

논문 2017-54-4-11

# 전기 임피던스 단층촬영법에서 빠른 반복적 가우스-뉴턴 방법을 이용한 온라인 영상 복원

( Online Image Reconstruction Using Fast Iterative  
Gauss-Newton Method in Electrical Impedance Tomography )

김 창 일\*, 김 봉 석\*, 김 경 언\*\*

( Chang Il Kim, Bong Seok Kim, and Kyung Youn Kim<sup>©</sup> )

## 요 약

전기 임피던스 단층촬영법은 전극을 통해 주입된 전류와 측정된 전압을 기반으로, 내부 도전을 분포를 복원하는 기술로, 비교적 새로운 비파괴 영상 복원 기법이다. 본 논문에서는 이원 혼합물 유동 응용분야에서 온라인으로 적용시킬 수 있도록, 역문제의 계산시간을 줄일 뿐만 아니라 공간 해상도도 함께 향상시킬 수 있는 역문제 해법인 빠른 반복적 가우스-뉴턴 방법을 제안하였다. 제안한 방법의 영상 복원성능을 평가하기 위해 모의실험을 수행하고 그 결과를 비교분석하였다.

## Abstract

Electrical impedance tomography is a relatively new nondestructive imaging modality in which the internal conductivity distribution is reconstructed based on the injected currents and measured voltages through electrodes placed on the surface of a domain. In this paper, a fast iterative Gauss-Newton method is proposed to increase the spatial resolution as well as reduce the inverse computational time in the inverse problem, which could be applied to online binary mixture flow applications. To evaluate the reconstruction performance of the proposed method, numerical experiments have been carried out and the results are analyzed.

**Keywords :** Electrical impedance tomography, Gauss-Newton method, Tikhonov regularization, image reconstruction

## I. 서 론

전기 임피던스 단층촬영법(EIT)은 비파괴 단층촬영 영상 기법들 중의 하나로서, 저비용과 높은 순간 해상도 등을 자랑한다. 이런 특징들 덕분에, EIT는 빠른 천이과정의 이상 유동(two-phase flow)을 모니터링하기에 적합하다<sup>[1]</sup>. EIT는 관심 도메인 내부의 전기적 특성

을 복원하는 비침투식 영상 기법이다. 즉, 경계면에 부착된 전극들을 통해 전류를 인가한 후, 측정되는 전압을 기반으로 내부 도전을 분포를 추정하고 영상으로 복원한다<sup>[2-3]</sup>.

일반적으로 EIT는 크게 정문제와 역문제로 구분된다. 정문제는 유한요소법과 같은 수치적 기법 등을 기반으로, 주입 전류와 주어진 도전을 분포를 사용하여 경계면의 전압을 계산하는 과정을 말한다<sup>[2-3]</sup>. 역문제는 주입 전류와 측정 전압을 사용하여 미지의 내부 도전을 분포를 추정하는 것을 말한다<sup>[2-3]</sup>. 이 역문제에서 도전을 분포와 전압과의 관계는 비선형임으로, 일반적으로 적용 시 이를 선형화하여 사용한다.

그리고 도전을 분포를 추정하는 역문제 해법들에는 크게 1-단계 방법과 반복적 방법이 있다. 1-단계 방법으로는 역투영법<sup>[5]</sup>, NOSER<sup>[4]</sup>, 1-단계 가우스-뉴턴 방

\* 정회원, 한국승강기대학교 승강기공학부  
(Faculty of Lift Engineering, Korea Lift College)

\*\* 정회원, 제주대학교 전자공학과  
(Department of Electronic Engineering, Jeju National University)

<sup>©</sup> Corresponding Author (E-mail: kyungyk@jejunu.ac.kr)

※ 이 논문은 2016학년도 제주대학교 교원성과지원사업에 의하여 연구되었음.

Received ; November 16, 2016 Revised ; February 2, 2017

Accepted ; March 9, 2017

법(oGN) 등이 있는데, 이 방법들은 측정된 균질의 도전을 값 또는 계산된 최적의 도전을 근사치<sup>[4]</sup>를 기준으로 역문제를 선형화하고 민감도 행렬 또는 자코비안(Jacobian) 행렬 등을 미리 계산함으로써, 짧은 시간 내에 도전을 분포를 추정할 수 있는 장점이 있다. 하지만 공간 해상도 측면에서 1-단계 방법들의 복원성능은 반복적 방법보다는 현저히 떨어지는 단점이 있다. 한편, 반복적 가우스-뉴턴(iGN) 방법<sup>[2,6]</sup>과 같은 반복적 알고리즘에서는 정해진 갱신횟수에 도달하거나 허용오차를 만족할 때까지 매 반복 연산마다 자코비안 행렬과 정문제를 계산하면서 도전을 분포를 갱신한다. 그러므로 1-단계 알고리즘들보다 더 나은 공간 해상도의 복원영상을 얻을 수는 있지만, 최종 도전을 분포를 얻는데 시간이 오래 걸리기 때문에, 빠른 천이 과정을 모니터링 하는 경우에 이 반복적 방법을 적용한다면 유동의 실제 특징을 복원하는데 실패할 수 있다.

따라서 빠른 천이 과정을 포함하는 이원 혼합물(binary mixture) 유동을 모니터링하기 위해서는 역문제 계산시간이 빨라야하기 때문에, 일반적으로 반복적 알고리즘들보다는 1-단계 알고리즘들을 더 선호한다.

