

논문 2017-54-4-12

전기 임피던스 단층촬영법에서 TSVD 기반의 역문제 해법의 개발

(Development of Inverse Solver based on TSVD in Electrical Impedance Tomography)

김 봉 석*, 김 창 일*, 김 경 연**

(Bong Seok Kim, Chang Il Kim, and Kyung Youn Kim[©])

요 약

전기 임피던스 단층촬영 기법은 도메인의 표면에 부착된 전극들을 통해 주입된 전류와 측정된 전압 데이터를 기반으로, 미지의 도전을 분포를 복원하는 비파괴 기술이다. 이 논문에서는 전기 임피던스 단층촬영법에서 일반적 Tikhonov 조정을 갖는 역문제를 풀고 도전을 분포를 복원하기 위해 절단된 특이값 분해 기반의 역문제 해법을 제안하였다. 역문제 계산시간을 줄이기 위해 일반 조정행렬을 역행렬 항목에서 분리시키고 절단된 특이값 분해 방법을 적용하였다. 제안한 방법의 성능을 검증하기 위해 모의실험과 팬텀실험을 수행하고 복원결과를 비교하였다.

Abstract

Electrical impedance tomography is a nondestructive imaging technique to reconstruct unknown conductivity distribution based on applied current data and measured voltage data through an array of electrodes attached on the periphery of a domain. In this paper, an inverse method based on truncated singular value decomposition is proposed to solve the inverse problem with the generalized Tikhonov regularization and to reconstruct the conductivity distribution. In order to reduce the inverse computational time, truncated singular value decomposition is applied to the inverse term after the generalized regularization matrix is taken out from the inverse matrix term. Numerical experiments and phantom experiments have been performed to verify the performance of the proposed method.

Keywords : Electrical impedance tomography, truncated SVD, Tikhonov regularization, conductivity reconstruction

I. 서 론

산업 공정분야나 공학 응용분야에서 액체-가스 또는 액체-증기 등과 같은 이상 유동(two-phase flow)이 발생하는 현상을 종종 접하게 된다^[1]. 이런 현상의 발생

원인을 파악하고 지속적으로 관찰하는 것은 시스템의 안전 운전에 중요하다. 이상 유동을 가시화하고 지속적으로 모니터링하기 위한 다양한 방법들이 개발되었는데^[2~5], 그 중에서 전기 임피던스 단층촬영 기법(electrical impedance tomography, EIT)은 낮은 설계비용과 우수한 순간 해상도 덕분에 유동 공정을 모니터링 하는데 유용하다 할 수 있다.

* 정회원, 한국승강기대학교 승강기공학부
(Faculty of Lift Engineering, Korea Lift College)
** 정회원, 제주대학교 전자공학과
(Department of Electronic Engineering, Jeju National University)

[©] Corresponding Author(E-mail : kyungyk@jejunu.ac.kr)
※ 이 연구는 2016년 제주대학교병원 발전후원금으로 수행되었습니다.

Received : November 16, 2016 Revised : February 2, 2017
Accepted : March 9, 2017

EIT는 대상체 내부의 전기적 특성을 복원하고 모니터링하는 비파괴 방식의 단층촬영 기법으로서, 전극을 통해 주입된 전류와 측정된 전압 데이터를 기반으로 내부의 도전을 분포를 복원하는 기술이다^[6~7].

EIT는 우수한 순간 해상도의 장점을 갖고 있는 반면에, 다른 단층촬영 기법에 비해 공간 해상도가 낮다는

단점도 있다. 이 단점은 EIT 역문제의 비선형과 불량조건(ill-posedness) 때문으로, 이를 해결하기 위해 사전 정보(prior information)를 활용하거나 일반적 Tikhonov 조정(regularization) 방법 또는 문턱치 기법 등이 사용된다^[8~9].

그리고 복원영상의 해상도를 높이기 위한 또 다른 방법으로는 반복적 가우스-뉴턴(iGN) 방법^[10]과 같이 반복적 역문제 해법들이 사용된다. 하지만 반복적 방법엔 매 연산마다 전압과 자코비안(Jacobian) 행렬을 계산해야 하기 때문에, 시간이 다소 걸리고 빠른 이상 유동을 모니터링하는 경우에는 그 유동의 특징을 복원하지 못할 수도 있다.

그러므로 보다 빠른 역문제 계산 시간이 필요한 이상 유동의 모니터링에서는 일반적으로 반복적 해법보다는 1-단계 역문제 해법이 주로 사용된다. 이 1-단계 해법은 비균질 도전을 분포가 균질 분포에서 조금만 변화한다는 가정을 기반으로 한다. 이 가정 하에, 역문제가 선형화되고 민감도 행렬 또는 자코비안 행렬 등이 미리 계산된다. 따라서 1-단계 방법에서는 새로운 데이터가 측정될 때마다 아주 짧은 시간에 내부의 도전을 분포를 계산할 수 있다. 예를 들어, 1-단계 역문제 해법들에는 back-projection^[11], NOSER^[12], 선형화 방법^[13], 1-단계 GN 방법(oGN) 등이 있다.

일반적으로 EIT 역문제는 불량조건이므로, 1-단계 해법에서는 이 불량조건을 우량조건(well-posedness)으로 만들어 주기 위해 표준 Tikhonov 조정이 사용된다. 그리고 이상 유동의 모양이나 형태에 따라 조정인자의 값을 적절히 수정해야 한다. 또한 복원된 영상의 해상도를 향상시키기 위해 단위행렬 대신에 다른 조정행렬을 적용할 수도 있다. 그러나 EIT 역문제에서 임의의 조정인자에 대해 매번 역행렬 항목을 계산해야 하며, 이로 인해 이상 유동에 대한 도전을 분포를 추정하는데 다소 시간이 걸리게 된다.

