

다공질 유동해석을 위한 Darcy-Weisbach 관계식의 확장

신 창 훈* · 박 원 규**†

* 한국가스공사 가스연구원, ** 부산대학교 기계공학부

Expansion of the Darcy-Weisbach Relation for Porous Flow Analysis

Chang Hoon Shin* and Warn Gyu Park**†

* Research Institute, Korea Gas Corporation (KOGAS),

** School of Mechanical Engineering, Busan Nat'l Univ.

(Received September 19, 2016 ; Revised December 21, 2016 ; Accepted January 18, 2017)

Key Words: Generalized Darcy-Weisbach Relation(일반화된 Darcy-Weisbach 관계식), Friction Equivalent Permeability(FEP, 마찰등가투과도), Porous Flow Analysis(다공질 유동해석), Porous Friction Factor(다공질 마찰계수), Porous Hydraulic Diameter(다공질 수력직경)

초록: 본 연구는 다양한 기하학적 특성을 갖는 다공성 매질의 투과도를 유동조건의 변화와 상관없이 적절히 해석할 수 있는 일반화된 투과도 관계식을 도출하고자 시작되었다. 이에 우선, Darcy-Weisbach 관계식 (Darcy's 마찰유동관계식)의 다공질 유동에의 적용방안을 검토하였다. 결과적으로, Kozeny와 Carman 등의 선행연구를 바탕으로, Darcy-Weisbach 관계식은 다공질 유동해석에 적용이 가능하도록 확장되었다. 또한, 이는 모세관 유동모델을 바탕으로 마찰등가투과도(FEP)로 다시 정의되었다. 이때, 도출된 관계식의 유효성은 Kozeny-Carman 방정식과의 비교를 통해 검증되었고, 제시된 FEP 관계식이 Kozeny-Carman 방정식의 일반화된 형태임도 확인하였다. 결론적으로, 본 연구에서는 Darcy-Weisbach 관계식을 다공질 유동해석에 적용할 수 있도록 적절히 확장하고, 새로운 투과도 산정을 위한 FEP 관계식을 제시하였다.

Abstract: This study started to deduce a permeability relationship that can consider the geometric features of various porous media under different flow regimes. With reference to the previous works of Kozeny and Carman, the conventional Darcy-Weisbach relation (Darcy's friction flow equation) was reviewed and expanded for porous flow analysis. Based on the capillary model, this relation was transformed to the friction equivalent permeability (FEP) definition. The validity of the FEP definition was confirmed by means of comparison with the Kozeny-Carman equation. Hereby, it was shown that the FEP definition is the generalized form of the Kozeny-Carman equation, which is confined to laminar flow through a circular capillary. In conclusion, the FEP definition as a new permeability estimation method was successfully developed by expanding the Darcy-Weisbach relation for porous flow analyses.

- 기호설명 -

A : 단면적, $A_p = \emptyset A$

C : 인자(계수)

C_S : 유효입자 형상인자

C_1 : Carman 단면형상인자

D, d : 직경(입자직경)

D_h : 수력직경

E : 표면적

E_S : 고체 표면적

F : 형상인자

f : 마찰계수

g : 중력

g_x : x 방향 중력

h : 손실수두

h_f : 마찰손실수두

k : 투과도(투과율)

L : 길이

L_e : 유로 실제 길이

P : 압력

q : 유량

R, r : 반경

† Corresponding Author, wgpark@pusan.ac.kr

© 2017 The Korean Society of Mechanical Engineers

R_h	수력반경
Re	: 레이놀즈 수
S	: 비표면적
S_S	: 고체 용적당 비체적
T	: 비틀림도
t	: 시간
u	: 다공질 평균유속
u_e	: 다공질 공극유로 평균유속
u_f	: 유로 유속
V	: 체적
V_S	: 고체 체적
v	: 유로 평균유속
α	: 매질-수력 값 변환 인자
μ	: 점성
ρ	: 밀도
τ	: 전단응력
τ_w	: 벽면 전단응력
\emptyset	: 공극률

하첨자

b	: 총 용적(bulk)
e	: 실제, 공극등가
f	: 유체유동, 마찰
FEP	: 마찰등가투과도
H, h	: 수력
h_T	: 비틀림 수력
m	: 매질(입자)
p	: 공극, 공극률
S	: 비(specific), 고체, 형상
T	: 비틀림도, 비틀림
u	: 다공질 평균유속
v	: 유로 평균유속

1. 서 론

다공성 매질의 투과도 산정은 원자력, 생체역학, 토목, 석유공학 등 다양한 학문 분야에서 오랜 기간 주요한 연구주제였다. 그럼에도 불구하고, 원자로, 필터, 생체기관, 암석 등 각기 다른 기하학적 특성과 유동조건 변화에 동반하는 매질에서의 투과도 산정방법은 여전히 확립되어 있지 못하다.⁽¹⁾ 투과도는 다공질 유동을 지배하는 가장 중요한 물성 중의 하나로, 이의 유동학적 관계는 일반적으로 Darcy 관계식이나 Forchheimer 관계식 등으로 표현되고 있다. 그러나 이들은 유량과 투과도 등의 상관관계를 제시할 뿐, 투과도를 결정하는 특성변수나 그들의 상관관계를 엄밀히 제시하고 있지 못하다. 이에 따라, 투과도는 실험적인 방법

으로 직접 측정되거나, 공극률 등과의 대비를 통한 매우 단순한 상관분석으로 추정되는 것이 일반적이다. 이것은 현실적으로 각 대상 매질에 대한 수많은 실험을 요구하는 것으로, 현실적으로 막대한 비용과 시간을 요구하게 된다.

투과도에 대한 선행연구자들의 이론적 접근방법으로는 공극률과 같이 측정이 가능한 다른 암석물성을 기반으로 투과도를 유추하는 방법이 대표적이다. 역사적으로, 이러한 최초의 접근은 Hazen에 의한 포화된 사암에 대한 투과도 측정에 대한 경험적 관계식의 도출이다. 이후, Kozeny⁽²⁾와 Carman⁽³⁻⁵⁾은, Kozeny-Carman 관계식으로 널리 알려진, 낮은 공극 유동속도를 가진 층류 다공질 유동에 유용한, 공극을 유관(tube)으로 상사한 모델을 기반으로 한 반경험, 반이론적 관계식을 도출한 바 있다. Paterson⁽⁶⁾과 Walsh와 Brace⁽⁷⁾는 다공질을 통과하는 유동을 다른 관경을 가진 유관 꾸러미를 통과하는 유동으로 가정하는 등가 채널(channel) 모델을 도출한 바 있다. 그 밖에 Achdou와 Avellaneda⁽⁸⁾는 Kozeny-Carman 모델을 보다 견고히 할 수 있는 ‘dc 투과도(dc-permeability)’ 산정을 가능하게 할 수 있는 방법을 제안하고자 전기적 측정법(electrical measurement)을 통해 동적, 정적 투과도의 공극 거칠기와 공극 크기분포의 영향을 분석한 연구 등을 수행하였다.