최근에는 역문제 계산시간 측면에서 반복적 방법의 단점을 개선하기 위해 역행렬 항목의 차원을 줄이는 방법이 제안되었다<sup>[7-8]</sup>. 즉, 역행렬 항목의 차원을 기존의 원소의 개수가 아닌 데이터의 개수로 교체함으로써, iGN 방법에서 도전을 분포의 계산시간을 상당히 줄였다<sup>[8]</sup>. 하지만 공간 해상도 측면에서 복원영상의 해상도 개선은 다소 적은 편이다. 이는 단위행렬의 표준 Tikhonov 조정(regularization)을 사용하였기 때문이다. 그리고 일반적 Tikhonov 조정에는 직접적으로 적용하기 곤란하다는 단점이 있다.

따라서 본 논문에서는 이원 혼합물 유동 응용분야에서 온라인으로 적용시킬 수 있도록, 역문제의 계산시간을 줄일 뿐만 아니라 공간 해상도도 함께 향상시킬 수 있는 역문제 해법인 빠른 iGN 방법을 제안하고자 한다. iGN 방법에 일반적 Tikhonov 조정을 적용하고 일반 조정 행렬을 역행렬 항목에서 분리시킨다. 그리고 나서 참고문헌<sup>[7-8]</sup>의 방법을 적용시키면 역문제의 계산시간을 줄일 수 있다. 또한 기존 iGN 방법처럼 매 반복 연산마다 자코비안 행렬을 계산하는 대신에, 본 논문에서는 한번만 미리 계산해 놓고 사용한다. 그러므로 온라인 계산에서 자코비안 행렬을 계산할 필요가 없기 때문에 기존의 iGN 방법보다 빠르게 최종 도전을 분포를 추정할 수 있다. 제한한 방법의 복원성능과 역문제 계

산시간을 평가하기 위해 몇 가지 시나리오를 가정하고 모의실험을 수행하였다.

## II. 정문제

EIT 정문제는 전극을 통한 주입 전류와 관심 도메인 내부의 주어진 도전을 분포를 기반으로 전극에 유기되는 전압을 계산하는 과정이다. 이 정문제는 완전전극 모델<sup>[9]</sup>의 노이만(Neumann) 형의 경계조건을 갖는 라플라스 방정식으로 기술된다. 즉,

$$\nabla \cdot \sigma \nabla u = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (1)$$

$$u + z_l \sigma \frac{\partial u}{\partial \nu} = U_l \quad \text{on } e_l, \quad l = 1, 2, \dots, L \quad (2)$$

$$\int_{e_l} \sigma \frac{\partial u}{\partial \nu} ds = I_l \quad \text{on } e_l, \quad l = 1, 2, \dots, L \quad (3)$$

$$\sigma \frac{\partial u}{\partial \nu} = 0 \quad \text{off } e_l, \quad l = 1, 2, \dots, L \quad (4)$$

여기서  $\Omega$ 는 도메인,  $\sigma$ 는 도전을 분포,  $u$ 는 내부 포텐셜,  $\nu$ 는 단위법선벡터,  $e_l$ 은  $l$ -번째 전극,  $z_l$ 은  $l$ -번째 전극의 접촉저항,  $U_l$ 는  $l$ -번째 전극 상의 전압,  $I_l$ 는  $l$ -번째 전극에 주입한 전류,  $L$ 은 전극의 개수이다.

정문제의 해를 구하기 위해서 유한요소법을 사용하였다. 도메인을 유한개의 작은 삼각형 원소로 세분화하고 각 원소내의 도전을 값은 일정하다고 가정한다. 그리고 몇 단계를 거치면 정문제 해법인 다음의 선형방정식을 얻을 수 있다<sup>[10]</sup>.

$$\mathbf{A}b = f \quad (5)$$

여기서  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{(K+L-1) \times (K+L-1)}$ 는 시스템 행렬,  $b \in \mathbb{R}^{(K+L-1) \times 1}$ 는 노드(node) 전압과 경계면 전압으로 구성되는 정문제의 해 벡터,  $f \in \mathbb{R}^{(K+L-1) \times 1}$ 는 전류를 포함하는 데이터 벡터,  $K$ 는 노드의 개수이다. 정문제에 대한 보다 상세한 내용은 참고문헌<sup>[2-3, 10]</sup>을 참조한다.

## III. 역문제 및 영상 복원 기법

### 1. 반복적 가우스-뉴턴 방법

EIT 역문제는 전극을 통한 주입 전류와 측정 전압을 사용하여 도메인의 도전을 분포를 추정하는 과정이다. EIT에서 도전을 분포와 전압과의 관계는 비선형이고

역문제의 불량조건(ill-posedness)을 해결하기 위해 다음과 같은 목적함수를 설정할 수 있다.

$$\Phi(\sigma) = \frac{1}{2} \|V - U(\sigma)\|^2 + \frac{1}{2} \alpha \|\mathbf{R}(\sigma - \sigma^*)\|^2 \quad (6)$$

여기서  $V \in \mathbb{R}^{M \times 1}$ 는 측정 전압,  $U(\sigma) \in \mathbb{R}^{M \times 1}$ 는 계산 전압,  $\alpha$ 은 조정 인자,  $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 은 조정 행렬,  $\sigma^*$ 는 도전을 분포에 대한 사전 정보,  $M$ 은 데이터의 개수,  $N$ 은 원소의 개수이다.

