

&lt;학술논문&gt;

DOI <https://doi.org/10.3795/KSME-A.2017.41.4.291>ISSN 1226-4873(Print)  
2288-5226(Online)성능의 상관관계를 고려한 시스템 신뢰성 해석<sup>§</sup>

김새결\* · 임우철\*\* · 이태희\*†

\* 한양대학교 미래자동차공학과, \*\* 만도

## System Reliability Analysis Considering Correlation of Performances

Sackyeol Kim\*, Woochul Lim\*\* and Tae Hee Lee\*†

\* Dept. of Automotive Engineering, Hanyang Univ.,

\*\* Mando Corporation

(Received July 29, 2016 ; Revised November 13, 2016 ; Accepted December 10, 2016)

**Key Words:** Copula(코플라), Correlation(상관관계), Joint Probability Density Function(결합확률밀도함수), Reliability Analysis(신뢰성 해석), System Reliability Analysis(시스템 신뢰성 해석)

**초록:** 신뢰성 해석은 설계변수의 공차나 환경변수 및 재료 물성치의 불확실성으로 인해 발생하는 제품 성능의 불확실성을 고려하기 위해 제품의 신뢰도를 평가하는 기법이다. 기존의 많은 신뢰성 해석 기법은 성능의 신뢰도를 독립적으로 계산한다. 그러나 실제 공학 문제에서 시스템의 성능은 상관관계를 가질 수 있으며 이로 인해 전체 시스템의 신뢰도와 성능의 신뢰도 사이에 차이가 발생한다. 본 연구에서는 코플라를 이용하여 시스템에서 상관관계가 있는 성능의 결합확률밀도함수를 추정하고 이를 이용하여 시스템의 신뢰도를 평가하는 시스템 신뢰성 해석 기법을 제안한다. 수학예제를 통하여 제안하는 기법의 정확성을 검증하고 트러스 구조물에 시스템 신뢰성 해석 기법을 적용하여 제안하는 기법의 유용성을 확인한다.

**Abstract:** Reliability analysis of a mechanical system has been developed in order to consider the uncertainties in the product design that may occur from the tolerance of design variables, uncertainties of noise, environmental factors, and material properties. In most of the previous studies, the reliability was calculated independently for each performance of the system. However, the conventional methods cannot consider the correlation between the performances of the system that may lead to a difference between the reliability of the entire system and the reliability of the individual performance. In this paper, the joint probability density function (PDF) of the performances is modeled using a copula which takes into account the correlation between performances of the system. The system reliability is proposed as the integral of joint PDF of performances and is compared with the individual reliability of each performance by mathematical examples and two-bar truss example.

## 1. 서론

최적설계는 제한조건을 만족하면서 목적함수를 최소화하는 설계변수의 값을 찾는 설계기법이다. 결정론적 최적설계는 설계변수나 환경변수들이 평균과 같은 대푯값을 갖는다고 가정하고 최적설계

를 수행한다. 이때 입력 변수들의 변동 및 불확실성에 의해 발생하는 성능의 불확실성을 고려하기 위해 안전계수와 같은 경험적인 방법을 사용하여 성능의 신뢰성을 확보한다. 확률론적 최적설계는 설계변수나 환경변수들의 통계적 특성을 이용하여 성능의 신뢰성을 확보하는 설계기법이다. 이러한 확률론적 최적설계 기법을 수행하기 위해서는 성능에 대한 신뢰성을 평가하는 신뢰성 해석을 먼저 수행해야 한다.

신뢰성 해석 방법으로는 추출법, 급속확률적분법, 모멘트법, 아카이케 정보척도를 이용한 신뢰성

§ 이 논문은 대한기계학회 CAE 및 응용역학부문 2016년도 춘계학술대회(2016.4.7.-9., 제주해비치호텔) 발표논문임.

† Corresponding Author, thlee@hanyang.ac.kr

© 2017 The Korean Society of Mechanical Engineers

해석법 등이 제안되었다. 하지만 기존의 신뢰성 해석 기법은 시스템의 각 성능의 신뢰도를 독립적으로 평가한다. 그러나 실제로 공학문제에서 성능의 상관관계가 존재할 경우 시스템의 신뢰도는 각 성능의 신뢰도와 차이가 발생하며, 이를 고려하지 않을 경우 신뢰성 해석 결과의 정확성이 떨어지게 된다.