다른 측면으로, 투과도의 물리학적 의미와 수학적 기본 관계식, 이들의 확장에 대한 접근 역시, 여러 선행연구자들에 의하여 제시된 바 있다.⁽⁹⁻¹¹⁾ Rubinstein과 Torquato⁽¹²⁾는 조화평균 관계(ensemble-average formulation)를 활용하여 마이크로 영역에서의 Darcy 법칙을 유도함으로써 투과도의 엄밀한 에너지적 표현을 도출한 바 있다. Whitaker⁽¹³⁾는 Darcy 법칙의 투과도 텐서(permeability tensor)와 Forchheimer 수정 텐서(correction tensor)를 결정할 수 있는 체적 평균(volume averaged)된 Navier-Stokes 관계식을 유도하였다. Mei와 Auriault⁽¹⁴⁾는 강체 다공성 매질을 Navier-Stokes 관계식을 활용한 상수형 밀도를 갖는 비압축성 뉴턴 유체로 고려하여 관성력이, 비록 약하더라도, 전역적으로 보다는 국지적으로 보다 중요하다는 점을 제시하였다.

본 연구에서는, 선행연구자들이 제시한 다양한 관련 이론을 바탕으로 투과도 산정에 고려되어야 하는 특성변수를 보다 엄밀히 규명하고자 시도하였다. 이를 바탕으로, 다양한 매질의 기하학적 특성과 유동조건 변화를 고려할 수 있도록, Darcy 마찰계수를 도입하고, 이를 일반화하여 새로운 투과

도 관계식을 제시하고자 하였다.

2. 투과도 관계식 및 관련이론 검토

투과도의 가장 기본적인 정의는 다공성 매질의 공극을 수평의 직선 원통형 모세관 형태의 등가모델로 간주하고, 다공성 매질 내 유체유동의 운동량 방정식을 전개하는 것에서 시작되었다.⁽⁹⁻¹¹⁾ 선행연구의 전개과정을 간략히 요약하면, 공극을 통과하는 유동의 x 축 방향 운동량 방정식을 우선 다음 식 (1)과 같이 표현하였다. 이 식을 공극의 단면적, $A_p = \emptyset A$ 에 대하여 적분한 후, $dA_p = 2\pi r dr$ 를 곱하면 다음의 식 (2)를 얻을 수 있다. 식 (2)에 층류유동에 대한 벽면전단응력 관계식을 도입하고, 이를 A_p 로 나누면, 식 (3)으로 제시된 다공질 유동의 x 축 방향 운동량 방정식을 도출할 수 있다. 여기서, u 는 $u = \int_{A_p} \rho u_f dA_p / \rho A$ 로 정의되는 면적평균속도(area-averaged velocity)이고, u_p 는 $u_p = \int_{A_p} u_f dA_p / A_p$ 로 정의되는 공극의 평균유동속도(average pore velocity)로, 결과적으로 $u = \emptyset u_p$ 의 관계가 성립한다. 이때, τ_w 은 층류유동을 기반으로 한 벽면전단응력으로 식 (2)의 하단에 제시된 바와 같다.

식 (3)은 좌측으로부터, 좌변의 비정상항, 대류항과 우변의 압력항, 마찰손실항, 확산항 및 중력항의 총 여섯 개의 항들로 구성되어 있다. 별도로, 우변의 마지막 두 항은 각각 Darcy 항과 Brinkmann 확장항으로 알려져 있다. 여기서, 좌변의 비정상항과 우변의 중력항은 정상상태 수평유동에 대하여서는 제거될 수 있고, 일반적인 다공질 유동 해석에서 좌변의 대류항과 우변의 Brinkmann 확산항은 영향

이 매우 작아 무시될 수 있다. 결과적으로, 식 (3)은 식 (4)에 보여진 바와 같이, Darcy 관계식과 매우 유사한 형태로 정리될 수 있다. 여기서, 투과도의 기본정의를 Darcy 관계식과의 비교를 통하여 식 (5)와 같이 제시되었다.⁽⁹⁻¹¹⁾

이상의 전개과정에서, Darcy 항이 벽면전단응력의 함수인 마찰손실항에 상응하는 것에 주목할 필요가 있다. 이는 물리학적 관점에서, 투과도는 다공질 유동의 벽면전단응력이 전달되는 공극 유로의 단면적을 표현하는 물리량에 상당하며, 결과적으로 투과도가 벽면전단응력의 함수가 됨을 알 수 있기 때문이다. 그러므로 식 (5)는 투과도의 기본적인 물리학적 의미와 수학적 관계를 제시한 관계식으로서 의미를 가진다.

상기 식 (5)는 Burmeister⁽¹⁰⁾를 비롯하여 여러 다른 선행연구나 문헌들에서도 제시된 바가 있으며, 층류유동을 기반으로 한 투과도의 이론적 검토와 확장에 널리 활용되었다.⁽⁹⁻¹¹⁾ 그럼에도 불구하고, 식 (5)가 실제의 투과도 산정을 위한 관계식으로 적절히 사용되지 못하는 이유는 크게 두 가지 원인으로 부터 기인되는 것으로 생각될 수 있다. 우선, 식 (5)는 식 (2)의 벽면전단응력 해석을 위해, Hagen-Poiseuille 관계식으로 알려진 비압축성 층류유동 관계식을 도입함에 따라, 이를 난류유동에 확장할 수 없다는 한계를 가진다. 다음으로, 식 (5)에서 투과도는 단순히 공극률과 매질 단면적과의 곱의 형태인, $\emptyset A_p$ 로 표현되어 있는데, 이를 기반으로 실제의 다양한 공극의 기하학적 및 유동학적 특성을 충분히 표현하기에는 현실적인 한계를 가진다. 즉, 이는 식 (1)~(5)의 전개과정에서 도입된 수평의 직선형 원통관으로 취급될 수 있는 매우 단순한 형태의 공극이 층류유동을 가정할 수

$$\frac{\partial \rho u_f}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_f u_f}{\partial x} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_f}{\partial r} \right) + \mu \frac{\partial^2 u_f}{\partial x^2} + \rho g_x \quad (1)$$

$$\frac{A_p}{\emptyset} \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{A_p}{\emptyset^2} \frac{\partial \rho u u}{\partial x} = -A_p \frac{\partial P}{\partial x} + \pi D_p (\tau_w) + \mu \frac{A_p}{\emptyset} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \rho g_x A_p \quad (2)$$

where, $\tau_w = \mu \frac{\partial u_f}{\partial r} \Big|_{D_p/2} = -\frac{4\mu}{r} u$ for inner wall boundary layer

$$\therefore \frac{1}{\emptyset} \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{1}{\emptyset^2} \frac{\partial \rho u u}{\partial x} = -\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\mu}{\emptyset A_p / 8\pi} u + \frac{\mu}{\emptyset} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \rho g_x \quad (3)$$

$$\therefore \frac{\mu}{\emptyset A_p / 8\pi} u = -\frac{dP}{dx} \quad \text{or} \quad u = -\left(\frac{\emptyset A_p / 8\pi dP}{\mu dx} \right) = -\left(\frac{k dP}{\mu dx} \right) \quad (4)$$

$$\therefore k = \emptyset \frac{A_p}{8\pi} = \emptyset \frac{D_p^2}{32} \quad (5)$$