목적함수를 최소화하는 과정을 통해, 도전을 분포  $\hat{\sigma}_i$ 에 대한 1차 도함수와 2차 도함수를 구하고 정리하면 다음과 같은 전형적인 반복적 가우스-뉴턴(iGN) 방법을 얻을 수 있다.

$$\hat{\sigma}_{i+1} = \hat{\sigma}_i + (\mathbf{J}_i^T \mathbf{J}_i + \alpha \mathbf{R}^T \mathbf{R})^{-1} \times [\mathbf{J}_i^T (V - U_i) - \alpha \mathbf{R}^T \mathbf{R} (\hat{\sigma}_i - \sigma^*)] \quad (7)$$

여기서  $\hat{\sigma}_i \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ 는  $i$ -번째 갱신된 도전을 분포이고,  $U_i = U(\sigma_i)$ ,  $\mathbf{J}_i = \mathbf{J}(\sigma_i) = \partial U_i / \partial \sigma_i \in \mathbb{R}^{M \times N}$ 는 자코비안 행렬이다. 그리고 식 (7)에서  $\sigma^* = \sigma_i$ 로 두면, 최종적으로 다음과 같이 iGN 방법을 얻을 수 있다.

$$\hat{\sigma}_{i+1} = \hat{\sigma}_i + (\mathbf{J}_i^T \mathbf{J}_i + \alpha \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{J}_i^T (V - U_i) \quad (8)$$

여기서  $\mathbf{Q} = \mathbf{R}^T \mathbf{R} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 이다. 일반적으로 iGN 방법으로서, 식 (7)보다는 식 (8)이 널리 사용되고 있다.

식 (8)에서 알 수 있는 바와 같이, 기존의 iGN 방법에서 역행렬 항목의 차원은  $(N \times N)$ 이다. 그러므로 여러 번의 갱신을 걸쳐 적절한 도전을 분포를 얻기까지는 다소 시간이 많이 걸리게 된다. 특히, 원소의 개수가 증가하면 그 계산시간은 더욱 증가하게 된다.

따라서 이런 단점을 해결하기 위해 참고문헌[7~8]에서는 역행렬 항목의 차원을 원소의 개수가 아닌 데이터의 개수로 변환해주었다. 이 방법을 적용하려면 먼저 역행렬 항목 내부의 조정 행렬 부분이 단위행렬이 되어야 한다. 즉, 표준 Tikhonov 조정인  $\mathbf{R} = \mathbf{I}_N \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 이고  $\mathbf{Q} = \mathbf{I}_N$ 이어야 한다. 식 (8)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\hat{\sigma}_{i+1} = \hat{\sigma}_i + (\mathbf{J}_i^T \mathbf{J}_i + \alpha \mathbf{I}_N)^{-1} \mathbf{J}_i^T (V - U_i) \quad (9)$$

그러므로 참고문헌[8]의 방법에 따라 또는 데이터 형태(data form)[11]에 따라 식 (9)와 수학적으로 동일한 수식인 간략화된 iGN 방법을 얻을 수 있다.

$$\hat{\sigma}_{i+1} = \hat{\sigma}_i + \mathbf{J}_i^T (\mathbf{J}_i \mathbf{J}_i^T + \alpha \mathbf{I}_M)^{-1} (V - U_i) \quad (10)$$

여기서  $\mathbf{I}_M \in \mathbb{R}^{M \times M}$ 는 단위행렬이다.

더불어, 참고문헌[8]에서는 조정 인자  $\alpha$ 를 매 반복 연산마다 적절히 계산해 주는 방법을 제안하였으며 수정된 iGN(mGN) 방법은 다음과 같다[8].

$$\hat{\sigma}_{i+1} = \hat{\sigma}_i + \mathbf{J}_i^T (\mathbf{J}_i \mathbf{J}_i^T + \alpha_i \mathbf{D}_i)^{-1} (V - U_i) \quad (11)$$

여기서  $\mathbf{D}_i = \text{diag}(d_i) \in \mathbb{R}^{M \times M}$ ,  $d_i = \text{diag}(\mathbf{J}_i \mathbf{J}_i^T)$ ,  $\alpha_i = \min(d_i) / \max(d_i)$ 이다.

## 2. 제안한 빠른 가우스-뉴턴 방법

이원 혼합물 유동 응용분야에서 온라인으로 도전을 분포를 복원할 수 있는 알고리즘으로서 mGN 방법을 적용시키기에는 다소 무리가 있다. 왜냐하면 식 (11)에서 보는 바와 같이, 역행렬 항목의 차원이 상당히 줄어들었지만 갱신되는 도전을 분포에 따른 자코비안 행렬을 매 반복 연산마다 계산해야하기 때문이다. 그리고 통상적으로 조정 행렬을 표준 Tikhonov 조정을 사용하는 것보다는 일반적 Tikhonov 조정을 사용하는 경우에 더 나은 공간 해상도의 복원영상을 얻을 수 있다.

따라서 본 논문에서는 공간 해상도와 역문제의 계산 시간을 함께 향상시킬 수 있는 빠른 역문제 해법을 제안하고자 한다.