이런 단점을 해결하기 위해 특이값 분해(singular value decomposition, SVD) 방법이 사용될 수 있다. 표준 Tikhonov 조정인 경우에는 SVD 방법을 직접적으로 적용할 수 있다. 그러나 일반적 Tikhonov 조정행렬을 사용하는 경우에는 SVD 대신에 일반적 SVD(GSVD)를 사용해야 한다^[14]. 하지만 GSVD 방법을 사용하더라도 도전을 분포를 추정하는 데는 다소 시간이 소요된다. 그래서 최근에는 일반적 Tikhonov 조정을 갖는 역문제에서 온라인 계산시간을 줄이기 위해, 일반적 조정행렬을 역행렬 항목에서 분리시킨 후 SVD 방법을 적용하였다

^[15]. 이 논문에서는 이 참고문헌^[15]을 기반으로 일반적 Tikhonov 조정을 갖는 경우에 온라인 계산시간을 좀 더 줄여 도전을 분포를 추정하는 방법을 제안하였다.

따라서 이 논문에서는 일반적 Tikhonov 조정을 갖는 역문제에서 미지의 내부 도전을 분포를 추정하기 위해 절단된 SVD(TSVD) 방법을 기반으로 한 온라인 역문제 해법을 제안하고자 한다. 온라인 계산시간을 줄이기 위해 일반 조정행렬을 역행렬 항목에서 분리시켜 역행렬 항목 내 조정행렬을 단위행렬로 바꾸고 TSVD 방법을 적용하였다. 제안한 방법의 성능을 평가하기 위해 모의실험과 팬텀실험을 수행하였다.

II. 영상 복원 방법

1. 선형화

EIT에서 내부 도전을 분포와 경계면 전압과의 관계는 비선형이고, 계산 전압과 측정 전압과의 관계는 다음과 같이 표현된다.

$$V = U(\sigma) + w \quad (1)$$

여기서 $V \in \mathbb{R}^{M \times 1}$ 는 측정 전압이고, $U(\sigma) \in \mathbb{R}^{M \times 1}$ 는 유한요소법에 의해 계산된 전압이고, σ 는 주어진 도메인에서의 도전을 분포이고, w 는 오차이고, M 은 전압 데이터의 개수이다.

1차 테일러 다항식을 사용하여 초기 도전을 σ_0 에서 식 (1)을 선형화하고 오차를 포함한 고차항들을 생략하면 다음과 같은 수식을 얻을 수 있다.

$$V = U(\sigma_0) + J(\sigma_0)(\sigma - \sigma_0) \quad (2)$$

여기서 $J(\sigma_0) = \partial U(\sigma_0) / \partial \sigma_0 \in \mathbb{R}^{M \times N}$ 는 자코비안 행렬이고, N 은 유한요소 메시(mesh)에서 원소의 개수이다. 초기치 σ_0 은 최적의 도전을 근사치로부터 얻을 수 있으며, 이는 최적의 저항률 근사치의 역수^[12]이다. 식 (2)를 정리하여 다시 쓰면, 다음과 같은 선형 방정식을 얻을 수 있다.

$$\delta V = J_0 \delta \sigma \quad (3)$$

여기서 $\delta V = V - U_0$, $U_0 = U(\sigma_0)$, $J_0 = J(\sigma_0)$, 그리고 $\delta \sigma = \sigma - \sigma_0$ 이다.

2. 기존 방법

식 (3)의 선형 방정식에서 불량조건으로 인해 의사

(pseudo) 역행렬이 존재하지 않으므로 해를 구할 수가 없다. 따라서 이 방정식의 해를 구하기 위해서는 불량 조건을 우량조건으로 만들어 주는 조정 방법을 적용해야 한다.

일반적으로 EIT 역문제에서는 표준 Tikhonov 조정을 사용한다. 따라서 이 조정 기법을 사용하면 다음과 같은 소위 oGN 방법의 역문제 해법을 얻을 수 있다.

$$\hat{\sigma} = \sigma_0 + (\mathbf{J}_0^T \mathbf{J}_0 + \alpha^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}_0^T \delta V \quad (4)$$

여기서 $\hat{\sigma} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ 는 갱신된 도전을 분포이고, α 는 조정인자이고, $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 는 단위행렬이다.

이상 유동에서 도전을 분포를 추정하기 위해서는 그 도전을 분포의 모양이나 형태에 따라 식 (4)의 조정인자 α 를 적절한 값으로 수정해야 한다. 따라서 임의의 α 에 대해 매번 이를 포함하는 역행렬 항목을 계산해야 하기 때문에 빠른 유동의 도전을 분포를 추정하는데 많은 시간이 소요될 수 있다.