시스템의 신뢰도를 평가하는 방법은 기존의 신뢰성 해석 기법을 이용하는 좁은구간해법(narrow bound method), 급속확률적분법을 이용하여 시스템의 신뢰도를 근사적으로 구하는 방법 등이 제안되었다. 하지만 기존의 시스템 신뢰성 해석 기법은 정확성이 떨어지고 지나치게 보수적인 설계로 이어질 수 있는 단점이 있다.

따라서 본 연구에서는 성능의 상관관계가 존재하는 경우 결합확률밀도함수를 모델링하여 시스템의 신뢰도를 계산하기 위한 기법을 제안하고 최근에 연구된 급속확률적분법을 이용하여 시스템의 신뢰도를 구하는 기법과 비교하여 본 연구에서 제안한 기법의 유용성을 확인하고자 한다.

## 2. 신뢰성 해석

### 2.1 신뢰성 해석

기계 시스템에서 특정 성능의 신뢰도는 현재 성능이 설계자가 원하는 성능에 얼마나 만족하는지 수치적으로 평가하는 것이다. 신뢰성 해석은 이러한 성능의 신뢰도를 평가하는 기법이다.

성능의 신뢰성  $R$ 은 수학적으로 (1)과 같이 설계 유용영역에 대해서 성능밀도함수의 적분으로 정의할 수 있다.

$$R = P\{Y \leq 0\} = \int_{-\infty}^0 f_Y(y) dy \quad (1)$$

여기서  $Y \leq 0$ 는 설계 유용영역,  $f_Y(y)$ 는 성능의 확률밀도함수이다.

신뢰성 해석 기법은 기계 시스템 성능의 신뢰도를 평가하고, 이를 기반으로 신뢰성 기반 최적설계에 적용하기 위해 정확성과 비용을 개선하는 많은 연구들이 진행되었다. 추출법 중 몬테카를로 시뮬레이션 (Monte Carlo simulation, MCS)<sup>(1)</sup>은 사용법이 비교적 간단하고 정확한 신뢰도를 평가할 수 있기 때문에 가장 널리 사용되지만 계산 비용이 많이 든다는 단점이 있다.

일차신뢰도법(first order reliability method, FORM)<sup>(2)</sup>이나 이차신뢰도법(second order reliability method, SORM)<sup>(3)</sup>과 같은 급속확률적분법은 제한조건을 테

일러 급수를 이용해서 근사화한 후 신뢰도 지수를 계산하여 신뢰도를 구한다. 따라서 제한조건의 비선형성이 크거나 성능이 정규분포가 아닐 경우에 정확도가 떨어지는 단점이 있다.

차원감소법(dimension reduction method, DRM)<sup>(4)</sup>이나 곱분해기법(multiplicative decomposition method, MD)<sup>(5)</sup>과 같은 모멘트법은 변수의 통계적 모멘트를 구하여 성능의 분포를 추정하고 적분을 계산하여 신뢰도를 구하는 방법이다. 모멘트법은 급속확률적분법보다 정확한 신뢰도를 구할 수 있지만, 강한 비선형성이나 교호작용이 존재할 경우 통계적 모멘트의 정확성이 떨어지는 단점이 있다.

아카이케 정보척도(Akaike information criterion, AIC)를 이용한 신뢰성해석<sup>(6)</sup>은 데이터로부터 얻어진 통계적 특성을 가장 잘 나타내는 분포를 추정하여 성능의 신뢰도를 구한다. 아카이케 정보척도 기반 신뢰성 해석은 변수나 성능의 분포에 대한 가정 없이 데이터의 통계적 특성을 가장 잘 표현하는 확률분포를 결정하기 때문에 다른 기법에 비해 정확하다는 장점이 있다.

이러한 신뢰성 해석 기법들에서는 입력변수들이 모두 독립적인 통계적 특성을 갖는다고 가정하였으나 실제 시스템 성능에 영향을 미치는 입력변수들이 상관관계가 존재할 경우 신뢰성의 정확성이 떨어지게 된다. 따라서 최근에는 이러한 입력변수들의 상관관계를 고려하는 통계모델링 기법을 통해 신뢰성 해석의 정확성을 높이는 기법<sup>(7)</sup>도 연구되고 있다. 그러나 실제 문제에서는 입력변수들의 상관관계뿐만 아니라 시스템의 성능에도 상관관계가 존재한다. 따라서 성능을 독립적으로 평가하여 신뢰성 해석을 수행하는 기존의 방법과는 달리 시스템의 성능의 상관관계를 고려하여 신뢰도를 평가하는 방법이 요구된다.