식 (8)의 기존 iGN 방법을 이원 혼합물 유동 응용분야에 적용함에 있어서, 먼저 식 (8)에서 역행렬 항목을 다음과 같이 수정할 수 있다[12].

$$\begin{aligned} (\mathbf{J}_i^T \mathbf{J}_i + \alpha \mathbf{Q})^{-1} &= (\mathbf{J}_i^T \mathbf{J}_i + \alpha \mathbf{Q}^{\frac{1}{2}} \mathbf{Q}^{\frac{1}{2}})^{-1} \\ &= \{ \mathbf{Q}^{\frac{1}{2}} (\mathbf{Q}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{J}_i^T \mathbf{J}_i \mathbf{Q}^{-\frac{1}{2}} + \alpha \mathbf{I}_N) \mathbf{Q}^{\frac{1}{2}} \}^{-1} \\ &= \tilde{\mathbf{Q}} (\tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{J}_i^T \mathbf{J}_i \tilde{\mathbf{Q}} + \alpha \mathbf{I}_N)^{-1} \tilde{\mathbf{Q}} \\ &= \tilde{\mathbf{Q}} (\tilde{\mathbf{J}}_i^T \tilde{\mathbf{J}}_i + \alpha \mathbf{I}_N)^{-1} \tilde{\mathbf{Q}} \end{aligned} \quad (12)$$

여기서  $\tilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{Q}^{-\frac{1}{2}}$ ,  $\tilde{\mathbf{J}}_i = \mathbf{J}_i \tilde{\mathbf{Q}} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ 이다.

따라서 식 (8)의 iGN 방법은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\hat{\sigma}_{i+1} = \hat{\sigma}_i + \tilde{\mathbf{Q}} (\tilde{\mathbf{J}}_i^T \tilde{\mathbf{J}}_i + \alpha \mathbf{I}_N)^{-1} \tilde{\mathbf{J}}_i^T (V - U_i) \quad (13)$$

여기서 식 (13)은 데이터 형태[11]의 도움을 받아 식 (10)과 유사하게 표현할 수 있다. 즉,

$$\hat{\sigma}_{i+1} = \hat{\sigma}_i + \tilde{\mathbf{Q}}\tilde{\mathbf{J}}_i^T(\tilde{\mathbf{J}}_i\tilde{\mathbf{J}}_i^T + \alpha\mathbf{I}_M)^{-1}(V - U_i) \quad (14)$$

그리고 이원 혼합물 유동에서는 균질의 도전을 분포가 사전 정보로서 활용될 수 있기 때문에, 균질의 도전을 분포에 대해서 미리 최적의 도전을 근사치를 계산하고 이를 기반으로 자코비안 행렬을 미리 계산할 수 있다. 그러므로 식 (14)는 다음과 같이 바꿔 쓸 수 있다.

$$\hat{\sigma}_{i+1} = \hat{\sigma}_i + \tilde{\mathbf{Q}}\tilde{\mathbf{J}}_0^T(\tilde{\mathbf{J}}_0\tilde{\mathbf{J}}_0^T + \alpha\mathbf{I}_M)^{-1}(V - U_i) \quad (15)$$

그리고 만약 적절한 조정 인자가 미리 선택이 된다면, 역행렬 항목은 오프라인에서 계산할 수 있다.

따라서 최종적으로 다음과 같이 제안한 빠른 iGN(fGN) 방법을 얻을 수 있다.

$$\hat{\sigma}_{i+1} = \hat{\sigma}_i + \mathbf{W}(V - U_i) \quad (16)$$

여기서  $\mathbf{W} = \tilde{\mathbf{Q}}\tilde{\mathbf{J}}_0^T(\tilde{\mathbf{J}}_0\tilde{\mathbf{J}}_0^T + \alpha\mathbf{I}_M)^{-1} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ .

### 3. 복원영상의 성능 평가 지표

복원영상에 대한 역문제 해법들의 정량적 비교를 위해 다음과 같은 영상오차(IE)와 상관계수(CC)를 사용한다<sup>[13]</sup>.

$$\text{IE} = \frac{\|\sigma - \hat{\sigma}\|}{\|\sigma\|}, \text{CC} = \frac{\sum_{j=1}^N [(\sigma_j - \bar{\sigma})(\hat{\sigma}_j - \bar{\hat{\sigma}})]}{\sqrt{\sum_{j=1}^N (\sigma_j - \bar{\sigma})^2 \sum_{j=1}^N (\hat{\sigma}_j - \bar{\hat{\sigma}})^2}} \quad (17)$$

여기서  $\sigma$ 은 실제 도전을 분포,  $\hat{\sigma}$ 은 최종 갱신된 도전을 분포,  $\bar{\sigma}$ 은  $\sigma$ 의 평균값,  $\bar{\hat{\sigma}}$ 는  $\hat{\sigma}$ 의 평균값이다. 그러므로 역문제 해법의 복원성능은 IE가 작을수록 좋고 CC가 클수록 우수하다.

## III. 결 과

본 논문에서 제안한 방법과 기존의 역문제 해법들의 영상 복원성능을 평가하기 위해 모의실험을 수행하고, 그 결과를 비교하였다.

본 논문에서는 이원 혼합물의 유동이 수반되는 공정 파이프의 횡단면을 관심 도메인으로 하고 이를 2차원인 원형으로 간주하였다. 사용된 도메인의 반지름은 5cm 이고 높이는 1cm이다. 그리고 도메인의 경계면에 부착된 전극의 폭과 높이는 각각 1cm이며 그 개수는 16개

이다. 그리고 10mA 크기의 전류를 인접 방식<sup>[2]</sup>으로 전극을 통해 주입하였다. 또한 정문제를 계산하기 위해 사용된 메시(mesh)는 1968개의 원소와 1049개의 노드를 갖는 조밀한 메시이고, 역문제를 계산하기 위해 사용된 메시는 492개의 원소와 279개의 노드를 갖는 성긴 메시이다.

