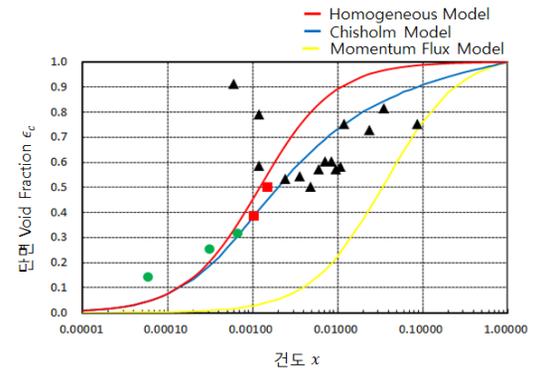


Fig. 8. Cross-sectional void fractions with respect to vapor quality. The symbols are the same as in Fig. 7.

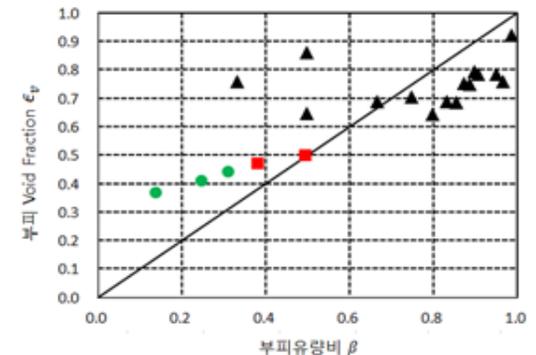


Fig. 9. Volumetric void fractions with respect to volumetric quality. The symbols are the same as in Fig. 7.

그래프에 표기하여 보면 Fig. 7와 같다. Image Processing을 적용하기 힘든 Combined 유동을 제외한 나머지 유동 형태에 대해서, 단면 Void fraction을 계산한 결과는 Fig. 8에 나타내었다. Combined 유동의 경우에는 Bubble의 불규칙적인 분포때문에 이미지 처리시 노이즈가 많이 발생해서 신뢰할 수 있는 Void fraction 값을 얻을 수 없어서 제외하였다. Fig. 8에 보이는 바와 같이, Chisholm model이 Momentum Flux Model보다 실험결과에 근접한 결과를 보여주었고 상관계수는 0.85가 나왔다. 높은 건도에서는 어느 정도 신뢰할 만한 결과를 얻을 수 있었지만, Stratified 유동의 경우 건도가 낮을 때 Chisholm Model과 큰 차이를 보였다. 첫번째 원인으로, 이미지 이진화시 제거되는 Bubble의 양이다. 이 Bubble의 양이 경계선 추출을 통해 측정하는 공기의 양에 비해 무시할 수 있을 정도로 적지 않기 때문일 수 있다. 두번째 원인으로, 원형 투명관의 굴절에 의한 왜곡에 대해서 고려를 하지 못했다는 점이다. 특히, Void fraction이 낮을수록 굴절에 의한 상대오차는 더욱 더 커지게 되기 때문에 이렇게 Void fraction이 낮아지면서 큰 차이를 보이는 현상이 나타난 것이다.

부피 Void Fraction에 대한 실험 결과는 Fig. 9에 나타내었다. 먼저, 이론상의 부피 Void fraction과 부피 유량비의 관계는 정상상태 및 유동 시 비압축성을 가질 때 식 (12)와 같다.

$$\begin{aligned} \epsilon_v &= \frac{V_g}{V_G + V_L} = \frac{\Delta V_g}{\Delta V_G + \Delta V_L} \quad (12) \\ &= \frac{\Delta V_g / \Delta t}{\Delta V_G \Delta t + \Delta V_L \Delta t} = \frac{Q_G}{Q_G + Q_L} = \beta \end{aligned}$$

측정된 Void fraction 값과 입력 값으로 제어한 부피유량비 β 를 비교해보면 상관계수는 0.62로서 다소 낮게 분석되었다. 그래프에 표시된 실선은 $\epsilon_v = \beta$ 의 관계를 나타낸 선이다. 부피 유량비가 증가하면 부피 Void fraction이 증가하는 경향이 있다고 볼 수 있지만, 실험 결과 $\epsilon_v = \beta$ 라고 확정지을 수 없다. 보다 정확한 실험 결과를 얻기 위해서는 이번 실험에 사용한 판넬형 유량계보다 기기도 차가 작은 유량계 사용 및 보다 충분한 입구길이

를 확보하고, 원형 투명관에 의한 왜곡을 충분히 고려한 시스템을 재구성하여야 한다고 판단된다.

5. 결론

본 연구에서는 Quick Closing Valve 방식과 수치적 기법으로 단면 및 부피 Void fraction 측정장치를 설계 및 제작하였다. Plug, Slug, Stratified 유동과 같은 3가지 2상 유동 형태를 관찰하였고, 유동이 완전 발달되기 위해 확보되어야 하는 입구 길이에 비해 파이프 길이가 작을 땐 완전히 혼합되지 못하여 Bubble이 많이 생기는 것을 알 수 있었다. 단면 Void fraction과 건도의 관계는 Chisholm model이 가장 근접한 결과를 보여줬고, 이 장치를 이용하면 역으로 단면 Void fraction을 통해 건도를 계산할 수 있음을 알 수 있다.

후 기

본 설계 프로젝트를 위해 재정적인 지원을 해주신 한양대학교 기계공학부 특성화사업단에 감사드립니다.

REFERENCES

- (1) Baker .O, 1954, "Simultaneous Flow of Oil and Gas", Oil and Gas Journal, 53(12), 185-90, 192, 195.
- (2) Weisman, Joel, 1983, "Two-phase flow patterns."
- (3) John R. Thome, 2007, "Wolverine Heat Transfer Engineering Data book III," Wolverine Tube Inc.
- (4) Hervé Lenonniér, 2012, "A Short Introduction to Two-Phase Flows Void Fraction: Experimental Techniques and Simple Models" ECP.
- (5) Takua Kuwahara and Hiroshi Yamaguchi, 2007, "Void Fraction Measurement of Gas-Liquid Two-Phase Flow Using Magnetic Fluid", Doshisha University, Japan.
- (6) Min Seok Ko , Bo An Lee , Woo Youn Won , Yeon Gun Lee ,Dong Wook Jerng , and Sin Kim, 2015, "An Improved Electrical-Conductance Sensor

for Void-Fraction Measurement in a Horizontal Pipe”, Nuclear Engineering and Technology Vol.47 No.7, 2015.12, 804-813.

(7) K. Sanaullah a, S.H. Zaidi b, J.H. Hills a, 2000, “A study of bubbly flow using resistivity probes in a novel configuration”, a. Department of Mechanical Engineering, University of Nottingham, Nottingham NG7 2RD, UK ,b. School of Chemical, Environmental and Mining Engineering, University of Nottingham.

(8) Shin-ichiro Uesawa , Akiko Kaneko, Yutaka Abe, 2012, “Measurement of void fraction in dispersed bubbly flow containing”, University of Tsukuba, Graduate School of Systems and Information Engineering, Japan.

(9) D. Chisholm, 1983, "Two-Phase Flow in Pipelines and Heat Exchangers", Longman Higher Education, ISBN 0-7114-5748-4.

(10) Andeen, Gerry B.; Griffith, P., 1965, “The Momentum flux in two-phase flow”, Cambridge, Mass. : M.I.T. Division of Sponsored Research