### 2.2 시스템 신뢰성 해석

기존의 신뢰성 해석 기법들은 설계자가 평가하고자 하는 성능의 신뢰도를 독립적으로 계산한다. 그러나 성능의 상관관계가 존재할 경우 신뢰성 해석을 통해 구한 성능의 신뢰도가 기계 시스템 전체의 신뢰성을 보장할 수 없다.

대표적인 추출법인 몬테카를로 시뮬레이션은 시스템 신뢰성을 계산하는데 가장 많이 쓰이지만 신뢰성 해석과 마찬가지로 계산 비용이 높다는 단점이 있다.

좁은구간해법<sup>(8)</sup>은 각 성능이 목표성능을 만족하지 못하는 파괴확률의 합과 서로 다른 두 성능의 파괴가 동시에 일어날 최대 확률의 합의 차이를

통해 시스템의 신뢰도를 근사적으로 구한다. 일차 신뢰도법은 좁은구간해법에서 성능의 파괴확률이 나 서로 다른 두 성능의 최대 파괴확률을 계산하는데 쓰인다.<sup>(9)</sup> 일차신뢰도법은 계산 속도가 빠르기 때문에 효율적이지만 성능의 분포를 정규분포로 가정해야 하는 단점이 있다. 또한 서로 다른 두 성능의 파괴가 동시에 일어날 최대 확률만을 고려하기 때문에 정확성이 떨어진다.

일차신뢰도법을 이용한 또 다른 시스템 신뢰성 해석 기법은 성능이 독립이라고 가정하고 각 성능의 신뢰도를 일차신뢰도법으로 구한 후 각 성능의 신뢰도의 곱으로 시스템 신뢰도를 구하는 방법<sup>(10)</sup>이 제안되었다. 그러나 이는 성능들의 상관관계가 존재할 경우 정확성이 떨어지고 지나치게 보수적인 설계로 이어지는 단점이 있다.

이처럼 기존의 시스템 신뢰성 해석 기법은 몬테카를로 시뮬레이션처럼 계산량이 지나치게 많거나 일차신뢰도법처럼 효율적이지만 성능들의 통계모델에 대한 가정을 통해 시스템 신뢰도를 근사적으로 구하기 때문에 정확성이 떨어지는 단점이 있다.

따라서 본 연구에서는 상관관계가 있는 시스템 성능들의 신뢰도를 평가할 수 있는 방법을 (2)와 같이 제안하고자 한다.

$$R_{sys} = P\{Y_1 \leq 0, Y_2 \leq 0\} = \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^0 f_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2) dy_1 dy_2 \quad (2)$$

여기서  $Y_1, Y_2$ 는 상관관계가 있는 성능들,  $Y_1 \leq 0, Y_2 \leq 0$ 는 각 성능의 설계 유용영역,  $f_Y(y_1, y_2)$ 는 성능들의 결합확률밀도함수이다.

시스템의 신뢰도는 성능들의 결합확률밀도함수의 다중적분을 통해 구해야 한다. 본 연구에서는 입력변수의 샘플링을 통해 얻은 실험점에서 구한 성능들의 값을 통해 데이터를 가장 추정하는 성능들의 주변확률분포와 코플라를 구하여 식 (2)의 시스템 신뢰도를 수치적으로 계산한다. 이는 통계모델에 대한 가정 없이 성능들의 결합확률밀도함수를 추정하기 때문에 시스템 신뢰도의 정확성을 높일 수 있다.

### 3. 결합확률밀도함수의 통계모델링

#### 3.1 코플라(Copula)

본 연구에서 제안하는 성능의 상관관계를 고려한 시스템 신뢰성 해석을 수행하기 위해서는 성능들의 결합확률밀도함수의 통계모델링을 수행해야 한다. 다변량 정규 분포는 모델의 편의성 때문에 많은 공학 분야에서 결합확률밀도함수를 가정할

때 사용된다. 그러나 이러한 가정이 타당하지 않을 경우, 시스템 신뢰성 해석의 정확성이 매우 떨어질 수 있기 때문에 본 연구에서는 결합확률밀도함수를 코플라<sup>(11)</sup>를 이용하여 모델링한다.