있는 제한적 경우에 대하여서만 적용이 가능하다. 실제 다공성 매질의 공극 구조와 형상은 매우 복잡하고, 다양한 종류와 크기, 분포를 가진 암석입자들로 구성되어 있다. 이에 따라, 공극 유로는 만곡(curvature)이나 비틀림(tortuosity)은 물론 분기(divergence)나 결합(conjunction) 등 다양한 기하학적 변형을 동반하게 되고, 기하학적 특성이나 유동조건의 변화에 따라 난류유동으로 천이되는 등 상당한 추가적인 유동손실이 발생될 가능성이 매우 크다. 결과적으로, 식 (5)의 기본 투과도 정의는 해당 공극률을 가진 원통형 등가유로 가정이 가능한 다공성 매질 투과도의 의미이며, 현실적으로는 해당 공극률에서 투과도의 최대값을 가늠하는 관계식으로 간주 될 수 있다.

이러한 한계를 극복하고자 한 접근 역시, 여러 선행연구에서 시도된 바가 있다. 가장 널리 알려진 대표적인 방법으로, 다공질 내부 암석입자의 구조적 특성에 따른 표면적 증가(마찰저항의 증가)를 표현하기 위해 Kozeny⁽²⁾는 다공질 매질의 수력직경(hydraulic diameter)을 식 (6)과 같이 정의하여 제시한 바 있다. 여기서, 다공성 매질의 수력직경은 공극률과 비표면적(specific surface area) 및 평균 입자직경의 함수로 표현된다.⁽⁹⁾ 이때, 비표면적의 실험적 측정은 Chalket 등⁽¹⁵⁾에 의해 제안된 통계적 방법을 비롯하여, 흡착(gas adsorption) 실험 방법과 PIA(Petrographic Image Analysis) 방법 및 NMR(Nuclear Magnetic Resonance) 계측 방법이 대표적으로 사용될 수 있다. 비표면적 산정과 관련된 이론적인 접근으로는, Kozeny^(2,4)가 다공성 매질의 입자를 구형으로 가정하여 비표면적을 입자평균직경과 상관시켜 아래 식 (7)과 같은 비표면적과 암석입자 평균크기와의 관계를 도출한 것이 대표적이다. Kozeny^(2,4)는 이 식의 도출과정에서 동일한 크기의 구형 입자를 대상으로 유효 입자형상계

수(C_s)로 '6'을 제시하였으나, 이는 최근의 실제 사암 등의 암편을 대상으로 한 실험적 접근을 통하여 일반적인 다공질 암석에 대하여서는 '4.27'이 보다 적절한 것으로 제시된 바 있다.⁽¹⁶⁾ 결과적으로, 식 (7)의 관계를 식 (6)에 도입하여 표현한 수력직경의 관계식과 이를 식 (5)에 적용한 Kozeny의 투과도 관계식은 식 (8)에 제시된 것과 같다.

이상의 과정에서 제시된 식 (8)과 같이, 다공질 수력직경의 개념을 도입하여 기본 투과도 관계식, 식 (5)를 보완하였음에도 불구하고, 실제 다공성 매질의 투과도는 식 (8)의 결과보다 훨씬 낮은 값을 보일 것이 유력하다. 이는 실제 다공성 매질의 공극유동이 수력직경의 개념에서 도입된 단면의 기하학적 특성에 따른 영향을 받을 뿐만 아니라, 내부 공극 유로의 만곡이나 비틀림 등과 같은 유동방향의 기하학적 측면의 변화에도 영향을 받을 것이기 때문이다. Kozeny⁽²⁾는 이러한 유로변화 영향을 고려해야 함을 최초로 제기하였고, 이를 압력구배항에 도입하여 수정된 관계식, 식 (9)를 제시한 바 있다.⁽⁴⁾ 그러나 Kozeny⁽²⁾는 유로 변화의 영향을 압력구배항에만 반영하였기 때문에, 이후 Carman⁽⁴⁾은 이러한 부분을 보완하고자, 유속항에도 유로 변화의 영향을 고려하고자, 비틀림도(Tortuosity, T)의 개념을 추가로 도입하여 수정한 관계식을 제시하였다. 결과적으로, Carman⁽⁴⁾은 식 (9)의 Kozeny 관계식에 비틀림도에 의한 영향을 유동속도와 유동포텐셜 인자 모두에 적용하여, 소위 Kozeny-Carman 관계식으로 널리 알려진 식 (10)의 관계식을 제시하였다. 여기서, 비틀림도의 정의는 관련 이론을 제기한 선행연구자들의 기준에 따라 몇 가지 정의가 혼재되어 사용되고 있으나,⁽¹⁰⁾ 본 연구에서는 관련이론을 최초로 정립한 Kozeny의 정의를 따라, 식 (10)에 제시된 정의를 도입하였다. 아울러, Carman이 수정하여 제시한 투

$$D_h = 4 R_h = \frac{4 \emptyset}{S} = \frac{4 \emptyset}{S_s (1 - \emptyset)}, \quad R_h : \text{hydraulic radius}, \quad S : \text{specific surface} \quad \& \quad S_s : S \text{ on solid} \quad (6)$$

$$S_s = \frac{E_s}{V_s} = \frac{C_s}{d_m} \quad \text{where, } C_s : \text{effective grain shape factor}, \quad d_m : \text{mean grain diameter} \quad (7)$$

$$\therefore k_{\text{Kozeny}} = \emptyset \frac{A_p}{8\pi} = \emptyset \frac{D_h^2}{32} = \left(\frac{1}{2C_s^2} \right) \left(\frac{d_m^2 \cdot \emptyset^3}{(1 - \emptyset)^2} \right) \quad \text{where, } D_h = \frac{4 d_m \emptyset}{C_s (1 - \emptyset)} \quad (8)$$

$$u = - \left(\frac{1}{\mu} \frac{\emptyset R_h^2}{C_1} \frac{\Delta P}{L} \right) \left(\frac{L}{L_e} \right) \quad \text{or} \quad u_e = - \left(\frac{1}{\mu} \frac{R_h^2}{C_1} \frac{\Delta P}{L_e} \right) \quad \text{where, } R_h = \frac{\emptyset}{S} = \frac{D_h}{4}, \quad u_e = \frac{u}{\emptyset} \quad (9)$$

$$u = - \left(\frac{1}{\mu} \frac{\emptyset R_h^2}{C_1} \frac{\Delta P}{L} \right) \left(\frac{L}{L_e} \right)^2 \quad \text{where, } T = \left(\frac{L}{L_e} \right)^2, \quad u_e = \frac{u}{\emptyset} \left(\frac{L_e}{L} \right) \quad (10)$$

$$\therefore k_{Carman} = k_{Kozeny} \cdot T = \phi \frac{D_h^2}{32} \cdot T = \left(\frac{T}{2C_s^2} \right) \left(\frac{d_m^2 \cdot \phi^3}{(1-\phi)^2} \right) \quad \text{where, } D_h = \frac{4 d_m \phi}{C_s (1-\phi)}, \quad T = \left(\frac{L}{L_e} \right)^2 \quad (11)$$

$$\therefore u = -\frac{k_T dP}{\mu dx} = -\left(\frac{k dP}{\mu dx} \right) \left(\frac{L}{L_e} \right)^2 \quad \text{where, } k_T = k \cdot T, \quad T = \left(\frac{L}{L_e} \right)^2 \quad (12)$$

$$k_{carman} = \left(\frac{1}{180} \right) \left(\frac{d_m^2 \cdot \phi^3}{(1-\phi)^2} \right) \quad \text{where, } C_s = 6 \quad \& \quad T = \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \approx \frac{1}{2.5} \quad (13)$$