이런 단점을 해결하기 위해 다음과 같이 SVD 방법을 적용할 수 있다.

$$[\mathbf{u}, \mathbf{s}, \mathbf{v}] = \text{svd}(\mathbf{J}_0) \Leftrightarrow \mathbf{J}_0 = \mathbf{u} \mathbf{s} \mathbf{v}^T \quad (5)$$

여기서 \mathbf{s} 는 \mathbf{J}_0 의 특이값들을 갖는 대각행렬(그 특이값들은 내림차순으로 정렬됨.)이고, \mathbf{u} 와 \mathbf{v} 는 직교행렬로 $\mathbf{u} \mathbf{u}^T = \mathbf{v} \mathbf{v}^T = \mathbf{I}$ 이다. 따라서 SVD를 식 (4)에 적용하면 다음과 같은 다른 표현식으로 바꿀 수 있다.

$$\hat{\sigma} = \sigma_0 + \sum_{i=1}^{N_s} \frac{s_i}{s_i^2 + \alpha^2} u_i^T \delta V v_i \quad (6)$$

여기서 s_i 는 \mathbf{s} 의 대각 원소이고, u_i 와 v_i 는 각각 \mathbf{u} 와 \mathbf{v} 의 열벡터(column vector)이고, N_s 는 \mathbf{s} 의 대각 원소의 개수이다.

3. 제안한 방법

복원영상의 해상도를 증진시키기 위해 식 (4)에서 단위행렬 대신에 다른 조정행렬을 적용할 수 있다. 식 (3)에서 일반적 Tikhonov 조정을 적용하면 다음과 같이 된다.

$$\hat{\sigma} = \sigma_0 + (\mathbf{J}_0^T \mathbf{J}_0 + \alpha^2 \mathbf{P})^{-1} \mathbf{J}_0^T \delta V \quad (7)$$

여기서 $\mathbf{P} = \mathbf{R}^T \mathbf{R}$ 이고, $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 는 조정행렬로, 1차 이산 가우시안 평활(smoothing) 행렬이다^[6].

일반적 Tikhonov 조정에 대해, GSVD 방법이 적용될 수 있다^[14]. 그러나 이는 빠른 이상 유동을 모니터링 하는데 간혹 실패할 수도 있기 때문에, 이 논문에서는 일반적 Tikhonov 조정의 역문제를 수정하여 SVD 방법을 적용한 역문제 해법을 제안하고자 한다.

식 (7)에서 역행렬 항목을 다음과 같이 수정할 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} (\mathbf{J}_0^T \mathbf{J}_0 + \alpha^2 \mathbf{P})^{-1} &= (\mathbf{J}_0^T \mathbf{J}_0 + \alpha^2 \mathbf{P}^{\frac{1}{2}} \mathbf{P}^{\frac{1}{2}})^{-1} \\ &= [\mathbf{P}^{\frac{1}{2}} (\mathbf{P}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{J}_0^T \mathbf{J}_0 \mathbf{P}^{-\frac{1}{2}} + \alpha^2 \mathbf{I}) \mathbf{P}^{\frac{1}{2}}]^{-1} \\ &= \tilde{\mathbf{P}} (\tilde{\mathbf{P}} \mathbf{J}_0^T \mathbf{J}_0 \tilde{\mathbf{P}} + \alpha^2 \mathbf{I})^{-1} \tilde{\mathbf{P}} \\ &= \tilde{\mathbf{P}} (\tilde{\mathbf{J}}^T \tilde{\mathbf{J}} + \alpha^2 \mathbf{I})^{-1} \tilde{\mathbf{P}} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 $\tilde{\mathbf{P}} = \mathbf{P}^{-\frac{1}{2}} \in \mathbb{R}^{N \times N}$, $\tilde{\mathbf{J}} = \mathbf{J}_0 \tilde{\mathbf{P}} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ 이다.

따라서 식 (7)의 역문제 해법은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\hat{\sigma} = \sigma_0 + \tilde{\mathbf{P}} (\tilde{\mathbf{J}}^T \tilde{\mathbf{J}} + \alpha^2 \mathbf{I})^{-1} \tilde{\mathbf{J}}^T \delta V \quad (9)$$

식 (9)에서 임의의 α 에 대해 매번 역행렬을 계산하는 것을 피하기 위해, SVD 방법을 적용할 수 있다.

$$[\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\mathbf{s}}, \tilde{\mathbf{v}}] = \text{svd}(\tilde{\mathbf{J}}) \Leftrightarrow \tilde{\mathbf{J}} = \tilde{\mathbf{u}} \tilde{\mathbf{s}} \tilde{\mathbf{v}}^T \quad (10)$$

여기서 $\tilde{\mathbf{s}}$ 는 $\tilde{\mathbf{J}}$ 의 특이값들을 갖는 대각행렬(그 특이값들은 내림차순으로 정렬됨.)이고, $\tilde{\mathbf{u}}$ 와 $\tilde{\mathbf{v}}$ 는 직교행렬로 $\tilde{\mathbf{u}} \tilde{\mathbf{u}}^T = \tilde{\mathbf{v}} \tilde{\mathbf{v}}^T = \mathbf{I}$ 이다.

따라서 일반적 Tikhonov 조정에 대한 SVD 방법 기반의 역문제 해법을 얻을 수 있다.

$$\hat{\sigma} = \sigma_0 + \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\sigma}, \quad \tilde{\sigma} = \sum_{i=1}^{N_k} \frac{\tilde{s}_i}{\tilde{s}_i^2 + \alpha^2} \tilde{u}_i^T \delta V \tilde{v}_i \quad (11)$$

여기서 \tilde{s}_i 는 $\tilde{\mathbf{s}}$ 의 대각 원소이고, \tilde{u}_i 와 \tilde{v}_i 는 각각 $\tilde{\mathbf{u}}$ 와 $\tilde{\mathbf{v}}$ 의 열벡터이고, N_k 는 $\tilde{\mathbf{s}}$ 의 대각 원소의 개수이다.