코플라는 주변확률분포(marginal probability distribution)와 확률변수 사이의 상관계수를 이용하여 모델링한 결합누적분포함수(joint cumulative distribution function)이다. 성능의 결합누적분포함수는 Sklar의 이론에 의해 (3)과 같이 정의할 수 있다.

$$F(y_1, y_2) = C(F(y_1), F(y_2)|\theta) \quad (3)$$

여기서  $F(y_1, y_2)$ 는 성능의 결합누적분포함수,  $C(F(y_1), F(y_2)|\theta)$ 는 코플라,  $F(y_1), F(y_2)$ 는 성능의 주변확률분포의 누적분포함수,  $\theta$ 는 상관관계를 나타내는 코플라의 모수를 나타낸다.

성능의 결합확률밀도함수는 결합누적분포함수를 각 확률변수에 대해 미분하여 (4)와 같이 구할 수 있다.

$$f_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2) = c(F(y_1), F(y_2)|\theta) f_{Y_1}(y_1) f_{Y_2}(y_2) \quad (4)$$

여기서  $c(F(y_1), F(y_2)|\theta)$ 는 코플라의 밀도함수,  $f_{Y_1}(y_1), f_{Y_2}(y_2)$ 는 주변확률분포의 확률밀도함수를 나타낸다.

#### 3.2 결합확률밀도함수의 추정

코플라를 이용하여 결합확률밀도함수를 구하기 위해서는 먼저 주어진 성능 데이터를 가장 잘 추정하는 주변확률분포와 코플라를 결정해야 한다. 본 연구에서는 아카이케 정보척도를 이용하여 주변확률분포를 결정하고 최대우도추정법(maximum likelihood estimation, MLE)를 이용하여 코플라를 결정한다.

아카이케 정보척도는 설계자가 정한 후보 확률분포들의 대수우도함수와 모수의 개수를 통해 주어진 데이터를 가장 잘 추정하는 확률분포를 결정하는 기법이며 (5)와 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \varphi_{AIC} &= -2(L_f(\mathbf{p}|y) - n_p) \\ &= -2(\sum_{i=1}^n \ln f(y_i|\mathbf{p}) - n_p) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $L_f$ 는 대수우도함수의 최대값이며  $\mathbf{p}$ 는 그 때 후보 확률분포의 모수값,  $n_p$ 는 후보 확률분포의 모수의 개수,  $n$ 은 성능 데이터의 개수이다.  $\varphi_{AIC}$ 는 성능 데이터  $y$ 가 주어졌을 때 대수우도함수의 합이 최대가 되는 모수  $\mathbf{p}$ 를 찾는 최적화문

**Table 1** Candidate distributions for AIC

Name	Probability density function
Normal	$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta^2}} e^{-\frac{(x-\alpha)^2}{2\beta^2}}$
Gamma	$y = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}$
Log-normal	$y = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\beta^2}} e^{-\frac{(\ln x - \alpha)^2}{2\beta^2}}$
Weibull	$y = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta}$
Extreme value	$y = \frac{1}{\beta} e^{\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)} e^{-e^{\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)}}$
Exponential	$y = \frac{1}{\alpha} e^{-\frac{x}{\alpha}}$
GEV	$y = \frac{1}{\beta} e^{\left(-\left(1+\gamma\frac{(x-\alpha)}{\beta}\right)^{-\frac{1}{\gamma}}\right)} \left(1+\gamma\frac{(x-\alpha)}{\beta}\right)^{-1-\frac{1}{\gamma}}$

**Table 2** Candidate copulas for MLE

Name	Copula
Gaussian	$C = \Phi_R(\Phi^{-1}(u) + \Phi^{-1}(v))$
Clayton	$C = (u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}}$
Frank	$C = -\frac{1}{\theta} \ln\left(1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1) - 1}{e^{-\theta} - 1}\right)$
Gumbel	$C = e^{-((-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta)^{\frac{1}{\theta}}}$

제로부터 구할 수 있다.