과도의 정의는 식 (8)의 Kozeny의 투과도 정의에 비틀림도를 곱하여지는 형태가 되고, 수력직경의 도입을 통해 식 (11)에 제시된 바와 같이 정리될 수 있다. 또한, 식 (4)로 제시되었던 기본적인 Darcy마찰유동 관계식은 식 (12)에 제시된 바와 같이 비틀림도가 부가된 형태로 수정되어 제시될 수 있다.

결과적으로, 식 (11)의 Carman의 투과도 관계식은 Hagen-Poiseuille 층류유동 관계식을 기반으로 도출된 기본적인 투과도 정의에 수력직경과 비틀림도의 개념을 복합하여 정의된 것이다.⁽⁹⁻¹¹⁾ 이 시점에서, 현재까지 검토, 부가된 투과도 특성변수들의 상관관계와 정량적 측면을 한번 정리해 볼 필요가 있다. 상기 Kozeny-Carman 관계식으로부터 도출된 식 (11)의 투과도 정의는 일반적으로 식 (13)과 같은 형태로 더욱 널리 알려져 있고, 실제 이 식이 많은 선행연구들의 이론적 기반이 되었다. 식 (13)은 식 (7)에 제시된 Kozeny^(2,4)의 비표면적 관계식에 동일한 평균직경 d_m 을 갖는 구형입자를 기준으로, 형상계수 $C_s = 6$ 을 설정하고, Hitchcock의 가정을 기반으로 도출된 비틀림도, $T = \left(\frac{L}{L_e} \right)^2 = \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \approx \frac{1}{2.5}$ 의 관계를 식 (11)에 도입하여,^(2,4) 도출된 것이다. 그러므로, 식 (11)과 식 (13)은 상호 동등한 관계식으로, 식 (11)은 식 (13)을 포함한 층류유동에 대한 Kozeny-Carman 투과도 관계식의 일반화된 표현이다.

3. Darcy 마찰유동관계식 도입과 확장

앞 장에서 검토된 식 (10)과 (11)의 Kozeny-Carman 관계식과 투과도 정의는 다공성 매질에 대하여 수력직경과 비틀림도 개념을 새롭게 도입함으로써, 식 (5)의 기본적인 투과도 관계식에 비하여 훨씬 근사한 투과도 산정을 가능하게 하였다. 그럼에도 불구하고, 이식이 사용되는 일반적인 형태는 비틀림도는 물론, 수력직경 산정에 요구되는 형상계수를 구를 기준으로 한 상수 값으로 적용한 식 (13)의 형태인 관계로, 다양한 다공성 매질의 투과도를 산정에 적용하기에는 한계를 가질

수 있다. 따라서 Kozeny-Carman 관계식이 다양한 매질의 해석에 보다 보편적으로 활용되기 위하여서는 원래의 특성변수를 기반으로 표현되는 식 (11)의 형태로 사용되는 것이 적절함을 주지할 필요가 있다.

그러나 일반형의 식 (11)을 사용함에도 불구하고, Kozeny-Carman 관계식은 실제 다공성 매질이 갖는 다양한 입자의 형상, 크기, 이방성이나 이들 각 인자의 분포특성을 적절히 반영하기에는 여전히 한계를 가지고 있다.⁽¹⁷⁾ 이는, 이 식이 다공성 매질의 수력직경을 비표면적과 공극률의 상관관계로만 표현하고 있어, 다양한 기하학적 인자들의 관계를 적절히 고려하기에 한계를 가지기 때문이다. 예를 들어, 불규칙하고 형상적 변화가 많으며 다양한 입자 크기와 불규칙한 분포를 가진 공극유로와, 상대적으로 단순하고 균질한 입자 분포를 가진 공극유로를, 식 (13)으로 정의된 Kozeny-Carman 관계식은 같은 비표면적과 공극률을 가진 경우에는 동일한 투과도 값을 산출하는 오류를 발생시킨다. 그러므로 투과도는 Kozeny-Carman 관계식에서 제시된 비틀림도와 수력직경은 물론, 다양한 기하학적 특성에 따라 각 매질이 가지는 유동손실을 적절히 표현할 수 있는 특성인자가 추가적으로 부가된 형태로 표현되는 것이 적절하다.

여기서, Kozeny-Carman 관계식은 기본적으로 다공질 유동을 등가의 수력직경과 비틀림도를 갖는 원통형 모세관다발을 통과하는 층류유동을 등가 모델로 도입하고, 이 때 공극유로의 기하학적 특성을 반영하기 위하여 공극률과 입자의 평균직경 및 형상계수를 도입하여 유동저항의 차이를 표현하고 있다. 이러한 개념과 유동학적 모델링은 기본적으로는 적절한 것으로 생각되나, 실제의 다양한 매질에 대하여 요구되는 특성변수 결정이 쉽지 않다는 점이 우선 우려되는 사항이다. 매우 불균질한 다공성 매질의 평균 입자직경이나 대표적인 형상계수를 도출하는 것은 실험적 측정의 어려움은 물론, 측정치의 신뢰성 확보 측면에서도 적잖이 도전적인 사항이다. 따라서 투과도 관계식은 가능한 한 보다 쉽고 보편적인 방법으로 측정이

가능한 물리량에 기반하여 제시될 필요가 있고, 궁극적으로 투과도와 상관관계를 가지는 핵심 특성인자들로 적절히 구분되고, 이들에 기반한 일반화된 관계식으로 도출되는 것이 바람직하다.