일반적으로 자코비안 행렬 $\tilde{\mathbf{J}}$ 을 SVD로 분해하면 N_k 개의 특이값 $\tilde{s}_1 > \tilde{s}_2 > \dots > \tilde{s}_{N_k} > \dots > \tilde{s}_{N_k} > 0$ 을 갖는데, 경우에 따라 특이값 모두를 사용하지 않고 N_t 개의 특이값들(rank N_t)만 사용한 절단된 SVD(TSVD)를 적용할 수도 있다. 주로 영상 처리 분야에서 데이터 압축이나 잡음 제거 등의 목적으로 TSVD를 사용한다.

이 논문에서는 역문제 계산시간을 줄이기 위해 N_k 개 대신에 N_t 개의 특이값들을 사용한 TSVD 방법을 제안

하였다.

$$\hat{\sigma} = \sigma_0 + \tilde{\mathbf{P}}\tilde{\sigma}, \quad \tilde{\sigma} = \sum_{i=1}^{N_t} \frac{\tilde{s}_i}{s_i^2 + \alpha^2} \tilde{u}_i^T \delta V \tilde{v}_i \quad (12)$$

여기서 $N_t < N_k$ 이다. 이 논문에서는 L-곡선 방법^[14, 17]을 사용하여 N_t 를 결정한다.

III. 결 과

제안한 방법(TSVD)의 성능을 테스트하기 위해 모의 실험과 팬텀실험을 수행하였다. 그리고 그 결과를 식 (6)의 전형적인 방법(CSVD) 및 식 (11)의 수정된 방법(MSVD)과 함께 비교분석하였다.

이 논문에서는 산업용 공정 파이프의 횡단면으로서, 반지름이 4cm인 원형 도메인을 사용하였다. 정문제의 해인 경계면의 전압을 계산하기 위해 3104개의 원소를 갖는 조밀한 메시를 사용하였고, 내부 도전을 분포를 추정하기 위해 776개의 원소를 갖는 성긴 메시를 사용하였다. 인접 방식을 사용하여 16개의 전극을 통해 10mA 크기의 전류를 주입하였다. 그리고 SVD 방법과 TSVD 방법의 조정인자들을 결정하기 위해 널리 사용되고 있는 L-곡선 방법^[14, 17]을 사용하였다. 그리고 TSVD 방법에서는 결정된 조정인자를 기반으로, 이 조정인자 α 보다 큰 값을 갖는 특이값들의 개수로 N_t 를 결정하였다. 그리고 일반 Tikhonov 조정행렬로는 1차 이산 가우시안 평활 행렬을 사용하였다^[16].

복원된 영상들의 정량적 비교를 위해 다음과 같이 영상오차(IE)와 상관계수(CC)를 정의하였다^[4].

$$IE = \frac{\|\sigma - \hat{\sigma}\|}{\|\sigma\|} \quad (13)$$

$$CC = \frac{\sum_{i=1}^N [(\sigma_i - \bar{\sigma})(\hat{\sigma}_i - \bar{\hat{\sigma}})]}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (\sigma_i - \bar{\sigma})^2 \sum_{i=1}^N (\hat{\sigma}_i - \bar{\hat{\sigma}})^2}} \quad (14)$$

여기서, σ 와 $\hat{\sigma}$ 은 각각 원래 도전을 분포와 추정된 도전을 분포를 나타내고, $\bar{\sigma}$ 와 $\bar{\hat{\sigma}}$ 는 각각 σ 와 $\hat{\sigma}$ 의 평균값을 의미한다. IE 값은 작을수록 그리고 CC 값은 클수록 역문제 해법의 복원성능이 우수하다는 것을 나타낸다.

1. 모의실험

배경의 도전율은 수돗물의 도전율과 유사하게 85×10^{-6} S/cm로 가정하고 기포의 도전율은 공기의 도전율과 비슷하게 3×10^{-17} S/cm로 가정하였다. 그리고 모의실험에서의 전압 데이터를 생성하기 위해 1%의 상대적 영-평균 가우시안 잡음을 계산 전압에 추가하여 측정 전압으로 간주하였다.

모의실험에서 역문제 해법들의 복원성능을 테스트하기 위해 세 가지 시나리오를 고려하였다. 첫 번째는 반지름이 0.5 cm인 기포 하나가 도메인 가운데에 위치하는 경우이고, 두 번째는 크기가 서로 다른 기포가 존재하는 경우이며, 세 번째는 크기가 유사한 다섯 개의 기포들이 존재하는 경우이다. 그리고 모든 복원영상들은 동일한 칼라바($3 \times 10^{-17} \sim 85 \times 10^{-6}$ S/cm)로 설정되어 시각적으로 비교되게 하였다.

그림 1은 모의실험에서 가정한 도전율 값들을 사용하여 설정된 각 시나리오에 대해 복원된 영상들을 보여주고 있다. 첫 번째 열은 각 시나리오에서 고려된 실제 영상들이고, 두 번째 열은 CSVD 방법을 사용하여 복원한 영상들이고, 세 번째 열은 MSVD 방법을 사용하여 복원한 영상들이고, 네 번째 열은 제안한 TSVD 방법을 사용한 복원영상들이다. 그리고 각 영상 내부의 검은 선은 기포들의 실제 위치와 모양을 나타내고, 경계면의 검은 선들은 전극들의 위치 정보를 나타낸다.