본 연구에서 아카이케 정보기준도에 사용한 후보 확률분포들은 Table 1에 나타내었다. 여기서  $\alpha, \beta, \gamma$ 는 각 후보 확률분포들의 파라미터를 나타낸다.

성능의 주변확률분포를 구하면 이를 통해 설계자가 정한 후보 코플라들의 대수우도함수를 통해 주어진 데이터의 상관관계를 가장 잘 나타내는 코플라를 결정할 수 있다. 코플라의 대수우도함수는 코플라의 밀도함수를 통해 정의할 수 있고 최대우도추정법은 (6)과 같이 주어진 데이터의 코플라 대수우도함수값들의 합으로부터 정의할 수 있다.

$$L_c(\theta|u, v) = \sum_{i=1}^n \ln c(u_i, v_i|\theta) \tag{6}$$

여기서  $u_i, v_i$ 는 데이터에 대한 추정된 주변확률분포의 누적분포함수값이며,  $c(u, v|\theta)$ 는 후보 코플라의 밀도함수,  $n$ 은 성능 데이터의 개수이다.  $L_c$ 는 성능 데이터  $\mathbf{y}$ 와 추정된 주변확률분포가 주어졌을 때 코플라 대수우도함수의 합이 최대가 되는 상관계수  $\theta$ 를 찾는 최적화문제로부터 구할 수 있다.

본 연구에서 최대우도추정법에 사용한 후보 코플라들은 Table 2에 나타내었다. 여기서  $u$ 와  $v$ 는 데이터의 누적분포함수값이며,  $\Phi_R$ 는 평균 벡터가  $\mathbf{0}$ 이고 공분산 행렬이  $\mathbf{R}$ 인 다변량 정규분포의 결합누적분포함수이며,  $\Phi^{-1}$ 는 표준정규분포의 누적분포함수의 역함수이다.

#### 4. 시스템 신뢰성 해석 예제

본 연구에서 제안하는 시스템 신뢰성 해석을 수행하기 위해서 성능의 결합확률밀도함수를 모델링해야 하며, 7개의 후보 확률밀도함수의 아카이케 정보기준도와 4개의 후보 코플라의 대수우도함수의 최대값을 이용하여 성능의 통계적 특성을 가장 잘 반영하는 결합확률밀도함수를 결정하고 이를 적분하여 시스템 신뢰도를 구한다. 또한 최근에 연구된 일차신뢰도법을 통해 시스템의 신뢰도를 근사적으로 구하는 기법과 결과를 비교하고 몬테카를로 시뮬레이션을 수행하여 제안한 기법의 정확성을 검증한다.

##### 4.1 수학예제

수학예제<sup>(10)</sup>는 독립적인 입력변수 2개가 표준정규분포를 따르고, 시스템의 성능 2개는 이들의 선형적인 합으로 (7)과 같이 정의된다. 본 연구에서는 일차신뢰도법을 이용하여 근사적으로 구한 시스템의 신뢰도와 제안한 기법으로 구한 시스템의 신뢰도를 비교한다.

$$\begin{aligned} Y_1 &= z - X_1 \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) - X_2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) \\ Y_2 &= z - X_1 \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) - X_2 \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) \end{aligned} \tag{7}$$

$X_1 \sim N(0, 1^2), X_2 \sim N(0, 1^2)$

두 성능의 결합확률밀도함수는 상관계수가 0.7인 다변량 정규분포이므로, 해석적인 분포를 이용하여 구한 시스템의 신뢰도를 통해 기법의 정확성을 검증한다. 제안한 시스템 신뢰성 해석에서 결합확률밀도함수의 추정은 주어진 데이터가 많을수록 정확성이 높아지고 이에 따라 시스템 신뢰도의 정확성도 향상된다. 본 연구에서는 시스템 성능의 결합확률밀도함수를 정확하게 추정하기 위해 200개의 데이터를 사용한다.

여기서  $z = 2, \rho = 0.7, \theta = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1} \rho$ 인 상수이다. 시스템의 신뢰도  $R_{sys}$ 는  $Y_1$ 과  $Y_2$  모두 0 이상 이 되는 영역의 확률  $P(Y_1 \geq 0, Y_2 \geq 0)$ 이다. Fig. 1은 시스템의 성능  $Y_1$ 과  $Y_2$  데이터  $10^6$ 개를 나타내는데, 이들이 강한 상관관계를 갖고 있음을 확인

할 수 있으며 설계 유용영역을 만족하는 시스템의 신뢰도를 구하기 위해서는 성능  $Y_1$ 과  $Y_2$ 의 상관관계가 반드시 고려해야 함을 확인할 수 있다.