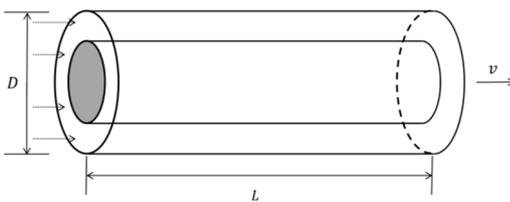
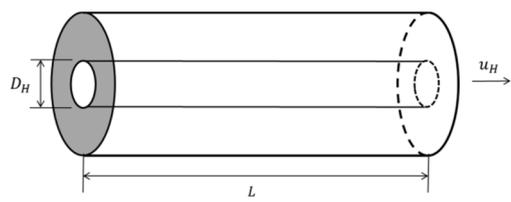
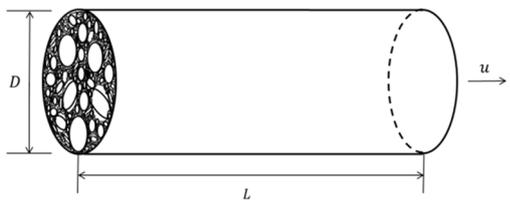
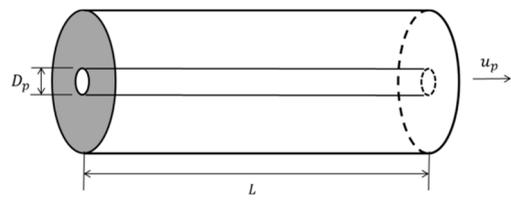
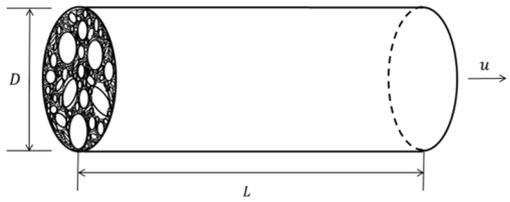
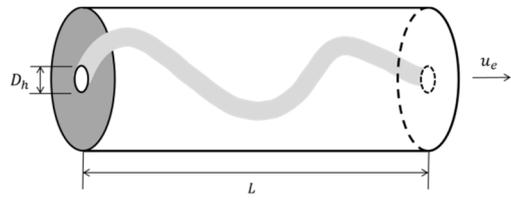
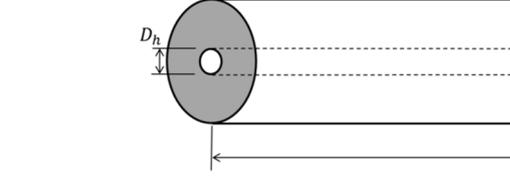
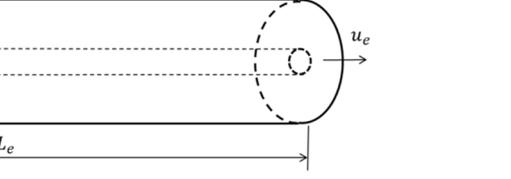
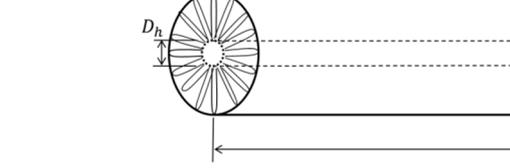
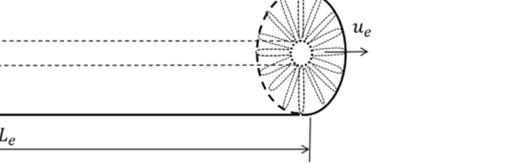
이에, 본 연구에서는 보다 쉽고 보편적인 방법으로 측정이 가능하면서 다공질 유동의 다양한 기하학적 특성을 표현할 수 있는 방안을 도출하고자 시도하였다. 이를 위해, 본 연구에서는 앞의 식 (1)~(3)의 전개과정에서 도출된 “투과도는 물리학적으로 벽면전단응력을 생성하는 공극의 등가단면적에 상당하며, 벽면전단응력의 함수로 취급될 수 있다”라는 검토 결과에 주목하였다. 이때, 벽면전단응력항의 도출을 위해 흔히 Hagen-Poiseuille 관계식으로 알려진 층류 배관유동의 관계식을 도입

함에 따라 Kozeny-Carman 관계식은 유속과 수력 직경의 함수로 표현되고, 유동은 층류 범위로 제한됨을 확인한 바 있다. 이는 역으로, 투과도 정의에 필요한 벽면전단응력을 유속과 수력직경뿐만 아니라 기하학적 특성에 따른 유동손실을 적절히 고려할 수 있는 특성변수를 도입하여 표현하고, 층류와 난류범위에 걸쳐 성립하는, 즉 유동영역에 제한을 받지 않은 관계식으로 대체함으로써 이러한 한계를 극복할 수 있다.

$$\frac{8\tau_w}{\rho v^2} = f = F\left(Re_d, \frac{\epsilon}{D}\right), \text{ where } \epsilon \text{ is roughness} \quad (14)$$

이를 위해, 본 연구에서는 다공질 유동의 기하학적 특성과 유동영역 변화에 따른 유동손실을 적

Table 1 Equivalent flow models for each medium used for previous studies

	(I) Original FEATURE OF A Medium	(II) Equivalent Model
(A) Annular Channel between Concentric Tubes		
(B) Darcy Eqn. & REV Model used by Burmeister etc.		
(C) Kozeny & Carman Model		
(III) Equivalent Models for Porous Media (C-I)		
(D) Kozeny & Carman Model presented by L_e		
(E) FEP Model used in this study to consider extra friction losses		

절히 고려할 수 있게 하고자 식 (14)에 제시된 Darcy 마찰계수(Darcy's friction factor, f) 정의를 도입하였다.⁽¹⁸⁾ 이때, 기하학적 특성에 따라 발생될 수 있는 다공성 매질의 유동손실을 적절히 고려할 수 있는 등가 유동모델로, Table 1의 (E)로 제시된 다수의 주름을 가진 원통형 모세관을 제안, 도입하였다. Table 1에서, 선행연구에서 사용된 등가 유동모델을 정리, 비교하면 다음과 같이 요약될 수 있다. 기본적인 등가 수력직경과 마찰계수 유동모델은, Table 1의 (A-I)에 제시된 동심관을 비롯한 평판유동, 삼각채널 등의 전통적인 배관(또는 모세관)유동이 Table 1의 (A-II)와 같이 등가의 수력직경과 마찰계수를 가진 원통형 배관유동 모델로 표현되는 경우이다. 다시 말해, 다양한 기하학적 특징과 유동범위를 가진 배관유동을 등가의 수력직경과 마찰계수로 정의되어 등가 유동모델로 표현된 것이다. 이러한 개념은 Darcy 방정식이나 식 (5)의 투과도 기본정의를 도출하는 REV (Representative Elementary Volume) 모델에도 도입되어 있다.^(10,19) 즉, Table 1의 (B)에 제시된 바와 같이, 다양한 기하학적 특징을 갖는 고체입자(solid grain)로 구성된 다공성 매질은 가장 기본적으로는 동일한 공극부피를 갖는 수력직경, D_p 를 기반으로 한 직선형 원통관으로 표현될 수 있다. 여기서, 식 (5)의 투과도 기본정의를 어떤 다공성 매질의 투과도를 최소의 저항을 받는 가장 이상적인 유동모델로 가정하는 경우임을 알 수 있고, 결과적으로 최대의 투과도를 산출하게 됨을 쉽게 짐작할 수 있다.