첫 번째 시나리오(첫 번째 행)에서 살펴보면, CSVD 방법에 의한 결과영상에서는 전체적으로 희미해서 기포의 존재여부를 확인할 수 없고, MSVD 방법과 TSVD 방법에 의한 복원영상에서는 기포의 위치를 알 수 있지만 뚜렷하지 않다. 이는 전류를 인접방식으로 주입시켰기 때문이다. 일반적으로 인접방식의 경우 도메인의 경계면 근처에서 민감도가 증가하고 중앙에서는 민감도가 상당히 떨어진다는^[6]. 그리고 두 번째 시나리오(두 번째 행)에서 보면, CSVD 방법의 복원영상에서는 큰 기포에 비해 작은 기포가 뚜렷하지 않고 두 개의 기포가 서로 연결되어 있는 것처럼 보이지만, MSVD 방법과 TSVD 방법의 복원영상에서는 작은 기포와 큰 기포가 뚜렷이 구분된다. 그리고 세 번째 시나리오(세 번째 행)에서 보면, CSVD 방법의 복원영상에서는 전체적으로 각 기포의 위치가 뚜렷하지 않은 반면에, MSVD 방법과 TSVD 방법의 복원영상에서는 각 기포의 위치가 대체적으로 구분된다. 여기서 일반적 SVD(GSVD) 방법을 사용해서 얻은 복원영상은 MSVD 방법의 결과영상과 같기 때문에 생략한다.

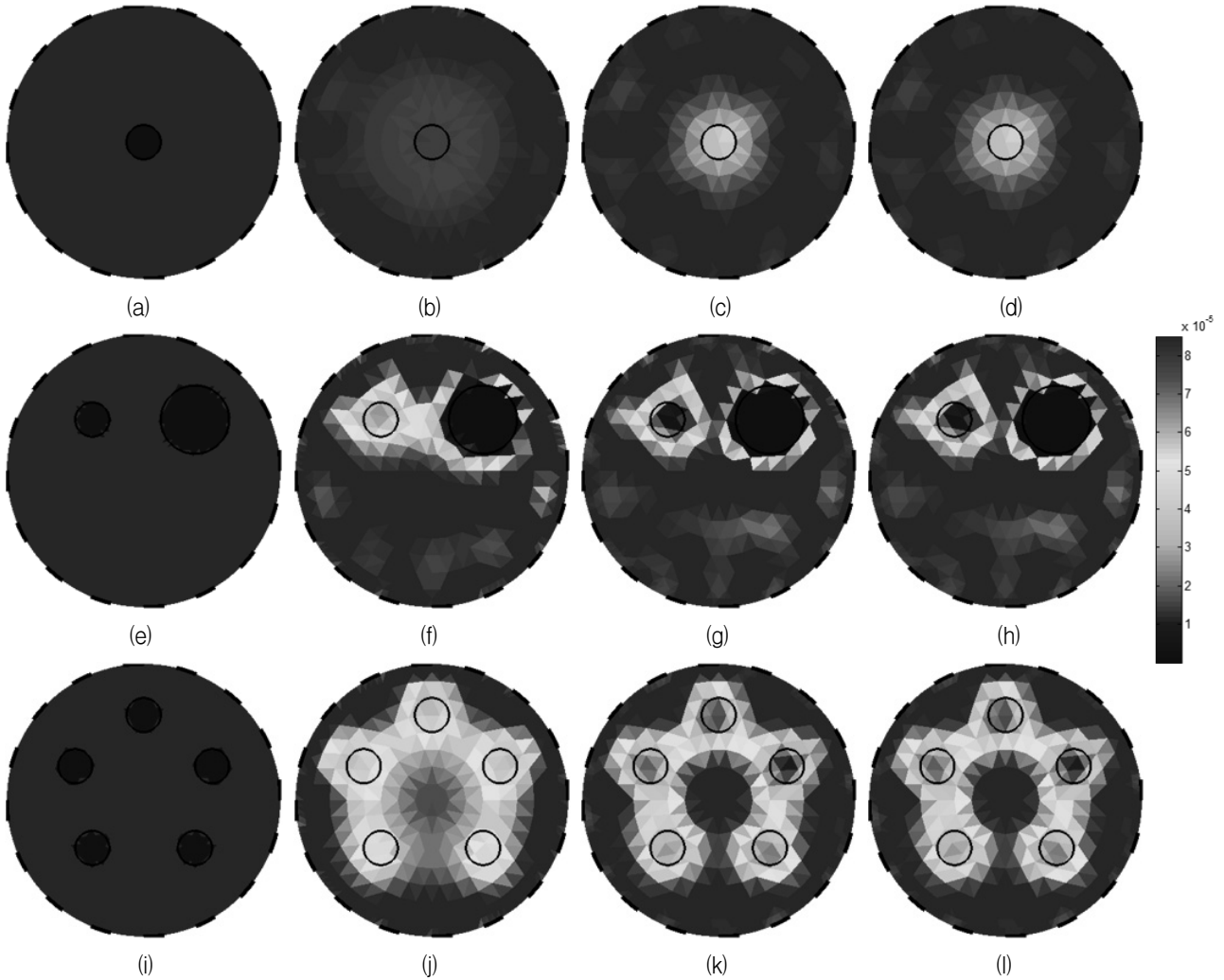


그림 1. 모의실험에 대한 복원영상들. 첫 번째 열 - 실제 영상들, 두 번째 열 - CSVD에 의한 복원영상들, 세 번째 열 - MSVD에 의한 복원영상들, 네 번째 열 - TSVD에 의한 복원영상들. 영상 내의 검은 선들은 기포들의 원래 위치를 나타낸다.