우선 주어진 성능은 모두 정규분포를 따르는 확률변수의 합이므로, 성능도 또한 정규분포를 따른다. 따라서 성능의 신뢰도  $R_1$ 과  $R_2$ 을 해석적으로 구할 있다. 또한 두 성능의 결합확률밀도 함수는 평균이  $z$ 이고 분산이 1, 상관계수가  $\rho$ 인 이변량 정규분포이므로 현재 시스템의 신뢰성  $R_{sys}$ 을 해석적으로 계산할 수 있다.<sup>(10)</sup>

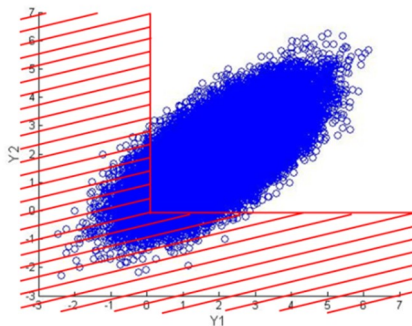
일차신뢰도법을 통해 시스템의 신뢰도를 구하는 기법은 먼저 일차신뢰도법을 통해 각 성능의 신뢰성  $R_1$ 과  $R_2$ 을 계산한다. 기존의 기법<sup>(10)</sup>은 성능이 모두 독립이라고 가정하기 때문에, 이를 통해 구한 성능의 신뢰도  $R_1$ 과  $R_2$ 을 곱하여 시스템 신뢰도  $R_{sys}$ 을 구한다.

마지막으로 본 연구에서 제안하는 기법은 샘플 200개를 통해 성능 데이터를 가장 잘 추정하는 결합확률밀도함수를 구하고 적분을 통해 시스템의 신뢰도  $R_{sys}$ 을 수치적으로 계산한다.

일차신뢰도법을 이용한 기법은 개별적인 성능의 신뢰도는 정확하게 구할 수 있지만 시스템의 신뢰도는 실제 시스템의 신뢰도보다 낮게 추정하는 것을 확인할 수 있다. 이는 성능이 독립이라고 가정했기 때문이다. 그러나 제안한 기법은 모든 성능이 목표성능을 만족하는 시스템의 신뢰도를 해석적으로 구한 신뢰도와 유사하게 추정하는 것을 Table 3에서 확인할 수 있다.

**Table 3** Results of mathematical example

Reliability	Analytical	FORM	Proposed
$R_1$	0.9773	0.9773	-
$R_2$	0.9773	0.9773	-
$R_{sys}$	0.9619	0.9551	0.9627



**Fig. 1** Correlation of performances and feasible design domain of mathematical example

4.2 이축 하중의 2바 트러스

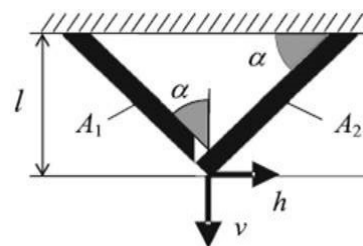
공학예제<sup>(10)</sup>는 Fig. 2와 같이 2개의 바로 구성된 트러스 구조물에 2축으로 하중  $v$ 와  $h$ 이 가해질 때 각 바에 발생하는 응력이 재료의 강도보다 낮으면서 트러스 구조물의 질량을 최소화하는 바의 단면적  $A_1$ 와  $A_2$ 을 결정하는 최적설계 문제다.<sup>(10)</sup> 여기서  $l = \frac{1}{\sqrt{2}}m$ ,  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ,  $\rho = 1kg/m^3$ , 각 봉의 단면적 범위는  $0.01m^2 \leq A_1 \leq 1m^2$ 와  $0.01m^2 \leq A_2 \leq 1m^2$ . 실제 공학문제에서 발생하는 입력변수의 불확실성을 고려하기 위해 재료의 강도  $S$ (MPa)는 정규분포인  $N(250, 12.5^2)$ , 수직하중  $v$ (kN)와 수평하중  $h$ (kN)는 비정규분포인  $LN(3.75, 0.75^2)$ 를 따른다고 가정하였다. 이러한 입력변수의 불확실성은 트러스 구조물의 성능에도 불확실성을 야기한다.