앞에서 살펴본 바와 같이, 이러한 한계를 극복하고자, Kozeny와 Carman은 Table 1의 (C)에서 제시된 다공성 매질에 대한 수력학적 등가직경(D_h)의 개념을 도입하고, 공극유로의 비틀림도(T)를 정의하여 이러한 유동모델의 한계를 극복하고자 하였다. 여기서, 공극유로를 통과하는 유체의 속도는 새롭게 도입된 수력직경과 비틀림도의 영향에 따라 기존의 공극유속에 비하여 상당히 증가된 값, $u_e(=v)$ 를 가지게 됨을 주지할 필요가 있다. 이해의 편의를 위해, Table 1의 (C) 모델은 대상 매질의 겉보기 직선길이(L)가 아닌 내부 공극유로의 실제평균길이(L_e)를 기반으로, Table 1의 (D)와 같이 표현될 수 있다. 마지막으로 제시된, Table 1의 (E)는 본 연구에서 제안, 도입한 다수의 주름을 가진 원통형 모세관 유동모델이다. Table 1의 (D)와 (E)를 대비하면, 본 연구에서는 Kozeny-Carman 관계식의 등가모델(D)과 동일한 비틀림도(유로길이)와 공극

부피를 가지나, 원통관에 다수의 주름이 있어 추가적인 유동손실을 고려할 수 있는 형태(D)를 본 연구의 유동모델로 가정하였다. 이때, 비틀림도와 공극부피(공극률)는 임의 매질의 특성을 규정하는 절대적인 변수들로 각 매질의 대표 값들은 변경될 수 없으므로 대상 매질의 유동모델을 규정하는 기본적인 제약조건이 되며, 이들을 기반으로 수력직경이 상관되어 결정되는 모델로 가정하였다. 결과적으로, 본 연구에서는 어떤 다공성 매질과 등가의 유동손실을 고려하기 위한 유동모델로 다수의 주름을 가진 원통형 모세관을 설정하고, 이의 적절한 해석과 표현을 위하여 등가 수력직경과 비틀림도는 물론 마찰계수의 개념을 추가적으로 도입하고자 하였다.

앞에서 제시된 식 (14)의 Darcy 마찰계수 정의를 다공질유동의 운동량방정식인 식 (2)에 대입하고 양변을 A_p 로 나누면, 식 (2)는 아래 식 (15)와 같이 정리될 수 있다. 이때, 식 (4)의 유도과정과 동일하게, 수평의 정상상태 다공질 유동을 고려하여 비정상항과 중력항은 제거하고 대류항과 Brinkmann 확산항을 무시하면 식 (15)는 다시 식 (16)의 형태로 축약되고, 이를 다공성 매질에 대한 마찰계수에 대하여 정리하면 식 (17)과 같이 정리된다. 여기서, 식 (17)은 일반적인 배관유동의 손실수두(head loss) 관계를 나타내는 Darcy-Weisbach 관계식과 동일한 형태를 가짐을 알 수 있고, 이에 따라 식 (17)은 다공질 유동에 적용이 가능한 확장된 Darcy-Weisbach 관계식으로 생각될 수 있다. 여기서, 공극 유로의 직경(D_p)과 유속(v) 및 압력구배($\frac{dp}{dx}$)는 Table 1의 (D)와 (E) 모델에 대하여, 식 (17)의 우측에 제시된 바와 같이 Kozeny의 수력직경과 Carman의 비틀림도 정의에 따른 유속과 압력구배 관계로 표현될 수 있다. 그러므로 이들 변수를 식 (17)의 마찰계수 관계식에 대입하여 정리하면 최종적으로 식 (18)을 얻을 수 있고, 결과적으로 식 (18)은 다공질 유동에 대한 Darcy 마찰계수를 정의한 관계식이 된다. 여기서, 식 (18)은 일반적인 배관유동의 Darcy-Weisbach 관계식과 비교하여, 다공성 매질의 수력직경(D_h)과 평균유속(u) 및 직선길이 압력구배($\frac{\Delta P}{L}$)를 기반으로 공극률(ϕ)과 비틀림도(T) 항이 부가된 형태로, 다공질 유동의 특성변수를 기반으로 제시된 점이 특징적이다.

이는 현재 시점에서 다공성 매질의 매우 작고 복잡한 공극들로 구성된 공극유로의 유동학적 특성을 대표할 수 있는 등가직경이나 유동길이를 정

확히 산정하고, 이를 기반으로 하는 공극유로의 유속과 마찰손실의 상관관계를 결정하는 것이 매우 까다롭고 어려운 것을 해결하고자 비롯되었다. 다시 말해, 식 (18)은 매질의 직선길이(L)와 같이 현실적으로 쉽게 측정이 가능한 기하학적 제원과 다공질 평균유속(u)이나 압력구배($\frac{\Delta P}{L}$)와 같은 다공질 유동의 일반적인 특성변수를 바탕으로 공극률과 비틀림도 및 수력직경의 상관관계를 부가하여, 다공성 매질의 공극유로에서 발생하는 실제의 유동손실을 마찰계수로 표현하고자 도출된 관계식이다. 결과적으로, 다공질 유동해석에 있어서 일반적인 배관유동의 마찰계수를 도입하는 대신, 식 (18)의 마찰계수 정의를 도입함으로써(또는 실험적으로 측정함으로써) 다공성 매질의 유동손실을 적절히 표현할 수 있다.

예를 들어, Table 1의 (B) 경우와 같이, 동일한 직선길이와 평균유속 및 압력구배를 갖는 배관(모세관)과 다공성 매질에 대하여 일반적인 마찰계수 관계를 적용하는 경우, 산출된 마찰계수는 해당 매질을 매우 단순한 원형 모세관으로 가정하고 이에 따른 최소의 유동손실에 기반한 결과를 산출하여, 결코 해당 매질의 유동손실을 적절히 표현할 수 없다. 다시 말해, 다공성 매질의 공극 구조에 따라 증가된 공극유로 길이와 감소된 수력직경을 적절히 정량화하여 표현하기 위해서는 이러한 효과를 반영할 수 있는 Table 1의 (D)나 (E)모델 기반의 마찰계수 정의가 제시되어야 한다. 나아가,

어떤 특정 유동조건에서 동일한 유동손실을 보인 두 종류의 다공성 매질을 가정하여 보자. 하나는 Table 1의 (D)로 가정될 수 있는 이상적인 구형의 동일한 입자크기로 구성된 매질이고, 다른 하나는 Table 1의 (E)로 대표될 수 있는 매우 불균질하고 다양한 크기 및 이방성이 큰 입자로 구성된 매질로, 어떤 특정 공극률과 유동조건에서 동일한 평균유속과 압력손실이 발생한다면 두 매질의 마찰계수는 이 조건에 대하여 동일한 값으로 평가된다. 그러나 산출된 마찰계수 변수 관계를 기존의 마찰계수 관계식에 기반하여 다른 유동조건으로 변형 또는 확장하는 경우, 두 매질이 실제는 매우 다른 유동특성을 보일 것이 자명함에도 불구하고, 이 경우에도 동일한 유동손실을 산출하는 오류를 발생시키게 될 것이다. 따라서, 다공성 매질의 마찰계수는 Table 1의 (E)의 경우와 같이 각 매질이 가진 기하학적 특성을 보다 세분화하여 정확히 표현할 수 있어야만 각 매질의 유동손실을 정량적으로 대표할 수 있다.