Fig. 1. Reconstructed images for numerical experiments. First column - true images, second column - images by CSVD, third column - images by MSVD and fourth column - images by TSVD. The black lines in the images represent the true positions of bubbles.

표 1. 모의실험에 대한 영상오차(IE)와 상관계수(CC)
Table 1. Image errors(IE) and correlation coefficients(CC) for the numerical experiments.

method		CSVD	MSVD	TSVD
scenario 1	IE	0.1127	0.1019	0.1019
	CC	0.1933	0.4807	0.4807
scenario 2	IE	0.1950	0.1943	0.1943
	CC	0.6954	0.7157	0.7157
scenario 3	IE	0.2143	0.2134	0.2134
	CC	0.4497	0.5647	0.5647

각 역문제 해법의 복원영상들에 대한 정량적 분석은 표 1에 도시되었다. 앞서 살펴본 복원영상들의 시각적 분석으로부터 예상되는 바와 같이, 모의실험의 모든 시

나리오에서 MSVD 방법과 TSVD 방법은 같은 결과를 나타내고 있으며, 제안한 방법이 기존의 방법보다 더 작은 값의 영상오차와 더 큰 값의 상관계수를 갖는다. 이는 제안한 TSVD 방법의 복원능력이 기존 방법보다 우수하다는 의미이다.

그리고 각 역문제 해법에 대한 온라인 및 오프라인의 계산시간을 표 2에 나타내었다(사용된 컴퓨터 사양 : Intel(R) Core(TM) i5-3570 CPU @ 3.4 GHz, 8.0 GB RAM, Windows 7, Matlab version 7.1(R14)). 기존의 CSVD 방법에서 오프라인 계산시간은 가장 빠르지만 온라인 계산시간은 가장 느리다. 그리고 오프라인 계산 시간에서 GSVD 방법과 MSVD 방법 및 TSVD 방법의 경과시간들은 서로 거의 유사한 반면에, 온라인 계산시

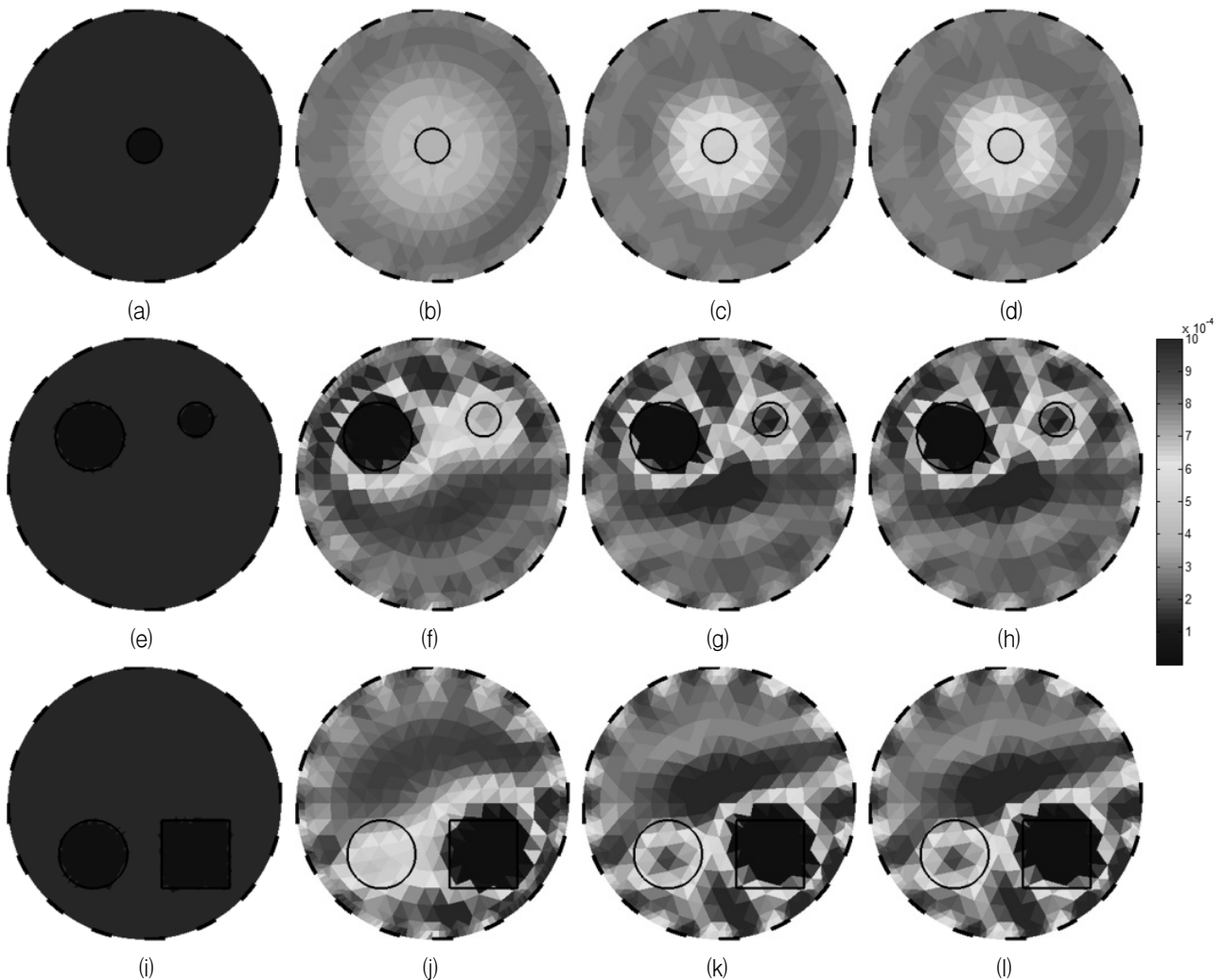


그림 2. 팬텀실험에 대한 복원영상들. 첫 번째 열 - 실제 영상들, 두 번째 열 - CSVD에 의한 복원영상들, 세 번째 열 - MSVD에 의한 복원영상들, 네 번째 열 - TSVD에 의한 복원영상들. 영상 내의 검은 선들은 기포들의 원래 위치를 나타낸다.