더불어, 배경의 도전율은  $85 \times 10^{-6}$  S/cm이고 기포의 도전율은  $3 \times 10^{-17}$  S/cm로, 각각 수돗물과 공기의 도전을 값과 유사하다고 가정하였다. 그리고 모의실험에 사용된 전압 데이터에는 계산 전압의 1%의 상대적 잡음을 첨가하였다. 그리고 iGN 방법과 fGN 방법의 조정인자는  $\alpha = 4 \times 10^3$ 으로 설정하고, 반면에 mGN 방법의 조정인자는 알고리즘에서 자동으로 계산된다<sup>[8]</sup>(652)라고 조정 행렬로는 1차 이산 가우시안 평활(smoothing) 행렬<sup>[14]</sup>을 모든 역문제 해법에 공통으로 사용하였다.

만약 조정인자  $\alpha = 4 \times 10^3$ 보다 작은 값을 사용하면, 식 (5)의 계산 시에 시스템 행렬이 positive definite이어야 한다는 오류 메시지가 발생한다. 그리고 선택된 조정인자보다 큰 값을 사용하면, 기존의 방법들과 비교해서 영상복원 성능이 떨어질 수 있다. 따라서 본 논문에서는 선형적인 방법을 통해 조정인자를  $\alpha = 4 \times 10^3$ 으로 설정하였다.

일반적으로 GN 방법은 5-10번의 반복연산 후에는 수렴하기 때문에 그 이상의 반복연산은 무의미하다. 그러므로 본 논문에서는 모든 역문제 방법들에서 5번까지만 반복연산을 수행하였다.

제안한 역문제 해법의 성능을 검증하기 위해 다음과 같이 세 가지 시나리오를 가정하였다. 첫 번째는 기포 하나가 도메인 중앙에 위치한 경우이고, 두 번째는 기포 두 개가 도메인 하단부에 위치하는 경우이며, 세 번째는 크기가 유사한 기포 다섯 개가 도메인에 퍼져있는 경우이다. 그리고 각 해법들에 의해 복원된 영상들을 비교하기 위해 모든 복원영상은 동일한 칼라 스케일을 갖도록 설정하였다.

그림 1은 모의실험에 대한 원영상과 복원영상을 보여 준다. 그림 1(a)-(c)는 모의실험에서 설정한 각 시나리오에 대한 원영상들을 나타내며, 그림 1(d)-(f)는 iGN 방법, 그림 1(g)-(i)는 mGN 방법, 그림 1(j)-(l)은 fGN 방법에 의해 각각 복원된 영상들이다. 그림 1의 복원영상에서 보면, 모든 GN 방법들의 결과가 유사하게 보이지만, 복원된 기포 영역들을 살펴보면, 기포와 기포사이에서 mGN 방법보다는 iGN 방법과 fGN 방법을 사용한 경우가 개선되었음을 확인할 수 있다. 하지만 배경 영