이제 다시, 투과도 정의 관점에서 Table 1의 (E) 모델을 검토하여 보자. 이미 상기에서 제시된 바와 같이, 본 연구에서는 Table 1의 (E-III) 모델을 기반으로 한 다공성 매질의 마찰계수 정의를 식 (18)과 같이 도출하였다. 이때, 도출된 마찰계수는 원래의 다공성 매질, 즉 Table 1의 (C-I)과 동일한 유동 조건과 결과를 가져야 한다. 그러므로, Table 1의 (C-I)을 표현하는 유동관계식인 Darcy 관계식

$$\frac{1}{\phi} \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{1}{\phi^2} \frac{\partial \rho u u}{\partial x} = -\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\pi D_p}{A_p} \left(\frac{\rho v^2}{8f} \right) + \frac{\mu}{\phi} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \rho g_x \quad (15)$$

$$\frac{\pi D_p}{A_p} \left(\frac{\rho v^2}{8} f \right) = \frac{1}{D_p} \left(\frac{\rho v^2}{2} f \right) = -\frac{dP}{dx} \quad (16)$$

$$\therefore f = -\frac{2D_p}{\rho v^2} \frac{dP}{dx} \quad \text{where, } v = u_e = \frac{u}{\phi} \left(\frac{L_e}{L} \right), \quad \frac{dP}{dx} \cong \frac{\Delta P}{L_e}, \quad D_p = D_h = \frac{4 d_m \phi}{C_s (1 - \phi)} \quad (17)$$

$$\therefore f = -\left(\frac{2D_h \Delta P}{\rho u^2 L} \right) \phi^2 T^{\frac{3}{2}} \quad \text{or} \quad f = f_u \phi^2 T^{\frac{3}{2}} \quad \text{where, } f_u = -\left(\frac{2D_h \Delta P}{\rho u^2 L} \right) \quad \text{and} \quad T = \left(\frac{L}{L_e} \right)^2 \quad (18)$$

$$u = -\frac{k \Delta P}{\mu L} \quad \text{and} \quad f = -\left(\frac{2D_h \Delta P}{\rho u^2 L} \right) \phi^2 T^{\frac{3}{2}} \quad (19)$$

$$\therefore k_{FEP} = \left(\frac{2D_h^2}{f Re_u} \right) \phi^2 T^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{2D_h^2}{f Re_v} \right) \phi T \quad (a) \quad \text{or} \quad k_{FEP} = \frac{2D_h^2}{f_u Re_u} \quad (b) \quad (20)$$

$$\text{where, } f_u = -\left(\frac{2D_h \Delta P}{\rho u^2 L} \right), \quad Re_u = \frac{\rho u D_h}{\mu} = Re_v \cdot \phi T^{\frac{1}{2}}, \quad Re_v = \frac{\rho v D_h}{\mu}$$

$$\therefore k_{FEP} = \left(\frac{2D_h^2}{f Re_v} \right) \phi T = \left(\frac{32}{f Re_v} \right) \left(\frac{d_m^2 \cdot \phi^3}{C_s^2 (1 - \phi)^2} \right) \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 = \left(\frac{1}{180} \right) \left(\frac{d_m^2 \cdot \phi^3}{(1 - \phi)^2} \right) \quad \text{where, } f Re_v = 64 \quad (21)$$

과 Table 1의 (E-III) 모델에 대한 마찰계수를 동일한 압력구배를 기준으로, 식 (19)에 제시된 두 관계식을 연립하고, 이를 마찰계수(f)와 레이놀즈 수 (Re)의 함수로 정리하면 다음 식 (20)의 투과도 관계식을 얻을 수 있다. 여기서, 식 (20)의 (a)식은 공극유로의 평균유속에 기반한 미시적 관점에서 정의된 것이고, (b)식은 다공성 매질의 겉보기 평균유속에 기반한 거시적 관점의 관계식이다. 여기서, 식 (20)은 본 연구에서 다공성 매질의 다양한 기하학적 특성과 유동범위에 적용이 가능하도록 새롭게 정의한 투과도 관계식으로, 다른 투과도 정의와 구분하고자 마찰등가투과도(FEP, Friction Equivalent Permeability) 관계식으로 명명하였다.

이상에서 제시된 바와 같이, 본 연구에서는 선행연구에서 제안된 등가 수력직경과 비틀림도의 개념에 마찰계수의 개념을 추가적으로 도입하여, 식 (18)에 제시된 다공질 등가유로의 마찰계수와 식 (21)의 마찰등가투과도 정의를 새롭게 도출하여 제시하였다. 도출된 관계식들은 널리 알려진 일반적인 관계식들에 기반하거나 엄밀한 수학적 전개를 통해 도출되었기 때문에 이들은 이미 물리학적, 수학적으로 유효하다 할 수 있다. 그러나 이를 보다 명백히 검토하고자, Kozeny-Carman 관계식과의 직접적인 비교, 검토를 시도하였다. 이를 위해, Table 1의 (C)와 (D)로 제시된 Kozeny-Carman 유동모델을 기준으로, 이에 대한 원통형 등가 공극유로의 관계식, 식 (21b)를 검토의 기본관계식으로 도입하였다. 이 식에, 앞에서 제시된 Kozeny 수력직경의 정의와 Carman이 도입한 Hitchcock의 비틀림도 가정을 식 (13)의 전개과정과 동일하게 도입하면, 식 (21)의 관계식을 얻을 수 있다. 이때, Kozeny가 구형입자를 대상으로 적용한 형상계수 $C_s = 6$ 을 동일하게 대입하고, 원통형 유로에 대한 층류유동의 마찰계수와 레이놀즈 수 관계 ($f Re_v = 64$)를 적용하였다.⁽¹⁸⁾

결과적으로, 식 (21)은 Kozeny-Carman 관계식이 동일한 크기의 구형입자로 구성된 다공성 매질의 층류유동에 적용되는 경우에 대한 표현인 식 (13)과 동일한 것을 확인할 수 있다. 이는 우선, 본 연구에서 각각의 다공성 매질에서 발생하는 유동손실의 특성을 보다 적절히 고려하고자, 마찰계수의 개념을 도입하여 정의한 마찰등가투과도 관계식, 식 (20)의 정의가 적절함을 검증할 수 있는 결과이다. 다음으로, 이는 역으로, 식 (13)은 물론 식 (11)로 제시된 Kozeny-Carman 관계식은 층류유동을 기준으로 한 마찰계수와 레이놀즈 수 관계

($f Re_{u_e} = 64$)를 만족하는 특정한 유동에만 한정되어 적용이 가능한 관계식임을 보여주는 것으로 해석될 수 있다. 실제의 다양한 종류의 내부유동은 유로의 기하학적 형상, 표면의 거칠기 및 유로의 축소나 확대 등의 구조적 변화에 따라 상당히 넓은 범위의 다양한 유동손실 특성을 갖는다.⁽¹⁸⁾ 유동학적으로 이러한 내부유동의 손실특성을 표현하는 가장 대표적인 방법이 수력직경과 마찰계수의 관계를 기반으로 하는 것이다. 즉, 수력직경이 마찰저항을 받는 유로의 표면적을 정량적으로 표현하는 것이라면 유로의 기하학적 특성이나 표면거칠기 등에 따라 발생하는 유로저항의 강도를 표현하는 것이 마찰계수이고 결과적으로 이들의 조합을 통해서 유동손실이 적절히 표현될 수 있다.