Fig. 2. Reconstructed images for phantom experiments. First column - true images, second column - images by CSVD, third column - images by MSVD and fourth column - images by TSVD. The black lines in the images represent the true positions of bubbles.

간에서는 제안한 TSVD 방법이 가장 빠르게 도전을 분포를 추정할 수 있다는 것을 알 수 있다.

표 2. 온라인과 오프라인 계산에서 각 해법의 경과시간 Table2. Elapsed times for each method in the online and offline calculations.

method	online	offline
CSVD	0.855 msec	0.133 sec
GSVD	0.549 msec	2.060 sec
MSVD	0.412 msec	1.968 sec
TSVD	0.133 msec	1.965 sec

2. 팬텀실험

제안한 방법의 성능을 검증하기 위해 연구용 팬텀을

사용하여 실험을 수행하였다. 팬텀의 반지름은 4cm이고 16개의 전극을 사용하였다. 테스트 팬텀에 85×10^{-6} S/cm의 수돗물을 전극 높이까지 채우고 아크릴 봉을 삽입한 후, 10 mA의 전류를 인접방식으로 주입시키고 경계면에 유기되는 전압을 측정하였다. 여기서 이상 유동을 가시화하기 위해 기포로서 아크릴 봉을 사용하였다. 그리고 전류 주입기기로는 Agilent 4284A LCR 미터를 사용하였고 전압 측정기기로는 Agilent 34970A 디지털 멀티미터를 사용하였다.

팬텀실험에서 각 해법의 성능을 검증하기 위해 세 가지 시나리오를 고려하였다. 첫 번째는 한 개의 기포가 팬텀 가운데에 위치하는 경우이고, 두 번째는 크기가 서로 다른 기포가 존재하는 경우이며, 세 번째는 모양

이 다른 두 개의 기포가 인접하는 경우이다. 그리고 모든 복원영상들은 동일한 칼라바($3 \times 10^{-10} \sim 1 \times 10^{-3} \text{ S/cm}$)로 설정되었다.

아크릴 봉의 위치와 크기를 안다고 가정하고 아크릴 봉의 도전율은 $3 \times 10^{-10} \text{ S/cm}$ 로 가정하면, 팬텀실험에서의 각 시나리오에 대한 실제 도전율 분포를 알 수 있기 때문에, 그림 2의 첫 번째 열과 같은 영상들을 얻을 수 있다. 그리고 이를 기반으로 정문제를 풀 수 있고 도전을 분포에 대한 영상오차와 상관계수를 계산할 수도 있다.

그림 2는 팬텀실험에서 고려된 각 시나리오에 대한 복원영상들을 보여 준다. 첫 번째 열은 실제 영상들이고, 두 번째 열은 CSVD 방법을 사용한 복원영상들이고, 세 번째 열은 MSVD 방법을 사용한 복원영상들이고, 네 번째 열은 TSVD 방법에 의한 복원영상들이다.

첫 번째 시나리오(첫 번째 행)를 살펴보면, 모의실험과 유사하게 CSVD 방법의 복원영상에서는 전체적으로 희미한 반면에, MSVD 방법과 TSVD 방법의 복원영상에서는 기포의 위치를 알 수 있다. 그리고 두 번째와 세 번째 시나리오(각각 두 번째 행과 세 번째 행)을 보면, 기포가 서로 인접하는 경우에 CSVD 방법은 상대적으로 큰 기포 위주로 뚜렷하게 복원하지만, MSVD 방법과 TSVD 방법은 인접한 두 기포 모두 뚜렷하게 복원한다. 여기서 GSVD 방법을 사용한 복원영상은 MSVD 방법의 복원영상과 같기 때문에 생략한다.

그리고 모의실험처럼 팬텀실험에서도 각 시나리오에 대한 정량적 분석을 위해 영상오차와 상관계수를 계산하면 표 3과 같다. 모의실험과 마찬가지로, 팬텀실험의 모든 시나리오에서도 제안한 TSVD 방법이 기존 방법보다 더 작은 영상오차와 더 큰 상관계수를 갖는 우수한 결과를 보인다.