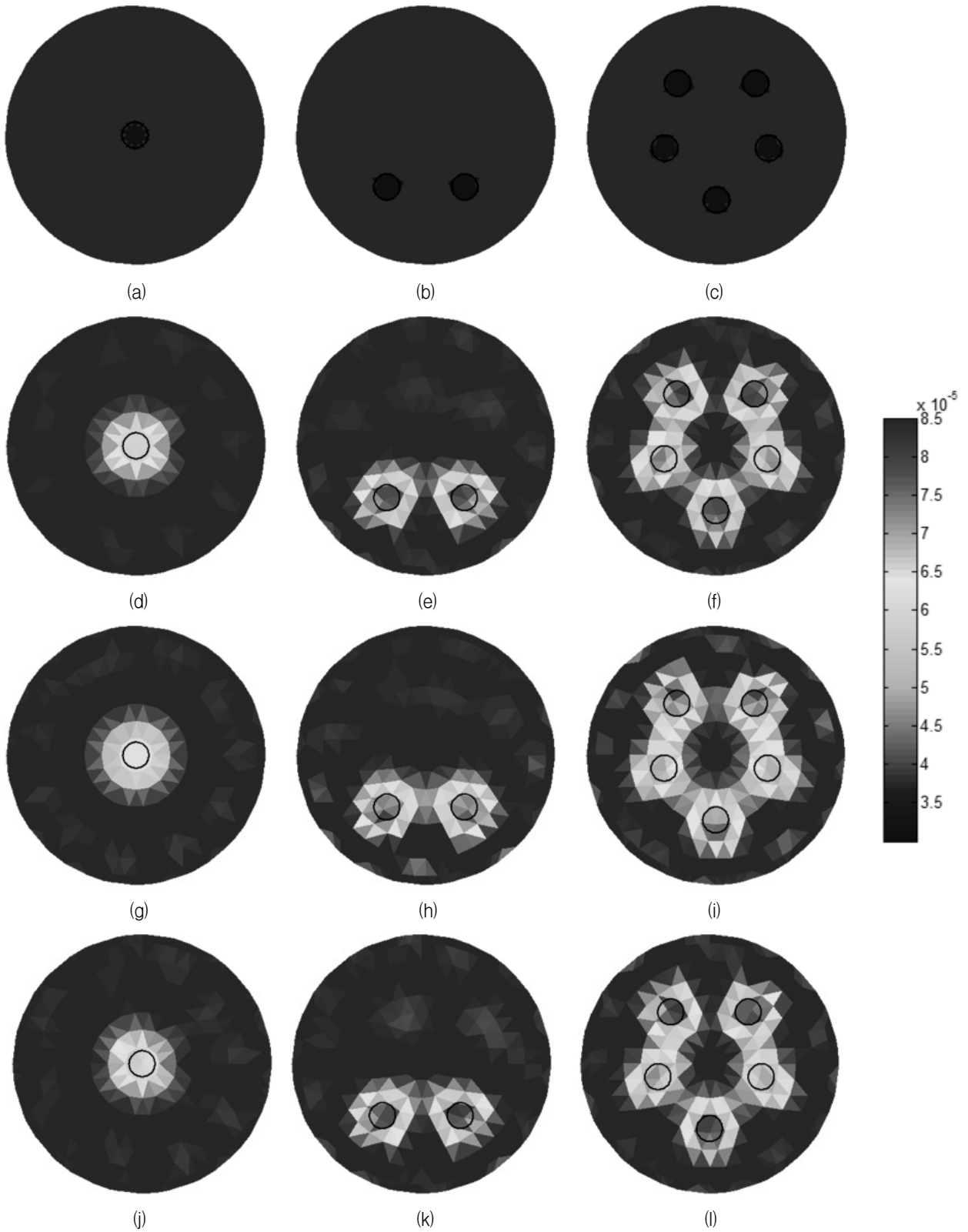


그림 1. 각 시나리오에 대한 복원영상: (a)–(c) 원영상들, (d)–(f) iGN 방법에 의해 복원된 영상들, (g)–(i) mGN 방법에 의해 복원된 영상들, (j)–(l) fGN 방법에 의해 복원된 영상들. 도메인 내부의 검은 원들은 기포들의 원위치를 나타낸다.  
 Fig. 1. Reconstructed images for each scenario: (a)–(c) true images, (d)–(f) images by iGN method, (g)–(i) images by mGN method and (j)–(l) images by fGN method. The black circles in the domain represent the true positions of bubbles.

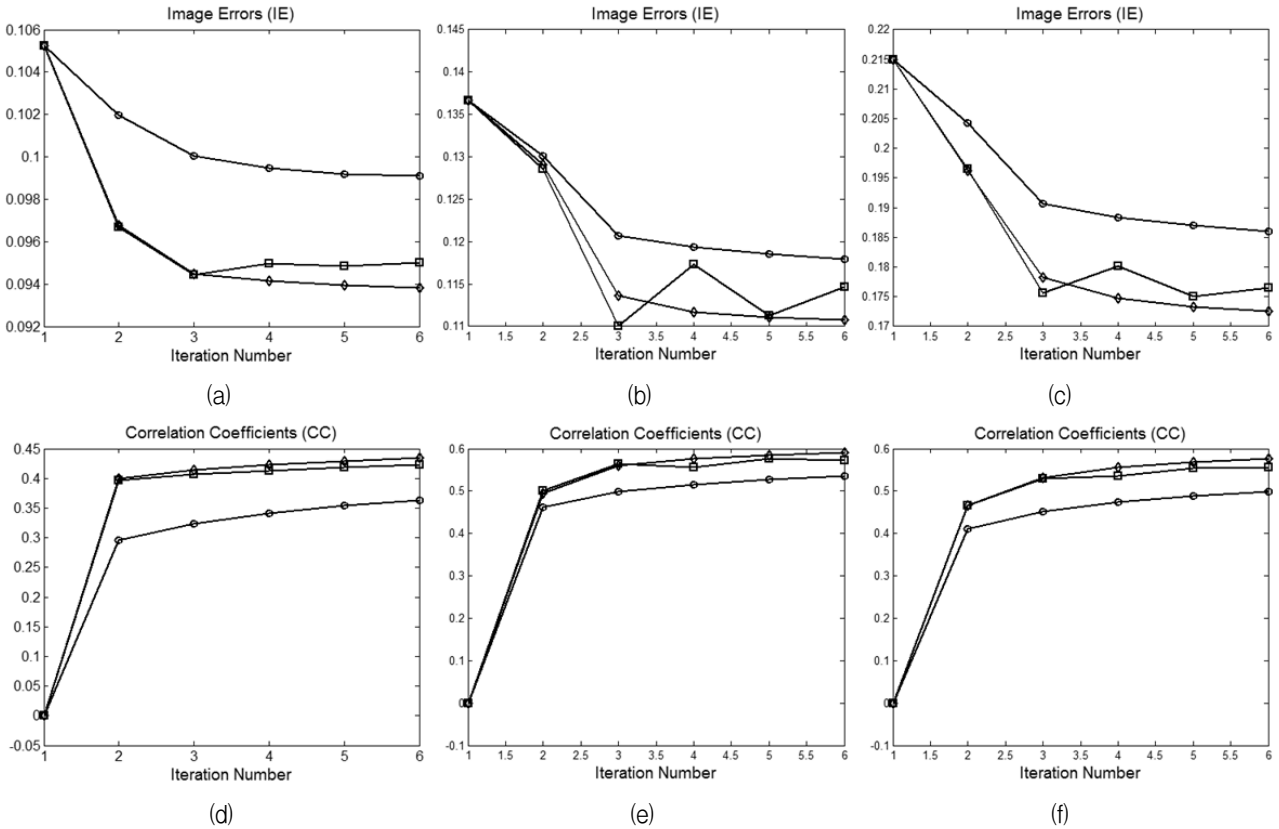


그림 2. 각 시나리오에 대한 영상오차(IE)와 상관계수(CC): (a)-(c) 영상오차, (d)-(f) 상관계수. 첫 번째 열 - 첫 번째 시나리오, 두 번째 열 - 두 번째 시나리오, 세 번째 열 - 세 번째 시나리오. iGN -  $\blacklozenge$ , mGN -  $\bullet$ , fGN -  $\blacksquare$ .