본 연구에서는 성능의 신뢰도를 독립적으로 평가하는 신뢰성 해석이 아닌 시스템 전체의 신뢰도를 평가하는 시스템 신뢰성 해석을 통해 시스템 신뢰성 기반 최적설계를 수행한다. 시스템의 신뢰성이 목표값 이상이 되도록 하는 최적설계 문제를 정식화하면 (8)과 같다.

$$\begin{aligned} & \min_{A_1, A_2} \text{Mass} \\ & \text{subject to } P(G_1 \geq 0, G_2 \geq 0) \geq R_{sys}^t \end{aligned} \quad (8)$$

여기서  $G_1 \geq 0$ 과  $G_2 \geq 0$ 는 각 봉의 설계 유용영역을 나타내며  $R_{sys}^t$ 는 목표 시스템 신뢰도이다. 목표 시스템 신뢰도를 0.9773로 설정하였다. 본 예제에서는 결정론적 최적설계, 일차신뢰도법을 통해 시스템의 신뢰도를 근사적으로 구하는 기법을 이용한 시스템 신뢰성 기반 최적설계, 제안한 기법을 이용한 시스템 신뢰성 기반 최적설계를 수행하여 결과를 몬테카를로 시뮬레이션 결과와 Table 4에 비교하였다.

트러스 구조물의 초기 설계는 입력변수의 불확실성이 고려되지 않았기 때문에 시스템의 신뢰도는 86.15%로 목표값을 만족하지 못한다. 트러스 구조물의 초기 설계를 바탕으로 결정론적 최적설



**Fig. 2** Two bar truss in biaxial loading example

**Table 4** Results of two bar truss example

	Name	Initial	DDO	FORM	Proposed
Design variables	$A_1$	0.5000	0.3187	0.5615	0.7584
	$A_2$	0.5000	0.0100	0.5494	0.4315
Objective function	$Obj$	1.0000	0.3287	1.1110	1.1899
System reliability	$R_{sys}$	N/A (0.8615)	N/A (0.3379)	0.9773 (0.9015)	0.9773 (0.9549)

**Table 5** Estimated statistical model of performances

	Type	Estimated parameter
Marginal Distribution 1	Extreme value	$\alpha = 130.6005$ $\beta = 31.6765$
Marginal distribution 2	Normal	$\alpha = 107.2082$ $\beta = 45.2412$
Copula	Clayton	$\theta = 0.3653$

계를 수행하면 목적함수인 트러스 구조물의 질량은 67.13% 감소하지만 트러스 구조물 시스템의 신뢰도는 33.79%로서 목표값인 97.73%보다 현저히 낮은 신뢰도를 갖게 된다.

일차신뢰도법을 통해 시스템의 신뢰도를 구하는 시스템 신뢰성 기반 최적설계 결과 트러스 구조물의 질량이 초기 설계 대비 11.10% 증가하고 설계 변수인 봉의 단면적도 초기 설계 대비 소폭 증가하면서 시스템의 신뢰성은 목표 시스템 신뢰도인 97.73%를 만족한다. 하지만 최적설계 해에서 몬테카를로 시뮬레이션을 통해 구한 시스템의 신뢰도는 90.15%로 목표 시스템 신뢰도를 만족하지 못하는 것을 확인할 수 있다. 이는 일차신뢰도법으로 시스템의 신뢰도를 평가할 경우 성능의 주변 분포가 모두 정규분포이고 상관관계가 없다고 가정을 하기 때문이다.

Table 5는 실제 추정된 성능의 주변확률분포와 코플라, 각 분포의 모수값을 나타낸 것이다. 본 연구에서 제안하는 기법으로 시스템의 신뢰도를 구할 경우 실제 시스템의 신뢰도인 95.49%와의 오차가 2.24%로 기존의 기법보다 정확성이 개선된 것을 확인할 수 있다. 이는 성능의 분포나 성능의 상관관계에 대한 가정 없이 성능의 주변확률분포와 성능의 상관관계를 고려한 결합확률밀도함수를 추정하여 시스템의 신뢰도를 평가하기 때문이다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 상관관계가 있는 시스템 성능의 결합확률밀도함수를 추정하고 시스템의 신뢰도를