표 3. 팬텀실험에 대한 영상오차(IE)와 상관계수(CC)
Table3. Image errors(IE) and correlation coefficients(CC) for the phantom experiments.

method		CSVD	MSVD	TSVD
scenario 1	IE	0.2367	0.2345	0.2345
	CC	0.2471	0.4863	0.4863
scenario 2	IE	0.2545	0.2460	0.2460
	CC	0.7328	0.7467	0.7467
scenario 3	IE	0.3001	0.2912	0.2912
	CC	0.6218	0.6345	0.6345

IV. 결 론

이 논문에서는 미지의 도전을 분포를 온라인으로 복원하기 위해 절단된 특이값 분해(TSVD) 방법을 기반으로 한 역문제 해법을 제안하였다. 일반적 Tikhonov 조정을 갖는 1-단계 가우스-뉴턴 방법의 계산식에서 일반 조정행렬을 역행렬 항목에서 분리시키고, L-곡선 방법을 기반으로 TSVD 방법을 적용하였다. 모의실험과 팬텀실험을 통해 제안한 방법의 복원성능을 시각적 방법과 정량적 방법으로 평가하였다. 비교분석한 결과, 제안한 방법은 기존 방법보다 비교적 우수한 복원성능을 제공할 뿐만 아니라 온라인 계산시간도 상당히 줄이는 효과를 보였다. 그러므로 이상 유동 분야에서 온라인으로 미지의 도전을 분포를 복원하는데 적용 가능할 것으로 판단된다.

REFERENCES

- [1] F. A. Holland and R. Bragg, Fluid Flow for Chemical Engineers, Edward Arnold Publisher, 1995.
- [2] K. A. Shollenberger, J. R. Torczynski, D. R. Adkins, T. J. O'herm and N. B. Jackson., "Gamma-densitometry tomography of gas holdup spatial distribution and industrial-scale bubble columns," Chem. Eng. Sci., Vol. 52, pp. 2037-2048, July 1997.
- [3] L. Xu, Y. Han, L. A. Xu, J. Yang, "Application of ultrasonic tomography to monitoring gas/liquid flow," Chem. Eng. Sci., Vol. 52, pp. 2171-2183, July 1997.
- [4] W. Q. Yang and L. Peng, "Image reconstruction algorithms for electrical capacitance tomography," Meas. Sci. Technol., Vol. 14, pp. R1-13, January 2003.
- [5] O. C. Jones, J. T. Lin, L. Ovacik and H. Shu, "Impedance imaging relative to gas-liquid systems," Nucl. Eng. Des., Vol. 141, pp. 159-176, June 1993.
- [6] J. G. Webster, Electrical Impedance Tomography, Adam Hilger, 1990.
- [7] D. S. Holder, Electrical Impedance Tomography: Methods, History and Applications, IOP Publishing, 2005.
- [8] M. Vauhkonen, Electrical Impedance Tomography and Prior Information, Ph.D. Thesis, University of Kuopio, Finland, 1997.
- [9] B. S. Kim, A. K. Khambampati, S. Kim and K. Y. Kim, "Image reconstruction with an adaptive

- threshold technique in electrical resistance tomography,” Meas. Sci. Technol., Vol. 22, 104009, October 2011.
- [10] T. J. Yorkey, J. G. Webster and W. J. Tompkins, “Comparing reconstruction algorithms for electrical impedance tomography,” IEEE Trans. Biomed. Eng., Vol. 34, pp. 843-852, November 1987.
- [11] D. C. Barber and B. H. Brown, “Progress in electrical impedance tomography,” ed. D. Colton, R. Ewing and W. Rundell, Inverse Problems in Partial Differential Equations, SIAM, Chapter 10, pp. 151-164, 1990.
- [12] M. Cheney, D. Isaacson, J. C. Newell, S. Simsk and J. Goble, “NOSER: An algorithm for solving the inverse conductivity problem,” Int. J. Imaging Syst. Technol., Vol. 2, pp. 66-75, June 1990.
- [13] J. L. Mueller, D. Isaacson and J. C. Newell, “A reconstruction algorithm for electrical impedance tomography data collected on rectangular electrode arrays,” IEEE Trans. Biomed. Eng., Vol. 46, pp. 1379-1386, November 1999.
- [14] P. C. Hansen, Rank-Deficient and Discrete Ill-Posed Inverse Problems, SIAM, 1998.
- [15] B. S. Kim, A. K. Khambampati, S. I. Kang and K. Y. Kim, “Conductivity image reconstruction based on singular value decomposition method in electrical impedance tomography,” 31st International Technical Conference on Circuits/ Systems, Computers and Communications, Okinawa, Japan, 10-13 July 2016.
- [16] M. Vauhkonen, W. R. B. Lionheart, L. M. Heikkinen, P. J. Vauhkonen and J. P. Kaipio, “A MATLAB package for the EIDORS project to reconstruct two-dimensional EIT images,” Physiol. Meas., Vol. 22, pp. 107-111, February 2001.
- [17] P. C. Hansen and D. P. O’Leary, “The use of the L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems,” SIAM J. Sci. Comput., Vol. 14, pp. 1487-1503, November 1993.

 저 자 소 개



김 봉 석(정회원)
1999년 제주대학교 전자공학과 학사 졸업.
2001년 제주대학교 전기전자공학과 석사 졸업.
2006년 제주대학교 전기전자공학과 박사 졸업.

2016년~현재 한국승강기대학교 조교수.
<주관심분야: electrical tomography, 추정이론, 영상처리, 승강기 안전관리>



김 창 일(정회원)
1992년 제주대학교 전자공학과 학사 졸업.
1999년 제주대학교 전기전자공학과 석사 졸업.
2012년 제주대학교 전기전자공학과 박사 수료.

2011년~현재 한국승강기대학교 조교수.
<주관심분야: 승강기 안전관리, 자동제어>



김 경 연(정회원)-교신저자
1983년 경북대학교 전자공학과 학사 졸업.
1986년 경북대학교 전자공학과 석사 졸업.
1990년 경북대학교 전자공학과 박사 졸업.

1990년~현재 제주대학교 전자공학과 교수.
<주관심분야: inverse problem, electrical tomography, 추정이론>