상대적으로 단순한 기하학적 특성을 갖는 일반적인 배관유동인 평판, 삼각채널, 동심관 유동 등의 유동학적 해석도 수력직경은 물론 각각에 대한 마찰손실의 적절한 정량적 표현이 필수적으로 요구된다. 하물며, 훨씬 복잡한 기하학적 특성을 갖는 다공성 매질의 유동학적 표현이 매질의 수력직경만으로 표현되기는 매우 어려우며, 다공질 유로의 비틀림도는 물론 마찰계수를 고려할 수 있도록 표현되는 것이 매우 필수적이다. 이에, 본 연구에서는 이러한 마찰유동 손실을 적절히 표현하고자 Darcy 마찰계수를 도입하여, Darcy-Weisbach 관계식을 다공질 유동해석에 적용할 수 있도록 확장하였다. 또한, 이를 기반으로 도출된 마찰등가투과도 관계식은 기존 선행연구자들이 제시한 관계식들을 포괄하는 일반화된 투과도 관계식으로, 이의 유효성을 Kozeny-Carman 관계식과의 비교를 통해 검증하였다.

4. 결 론

본 연구는 다양한 기하학적 특성을 갖는 다공질 유동의 적절한 해석을 위해, 각 매질의 기하학적 특성과 유동조건의 변화를 반영할 수 있는 투과도 관계식을 도출하고자 수행되었다. 이를 위해, 우선 Kozeny와 Carman 등 선행연구에서 도출된 다양한 투과도 관계식들을 조사하고, 다공질유동의 운동량방정식을 기반으로 투과도의 정의와 물리학적 의미를 검토하였다. 다음으로, 다공성 매질의 기하학적 특성변수를 투과도와 적절히 상관시키고자, 다공질유동 운동량방정식의 벽면전단응력항에 Darcy 마찰계수를 도입하여 Darcy-Weisbach 관계식을 확장하였다. 아울러, 본 연구에서는 다수

의 주름을 가진 원통형 모세관을 유동모델로 제안하고, Kozeny와 Carman 등의 선행연구에서 제안된 등가 수력직경과 비틀림도는 물론 마찰계수의 개념을 추가적으로 도입하여, 다공질 유동에 대한 마찰계수 정의를 도출하고 이를 마찰등가투과도 관계식으로 연계하여 제시하였다.

결론적으로, 이는 다공성 매질의 기하학적 특성을 보다 세부적이고 적절한 특성변수로 구분하고, 유동범위에 제약을 받지 않는 형태의 관계식을 제시하여, 다양한 기하학적 특성과 유동조건 하에 있는 다공질 유동을 보다 근사하게 해석할 수 있는 방안으로 활용될 수 있다. 아울러, 다양한 기하학적 특성(공극률 변화)이나 유동조건이 변화(난류로 천이)되는 경우에도 각 대상매질의 투과도를 비교적 쉽고 근사하게 산정할 수 있는 이론적 기반으로도 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

후 기

본 연구는 2013년도 산업통상자원부의 재원으로 한국에너지기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구과제입니다(No. 20132510100060).

참고문헌 (References)

- (1) Shin, C. H., Lee, S. M., Kwon, S. I., Park, D. J. and Lee, Y. S., 2012, "A Classification and a Survey on the Core Technology for Shale Gas Development," *Trans. of KSGE*, Vol. 49, No. 3, pp. 395~410.
- (2) Kozeny, J., 1927, "Ueber Kapillare Leitung des Wassers im Boden," *Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften in Wien*. 136, pp. 271~306.
- (3) Carman, P. C., 1937, "Fluid Flow Through Granular Beds," *Inst. Chem. Eng.* 15, pp. 150~166.
- (4) Carman, P. C., 1938, "The Determination of the Specific Surface of Powders," *Trans. of J. Soc. Chem. Ind.* 57(225), pp. 225~234.
- (5) Carman, P. C., 1956, *Flow of gases through porous media*, Butterworths Scientific Publications.
- (6) Paterson, M. S., 1983, "The Equivalent Channel Model for Permeability and Resistivity in Fluid-saturated Rock — A Re-appraisal," *Mechanics of Materials* 2, pp. 345~352.
- (7) Walsh, J. B. and Brace, W. F., 1984, "The Effect of Pressure on Porosity and the Transport Properties of Rock," *J. of Geophysical Research* 89(B11), pp. 9425~9431.
- (8) Achidou, Y. and Avelaneda, M., 1992, "Influence of Pore Roughness and Pore-size Dispersion in Estimating the Permeability of a Porous Medium from Electrical Measurements," *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics* 4, pp. 2651~2673.
- (9) Bear, J., 1975, *Dynamics of fluids in porous media*, American Elsevier Pub. Inc., pp. 27~194.
- (10) Burmesiter, L. C., 1993, *Convective heat transfer, 2nd ed.*, John Wiley & Sons, pp. 44~51.
- (11) Karviany, M., 1952, *Principles of heat transfer in porous media 2nd Ed.*, Springer.
- (12) Rubinsein, J. and Torquato, S., 1989, "Flow in Random Porous Media: Mathematical Formulation, Variational Principles, and Rigorous Bounds," *J. Fluid Mech.* 206, pp. 25~46.
- (13) Whitaker, S., 1996, "The Forchheimer Equation: A Theoretical Development," *Transport in Porous Media* 25, pp. 27~61.
- (14) Mei, C. C. and Auriault, J. L., 1991, "The Effect of Weak Inertia on Flow Through a Porous Medium," *J. Fluid Mech.* 222, pp. 647~663.
- (15) Chalky, J. W., Cornfield, J. and Park, H., 1949, "A Method of Estimating Volume-surface Ratio," *Science* 110, p. 295.
- (16) Engler, T. W., 2010, *Fluid flow in porous media*, Petroleum Engineering 524, New Mexico Tech., pp. 2.1~2.36.
- (17) Carrier, W. D. III., 2003, "Goodbye, Hazen; Hello, Kozeny-Carman," *J. of Geotechnical and Geoenvironmental Eng.*, ASCE, pp. 1054~1056.
- (18) White, F. M., 2004, *Fluid dynamics, 4th ed.*, McGraw-Hill, New York, pp. 325~404.
- (19) Min, K. S., Lee, D. Y. and Ro, S. T., 2001, "Theoretical Analysis on Porous Heat Sinks using Dracy Flow and Two-equation Model," *Proc. Korean Soc. Mech. Eng. Conf.*, pp. 95~100.