Fig. 2. Image errors and correlation coefficients for each scenario: (a)-(c) image errors(IE), (d)-(f) correlation coefficients (CC). First column - first scenario, second column - second scenario, third column - third scenario. iGN -  $\blacklozenge$ , mGN -  $\bullet$ , fGN -  $\blacksquare$ .

역의 해상도는 개선되었다고 보기가 어렵고 각 방법들의 해상도가 유사해 보인다. 그러므로 복원된 기포 영역들에서 mGN 방법보다는 iGN 방법과 fGN 방법이 더 나은 해상도를 보이고 있다고 할 수 있다. 그리고 iGN 방법과 fGN 방법의 결과에서는 서로 유사한 성능을 보이듯 복원영상에서는 차이가 없어 보인다.

영상오차(IE)와 상관계수(CC)를 통해 각 역문제 해법의 복원영상을 정량적으로 분석해 보면 그림 2와 같다. 각 열은 각 시나리오에 해당되고 각 행은 영상오차와 상관계수이다. 그리고 선  $\blacklozenge$ 는 iGN 방법, 선  $\bullet$ 는 mGN 방법, 선  $\blacksquare$ 는 fGN 방법을 나타낸다. 그림 2에서 반복연산에 따른 각 시나리오에 대한 영상오차와 상관계수를 살펴보면, 모든 경우에 대해 mGN 방법보다 iGN 방법과 fGN 방법의 영상오차가 항상 작은 값을 나타내고, 상관계수는 항상 큰 값을 보이고 있다. 그리고 iGN 방법과 fGN 방법에서는 근소한 차이로 iGN 방법이 다소 우수하다. 이는 fGN 방법에서는 자코비안 행렬

을 미리 한번만 계산해 놓고 온라인에서 사용하지만 iGN 방법에서는 반복연산마다 자코비안 행렬을 계산하기 때문에 보다 정확한 결과를 보이는 것은 당연하다. 그리고 마지막 반복연산 결과에 대한 영상오차와 상관계수를 표 1에 도시하였다.

표 1. 마지막 반복연산 후의 각 시나리오에 대한 영상오차(IE)와 상관계수(CC)

Table1. Image errors(IE) and correlation coefficients(CC) for each scenario after final iteration.

method		iGN	mGN	fGN
scenario 1	IE	0.094	0.099	0.095
	CC	0.435	0.363	0.423
scenario 2	IE	0.111	0.118	0.115
	CC	0.590	0.535	0.571
scenario 3	IE	0.173	0.186	0.177
	CC	0.576	0.499	0.556

표 2는 역문제 온라인 계산에서 각 해법을 5번 반복 연산한 후의 경과시간을 보여주고 있다(사용된 컴퓨터: Intel(R) Core(TM) i7-2720QM CPU @ 2.2 GHz, 8.0 GB RAM, Windows 7, Matlab version 7.1(R14)). 기존의 해법인 iGN 방법의 소요시간은 0.849 초, 수정된 해법인 mGN 방법은 0.693 초, 제안한 해법인 fGN 방법은 0.139 초이다. 제안한 fGN 방법은 다른 반복적 GN 방법들보다 훨씬 빠르기 때문에, 이원 혼합물 유동의 응용분야에 온라인으로 도전을 분포를 추정하는데 적용하기에 적합할 것으로 사료된다.

표 2. 온라인 계산에서 각 역문제 해법의 5번 반복연산 후의 경과시간

Table2. Elapsed times after 5 iterations of each inverse solvers in the online calculation.

method	elapsed times [s]
iGN	0.849
mGN	0.693
fGN	0.139

아울러, 기존의 1-단계 방법에 비해 제안한 방법이 갖는 장점은 도전을 값과 도전을 분포의 모양이 실제 도전을 분포에 근접하는 등 복원영상의 공간 해상도가 향상된다는 점이고, 단점으로는 1-단계 방법보다 역문제 계산속도가 느리기 때문에 도전을 분포를 실시간으로 추정하는 것이 쉽지 않으며, 만약 낮은 사양의 컴퓨터를 사용하여 변화하는 도전을 분포에 대해 온라인 추정에 적용하는 경우에는 간혹 지연 추정할 가능성이 있다는 것이다. 하지만 고사양의 컴퓨터를 사용하는 경우에는 충분히 온라인 모니터링에 적용 가능하다고 판단된다.