구하는 시스템 신뢰성 해석 기법을 제안하였다. 기존의 신뢰성 해석 기법인 급속확률적분법, 모멘트법, 아카이케 정보척도 기반 신뢰성 해석법은 성능의 신뢰도를 독립적으로 평가하기 때문에 성능의 상관관계를 고려할 수 없고 전체 시스템의 신뢰도를 평가할 수 없는 한계가 있다. 또한 기존의 시스템 신뢰성 해석 기법은 일차신뢰도법을 통해 구한 각 성능의 신뢰도를 계산하여 전체 시스템의 신뢰도를 근사적으로 구하기 때문에 정확성이 떨어지는 단점이 있다. 본 연구에서는 주어진 데이터를 통해 아카이케 정보척도와 최대우도추정법을 이용하여 성능의 통계적 특성 및 상관관계를 가장 잘 추정하는 주변확률분포 및 코플라를 선정하고 결합확률밀도함수를 구한다. 이를 이용하여 전체 시스템의 신뢰도를 평가하기 때문에 효율성 측면에서는 기존 기법보다 계산량이 많이 필요하지만, 기존 신뢰성 해석 기법의 한계를 극복하고 시스템의 신뢰도를 정확하게 구할 있다.

제안하는 기법의 정확성과 유용성을 검증하기 위해 성능의 해석적 분포가 존재하는 수학예제와 성능의 상관관계가 존재하는 트러스 구조물 최적 설계 문제에 제안하는 기법과 일차신뢰도법을 이용한 기존 시스템 신뢰성 해석 기법을 적용하여 비교하였다.

본 연구에서 제안하는 기법은 시스템의 두 가지 성능의 상관관계를 고려하는 코플라를 이용하여 시스템의 신뢰도를 평가한다. 향후 다수의 성능이 상관관계를 갖는 시스템에 대해 다변량 통계 모델링 기법을 적용하여 시스템 신뢰성 해석을 수행하는 연구를 진행할 계획이다.

## 후 기

본 연구는 산업통상자원부의 재원으로 한국에너지기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제입니다(No.20142020103970).

## 참고문헌 (References)

- (1) Buslenko, N. P., Golenko, D. I., Shreider, Y. A., Sobol, I. M. and Sragowich, V. G., 1994, *The Monte Carlo Method*, Pergamon Press.
- (2) Cornell, C. A., 1969, "A Probability-based Structural Code," *Journal of the American Concrete Institute*, Vol. 66, No. 12, pp. 974-985.
- (3) Breitung, K., 1984, "Asymptotic Approximations for Multinormal Integrals," *Journal of Engineering*

- Mechanics Division, ASCE*, Vol. 110, No. 3, pp. 357~366.
- (4) Rahman, S. and Xu, H., 2004, "A Univariate Dimension-Reduction Method for Multi-Dimensional Integral in Stochastic Mechanics," *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 19, No. 4, pp. 357~366.
- (5) Jung, J. J., 2007, *Multiplicative Decomposition Method for Accurate Moment-Based Reliability Analysis*, Ph.D. thesis, Hanyang University.
- (6) Lim, W. and Lee, T. H., 2012, "Reliability-based Design Optimization Using Akaike Information Criterion for Discrete Information," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 36, No. 8, pp. 921~927.
- (7) Noh, Y., Choi, K. K. and Lee, I., 2010, "Identification of Marginal and Joint CDFs using Bayesian Method for RBDO," *Structural Multidisciplinary Optimization*, Vol. 40, pp. 35~51.
- (8) Ditlevsen, O., 1979, "Narrow Reliability Bounds for Structural Systems," *Journal of Structural Mechanics*, Vol. 7, No. 4, 453~472.
- (9) Lee, I., Choi, K. K. and Gorsich, D., 2010, "System Reliability-based Design Optimization using the MPP-Based Dimension Reduction Method," *Structural Multidisciplinary Optimization*, Vol. 41, pp. 823~839.
- (10) Park, C., Kim, N. H. and Haftka, R. T., 2015, "The Effect of Ignoring Dependence between Failure Modes on Evaluating System Reliability," *Structural Multidisciplinary Optimization*, Vol. 52, pp. 251~268.
- (11) Nelsen, R.B., 2006, *An Introduction to Copulas*, Springer.