#### IV. 결 론

본 논문에서는 이원 혼합물 유동 응용분야에서 온라인으로 도전을 분포를 추정하는데 적용 가능한 역문제 해법을 제안하였다. 먼저 기존의 반복적 가우스-뉴턴 방법에서 일반 조정 행렬을 역행렬 항목에서 분리시키고 나서, 그 역행렬 항목의 차원을 원소의 개수 대신에 데이터의 개수로 변환하였다. 또한 균질의 도전을 분포에 대해 자코비안 행렬을 미리 한번만 계산해 놓고 사용함으로써 빠른 추정이 가능하도록 하였다. 모의실험을 통해 제안한 역문제 해법의 성능을 검증하기 위해 영상 복원 및 영상오차와 상관계수를 비교분석하였다.

그 결과, 기존의 방법보다는 다소 복원성능이 떨어지지만 참고문헌의 수정된 방법보다는 우수한 성능을 보였다. 그리고 역문제 계산시간은 다른 방법들보다 제안한 방법이 가장 빠르고 온라인 추정에 적용 가능할 것으로 사료된다.

그리고 제안한 방법을 보다 효율적이면서 복원성능을 극대화시키기 위해서는 최적의 조정인자가 필요하다. 그러므로 앞으로 제안한 방법에 최적의 조정인자를 찾는 알고리즘을 접목시키는 연구를 계속 진행하고자 한다.

#### REFERENCES

- [1] O. C. Jones, J. T. Lin, L. Ovacik and H. Shu, "Impedance imaging relative to gas-liquid systems," Nucl. Eng. Des., Vol. 141, pp. 159-176, June 1993.
- [2] J. G. Webster, Electrical Impedance Tomography, Adam Hilger, 1990.
- [3] D. S. Holder, Electrical Impedance Tomography: Methods, History and Applications, IOP Publishing, 2005.
- [4] M. Cheney, D. Isaacson, J. C. Newell, S. Simske and J. Goble, "NOSER: An algorithm for solving the inverse conductivity problem," Int. J. Imaging Syst. Technol., Vol. 2, pp. 66-75, June 1990.
- [5] D. C. Barber and B. H. Brown, "Progress in electrical impedance tomography," ed. D. Colton, R. Ewing and W. Rundell, Inverse Problems in Partial Differential Equations, SIAM, Chapter 10, pp. 151-164, 1990.
- [6] T. J. Yorkey, J. G. Webster and W. J. Tompkins, "Comparing reconstruction algorithms for electrical impedance tomography," IEEE Trans. Biomed. Eng., Vol. 34, pp. 843-852, November 1987.
- [7] B. Zhao, H. Wang, X. Chen, C. Shi and W. Yang, "Linearized solution to electrical impedance tomography based on the Schur conjugate gradient method," Meas. Sci. Technol., Vol. 18, pp. 3373-3383, September 2007.
- [8] B. S. Kim, H. J. Park and K. Y. Kim, "Conductivity image reconstruction using modified Gauss-Newton method in electrical impedance tomography," J. Inst. Korean Electr. Electron. Eng., Vol. 19, pp. 219-224, June 2015.
- [9] E. Somersalo, M. Cheney and D. Isaacson, "Existence and uniqueness for electrode models for electric current computed tomography," SIAM J. Appl. Math., Vol. 52, pp. 1023-1040, August 1992.
- [10] M. Vauhkonen, Electrical Impedance Tomography and Prior Information, Ph.D. Thesis, University

of Kuopio, Finland, 1997.  
 [11] A. Adler, T. Dai and W. R. B. Lionheart, "Temporal image reconstruction in electrical impedance tomography," *Physiol. Meas.*, Vol. 28, pp. S1-S11, July 2007.  
 [12] B. S. Kim, A. K. Khambampati, S. I. Kang and K. Y. Kim, "Conductivity image reconstruction based on singular value decomposition method in electrical impedance tomography," 31st Int'l Tech. Conf. on Circuits/Syst., Comput. and Commun., pp. 241-244, Okinawa, Japan, 10-13 July 2016.

[13] W. Q. Yang and L. Peng, "Image reconstruction algorithms for electrical capacitance tomography," *Meas. Sci. Technol.*, Vol. 14, pp. R1-13, January 2003.  
 [14] M. Vauhkonen, W. R. B. Lionheart, L. M. Heikkinen, P. J. Vauhkonen and J. P. Kaipio, "A MATLAB package for the EIDORS project to reconstruct two-dimensional EIT images," *Physiol. Meas.*, Vol. 22, pp. 107-111, February 2001.

저 자 소 개



**김 창 일**(정회원)  
 1992년 제주대학교 전자공학과 학사 졸업.  
 1999년 제주대학교 전기전자공학과 석사 졸업.  
 2012년 제주대학교 전기전자공학과 박사 수료.

2010년~현재 한국승강기대학교 부교수.  
 <주관심분야: 승강기 안전관리, 자동제어>



**김 봉 석**(정회원)  
 1999년 제주대학교 전자공학과 학사 졸업.  
 2001년 제주대학교 전기전자공학과 석사 졸업.  
 2006년 제주대학교 전기전자공학과 박사 졸업.

2016년~현재 한국승강기대학교 조교수.  
 <주관심분야: electrical tomography, 추정이론, 영상처리, 승강기 안전관리>



**김 경 연**(정회원)-교신저자  
 1983년 경북대학교 전자공학과 학사 졸업.  
 1986년 경북대학교 전자공학과 석사 졸업.  
 1990년 경북대학교 전자공학과 박사 졸업.

1990년~현재 제주대학교 전자공학과 교수.  
 <주관심분야: inverse problem, electrical tomography, 추정이론>